الهندسة التحليلية

طبعة صياغة
قسم تدريس العلوم، معهد وايزمن للعلوم

الهندسة التحليلية

طبعة صياغة

قسم تدريس العلوم، معهد وايزمن للعلوم

يصدر بمبادرة

المركز الاسرائيلي لتدريس العلوم على اسم عاموس دي-شليط

من تأسيس

وزارة المعارف والثقافة، الجامعة العبرية في القدس ومعهد وايزمن للعلوم في رحوبوت

يمنع منعا باتا تكرار، او نسخ، او تصوير، او تسجيل، او ترجمة
او اختزان في مجمع معلومات، او بث بأية طريقة كانت،
الكترونية او بصرية، او ميكانيكية، او باية طريقة اخرى،
اي جزء من مادة هذا الكتاب لاستخدامه لاغراض تجارية
الا باذن خاص واضح ومكتوب من الناشر.

ⓒ

حقوق الطبع محفوظة
معهد وايزمن للعلوم

طبع في اسرائيل سنة 1996
דפוס גסטליט בע"מ

تأليف:
راحل بوهدانة
نوريت هداس

استشارة:
ابراهام هاركبي
تومي درايفوس
مكسيم بروكهايمر
ميخائيل كورين

مراقبة:
يطي فرون

الرسوم:
شولي زهروني

الغلاف والصور:
آجي (راحل) بوكشفن

ترجمة:
نافذ حنا

مراجعة واعداد:
ناصيف فرنسيس

محتويات الكتاب

الفصل الاول: مجموعات نقاط 7-23

قريب – بعيد 7

تعيين نقاط في هيئة محاور 15

مجموعات نقاط في هيئة محاور 18

الفصل الثاني: الخط المستقيم 24-60

ميل ومعادلة مستقيم يمر من نقطة الاصل..... 24

الازاحة ومعادلة المستقيم..... 32

هندسة في هيئة المحاور 44

تتمة حول معادلات المستقيمات 50

نقاط ومستقيمات 58

الفصل الثالث: نقاط التقاطع 61-90

يوجد او لا يوجد؟ 61

ماذا تعني نقاط التقاطع؟..... 69

ايجاد نقاط التقاطع..... 73

تتمة حول نقاط التقاطع..... 80

نقاط التقاطع مع المحورين 86

الفصل الرابع: مستقيمات متعامدة 91-103

مستقيمات ميلها يختلف عن صفر 91

مستقيمات توازي المحورين..... 99

الفصل الخامس: تتمة حول المستقيمات 104-117

معادلة مستقيم يمر من نقطة معلومة 104

هندسة في هيئة المحاور 109

معادلة مستقيم يمر من نقطتين 113

الفصل السادس: انعكاس بمستقيم 118-137
محور التماثل 118
القطع المكافئ ومحور التماثل 131
معادلة محور التماثل - مراجعة 134

الفصل السابع: منتصف قطعة مستقيمة 132-152
اين المنتصف؟ 138
هندسة في هيئة المحاور 145

الفصل الثامن: البعد بين نقطتين 153-160

الفصل التاسع: الدائرة 161-175
دائرة مركزها النقطة (0, 0) 161
الدائرة والمستقيم 165
ليست النقطة (0, 0) وحدها المركز 169
تتمة حول الدائرة والمستقيم 174

الفصل العاشر: مجموعات نقاط - معادلات ورسومات بيانية 176-181

تفسير الاشارات

تمرين مفتاح

اجمال

عمل ذاتي

تحضير

تمرين تحد

تمرين مراجعة

برمجية

الـى الطالب

ستتعلم في هذا الكتاب ان تصف مجموعة نقاط بطرق مختلفة. (الرسم، الوصف الكلامي، الرسم البياني والمعادلات).

ستجد في الكتاب بعض المصطلحات والعمليات التي تعرفها سابقا ولكن ستتعلم مصطلحات ومواضيع جديدة لا تعرفها مهمة بالنسبة لدراستك في المستقبل.

في القسم الاول من كل بند ستتعلم المواد الجديدة التي فيه بطريقة التجربة والامثلة. وفي القسم الثاني من البند نفسه ستحل تمارين لكي تعمق معرفتك بالمادة التي تعلمتها.

نأمل بواسطة هذه الطريقة المبنية على الفعالية والخبرة الذاتية ان تعود الفائدة المرجوة لك وان تتمتع وتشعر بالراحة اثناء تعلمك.

انتبـــه!

مرفق مع الكتاب قرص حاسبة (لحاسبة من نوع IBM-PC وما يلائمه) مع الوحدة المبرمجة "هيا الى الرؤوس".

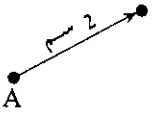
للاستفسار يمكن الاتصال بدار النشر "رموت". ص.ب 39296
تل أبيب 61392 . تلفون: 03-5370889

نأمل ان تتمتع باستعمال هذه الوحدة المبرمجة.

الفصل الاول: مجموعـــات نقـــاط

قريب – بعيد

1. بعد كل نقطة من النقاط المعينة عن النقطة A يساوي 2 سم.

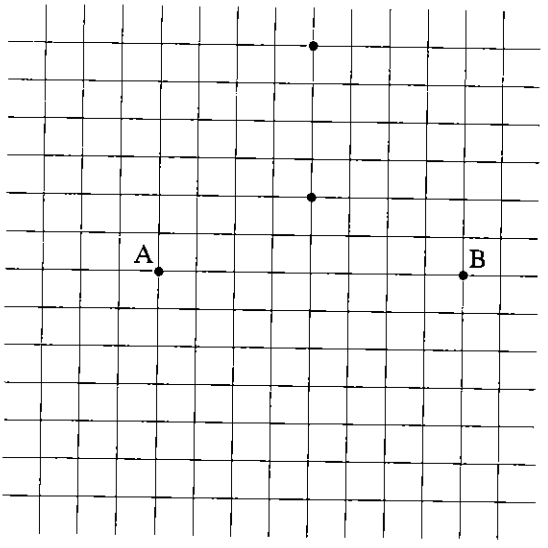


أ) عين 10 نقاط اخرى تحقق هذا الشرط.
(يمكن الاستعانة بقطعة المستقيم "2 سم" الموجودة على الورقة الشفافة في آخر الكتاب).

ب) ما هو الشكل الذي ينتج اذا قمنا بتعيين **كل** النقاط التي تحقق هذا الشرط؟ ارسم.

2. بعد كل نقطة من النقطتين المعينتين عن النقطة A يساوي بعدها عن B.

أ) عين 6 نقاط اخرى تحقق هذا الشرط.

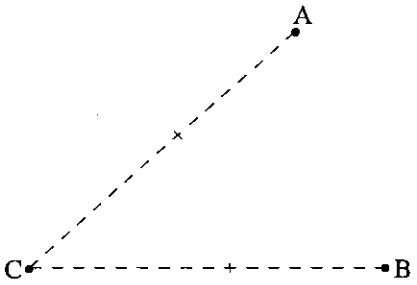


ب) ما هو الشكل الذي ينتج اذا قمنا بتعيين **كل** النقاط التي تحقق هذا الشرط؟ ارسم.

3. النقطة C تبعد نفس المسافة عن A وعن B. (CA = CB).

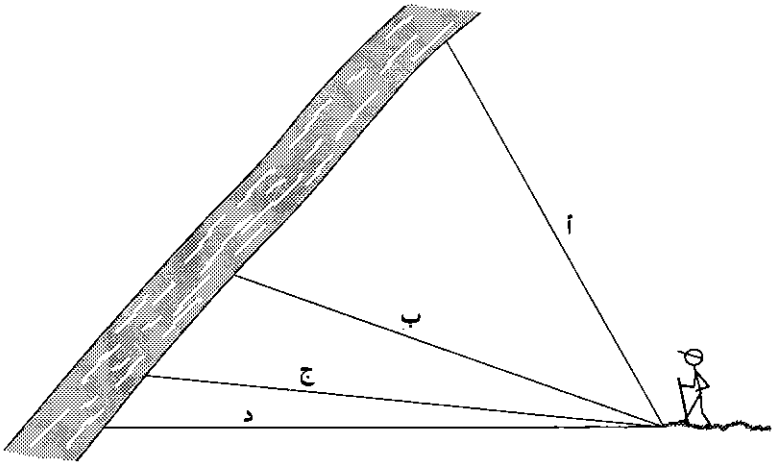
أ) عين 5 نقاط اخرى تحقق هذا الشرط.

ب) ما هو الشكل الذي ينتج اذا عينا **كل** النقاط التي تحقق الشرط السابق؟ ارسم.



احدى الطرق لتعريف مجموعة نقاط هي باستعمال الاصطلاح: "بُعد".
في التمارين السابقة استعملنا الاصطلاح: "البعد بين نقطتين": الشكل الذي ينتج في تمرين رقم 1 هو دائرة، اما في التمرينين 2 وَ 3 فينتج مستقيم (العمود المتوسط للقطعة AB) .
في التمارين الاتية سنستعمل الاصطلاح: "بعد نقطة عن مستقيم".

4. يمكن لأحد المتنزهين الوصول الى النهر بسلوكه لأحد المسارات المرسومة.



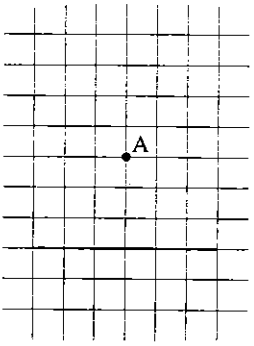
أ) اي مسار من المسارات المرسومة هو الاقصر؟

ب) حاول ان ترسم مسارا اخر الى النهر اقصر من المسار السابق.

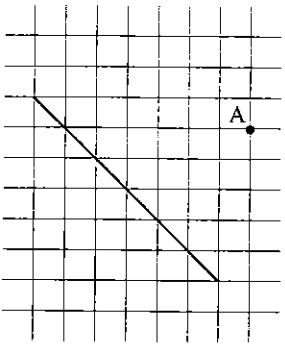
ج) هل يوجد مسار اقصر من المسار الذي رسمته في ب؟

ع"ذ 5. ارسم في كل بند من البنود الاتية اقصر طريق بين النقطة A والمستقيم.

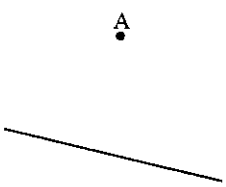
أ)



ب)

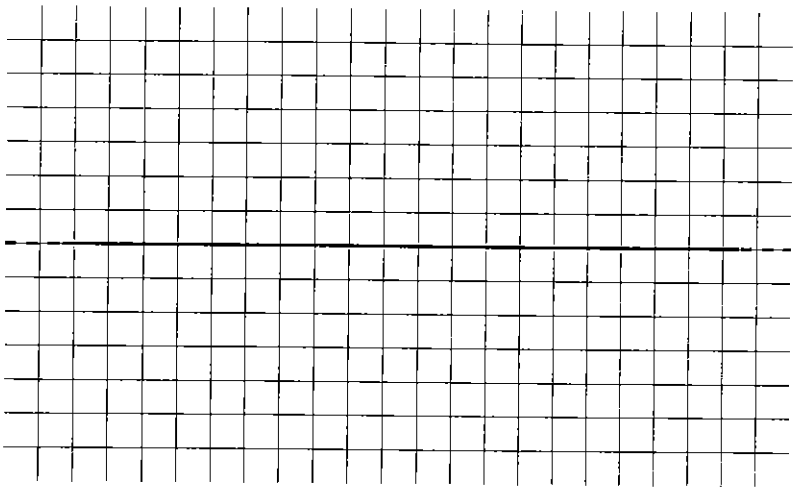


ج)



اقصر طريق بين نقطة ومستقيم هي طول العمود النازل من النقطة على المستقيم. نسمي طول العمود: بعد النقطة عن المستقيم.
طول اي مستقيم اخر يصل بين النقطة والمستقيم اكبر من طول العمود.

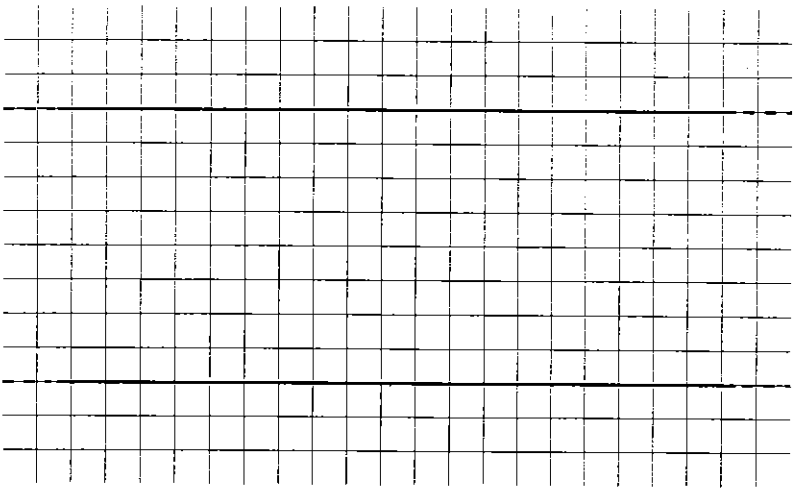
ع"ذ 6. أ) عين 10 نقاط بعد كل واحدة منها عن المستقيم يساوي 3 وحدات.



ب) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي تحقق هذا الشرط.

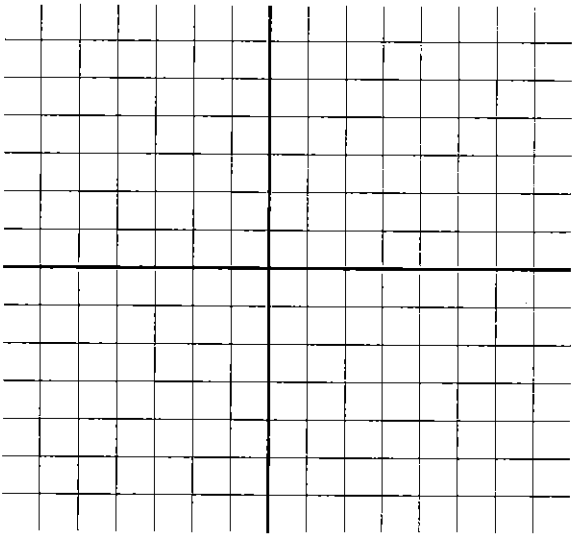
ج) ماذا يمكن ان تقول عن المستقيمات التي نتجت؟

ع"ذ 7. أ) عين 10 نقاط تبعد ابعادا متساوية عن المستقيمين المتوازيين.



ب) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي تحقق هذه الحالة.

ع"ذ 8. أ) عين نقطة تبعد بعدين متساويين عن المستقيمين المتعامدين.



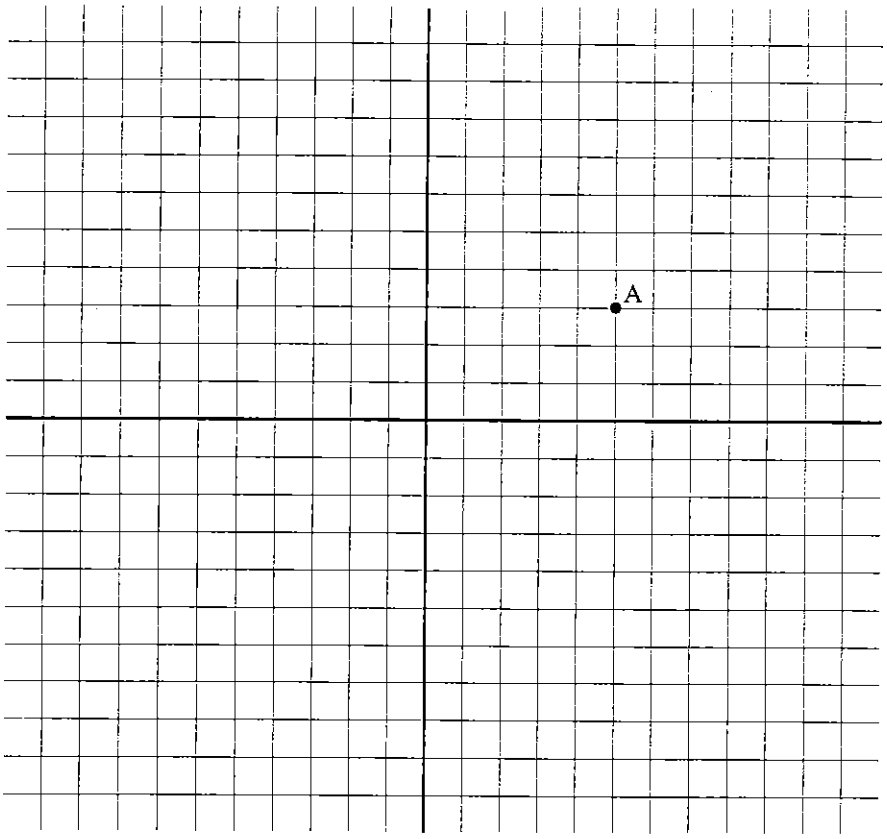
ب) عين 8 نقاط اخرى تبعد بعدين متساويين عن المستقيمين المتعامدين.

