

# מכניקה סטטיסטית – דף תרגיל 5

ניתן בתאריך: 9.6.11. להגשה בתאריך: 23.6.11

## 1 גז בוזונים: הגבול הקלאסי

א. מצאו את התיקון הקוונטי למשוואת המצב הקלאסית הקושרת את הלחץ והטמפרטורה של גז אידיאלי של  $N$  בוזונים בעלי מסה  $m \neq 0$  בתיבה בנפח  $V$  ובטמפר'  $T$ . חשבו את הביטוי עד סדר שני ב- $n\lambda_T^3$ , כאשר  $n = N/V$  היא צפיפות החלקיקים. במילים אחרות, הראו ש-

$$PV = Nk_B T \left[ 1 + a_1 n\lambda_T^3 + a_2 (n\lambda_T^3)^2 + O((n\lambda_T^3)^3) \right]$$

וחשבו את המקדמים  $a_1, a_2$ . האם הלחץ של גז בוזונים שאיננו מנוון (כלומר, כאשר  $n\lambda_T^3 \ll 1$ ) גדול או קטן מזה של גז קלאסי באותה טמפר' וצפיפות? השוו עם משוואת המצב של גז פרמיונים לא מנוון והסבירו באופן איכותי את ההבדל בין שתי התוצאות.

ב. מצאו את התיקון הקוונטי למשוואת המצב הקלאסית עבור האנרגיה של הגז. חשבו את הביטוי עד סדר ראשון ב- $n\lambda_T^3$ . במילים אחרות, הראו ש-

$$E = \frac{3}{2} Nk_B T \left[ 1 + b_1 n\lambda_T^3 + O((n\lambda_T^3)^2) \right]$$

וחשבו את המקדם  $b_1$ . חשבו גם את קיבול החום עד סדר ראשון. האם קיבול החום גדול או קטן מזה של גז קלאסי? השוו עם קיבול החום של גז פרמיונים.

## 2 פנים השמש

בשאלה זו נשווה את הגז הנמצא בליבת השמש לקרינה הקיימת שם. לפי נתונים אסטרונומיים,

הפלסמה במרכז השמש בעלת התכונות הבאות:

טמפרטורה:  $T = 1.6 \times 10^7$  K

צפיפות מימן:  $\rho_H = 6 \times 10^4$  kg m<sup>-3</sup>

צפיפות הליום:  $\rho_{He} = 1 \times 10^5$  kg m<sup>-3</sup>

בשל הטמפרטורה הגבוהה, האטומים מיוננים לגמרי, כלומר: כל אטום מימן מופרד לאלקטרון ופרוטון, בעוד שכל אטום הליום מופרד ל-2 אלקטרונים וחלקיק  $\alpha$  (זהו גרעין הליום, המורכב משני פרוטונים ושני ניוטרונים).

א. מצאו את אורך הגל התרמי של האלקטרונים, הפרוטונים וחלקיקי ה- $\alpha$ .

ב. בהנחה שהאינטראקציות בין החלקיקים זניחות, בדקו האם הגזים של האלקטרונים, הפרוטונים וחלקיקי ה- $\alpha$  מנוונים (כלומר, האם אפקטים קוונטים מורגשים).

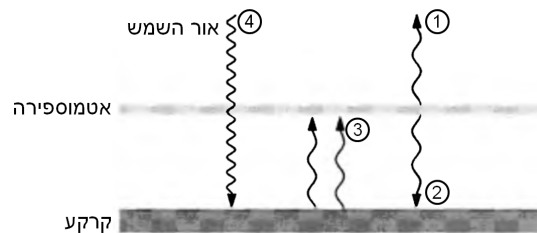
- ג. העריכו את הלחץ הכולל של גזים אלה קרוב למרכז השמש.
- ד. העריכו את לחץ הקרינה הכולל קרוב למרכז השמש. מה מונע מהשמש לקרוס תחת משקל עצמה: לחץ החומר או לחץ הקרינה?

### 3 השמש וכדור הארץ

א. על פי מדידות, עוצמת קרינת השמש ליחידת שטח שנקלטת בכדור הארץ היא  $1370 \text{ W/m}^2$ . מרחק כדור הארץ מהשמש הוא בערך 150 מיליון ק"מ, ורדיוס השמש הוא כ- $7 \times 10^8$  מטרים. בעזרת נתונים אלה העריכו את האנרגיה הכוללת שנפלטת מהשמש כקרינה ביחידת זמן. בהנחה שהשמש היא גוף שחור, מצאו את הטמפרטורה על פני השמש.

ב. כדור הארץ קולט כ-70% מקרינת השמש שמגיעה אליו (כ-30% מן הקרינה מוחזרים לחלל, בעיקר מעננים). במקביל, הוא פולט קרינה תרמית. מאחר שבממוצע כדור הארץ לא מתחמם או מתקרר, קצב קליטת הקרינה שווה לקצב שבה היא נפלטת. בהנחה שכדור הארץ הוא גוף שחור, חשבו את טמפרטורת כדור הארץ. התוצאה שקיבלתם היא בקירוב הטמפרטורה במרום האטמוספירה.

ג. **סעיף בונוס:** בסעיף זה נדון באפקט החממה ונבין מדוע הטמפרטורה על פני השטח של כדור הארץ גבוהה מזו שחישבתם בסעיף הקודם. ההסבר לפער בין תוצאת החישוב לטמפ' האמיתית טמון בתכונות הבליעה והפליטה של האטמוספירה: רוב קרינת השמש מגיעה לכדור הארץ באורכי גל של אור נראה. באורכי גל אלו, האטמוספירה בקירוב טוב שקופה, ולכן קרינת השמש מגיעה לקרקע ומחממת את כדור הארץ ישירות. הקרינה התרמית שנפלטת מכדור הארץ, לעומת זאת, היא רובה באורכי גל בתחום האינפרא-אדום. אדי מים ופחמן דו-חמצני שנמצאים באטמוספירה בולעים את רוב הקרינה באורכי גל אלו. בשל כך האטמוספירה מתחממת ופולטת קרינה תרמית, הן לכיוון כדור הארץ והן לחלל. תהליך זה מתואר באופן סכמטי בתרשים מס' 1.



איור 1: עבור סעיף הבונוס: תרשים סכמטי של אפקט החממה.

נמדל את האטמוספירה כגוף שחור. טמפ' האטמוספירה חושבה בסעיף ב. הסבירו מדוע: (i) הספק הקרינה שנפלטת מהאטמוספירה לחלל (מס' 1 בתרשים) שווה להספק הקרינה שנקלטת בכדור הארץ מן השמש (מס' 4 בתרשים). (ii) הספק הקרינה שנפלטת מן האטמוספירה לחלל (מס' 1) שווה להספק הקרינה שנפלטת מן האטמוספירה לכדור הארץ (מס' 2). (iii) הספק הקרינה שנפלטת מכדור הארץ (מס' 3) שווה להספק הקרינה שנקלטת בכדור הארץ (מס' 2 ו-4). חשבו את טמפ' כדור הארץ לפי מודל זה.