

# התרומה של לימודי מתמטיקה אקדמיים להוראת מתמטיקה

בבתי ספר על יסודיים:

## המקרה של ידע על הדיסציפלינה של המתמטיקה

חיבור לשם קבלת התואר

"דוקטור לפילוסופיה"

מאת

**הופמן אנה**

מנחה:

**פרופ' רוחמה אבן**

מוגש למועצה המדעית של מכון ויצמן למדע

רחובות

2022

### תקציר

במדינות רבות בעולם, כמו גם בישראל, לימודי מתמטיקה אקדמיים הם חלק מהדרישות לקבלת תעודת הסמכה להוראת מתמטיקה בבתי ספר על יסודיים. ההחלטה לשלב לימודי מתמטיקה אקדמיים בהכשרה ובפיתוח מקצועי של מורים מבוססת בעיקר על ההנחה שהם תורמים לידע המתמטי הדרוש להוראה איכותית של מתמטיקה. עם זאת, המחקר האמפירי על התרומה של לימודי מתמטיקה אקדמיים להוראת מתמטיקה בבית ספר מועט, ומראה שמורים לא תמיד מייחסים ללימודי המתמטיקה האקדמיים שבהם השתתפו תרומה משמעותית להוראה שלהם.

המחקר הנוכחי עוסק בתרומת לימודי מתמטיקה אקדמיים שמלמדים מתמטיקאים למורי מתמטיקה בבתי ספר על יסודיים. המחקר בוחן נושא זה מנקודת המבט של ידע על הדיסציפלינה של המתמטיקה. בשונה מידע של תכנים מתמטיים ספציפיים, ידע על הדיסציפלינה הוא ידע על הידע שמכונה גם ידע מטה-מתמטי או ידע אפיסטמולוגי.

למחקר שני חלקים. החלק הראשון מתמקד במתמטיקאים שמלמדים קורסי מתמטיקה אקדמיים למורים, ובשאלה: מה מתמטיקאים אלה רוצים ללמד מורים על הדיסציפלינה של המתמטיקה? החלק השני מתמקד במורים למתמטיקה שלמדו לימודי מתמטיקה אקדמיים ממתמטיקאים, ובשאלות: מה מורים אלה למדו על הדיסציפלינה של המתמטיקה במסגרת לימודי מתמטיקה אקדמיים? ואיך ידע זה תורם להם להוראה?

המחקר ממוצב בתכנית רוטשילד ויצמן, מסלול מתמטיקה. זוהי תכנית ייחודית לתואר שני המיועדת למורים למתמטיקה בעלי ניסיון הוראה בבתי ספר על יסודיים. ייחודיותה של התכנית, בין השאר, הוא בכך שכמחצית מהקורסים בתכנית (שמונה קורסים) מוקדשים ללימודי מתמטיקה אקדמיים ברמה גבוהה (כולל תכנים ברמה של תואר שני במתמטיקה) שמלמדים מתמטיקאים חוקרים.

המחקר הוא מחקר איכותני המבוסס על ראיונות מובנים למחצה. במסגרת חלק המחקר הראשון בוצעו ראיונות עם חמישה מתמטיקאים המלמדים בתכנית רוטשילד ויצמן, במטרה לברר מה, אם בכלל, הם רצו ללמד את המורים על הדיסציפלינה של מתמטיקה. בחלק זה של המחקר השתמשתי בשיטות של תאוריה מעוגנת בשדה. במסגרת חלק המחקר השני בוצעו ראיונות עם 14 מורים בוגרי תכנית רוטשילד ויצמן. מטרת הראיונות הייתה לברר מה, אם בכלל, למדו המורים על הדיסציפלינה של המתמטיקה במהלך לימודי המתמטיקה האקדמיים בתכנית, ואיך ידע זה תרם להוראה שלהם. הנתונים בחלק הזה של המחקר נותחו בשיטות של ניתוח תוכן.