ج) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي تحقق هذه الحالة.

اذا كان رسمك صحيحا فينتج مستقيمان. افحص.

9. **مجموع بعدي** النقطة A عن المستقيمين يساوي 8 وحدات.
(3 وحدات عن المستقيم الافقي وَ 5 وحدات عن العمودي).

أ) عين 10 نقاط تحقق هذا الشرط.



ب) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي تحقق هذه الحالة.

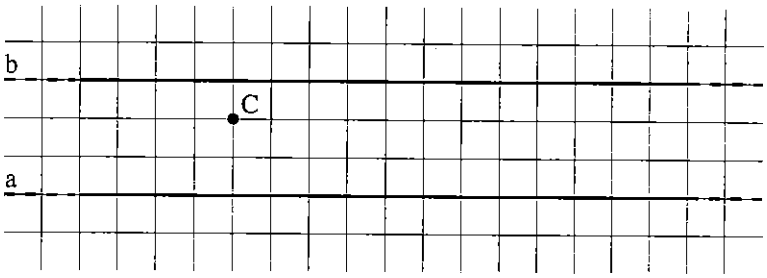
ج) احسب مساحة الشكل الرباعي الذي نتج.

في كتاب مسارات محيطات ومساحات نتج رَسم مشابه وذلك عندما وجدنا مجموعة كل النقاط التي طول المسار اليها من نقطة ثابتة يساوي 8 وحدات. النقطة الثابتة في هذه الحالة هي نقطة تقاطع المستقيمين، ووحدتها هي ضلع احد المربعات الصغيرة.

تمارين

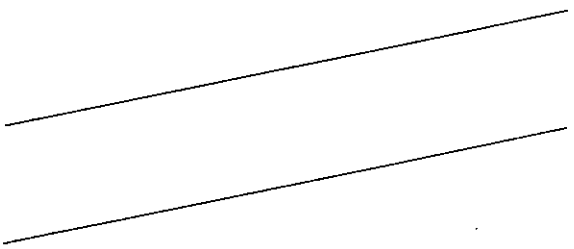
10. النقطة C تبعد بمقدار وحدتين عن المستقيم a وبمقدار وحدة واحدة عن b.

أ) عين 10 نقاط تحقق هذا الشرط.



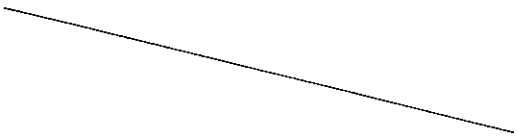
ب) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي تحقق هذا الشرط.

11. أ) عين 10 نقاط تبعد ابعادا متساوية عن المستقيمين المرسومين.



ب) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي تحقق هذا الشرط.

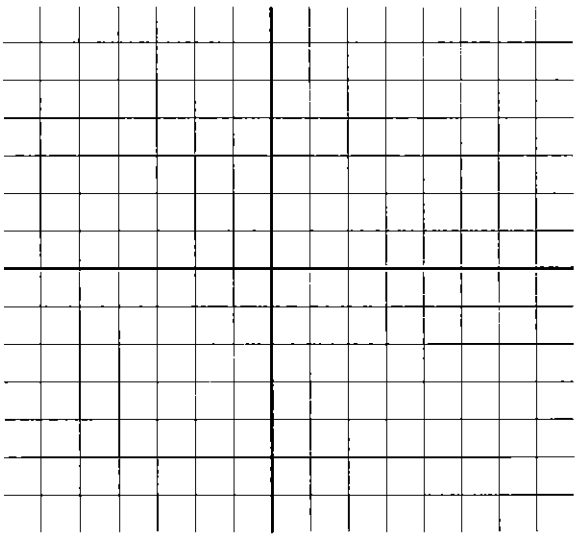
12. أ) عين 10 نقاط تبعد كل نقطة منها سنتيمترا واحدا عن المستقيم المرسوم.



ب) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي تحقق هذا الشرط.

اذا كان رسمك صحيحا فستحصل على مستقيمين يوازيان المستقيم المعطى. افحص!

13. أ) ارسم مجموعة كل النقاط التي تبعد كل نقطة منها بمقدار 3 وحدات عن المستقيم الافقي.

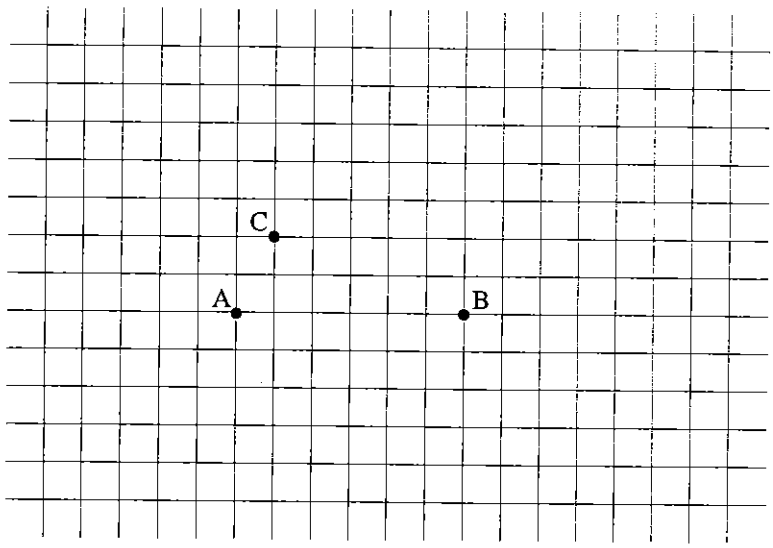


ب) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي تبعد كل نقطة منها بمقدار وحدتين عن المستقيم العمودي.

ج) اي شكل تحصر هذه المستقيمات الاربعة بينها؟ احسب مساحته ومحيطه.

14. في كتاب "مسارات محيطات ومساحات" عرّفنا طول المسار بين نقطتين بطول اقصر مسار على اضلاع المربعات.

أ) طول المسار من C الى A يساوي 3 وحدات.
ما طول المسار من C الى B ؟



ب) مجموع طولي المسارين من C الى A والى B يساوي 10 وحدات.
(3 وحدات وَ 7 وحدات).
جد 10 نقاط اخرى مجموع طولي المسارين من C الى A والى B يساوي 10 وحدات.

ج) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي تحقق هذه الحالة.

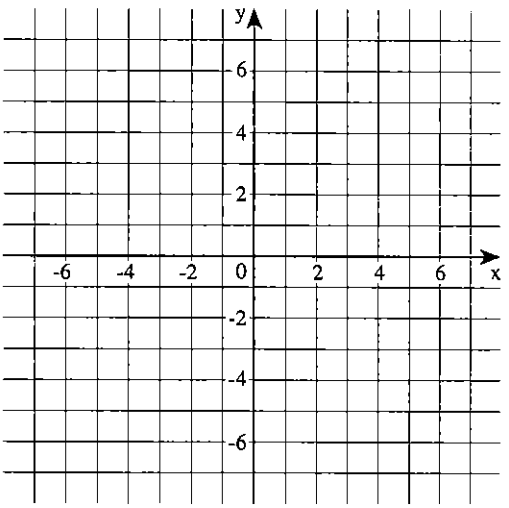
تعيين نقاط في هيئة محاور

1. العب بالوحدة المبرمجة **"هيا الى الرؤوس"**.

تعليمات للتشغيل: بعد ان شغّلت DOS ، أدخل القرص الى حاوية الاقراص A ثم اكتب AUTOEXEC واضغط ENTER .

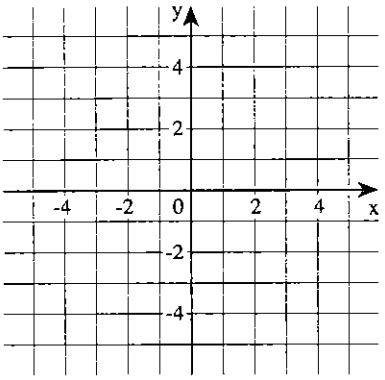
تمارين

2. أ) النقاط (3– ,5) , (1, –3) , (5, 4) هي ثلاثة رؤوس لمستطيل.
ارسم المستطيل واكتب احداثيي رأسه الرابع.



ب) النقطتان (2,4–) , (2–,4–) هما رأسان متقابلان لمستطيل اضلاعه توازي المحورين.
اكتب احداثيات رأسيه الاخرين.

3. النقطتان (1, 4) , (3, 2) تقعان على ضلعين متجاورين لمستطيل اضلاعه توازي المحورين.



اية نقطة من النقاط الاتية يمكن ان تكون الرأس الذي يتقاطع فيه الضلعان المذكوران؟

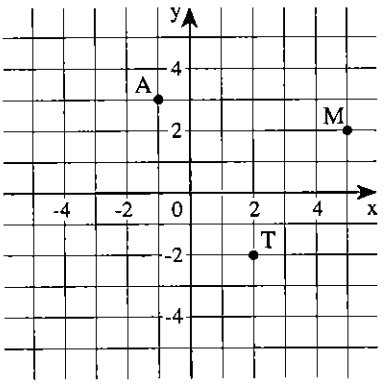
(3, 4) , (2, 1) , (1, 2) , (4, 3)

4. النقطتان (4,1) , (−1,−4) تقعان على ضلعين متجاورين لمستطيل اضلاعه توازي المحورين.
اية نقطة من النقاط الاتية يمكن ان تكون الرأس الذي يتقاطع فيه الضلعان المذكوران؟

(−1, 1) , (−1, 4) , (1, −4) , (−4, 1) , (−4, 4) , (4, −4)

5. النقطة A هي احد رؤوس مستطيل اضلاعه توازي المحورين.
النقطتان (M وَ T) تقعان على اضلاع المستطيل.

أ) ارسم المستطيل واكتب احداثيات رؤوسه.



ب) اشطب من القائمة الاتية النقاط التي لا تقع على محيط المستطيل.

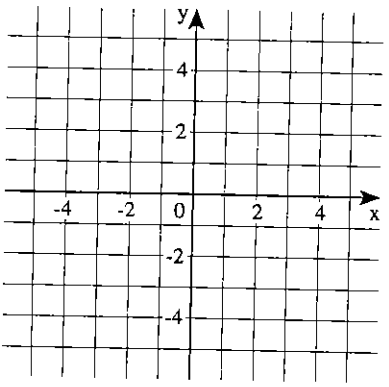
(2,2) , (0,2) , (−1,2) , (3,3) , (4,−2) , (5,−3) ,(5,−1)

6. أ) النقطتان A(7, 5) , B(1, 5) هما رأسان متجاوران لمستطيل.
اكتب احداثيات نقطتين تقعان على الضلع AB.

ب) النقطة (1– ,1) هي رأس ثالث للمستطيل المذكور. اكتب احداثيي رأسه الرابع.

ج) اكتب احداثيات 4 نقاط تقع على محيط المستطيل. (نقطة على كل ضلع).

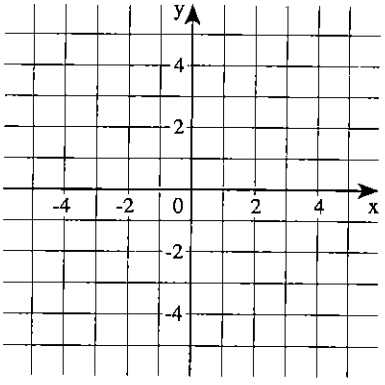
7. أ) عين النقطة (4 ,2–) في هيئة المحاور وارسم مستقيما يمر من هذه النقطة ويوازي محور y.



ب) اكتب احداثيات نقطتين غير النقطة المذكورة تقعان على المستقيم الذي رسمته.

8. أ) عين النقطة (3 ,2–) في هيئة المحاور وارسم مستقيما يمر من هذه النقطة ويوازي محور x.

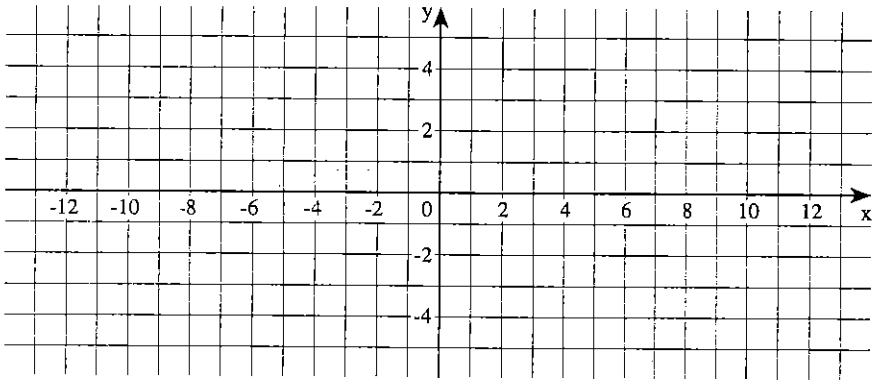
ب) اكتب احداثيات نقطتين غير النقطة المعطاة تقعان على المستقيم الذي رسمته.



مجمـوعـات نقـاط في هيئـة محـاور

1. أ) اكتب احداثيات 5 نقاط الاحداثي الثاني لكل منها (احداثي y) يساوي 3.
عين هذه النقاط في هيئة المحاور.

ب) ما هو الشكل الذي ينتج اذا عينا **كل** النقاط التي احداثيها الثاني يساوي 3 .



يمكن ان نعبر عن المستقيم الذي هو مجموعة كل النقاط
التي احداثيها الثاني يساوي 3 بالمعادلة: $y = 3$

ج) اكتب احداثيات 3 نقاط الاحداثي الثاني لكل منها يساوي 2–، عين هذه النقاط في هيئة المحاور.
ارسم في نفس هيئة المحاور مجموعة **كل** النقاط التي احداثيها الثاني يساوي 2– واكتب معادلة ملائمة.

د) عين واكتب احداثيات 5 نقاط. الاحداثي الاول لكل منها يساوي 2.
ارسم في نفس هيئة المحاور مجموعة **كل** النقاط التي احداثيها الاول يساوي 2 واكتب معادلة ملائمة.

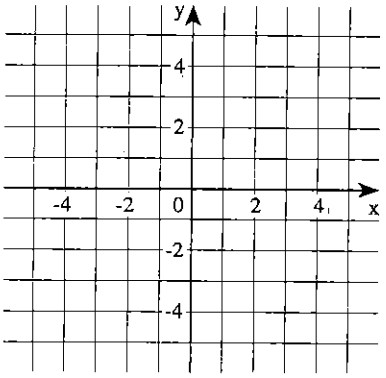
هـ) اكتب احداثيات نقاط تقاطع المستقيم الذي رسمته في "د" مع كل من المستقيمين اللذين رسمتهما في ب وَ ج.

2. أ) ارسم في هيئة محاور مستطيلا اضلاعه توازي المحورين.

ب) اكتب على كل ضلع من اضلاعه معادلة المستقيم الذي يقع عليه هذا الضلع.

ج) اكتب احداثيات رؤوس المستطيل الذي رسمته.

3. أ) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي احداثيها الثاني يساوي 2. اكتب معادلة ملائمة.

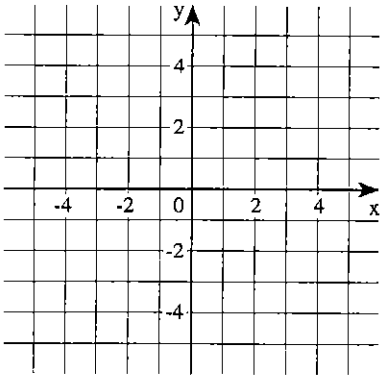


ب) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي احداثيها الثاني يساوي 4–.
اكتب معادلة ملائمة.

ج) ارسم مستقيما يوازي المستقيمين المذكورين وفي منتصف المسافة بينهما واكتب معادلته.

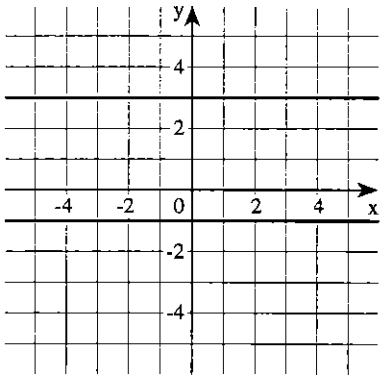
4. أ) ارسم المستقيمين $x = 3$ وَ $x = -2$.

ب) اكتب احداثيات 3 نقاط الاحداثي الاول لكل منها يساوي 0.
عين هذه النقاط في هيئة المحاور.



ج) ارسم مجموعة كل النقاط التي احداثيها الاول يساوي 0.
اكتب معادلة هذا المستقيم.

5. أ) اكتب معادلة **كل** مستقيم من المستقيمين المرسومين.

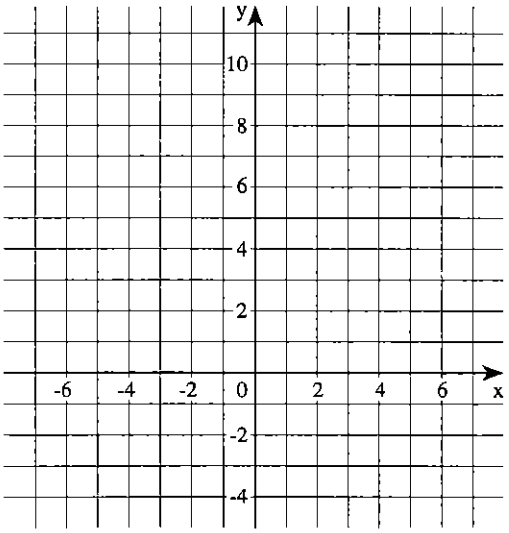


ب) عين 5 نقاط تبعد ابعادا متساوية عن المستقيمين المرسومين.

ج) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي تبعد ابعادا متساوية عن المستقيمين المذكورين. واكتب معادلة المستقيم الذي نتج.

د) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي احداثيها الثاني يساوي 0 . واكتب معادلة ملائمة.

مراجعة 6. أ) احداثيات النقاط الاتية تحقق المعادلة $y = x^2$.



$(-2,\ \ )$, $(2,\ \ )$

$(-1,\ \ )$, $(1,\ \ )$

$(-1\frac{1}{2},\ \ )$, $(1\frac{1}{2},\ \ )$

$(\ \ , 9)$, $(\ \ , 9)$

$(\ \ , 0)$

عين هذه النقاط في هيئة المحاور.

ب) ما هو الشكل الذي ينتج اذا عينا **كل** النقاط التي احداثياتها تحقق المعادلة $y = x^2$؟ ارسم.

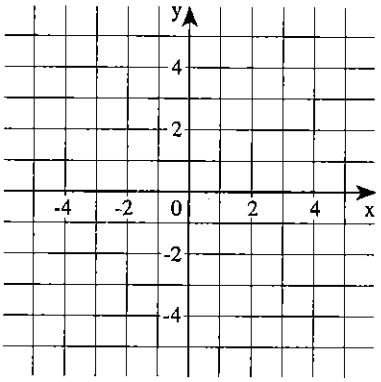
ج) هل يوجد محور تماثل للشكل الذي نتج في "ب"؟ اذا كان نعم فما هي معادلته؟

د) ما هو الشكل الذي ينتج اذا عينا **كل** النقاط التي تحقق احداثيتها المعادلة $x = y^2$؟

رأينا 3 طرق لتمثيل مجموعة نقاط: الوصف الكلامي، الرسم البياني وطريقة جبرية (معادلة).
الهندسة التحليلية تبحث في العلاقة بين هذه الطرق.

تمارين

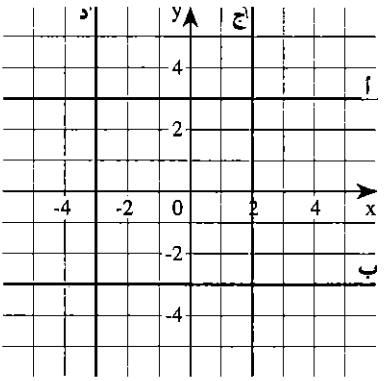
7. أ) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي احداثيها الاول يساوي 1 واكتب معادلة ملائمة.



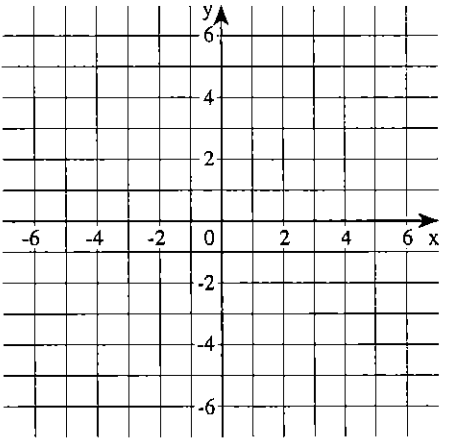
ب) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي احداثيها الثاني يساوي 2 واكتب معادلة ملائمة.

ج) ما هما احداثيا نقطة تقاطع المستقيمين.

8. اكتب معادلة كل مستقيم من المستقيمين المرسومين.



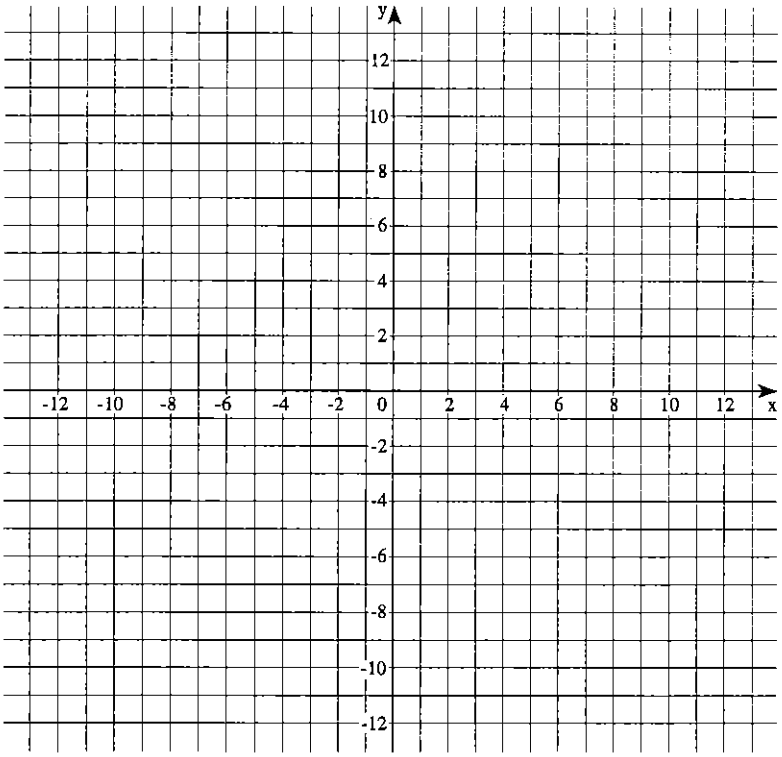
9. أ) ارسم المستقيم $y = 1$ والمستقيم $y = 5$.



ب) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي تبعد ابعادا متساوية عن المستقيمين اللذين رسمتهما واكتب معادلته.

ج) ارسم مستقيما اخر يوازي المستقيمات التي رسمتها واكتب معادلته.

10. أ) عين في هيئة المحاور 6 نقاط احداثياتها اعداد موجبة وحاصل ضرب احداثيي كل نقطة منها يساوي 6. صل هذه النقاط.



ب) عين في هيئة المحاور 6 نقاط احداثياتها اعداد سالبة وحاصل ضرب احداثيي كل نقطة منها يساوي 6. صل هذه النقاط.

نتج رسم بياني من فرعين احدهما في الربع الاول والاخر في الربع الثالث.
الرسم البياني الذي نتج يسمى: "القطع الزائد".

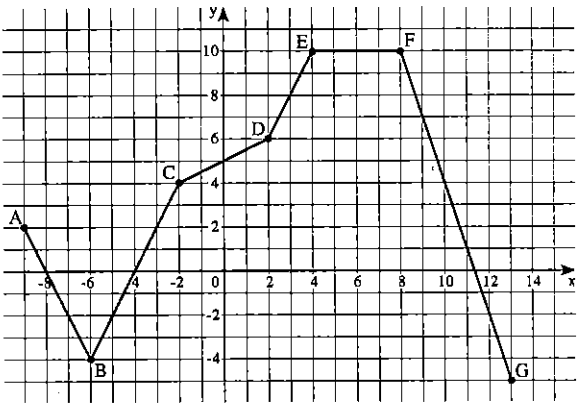
ج) اكتب معادلة تمثل مجموعة كل النقاط التي حاصل ضرب احداثيي كل نقطة منها يساوي 6.

الفصل الثاني: الخط المستقيم

ميل مستقيم يمر من نقطة الاصل ومعادلته

استعملنا لغاية الان الاصطلاحات الاتية: "بُعد"، "احداثيات نقطة".
في الدروس القادمة سنتعلم اصطلاحات جديدة مثل: ميل، تواز، تعامد وغيرها.
لتمثيل مجموعة نقاط جبريا سنستعمل في البداية معادلات معروفة لنا –(معادلات مستقيمات) وبعد ذلك سنتعرف على معادلات من نوع اخر.

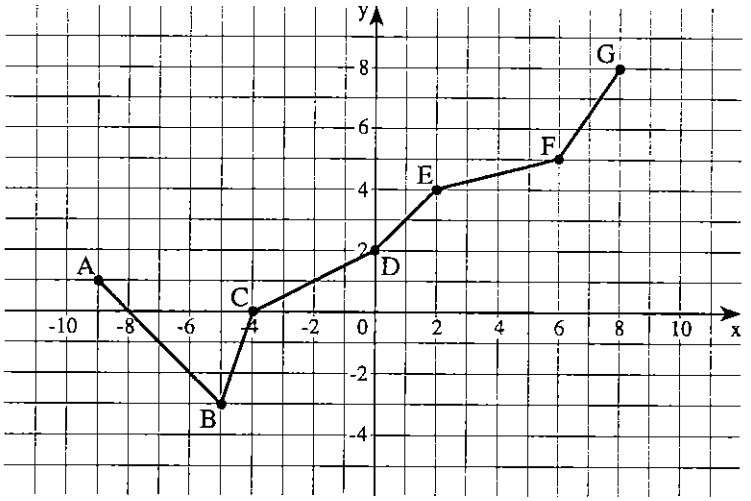
1. لأي من القطع المستقيمة يوجد ميل موجب ولأي منها يوجد ميل سالب وأيها ميله يساوي صفر؟



تذكير: **ميل مستقيم** هو عدد الوحدات التي نتحرك بها باتجاه موازٍ لمحور y (صعودا او نزولا) بالنسبة لتقدمنا وحدة واحدة باتجاه موازٍ لمحور x من خلال التحرك على طول القطعة.

اذا تقدمنا وحدة واحدة باتجاه موازٍ لمحور x :
فان تحركنا باتجاه محور y الى اعلى (صعودا) يكون ميله موجبا.
وان تحركنا الى اسفل (نزولا) يكون ميله سالبا.
واذا لم نصعد او ننزل فسيكون الميل صفرا.

2. رتب المستقيمات الاتية ترتيبا تصاعديا حسب ميلها.



انتبه: الميل على طول المستقيم ثابت.
ميل مستقيم هو ميل اي قطعة من القطع المستقيمة الواقعة عليه.

3. في آخر الكتاب ورقة شفافة مرسوم عليها مستقيمات. قص هذه المستقيمات وضعها في هيئة المحاور لتحصل على مستقيمات حسب المعطيات.

أ) مستقيم يمر من نقطة الاصل وميله يساوي 2.

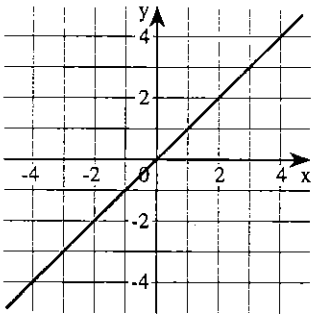
ب) مستقيم يمر من النقطة (1, 5) وميله يساوي $1\frac{1}{2}$.

ج) مستقيم يمر من النقطة (0, 1) وميله يساوي -1.

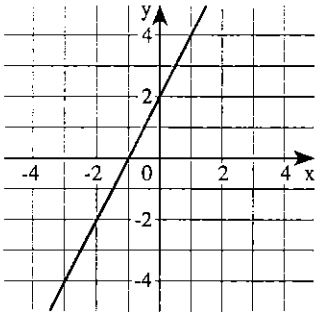
د) مستقيم يمر من النقطة (3, 0) وميله يساوي -2.

4. ناظر لكل مستقيم ميله (من بين مجموعة الميول المعطاة في اخر السؤال).

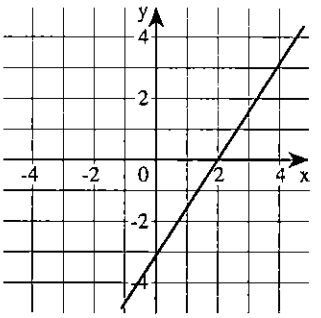
أ)



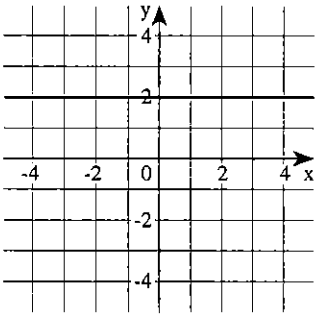
ب)



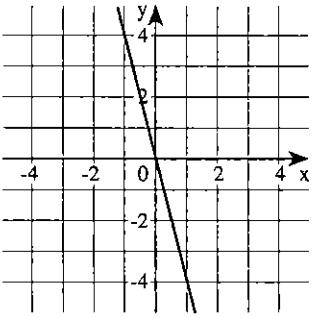
ج)



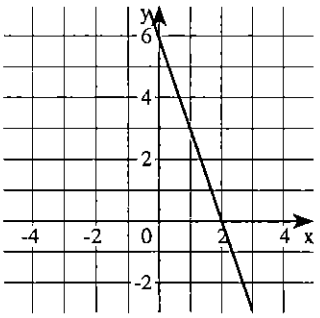
د)



هـ)



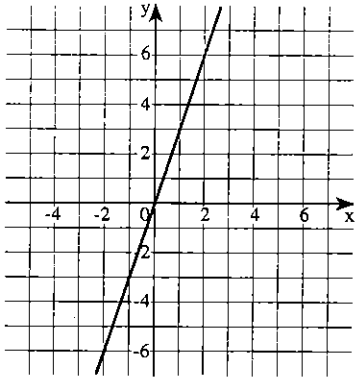
و)



$$-4 \quad , \quad 2 \quad , \quad 1 \quad , \quad 0 \quad , \quad 1\frac{1}{2} \quad , \quad -3$$

في التمارين الاتية سنتعلم عن العلاقة بين المستقيم ومعادلته. سنبدأ اولا بمستقيمات تمر من نقطة الاصل (0, 0) .