כל המתמטיקאים שרואיינו דיווחו שמטרה מרכזית שלהם כשהם מלמדים קורסי מתמטיקה אקדמיים למורים היא להרחיב ולהעשיר את הידע שלהם על הדיסציפלינה של המתמטיקה. בניתוח הנתונים זוהו תשעה מאפיינים שקובצו לשלושה היבטים מרכזיים של ידע על הדיסציפלינה של המתמטיקה: (1) המהות של המתמטיקה, (2) העשייה במתמטיקה, ו-(3) הערך של המתמטיקה. על סמך ההיבטים והמאפיינים שזוהו פותחה מסגרת מושגית המתארת תרומה של לימודי מתמטיקה אקדמיים להוראת מתמטיקה בבתי ספר על יסודיים בהקשר של ידע על הדיסציפלינה של המתמטיקה.

במסגרת חלק המחקר השני הראיונות עם המורים נותחו תוך שימוש במסגרת המושגית שפותחה בחלק המחקר הראשון. הממצאים מעלים הלימה מסוימת בין מטרות המתמטיקאים באשר לידע על הדיסציפלינה של המתמטיקה ובין תוצרי הלמידה שעליהם דיווחו המורים. נמצא שדיווחים של המורים נקשרו לכל ההיבטים והמאפיינים של המסגרת המושגית שפותחה בחלק המחקר הראשון, ולא נמצאו היבטים או מאפיינים נוספים שהזכירו המורים. עם זאת, בעוד כל המתמטיקאים שרואיינו התייחסו לכל שלושת ההיבטים וכמעט כולם התייחסו גם לכל המאפיינים (למעט מתמטיקאי אחד שהתייחס רק לשבעה מתוך תשעת המאפיינים), נמצא גיוון בהיבטים ובמאפיינים שזוהו בראיונות עם מורים שונים והיו מאפיינים שהוזכרו יותר מאחרים.

כמעט כל המורים שהשתתפו במחקר (13 מתוך 14 מורים) דיווחו בראיונות על תרומה של לימודי המתמטיקה האקדמיים לידע שלהם על הדיסציפלינה של המתמטיקה ולדרכי הוראה הקשורות לידע זה. בפרט, כמעט בכל המקרים שבהם זוהה בריאיון עם מורה דיווח של תרומה לידע בקשר למאפיין כלשהו של ידע על הדיסציפלינה של המתמטיקה, זוהה גם דיווח על תרומה להוראה הקשורה באותו מאפיין. באופן כללי, המורים דיווחו על שינויים בהוראה שלהם, המבטאים הצגה של המתמטיקה בדרך שהיא קרובה יותר לדרך שבה תיארו המתמטיקאים את הדיסציפלינה בראיונות עימם.

בנוסף, המחקר הראה שמורים שונים ייחסו מידה שונה של תרומה ללימודי המתמטיקה האקדמיים לידע שלהם על הדיסציפלינה של המתמטיקה ולהוראה הקשורה בידע זה. אצל רוב המורים היה קשר בין מידת התרומה שהם ייחסו ללימודי המתמטיקה האקדמיים לבין החוויה הלימודית שהם תיארו.

למחקר זה תרומה לגוף הידע המחקרי בנושא בו המחקר האמפירי מצומצם, קרי התרומה של לימודי מתמטיקה אקדמיים להוראה. המחקר מציג מסגרת מושגית המתארת מה עשויה להיות התרומה של לימודי מתמטיקה אקדמיים לידע מורים על הדיסציפלינה של המתמטיקה. בהתבסס על ממצאים אמפיריים, המחקר מציג תמונה חדשה ומקיפה באשר לתפקידים של לימודי מתמטיקה אקדמיים בהתפתחות מקצועית של מורים בבתי ספר על יסודיים. מחקר זה עשוי לעניין חוקרי חינוך, מתמטיקאים, מורים ומורי מורים למתמטיקה, וקובעי מדיניות חינוכית.