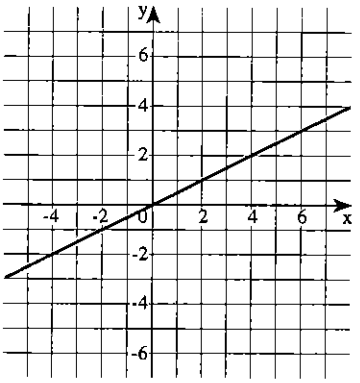
5. – جد ميل كل مستقيم.
– اكمل جدول احداثيات النقاط الواقعة على المستقيم.
– اكتب معادلة المستقيم معتمدا على ازواج الاعداد (x, y) التي في الجدول.



أ) الميـل:

x	–2	–1	0	1	
y					6

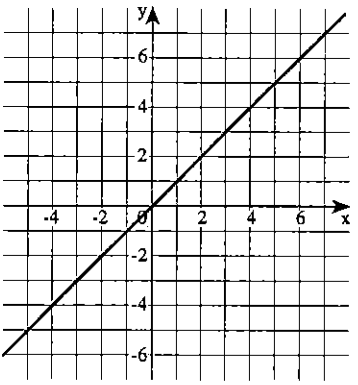
المعادلة:



ب) الميـل:

x	– 4	–2		1	2
y			0		

المعادلة:

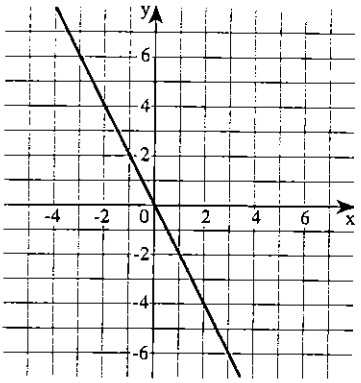


ج) الميـل:

x	–2	–1	0	1	
y					4

المعادلة:

د) الميل:



x	–2	–1	0	1	
y					– 4

المعادلة:

هـ) ما هي العلاقة بين ميل المستقيم ومعادلته؟
(استعن بالاجابات التي حصلت عليها في البنود السابقة).

6. أ) ما هي معادلة المستقيم الذي يمر من نقطة الاصل وميله يساوي 4 ؟

ب) ما هي معادلة المستقيم الذي يمر من النقطة (0, 0) وميله يساوي 3–؟

ج) ما هو ميل المستقيم $y = -3x$ ؟

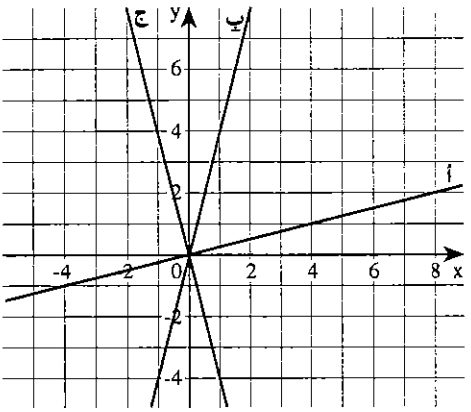
معادلة المستقيم الذي يمر من نقطة الاصل
وميله يساوي a هي $y = ax$

7. ضع المستقيمات الاتية في هيئة المحاور التي في آخر الكتاب:

أ) $y = -2x$ ج) $y = 3x$

ب) $y = \frac{1}{2}x$ د) $y = x$

8. اكتب معادلة كل مستقيم من المستقيمات المرسومة:



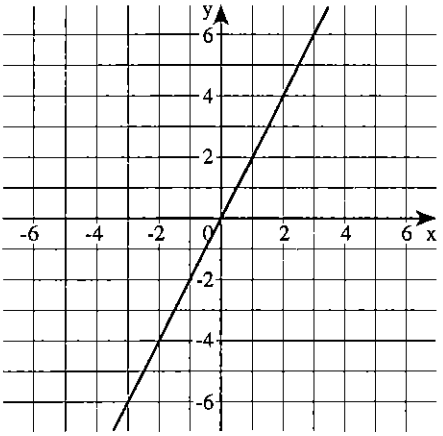
9. ارسم مستقيما يمر من النقطة (0, 0) وميله:

أ) ضعفا ميل المستقيم المرسوم.

ب) $\frac{1}{2}$ ميل المستقيم المرسوم.

ج) مضاد لميل المستقيم المرسوم.

د) مقلوب ميل المستقيم المرسوم.



تمارين

10. ارسم المستقيمات الاتية في هيئة محاور:

أ) $y = 4x$ ج) $y = -3x$

ب) $y = \frac{1}{4}x$ د) $y = -\frac{1}{2}x$

11. بسط المعادلات الاتية وقرر اذا كانت على شكل $y = ax$

أ) $y = (x + 2)(x - 1) - x^2 + 2$

ب) $y = 3(x - 1) - 1.5(x + 2)$

ج) $y = (x - 1)(x + 1) - x^2 - 3x + 1$

د) $y = x(x + 7) + x(7 - x)$

هـ) $y = (2x + 1)(x - 1) - 2$

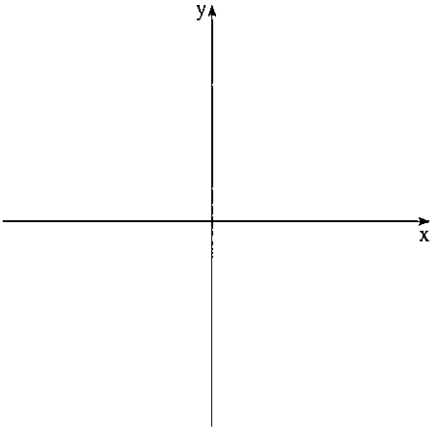
و) $y = 2x(x - 1) - (x + 2)2x$

ز) $y = (x + 1)(2x - 1) - (2x + 1)(x - 1)$

ح) $y = (x + 3)(2x - 5) + 5$

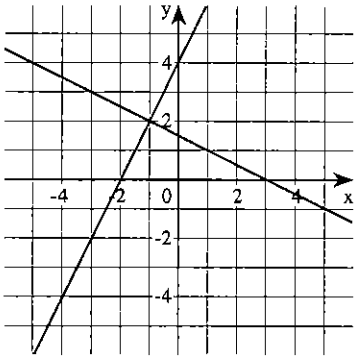
اذا كان تبسيطك صحيحا ينتج 5 معادلات على شكل $y = ax$.
ميول مستقيماتها هي: $-6, -3, 1, 2, 14$.

12. ارسم مستقيمين يحققان ما يلي:
يمران من النقطة (0, 0)
وميل المستقيم أ أكبر من ميل
المستقيم ب.

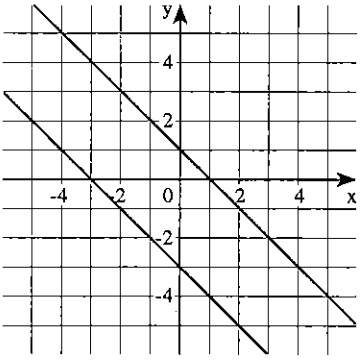


13. اكتب ميلي المستقيمين المرسومين في كل هيئة محاور من الهيئات الاتية.
ماذا يمكن ان تقول عن الوضع المتبادل للمستقيمين.

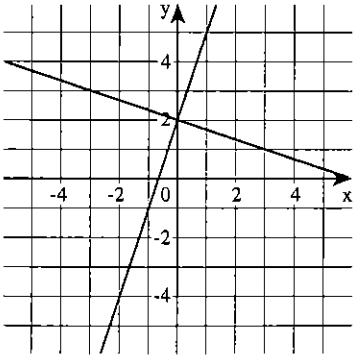
أ)



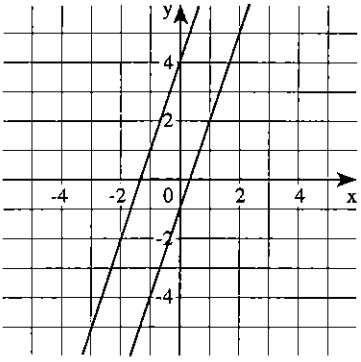
ب)



ج)



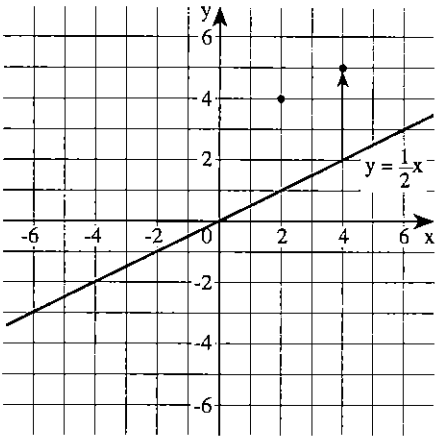
د)



الازاحة ومعادلة المستقيم

في البند السابق عرفنا معادلة مستقيم يمر من النقطة (0, 0) . في هذا البند سنستعين بهذه المعادلة (y = ax) ، لمعرفة معادلة اي مستقيم اخر يوازي هذا المستقيم.

1. أ) خذ مستقيما من الورقة الشفافة وطبقه على المستقيم المرسوم $(y = \frac{1}{2}x)$



ب) أزح هذا المستقيم 3 وحدات بحيث يبقى موازيا للمستقيم المرسوم.
ما هي معادلة المستقيم الذي ازحته؟

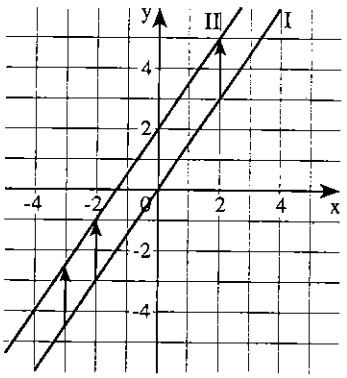
ج) اكمل السطر الثاني في الجدول وذلك بالتعويض في المعادلة $y = \frac{1}{2}x$.

	x	-2	-1	0	1	2	4	x
المستقيم المرسوم	$y = \frac{1}{2}x$							$\frac{1}{2}x$
المستقيم المزاح	$y =$ ☐							☐

أكمل السطر الثالث في الجدول وذلك بقراءة احداثيات النقاط الملائمة على المستقيم المزاح.
اكتب صورتين ملائمتين في المستطيلين. قارن ذلك بمعادلة المستقيم التي كتبتها في البند ب.

2. المستقيم II نتج عن ازاحة المستقيم I. ما هي معادلة المستقيم II.

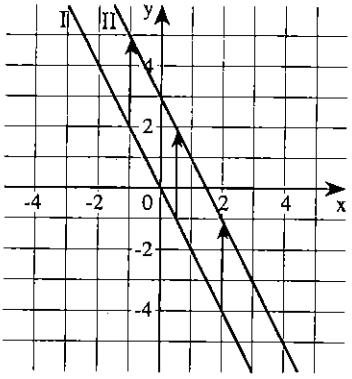
أ)



I. $y = 1\frac{1}{2}x$

II. $y =$

ب)

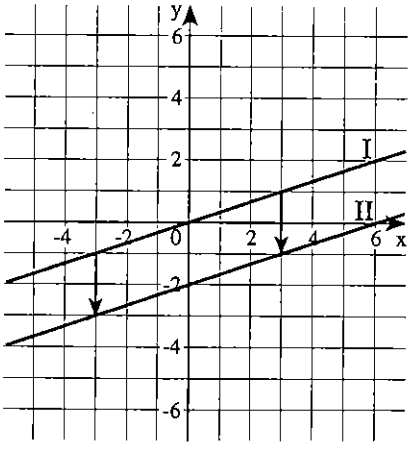


I. $y = -2x$

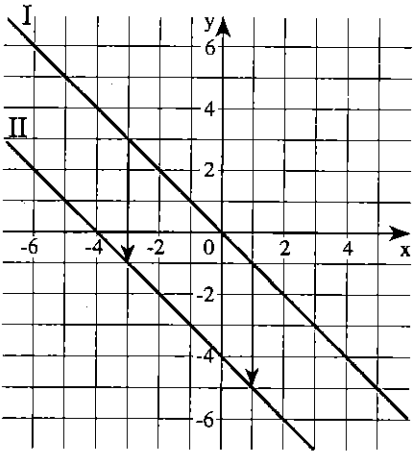
II. $y =$

3. اكتب معادلة كل مستقيم من المستقيمين المرسومين.

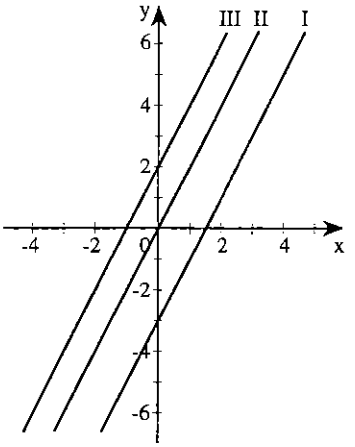
أ)



ب)



4. لائم لكل مستقيم معادلة من المعادلات الاتية:



أ) $y = 2x$

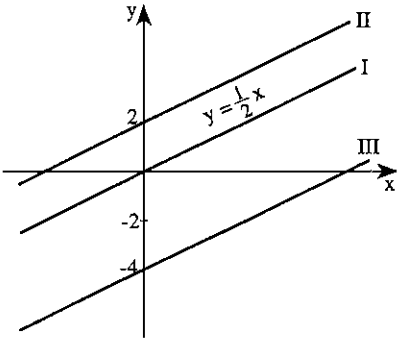
ب) $y = 2x - 3$

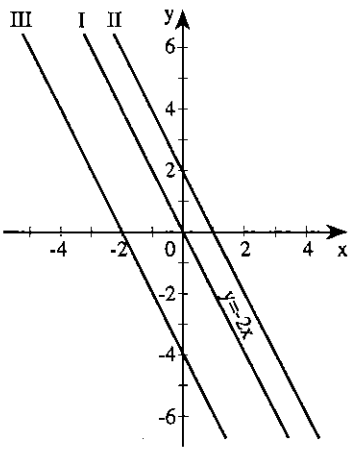
ج) $y = 2x + 2$

5. أ) المستقيمات المرسومة متساوية الميل.

اكتب معادلتي المستقيمين II وَ III اذا كانت معادلة المستقيم I هي:

i) $y = -2x$ ii) $y = \frac{1}{2}x$





ب) معادلة مستقيم هي $y = ax$.

ازحنا هذا المستقيم b وحدة على محور y. ما هي معادلة المستقيم الذي نتج؟

6. أ) مستقيم ميله 3– يمر من النقطة (0, 2) . اكتب معادلته.

ب) مستقيم ميله 5 يمر من النقطة (0, b) . اكتب معادلته.

ج) مستقيم ميله a يمر من النقطة (0, b) . اكتب معادلته.

رأينا مستقيمات معادلاتها على شكل $y = ax + b$.
a يمثل ميل المستقيم.
b يمثل الاحداثي الثاني لنقطة تقاطع المستقيم مع محور y .

7. مستقيم معادلته على شكل $y = ax + b$.

أ) – هل يمكن ان يكون $a = 0$ ؟
– هل يمكن ان يكون $b = 0$ ؟

ب) – كم مستقيما فيها $a = 5$ يمكن ان ترسم؟
– كم مستقيما فيها $b = 3$ يمكن ان ترسم؟
– كم مستقيما فيها $a = 5$ وَ $b = 3$ يمكن ان ترسم؟

8. مستقيم يمر من النقطة (1, 3) . ما هو ميل هذا المستقيم اذا علمت انه يمر ايضا من النقطة:

أ) (2, 5) ؟

ب) (2, 0) ؟

ج) (2, 3) ؟

ع"ذ 9. استعن بمستقيم من الورقة الشفافة وبهيئة المحاور التي في اخر الكتاب كي تنفذ التعليمات الاتية:

أ) ضع مستقيما في هيئة المحاور بحيث يمر من نقطة الاصل ويكون ميله يساوي 3. اكتب معادلته.
أزح هذا المستقيم 4 وحدات الى اسفل. ما هي معادلة المستقيم المزاح؟

ب) ضع مستقيما في هيئة المحاور بحيث تكون معادلته $y = -x$.
أزح المستقيم بمقدار وحدتين الى أعلى. ما هي معادلة المستقيم المزاح؟

ج) ضع مستقيما في هيئة المحاور بحيث يكون ميله يساوي $-\frac{1}{2}$ ويمر من نقطة الاصل. ما هي معادلته؟
أزح المستقيم وحدة واحدة الى أعلى. ما هي معادلة المستقيم المزاح؟

د) ضع مستقيما في هيئة المحاور بحيث تكون معادلته $y = 2x + 4$.

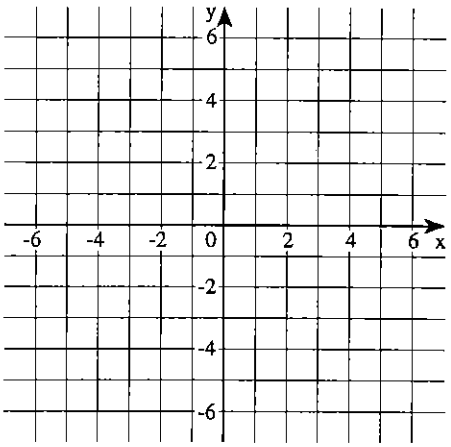
هـ) ضع مستقيما في هيئة المحاور بحيث يكون ميله 2- ويمر من النقطة (0, 5). ما هي معادلته؟

و) ضع مستقيما في هيئة المحاور بحيث يمر من النقطتين (4, 2) ، (−1, −3). ما هي معادلته.

ع"ذ 10. أ) ارسم مستقيما ميله 2- ويمر من النقطة (0, 5) . ما هي معادلته؟

ب) ارسم مستقيما ميله 3 ويمر من النقطة (−1, −2).
اين يقطع هذا المستقيم محور y ؟
ما هي معادلة هذا المستقيم؟

ج) اكتب معادلة مستقيم ميله 2 ويمر من النقطة (1, −3).

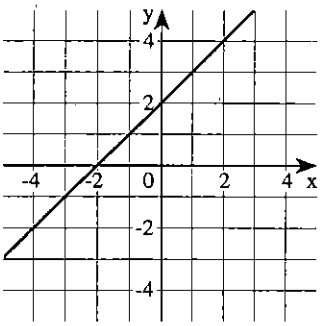


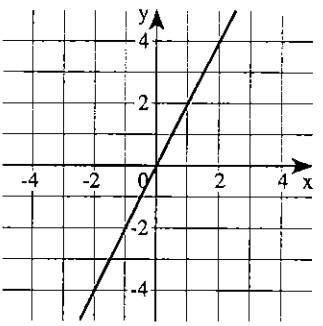
11. أ) ضع مستقيما في هيئة المحاور بحيث يمر من النقطتين (5 ,1) ، (2 ,2−).
ما هو ميل هذا المستقيم؟
اين يقطع محور y ؟
ما هي معادلته؟

ب) اكتب معادلة المستقيم الذي يمر من النقطتين (1 ,3) وَ (3− ,1).

ج) اكتب معادلة المستقيم الذي يمر من النقطتين (4 ,1) وَ (2− ,3) .

12. أ) اكتب معادلة كل مستقيم من المستقيمين المرسومين.





ب) الاحداثي الثاني لكل نقطة من نقاط احد هذين المستقيمين يزيد بـ 2 عن الاحداثي الاول.
اما المستقيم الثاني فالاحداثي الثاني لكل نقطة من نقاطه يساوي ضعفي الاحداثي الاول.
لائم المستقيم المناسب لكل وصف.

13. أ) كم مستقيما ميله يساوي 3 يمكن ان ترسم في هيئة محاور؟

ب) كم مستقيما يمر من النقطة (2 ,1−) يمكن ان ترسم في هيئة محاور؟

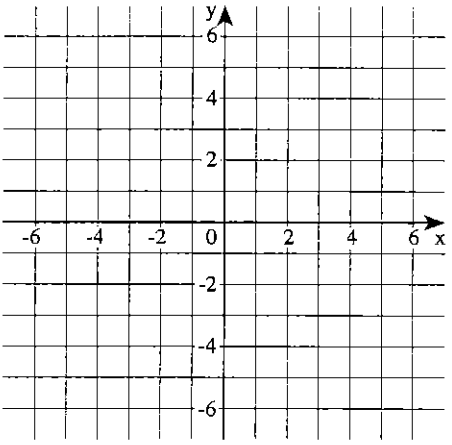
ج) كم مستقيما ميله 3 ويمر من النقطة (2 ,1−) يمكن ان ترسم في هيئة محاور؟

14. أ) اكمل احداثيات النقاط الاتية بحيث يزيد الاحداثي الثاني لكل نقطة بـ 3 عن الاحداثي الاول.

(1,) , (−1,).

اكتب احداثيات نقطتين اضافيتين تحققان هذا الشرط.

عين النقاط الاربع في هيئة محاور وصل بينها. اكتب معادلة المستقيم الذي نتج.



ب) اكمل احداثيات النقاط بحيث يكون الاحداثي الثاني لكل نقطة 3 أضعاف الاحداثي الاول.

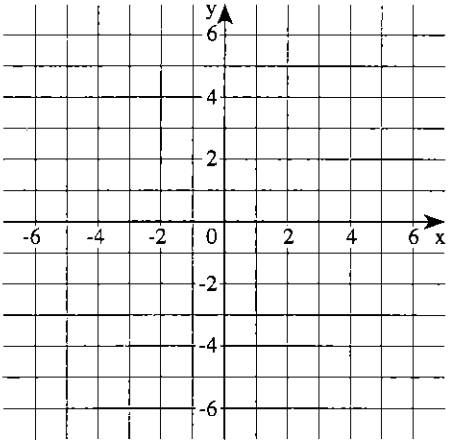
(1,) , (−1,)

اكتب احداثيات نقطتين اضافيتين تحققان هذا الشرط.

عين النقاط الاربع في هيئة المحاور وصل بينها. اكتب معادلة المستقيم الذي نتج.

15. أ) ارسم في هيئة المحاور مستقيما يصل بين النقطتين (2, 0) وَ (0, 2).

اكتب معادلته.



ب) ارسم المستقيم $y = -x - 3$.

ج) ما هو الوضع المتبادل للمستقيمين في البندين أ وَ ب.

تتوازى المستقيمات اذا كانت ميولها متساوية.

تمارين

16. اكتب معادلة المستقيم الذي يحقق المعطيات الاتية:

أ) ميله 5- ويمر من النقطة (0, 3). ج) ميله 0 ويمر في النقطة (0, -4).

ب) ميله $\frac{1}{2}$ ويمر من النقطة $(0, -\frac{1}{2})$. د) ميله 2.5 ويمر من النقطة (0, 0).

17. ارسم في هيئة محاور مستقيمات تحقق:

أ) $a = 2 \quad b = 0$

ب) $a = 1\frac{1}{2} \quad b = -1$

ج) $a = 3 \quad b = 2$

د) $a = -2 \quad b = 1$

هـ) $a = 0 \quad b = 3$

و) $a = 1 \quad b = 2$

18. أ) ضع في هيئة المحاور مستقيما ميله يساوي 2 ويمر من النقطة (0, 4).
ما هي معادلته؟

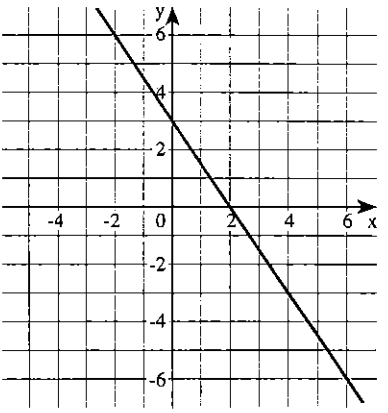
ب) ضع في هيئة محاور مستقيما ميله 2 ويمر من النقطة (0, 4).
في اية نقطة يقطع هذا المستقيم محور y ؟ ما هي معادلته؟

ج) ضع في هيئة المحاور مستقيما ميله 2- ويمر من النقطة (1-, 2).
ما هي معادلته؟

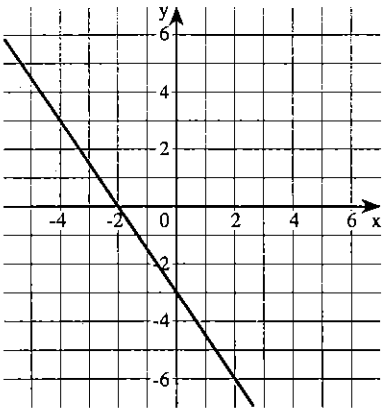
د) ضع في هيئة المحاور مستقيما معادلته $y = -x + 3$.
ضع مستقيما آخر يوازي السابق ويمر من النقطة (1- ,0). ما هي معادلته؟
ما هي معادلة المستقيم الذي يوازي المستقيم السابق ويمر من النقطة (2 ,3)؟

19. لائم لكل مستقيم معادلة من المعادلات المكتوبة في نهاية هذا السؤال.

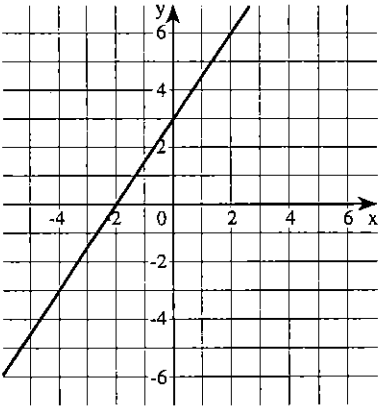
أ)



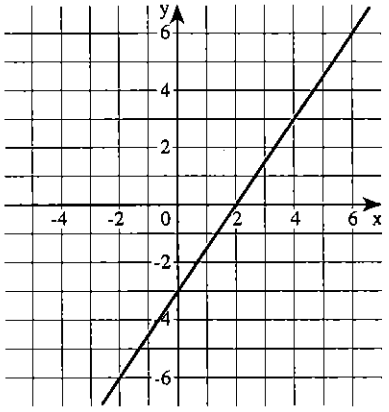
ب)



ج)



د)



(i $y = -1.5x - 3$

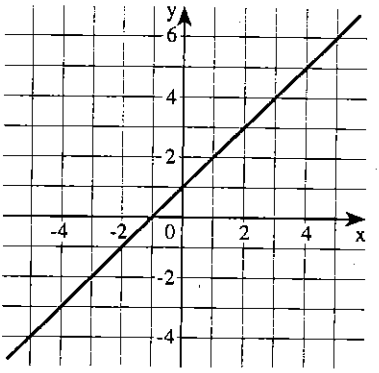
(ii $y = 1.5x - 3$

(iii $y = -1.5x + 3$

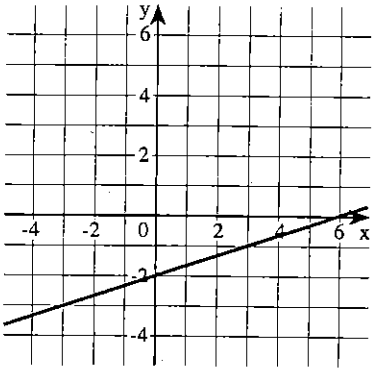
(iv $y = 1.5x + 3$

20. لائم لكل مستقيم معادلة من المعادلات المكتوبة في نهاية السؤال.

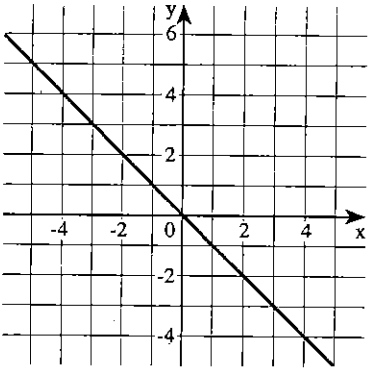
أ)



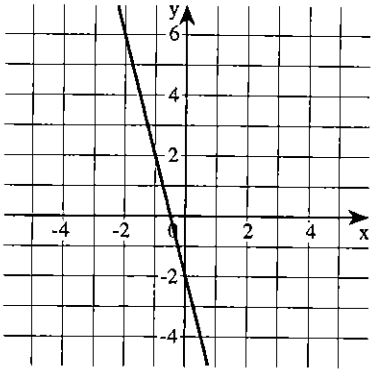
ب)



ج)



د)



(i $y = -x$

(ii $y = -4x - 2$

(iii $y = x + 1$

(iv $y = \frac{1}{3}x - 2$

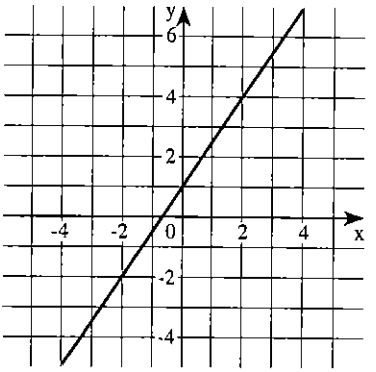
21. أ) بسط المعادلة $y = 3(x+2) + 2(x-1) - 5x$. ارسم المستقيم الذي نتج.

ب) بسط المعادلة $y = 6(x-2) - 2(x-6)$ وارسم في نفس هيئة المحاور المستقيم الذي نتج. افحص!

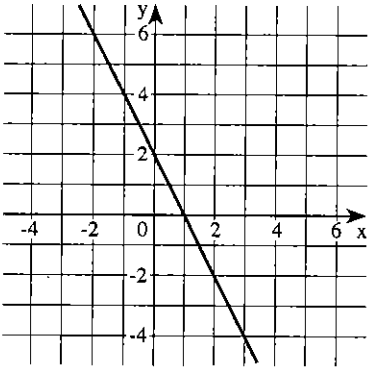
اذا كان عملك صحيحا يتقاطع المستقيمان في النقطة (1, 4).افحص!

22. اكتب معادلة كل مستقيم من المستقيمات الاتية.

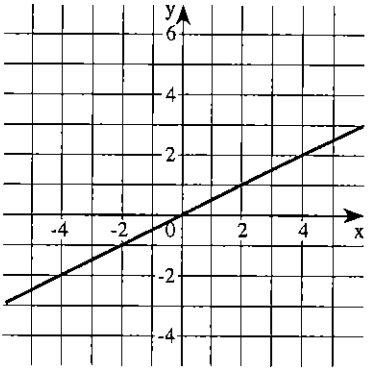
أ)



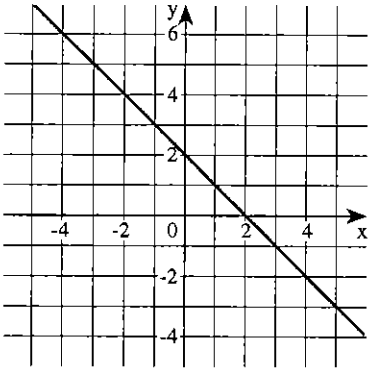
ب)



ج)



د)



23. أ) مستقيم يمر من النقطة (0, 5). ماذا يمكن ان تكون معادلته؟

ب) مستقيم ميله يساوي 0.5–. ماذا يمكن ان تكون معادلته؟

ج) مستقيم يمر من النقطة (0, 5) وميله يساوي 0.5–. ما هي معادلته؟

24. بسط واكتب على شكل $y = ax + b$.
جد قيمة a وَ b.

مثـال: $y = 2(x+3) - 5(x+2)$

$y = 2x + 6 - 5x - 10$

$y = -3x - 4$

$b = -4 \ , \ a = -3$

أ) $y = -3x + x + 2$

ب) $y = 3(x-1) - 2(3x+4)$

ج) $y = 8 - 4(x+2)$

د) $y = 3x + x + \frac{3x+1}{2}$

هـ) $y = \frac{8-4x}{4} + \frac{2x-4}{4}$

و) $y = \frac{6x+2}{4} - (x-2)$

ز) $y = 4 + \frac{2x+2}{4}$

25. احد المعطيات في كل جملة من الجمل الاتية غير صحيح. صحّح هذا الخطأ.

أ) النقطة (2,–3) تقع على مستقيم ميله 1– ويمر من النقطة (1 ,0).

ب) المستقيم الذي يمر من النقطتين (0,2–) وَ (2 ,1) يمر ايضا من النقطة (5 ,3).

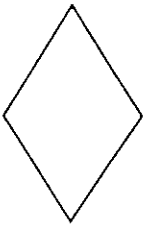
ج) المستقيم $y = \frac{1}{2}x - 3$ يقطع محور y في (3,–0) ومحور x في (0 ,6) وميله يساوي $-\frac{1}{2}$.

هندسة في هيئة محاور

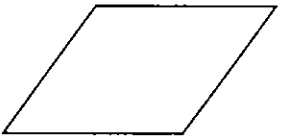
الاشكال الرباعية

1. اي شكل من الاشكال الرباعية الاتية هو متوازي اضلاع؟

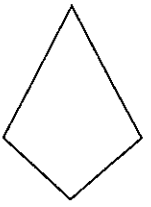
أ)



ب)

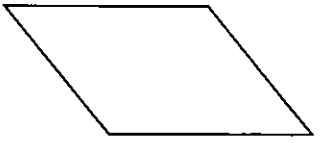


ج)

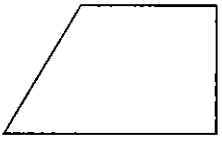


د)

هـ)



و)

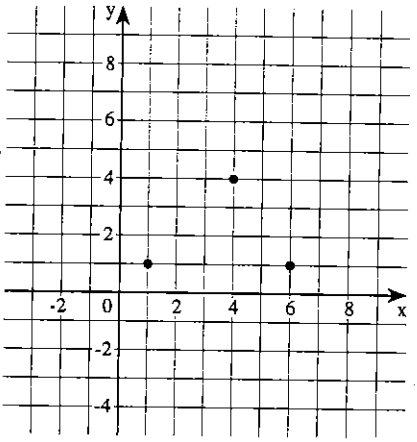


متوازي الاضلاع هو شكل رباعي
اضلاعه المتقابلة متوازية

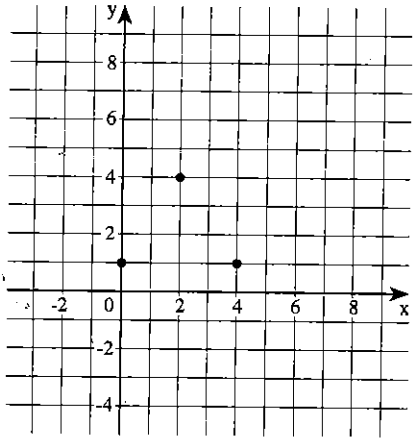
2. اكتب صفات متوازي الاضلاع.

3. عيّن نقطة رابعة بحيث ينتج متوازي اضلاع. اكتب احداثيات كل النقاط.

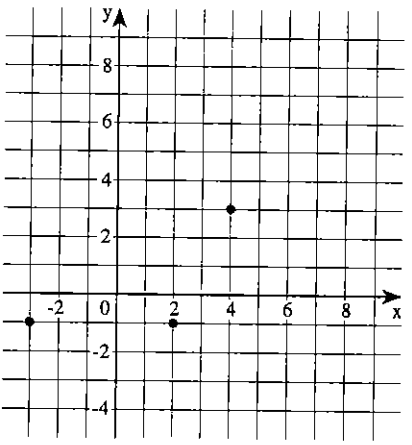
أ)



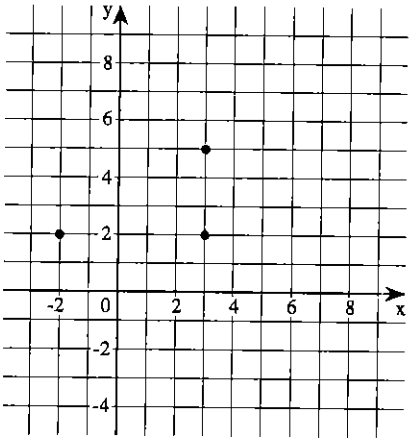
ب)



ج)



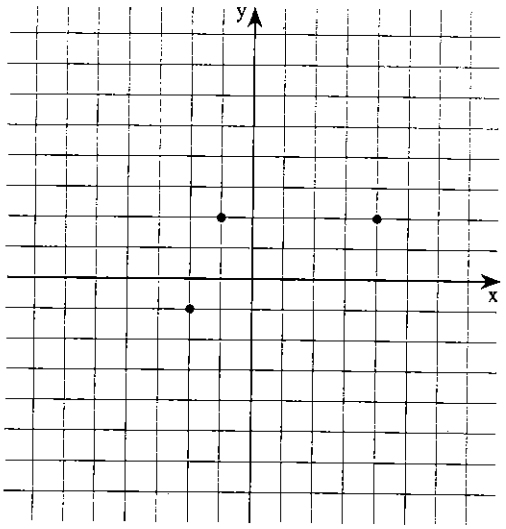
د)



افحص مع زميلك الذي يجلس بجوارك هل رسمتما نفس متوازي الاضلاع في كل فرع.

كم متوازي اضلاع يمكن ان ترسم في كل فرع؟

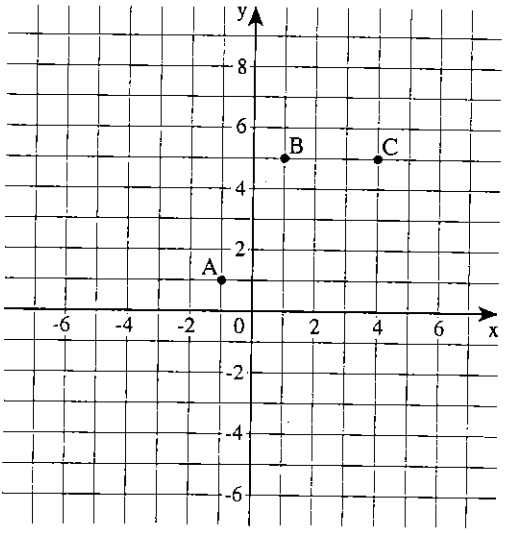
4. النقاط المعيّنة هي ثلاثة رؤوس لمتوازي اضلاع.



أ) ارسم 3 متوازيات اضلاع تكون هذه النقاط رؤوسا لها.
ارسم كل متوازي اضلاع بلون يختلف عن الاخر.

ب) احسب مساحة كل متوازي اضلاع. (اي احسب عدد المربعات التي يحويها متوازي الاضلاع).

5. النقاط المؤشرة في الشكل هي: A(−1, 1) , B(1, 5) , C(4, 5)



أ) ارسم مستقيما يمر من A وَ B واكتب معادلته.

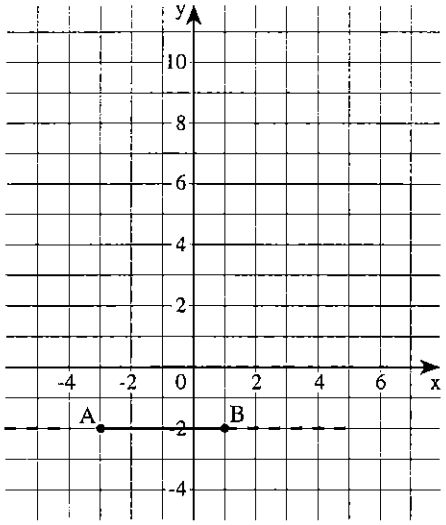
ب) ارسم مستقيما يمر من C ويوازي AB.
ما هي معادلته؟

ج) جد على المستقيم الثاني نقطة مثل D بحيث يكون ABCD متوازي اضلاع.
اكتب احداثيي النقطة D.

د) جد نقطة اخرى مثل E على المستقيم الثاني بحيث يكون ABEC متوازي اضلاع. ما هما احداثيا E ؟ احسب مساحة متوازي الاضلاع.

المثلثـات

6. أ) جد نقطة مثل C بحيث يكون المثلث ABC متساوي الساقين قاعدته AB. احسب مساحته (بالمربعات)؟ ما هما احداثيا النقطة C ؟

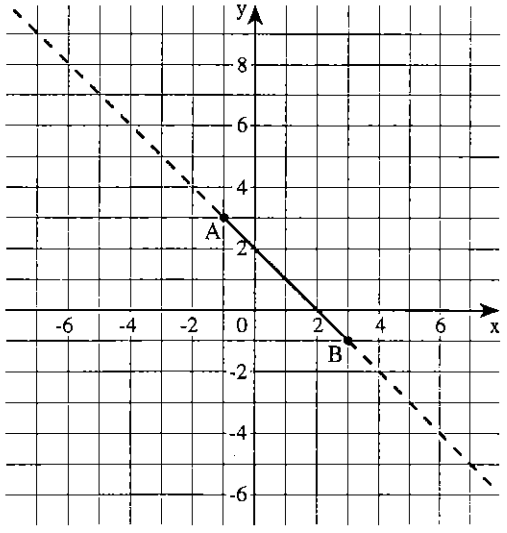


ب) جد نقطة اخرى مثل D بحيث يكون المثلث ABD متساوي الساقين قاعدته AB ومساحته 10 مربعات. ما هما احداثيا النقطة D.

ج) اين تقع كل النقاط التي تكوّن مع AB مثلثا متساوي الساقين قاعدته AB ؟

7. أ) ما هي معادلة المستقيم الذي يمر من A وَ B ؟

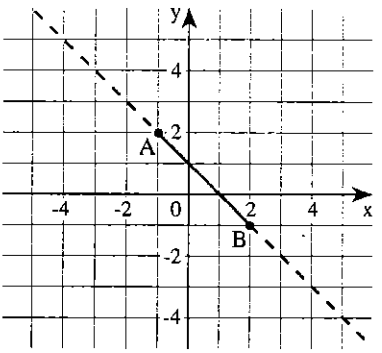
ب) عيّن نقطة مثل C بحيث يكون ΔABC متساوي الساقين قاعدته AB.



ج) عين نقطة اخرى مثل D بحيث يكون المثلث ABD متساوي الساقين قاعدته AB.

د) اين تقع **كل** النقاط التي تكوّن مع AB مثلثا متساوي الساقين قاعدته AB ؟
اكتب معادلة تمثل مجموعة النقاط هذه؟

8. عين نقطة C بحيث يكون المثلث ABC متساوي الساقين، ويكون **AB ساق المثلث**، A زاوية الرأس (الزاوية بين الساقين).

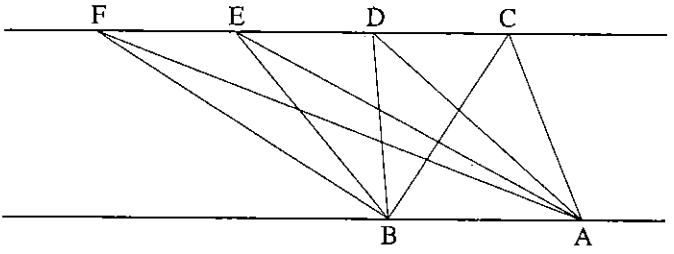


ب) عين نقطة اخرى مثل D بحيث يكون المثلث ABD متساوي الساقين، A زاوية رأسه.

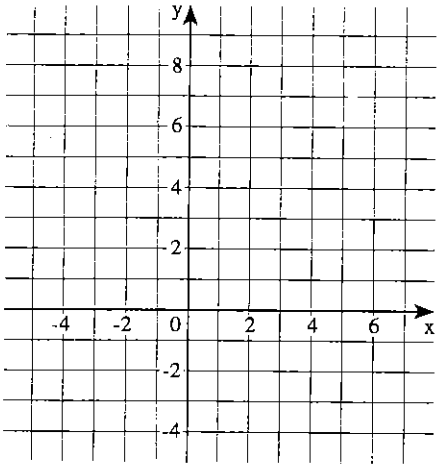
ج) استعن بقطعه AB من الورقة الشفافة وعين نقاط اخرى تكوّن مع AB مثلثا متساوي الساقين (AB ساق المثلث وَ A رأس المثلث).

د) اين تقع كل النقاط التي تحقق هذه الحالة؟

9. اي مثلث من المثلثات الاتية هو الاكبر مساحة؟ علل.
ABC , ABD , ABE , ABF .



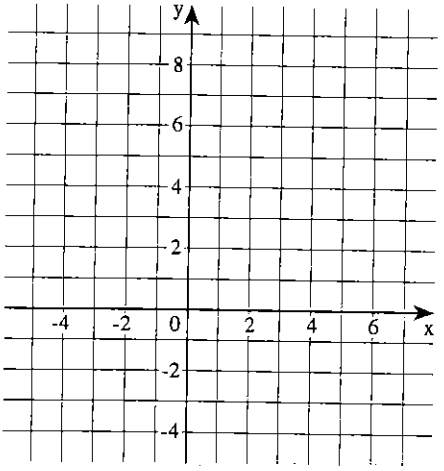
10. أ) ارسم مثلثا رؤوسه A(3,6) , B(−2,−1) , C(4,−1) واحسب قاعدته.



ب) ارسم مثلثا متساوي الساقين قاعدته BC ومساحته تساوي مساحة المثلث المعطى.

ج) ارسم مثلثات اخرى بحيث يكون BC ضلعا في كل مثلث منها ومساحة كل مثلث منها تساوي مساحة المثلث المعطى. اين يقع الرأس (A) لهذه المثلثات؟
اكتب معادلة ملائمة.
انتبه: يوجد مستقيمان.

11. أ) ارسم مثلثا رؤوسه A(4, 5) , B(5, 3) , C(1, 1) .



ب) ارسم مثلثات اخرى بحيث يكون BC ضلعا في كل واحد منها ومساحة كل مثلث تساوي مساحة المثلث المعطى. اين يقع الرأس الثالث A لهذه المثلثات؟
اكتب معادلات ملائمة.

تتمة حول معادلات المستقيم

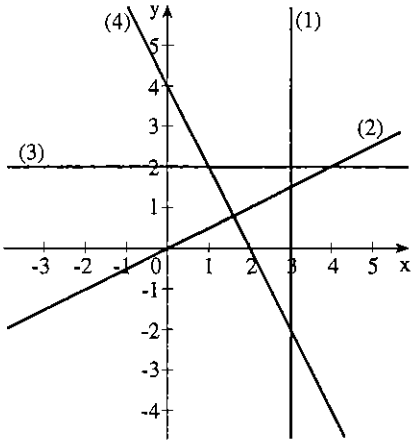
1. بسط ثم لائم كل معادلة لمستقيم

أ) $2x + y = 4$

ب) $2y - x = 0$

ج) $2(x + y) - 2y = 6$

د) $2(y - x) = 4 - 2x$



معادلة المستقيم هي على الصورة:

$y = ax + b$; a ميل المستقيم

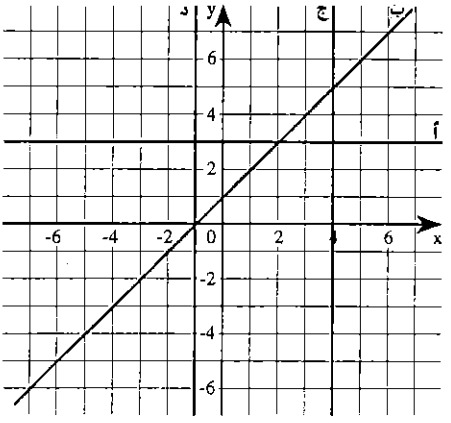
b الاحداثي الثاني لنقطة تقاطع المستقيم مع محور y.

أو

$x = c$; المستقيم يوازي محور y.

c الاحداثي الأول لنقطة تقاطع المستقيم مع محور x.

2. اكتب معادلة كل مستقيم من المستقيمات التي تظهر في الشكل.



3. صل بين كل معادلة في العمود "أ" والمعادلة المكافئة لها في العمود "ب" بمستقيم. (بسط اولا).

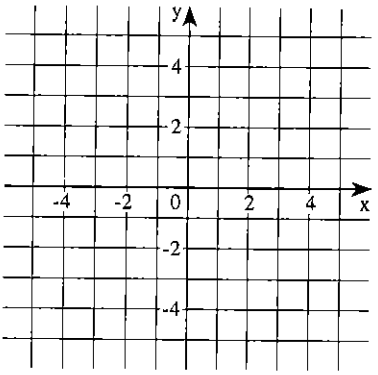
عمود أ	عمود ب
• $x + 2y = 10$	• $y = -2x + 8$
• $2x + y = 8$	• $y = 4x - 3$
• $x + 2y = 2y + 4$	• $y = -\frac{1}{2}x + 5$
• $x + 2y + 1 = 5x + y - 2$	• $x = 4$

في التمارين الاخيرة رأينا ان المعادلات التي على شكل المعادلات المكتوبة في العمود أ تمثل مستقيمات لانه يمكن تبسيطها وكتابتها على شكل:
$y = ax + b$ *أو* $x = c$.

4. أ) اي من النقاط الاتية تقع على المستقيم $2x + 3y = -1$ ؟

$(0, -\frac{1}{3})$, $(\frac{1}{2}, 0)$, $(-1, 1)$,
$(-\frac{1}{2}, 0)$, $(1, -1)$, $(0, \frac{1}{3})$

ب) ارسم المستقيم. ما هو ميله؟



انتبه: نقطة تقع على مستقيم يعني انه اذا كان زوج الاعداد (x,y) الذي يمثل احداثيي هذه النقطة يحقق معادلة المستقيم، والعكس صحيح.

5. أ) ما هي معادلة المستقيم الذي يمر من النقطتين (1, −1) , (2, 1) ؟

ب) اكمل الناقص من احداثيات النقاط الواقعة على هذا المستقيم.

(___ , 0) , (___ , 5) , (−2, ___) , (0, ___) , (3, ___)

تمارين

6. بسط واكتب على شكل $y = ax + b$ او $x = c$.

أ) $y + 1 = 3x - 2$ د) $\frac{2y+x}{2} + 1 = y + x$

ب) $2y + 3x = 3(x - 1)$ هـ) $\frac{x+y}{2} - 3 = y$

ج) $5 - y = \frac{x+15}{3} - 2$ و) $2x - \frac{x-y}{2} = \frac{x+y}{2}$

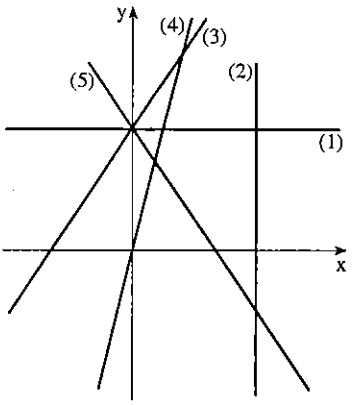
7. ارسم المستقيمات الاتية في هيئة محاور واحدة.

أ) $y = 0.5x + 2$ ج) $x - 2y = 4$

ب) $y = -1.5x - 2$ د) $2y + 3x = 4$

فحص: اذا كان رسمك صحيحا فينتج متوازي اضلاع.

8. لائم لكل مستقيم معادلة من المعادلات الاتية:



أ) $y = -1\frac{1}{2}x + 4$

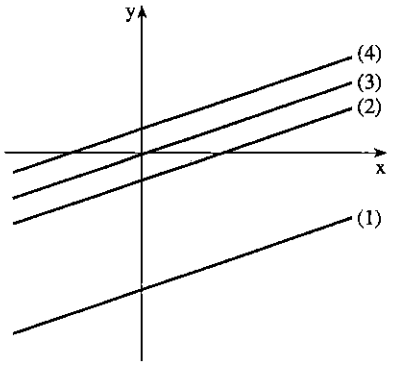
ب) $y = 1\frac{1}{2}x + 4$

ج) $y = 4$

د) $y = 4x$

هـ) $x = 4$

9. لائم لكل مستقيم معادلة من المعادلات الاتية.



أ) $y = \frac{1}{2}x - 1$

ب) $2y - x = 0$

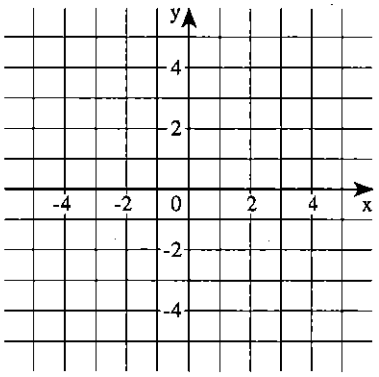
ج) $2y - x = 2$

د) $y = \frac{1}{2}x - 5$

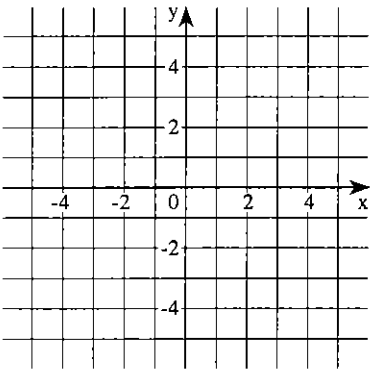
10. أ) ارسم مستقيما ميله 2– ويمر من النقطة (3, 3) . اكتب معادلته.

ب) ارسم مستقيما ميله $\frac{1}{2}$ ويمر من النقطة (–3, –4).
اكتب معادلته.

ج) اكتب احداثيي نقطة تقاطع المستقيمين.



11. أ) ارسم مستقيما يمر من النقطتين (2– ,3) , (0, 4) واكتب معادلته.



ب) ارسم مستقيما ميله (2–)
ويمر من النقطة (2 ,3–)
واكتب معادلته.

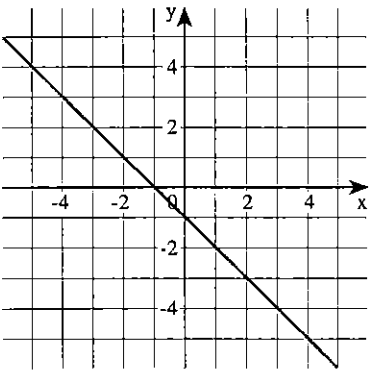
ج) ارسم مستقيما يوازي المستقيمين اللذين رسمتهما ويمر من نقطة الاصل.
اكتب معادلته.

12. ضع اشارة ✓ على كل معادلة تمثل المستقيم.

$y = x + 1$, $y = -x - 1$, $y = x - 1$

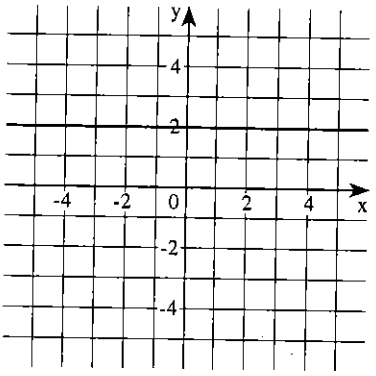
$x + y = 1$, $y + x + 1 = 0$, $x + y = -1$

$x + y - 1 = 0$, $2x - 2y + 2 = 0$



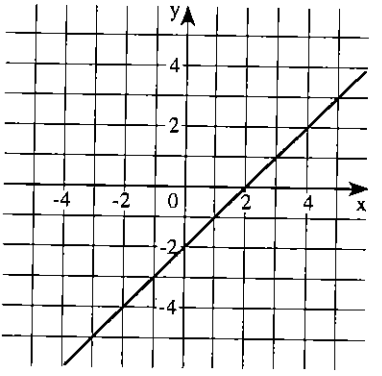
13. لائم لكل جملة من الجمل الاتية المستقيم الذي تصفه هذه الجملة.

أ)



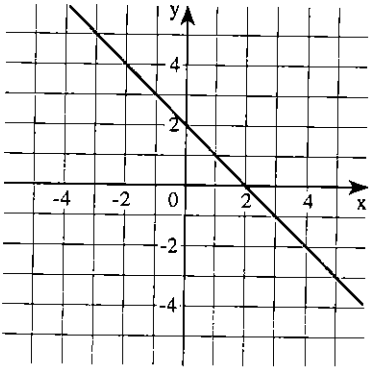
- مجموعة كل النقاط الواقعة على المستقيم الذي يصل (0, 2) وَ (3, 2).
- مجموعة كل النقاط الواقعة على المستقيم $y = x - 2$.
- مجموعة كل النقاط الواقعة على المستقيم الذي يصل (3, 1) وَ (1, −1) .

ب)



- مجموعة كل النقاط الواقعة على المستقيم الذي يمر من النقطة (2, 0) وميله يساوي 1−.
- مجموعة كل النقاط الواقعة على المستقيم $y = 2$.
- مجموعة كل النقاط الواقعة على المستقيم الذي يمر من النقطة (0, 2) وميله يساوي 0.

ج)



- مجموعة كل النقاط التي مجموع احداثيي كل نقطة منها يساوي 2
- مجموعة كل النقاط التي احداثيها الثاني يساوي 2.
- مجموعة كل النقاط الواقعة على المستقيم الذي يمر من النقطة (2, 0) وميله يساوي 1.
- مجموعة كل النقاط الواقعة على المستقيم $x + y = 2$.

في التمارين الاخيرة رأينا ان تمثيل مجموعة نقاط جبريا او بالوصف الكلامي ليس واحدا. ولكن تمثيل مجموعة النقاط بواسطة الرسم البياني واحد. المعادلات المختلفة التي تمثل نفس مجموعة النقاط تسمى معادلات متكافئة ويمكن الانتقال من الواحدة الى الاخرى باجراء بعض العمليات الحسابية على طرفي المعادلة.

14. جد لكل معادلة من العمود أ معادلة مناسبة من العمود ب بحيث ان المعادلتين تمثلان مستقيمين يقطعان محور y في نفس النقطة.

عمود أ	عمود ب
• $y = x - \frac{2x+8}{4}$	• $y = 4x - 3$
• $y = (2x+1)^2 - (2x-1)^2$	• $y = -2x + 1$
• $y = -(3-x)$	• $y = 3x - 2$
• $y = 5(x-1) + 2(x+3)$	• $y = -2\frac{1}{2}$
• $y = \frac{4x-2}{4} - \frac{2x+4}{2}$	• $y = \frac{1}{2}x$

15. أ) ارسم المستقيم الذي يمر من النقطتين A(1 , 3) , B(−1,−1) .

ب) ارسم المستقيم الذي يمر من النقطتين C(3, 5) , D(−3,−1) واكتب معادلته.

ج) صواب ام خطأ.
- المستقيمان متوازيان.
- المستقيمان متقاطعان.
- ميلا المستقيمين موجبان.
- احدهما ميله موجب والاخر ميله سالب.
- احد المستقيمين يوازي محور x.
- النقطة (1, 3) هي نقطة مشتركة للمستقيمين.
- النقطة (3, 1) هي نقطة تقاطع المستقيمين.

16. جد لكل معادلة من العمود أ معادلة مناسبة من العمود ب بحيث ان المعادلتين تمثلان مستقيمين متوازيين.

عمود أ		عمود ب
• $y = 5 - 3(2 - x)$	•	$y = x - \frac{x}{3}$
• $y = \frac{2x + 6}{3}$	•	$y = x - \frac{1 - 4x}{2}$
• $y = x - \frac{4x - 1}{2}$	•	$y = -x$
• $y = 2x - \frac{1}{2}(4x + 1)$	•	$y = (x + 1)^2 - x(x + 1)$
• $y = -(1 - x)$	•	$y = x^2 - (x + 3)(x - 3)$

نقــاط ومستقيمـات

1. أ) ارسم مستقيما ميله 2 ويمر من النقطة (1 ,2).

ب) اكتب معادلته.

ج) اي من النقاط الاتية تقع على هذا المستقيم؟

$(15, 27)$ $(1\frac{1}{2}, 0)$ $(-3, 0)$ $(0, -3)$ $(-1, -1)$

2. أ) اي من النقاط الاتية تقع على المستقيم $3x + 2y = 30$ ؟

$(6, 6)$ $(10, 0)$ $(12, 3)$ $(0, 10)$
$(5, 75)$ $(-4, 9)$ $(4, 9)$ $(6, 0)$

ب) اكمل احداثيات النقاط الاتية بحيث تقع على المستقيم المعطى في (أ).

$(2, ___)$ $(___, -6)$ $(-2, ___)$

ج) جد نقطة على هذا المستقيم احداثيها الاول يساوي احداثيها الثاني.

3. رأينا انه يمكن ان نفحص اذا كانت نقاط ما تقع على مستقيم معادلته معلومة بطريقتين:

i) برسم المستقيم وقراءة احداثيات النقاط من الرسم البياني.

ii) بتعويض احداثيات كل نقطة من هذه النقاط في معادلة المستقيم.

ما هي حسنات وسيئات كل طريقة من الطريقتين؟

4. أ) على اي مستقيم من المستقيمين:

$y = 2x + 3$ (I $\qquad$ $x + y = 6$ (II

تقع كل نقطة من النقاط الاتية؟

(2, 4) $\qquad$ (2, 7) $\qquad$ (1, 5)

ب) النقطة p هي نقطة تقاطع المستقيمين. ما هما احداثيا p ؟

نقطة تقاطع مستقيمين هي نقطة مشتركة لهما. احداثيا هذه النقطة يحققان معادلتي المستقيمين.

تمارين

5. اية نقطة من النقاط الاتية هي **نقطة تقاطع** المستقيمين؟

أ) $\begin{cases} y = -3x + 4 \\ y = -x \end{cases}$ $\qquad$ (– 4, 4) $\qquad$ (1, 1) $\qquad$ (2, –2) $\qquad$ (0, 0)

ب) $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -\frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$ $\qquad$ (1, 3) $\qquad$ (–2, 0) $\qquad$ (2, 1) $\qquad$ (0, 2)

ج) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ $\qquad$ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ $\qquad$ (1, 0) $\qquad$ (0, 1) $\qquad$ (0, –2)

د) $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$ $\qquad$ (1, –2) $\qquad$ (2, –1) $\qquad$ (–2, 1) $\qquad$ (0, 0)

6. أ) اذا كانت النقطة (9 ,1−) واقعة على المستقيم $2x + y = 7$ فاكتب **ن** ، واذا كانت لا تقع عليه فاكتب **ر** .

ب) اذا كانت النقطة (2− ,2) واقعة على المستقيم $2x + 3y = 10$ فاكتب **ك** واذا كانت لا تقع عليه فاكتب **ق** .

ج) اذا كانت النقطة (3− ,1) واقعة على المستقيم $x - y = 4$ فاكتب **ط** واذا كانت لا فاكتب **ص** .

د) اذا كانت النقطة (2− ,0) هي نقطة تقاطع المستقيمين $y = 3x - 2$ وَ $x + y = -2$ فاكتب **ة** واذا لم تكن فاكتب **و** .

هـ) اذا كانت النقطة (3 ,1−) مشتركة للمستقيمين $2x - 3y = -11$ وَ $y = x + 2$ فاكتب **د** واذا لم تكن فاكتب **ت** .

و) اذا كان يوجد نقطة تقاطع للمستقيمين $y = -2x + 5$ وَ $y = 2x = 3$ فاكتب **ر** واذا لم يكن فاكتب **ق** .

ز) اذا كانت النقطة (4 ,0) هي نقطة تقاطع المستقيم $2x + y = 4$ مع محور y فاكتب **أ** واذا لم تكن فاكتب **ب**.

ح) اذا كانت نقطة تقاطع المستقيمين $y - 2x = 4$ وَ $y = x + 4$ تقع على محور y فاكتب **ط** وان لم تكن فاكتب **جـ** .

ط) اذا كانت النقطة (0 ,4) واقعة على المستقيم $2x + y = 8$ فاكتب **ع** وان لم تكن فاكتب **م** .

الفصل الثالث: نقــاط التقاطــع

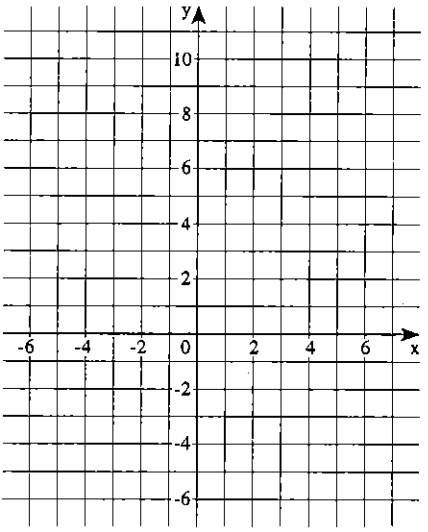
يوجد أم لا يوجد

1. ارسم المستقيمات الاتية في هيئة المحاور واكتب احداثيات نقاط التقاطع التي تنتج.

أ) $y = x + 3$

$y = -x + 3$

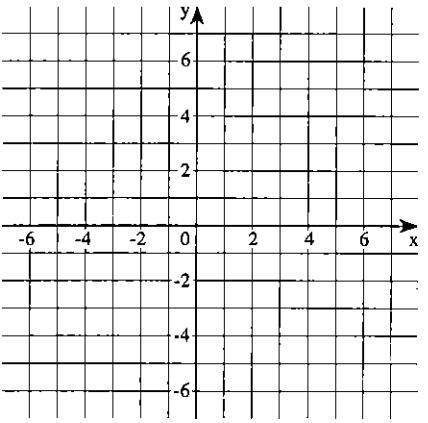
$y = 2x - 3$



ب) $y = 2x$

$y = x + 3$

$y = x - 2$



2. هل توجد نقطة تقاطع للمستقيمين ام لا توجد؟

أ) $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = 2x \end{cases}$ ج) $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = -x - 1 \end{cases}$

ب) $\begin{cases} 2x + y = x - 1 \\ 2(x - 3) - x = y \end{cases}$ د) $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = -2x + 7 \end{cases}$

3. أ) ما هو الشرط اللازم حتى لا يكون هناك نقطة تقاطع لمستقيمين؟

ب) اكتب معادلة مستقيم لا توجد له نقطة تقاطع مع المستقيم.

(i $y = 2x - 5$ (iii $y = -3x + 8$

(ii $y = 4$ (iv $x = 4$

4. أ) اكتب معادلة مستقيم لا يتقاطع مع المستقيم $y = -3x + 7$.

ب) اكتب معادلة مستقيم يتقاطع مع المستقيم $y = x + 4$.

ج) اكتب معادلة مستقيم نقطة تقاطعه مع المستقيم $y = 2x + 1$ تقع على محور y .

المستقيمات المتوازية لا تتقاطع – اي لا توجد لها نقطة تقاطع.
اذا كانت معادلة المستقيم على شكل $y = ax + b$ فان كل مستقيم آخر له نفس الميل (a) وقيمة b في معادلته تختلف عن القيمة السابقة يوازي المستقيم المعطى.
اذا كانت معادلة المستقيم على شكل $x = c$ فان كل مستقيم آخر معادلته على هذا الشكل مع قيمة مختلفة لـ c يوازي المستقيم المعطى.

5. أ) اكتب معادلتين لمستقيمين يتقاطعان في النقطة (0, 3) .

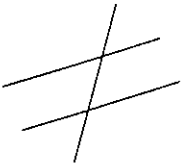
ب) اكتب معادلة مستقيم يمر من النقطة (2 ,1−) .
اكتب معادلة مستقيم اخر يمر من النقطة (2 ,1−) .
اكتب معادلة مستقيم ثالث يمر من النقطة (2 ,1−) .
ما هي نقطة تقاطع المستقيمين الثاني والثالث؟

6. ارسم واكتب معادلتين لمستقيمين:
أ) توجد لهما نقطة تقاطع.

ب) لا توجد لهما نقطة تقاطع.

7. ما عدد نقاط تقاطع 3 مستقيمات؟
ارسم مثالا لكل حالة.

مثـــال:



عدد نقاط التقاطع هو 2 .

8. أ) اي زوج من ازواج المعادلات الاتية يمثل مستقيمين متوازيين؟

(i $\begin{cases} 2y + x = 3 \\ y + 4x = 5 \end{cases}$ (ii $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 3 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$ (iii $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$

ب) اكتب معادلة مستقيم ثالث يوازي المستقيمين المتوازيين.

9. ارسم في كل قسم من الاقسام الاتية مستقيمات تبين الوضع المتبادل للمعادلات الثلاث واكتب ما هو عدد نقاط التقاطع لهذه المستقيمات.

أ) $y = 2x - 1$, $y = 2x + 5$, $y = 2x + 1\frac{1}{2}$

ب) $x = 5$, $y = 3$, $y = -x + 5$

ج) $y = 3x + 2$, $y = -x + 2$, $y = x - 2$

د) $y = 5$, $y = -2$, $y = 0$

هـ) $y = 5x$, $y = x$, $y = -4x$

و) $y = 4x - 3$, $y = 4x$, $y = -x + 1$

ز) $y = -3x + 1$, $y = -2x + 1$, $y = x + 1$

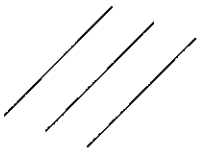
ح) $x = 2$, $y = 3$, $y = -x + 5$

ط) $y = x + 4$, $y = -2x$, $y = x - 5$

ي) $y = -x + 10$, $y = 2x + 10$, $y = 3x + 10$

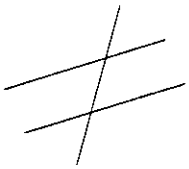
10. اكتب 3 معادلات تلائم المستقيمات المرسومة.

أ)



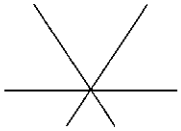
(عدد نقاط التقاطع = صفر)

ب)



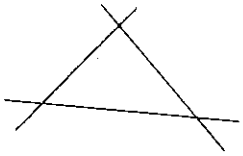
(عدد نقاط التقاطع = 2)

ج)



(عدد نقاط التقاطع = 1)

د)



(عدد نقاط التقاطع = 3)

11. هل تكوّن المستقيمات الثلاثة الاتية مثلثا ؟ علل.

$y = 3x \quad , \quad y = x + 1 \quad , \quad y = 2x + 1$

اذا كانت المستقيمات الثلاثة متوازية فلا توجد نقاط تقاطع .

اذا توازى مستقيمان فقط من المستقيمات الثلاثة عندئذ، توجد نقطتا تقاطع.
اما اذا لم يكن هنالك مستقيمان متوازيان من المستقيمات الثلاثة فعندها من الصعب ان نعرف اذا كان عدد نقاط التقاطع هو 3 (تكوّن مثلثا) او هو 1 (المستقيمات الثلاثة تمر من هذه النقطة).

في الدروس القادمة سنتعلم كيف نعرف هذا الامر وذلك بحل مجموعة معادلات.

تمارين

12. هل المستقيمان متقاطعان ام متوازيان.

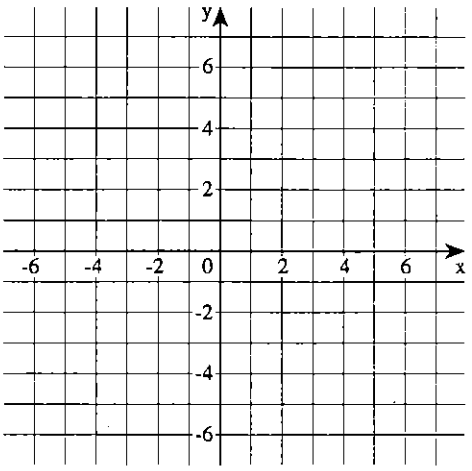
أ) $y - (x + 3) - 4 = x + 1$
$y - 3x = 5$

ب) $2y + 3x = 5$
$y + 2x = 3$

ج) $2(x + y) = x - 4$
$y + \frac{1}{2}x = 10$

د) $y - x = 2y + 4x$
$y = -x$

13. أ) ارسم المستقيمين $y = x + 1$
$y + x = 2$

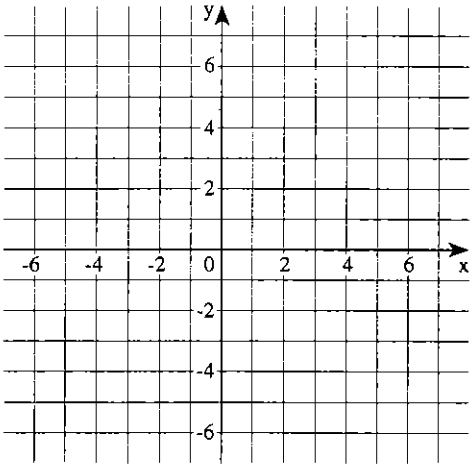


ب) ارسم مستقيما ثالثا بحيث يكون للمستقيمات الثلاثة نقطتا تقاطع.
اكتب معادلة هذا المستقيم.

14. أ) ارسم المستقيمين

$y = 3x$

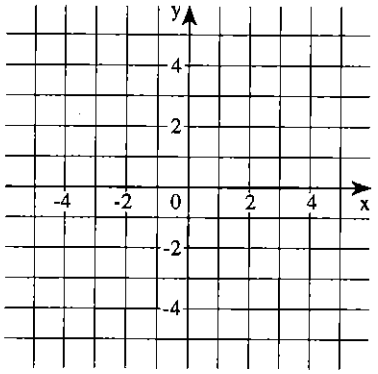
$y = -x$



ب) ارسم مستقيما ثالثا بحيث يكون للمستقيمات الثلاثة نقطة تقاطع واحدة.
اكتب معادلة هذا المستقيم.

ج) ارسم مستقيما رابعا يمر من نقطة التقاطع هذه. اكتب معادلته.

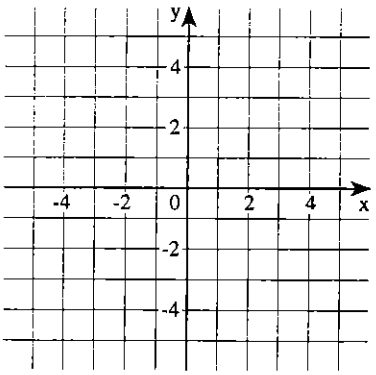
15. أ) ارسم المستقيمين $x = -2$, $y = 3$.
في اية نقطة يتقاطعان؟



ب) ارسم مستقيما ثالثا بحيث يكون للمستقيمات الثلاثة 3 نقاط تقاطع.
اكتب معادلة هذا المستقيم.

ج) ما نوع المثلث الذي نتج؟ ما هي مساحته؟

16. أ) ارسم مستقيما يمر من النقطتين $(-3,-5)$, $(0, 1)$ واكتب معادلته.



ب) ارسم في هيئة المحاور نفسها المستقيم $y = 2x - 3$.

ج) اكتب احداثيات 4 نقاط الاحداثي الثاني لكل منها يساوي ضعفي الاحداثي الاول. عين هذه النقاط في هيئة المحاور وارسم مستقيما يمر من هذه النقاط.
اكتب معادلة هذا المستقيم.

د) ما عدد نقاط تقاطع المستقيمات التي رسمتها؟

17. أ) ارسم رسما بيانيا يبين الوضع المتبادل للمستقيمات.

$$y = -3x + 5 \ , \ y = \frac{1}{2}x + 5 \ , \ y = 2x + 5 \ , \ y = x + 5$$

ب) اكتب معادلة مستقيم آخر ينتمي لعائلة المستقيمات هذه.

18. أ) ارسم رسما بيانيا يبين الوضع المتبادل للمستقيمات.

$$y = 4x \ , \ y = 4x - 4 \ , \ y = 4x - 1 \ , \ y = 4x + 3$$

ب) اكتب معادلة مستقيم آخر ينتمي لهذه العائلة.

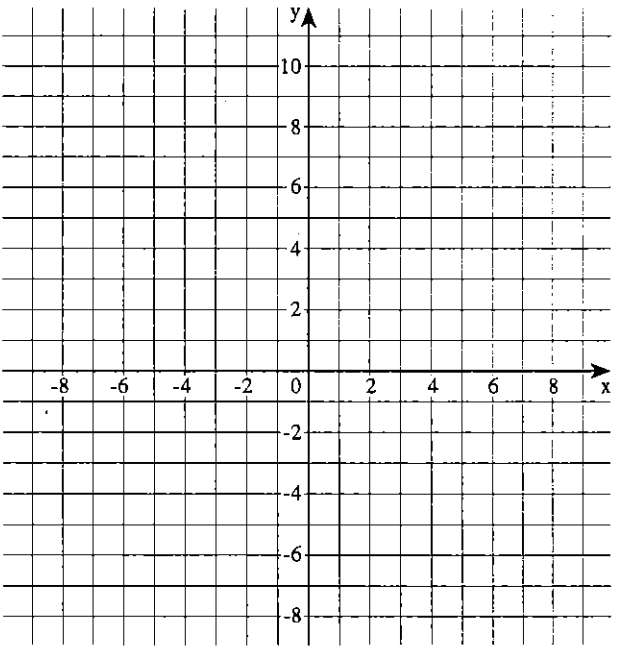
19. جد 4 معادلات من بين المعادلات الاتية تمثل مستقيمات متوازية.

$$4y + 8x = 5 \ , \ y = 2x + 3 \ , \ x + \frac{1}{2}y = 3 \ , \ x + y = 3$$

$$2y - x = 6 \ , \ 4x + 2y = 1 \ , \ y = 10 - 2x \ , \ 3y = x + 9$$

مـاذا تعـني نقـاط التقـاطـع؟

1. أ) عين 5 نقاط مجموع احداثيي كل نقطة منها يساوي 6.
اكتب معادلة تمثل مجموعة كل النقاط التي مجموع احداثيي كل نقطة منها يساوي 6.



ب) عين 5 نقاط الاحداثي الثاني لكل منها يزيد بِ 2 عن الاحداثي الاول.
اكتب معادلة تمثل مجموعة كل النقاط التي تحقق هذا الشرط.

ج) جد احداثيي نقطة تحقق الشرطين معا. (اي مجموعهما 6 والفرق بين الاحداثي الثاني والاول يساوي 2) ؟

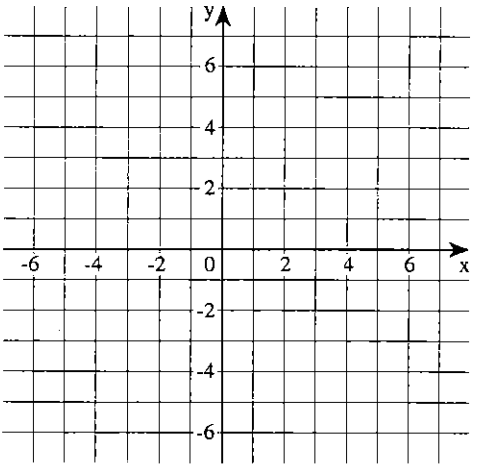
2. أ) اكتب معادلة تمثل مجموعة كل النقاط التي مجموع احداثيي كل نقطة منها يساوي 7.
ما هو شكل الخط البياني لمجموعة هذه النقاط؟

ب) اكتب معادلة تمثل مجموعة كل النقاط التي اذا طرحنا من الاحداثي الثاني للنقطة احداثيها الاول يبقى 5 (الفرق بين الاحداثي الثاني والاول يساوي 5).
ما هو شكل الخط البياني لمجموعة هذه النقاط؟

ج) جد زوج الاعداد (x, y) الذي يحقق الشرطين معا.

3. أ) عين 5 نقاط الاحداثي الثاني لكل منها يساوي 3.

ارسم الرسم البياني لمجموعة كل النقاط التي احداثيها الثاني يساوي 3 واكتب معادلته.



ب) عين 4 نقاط مجموع احداثيي كل نقطة يساوي 5.

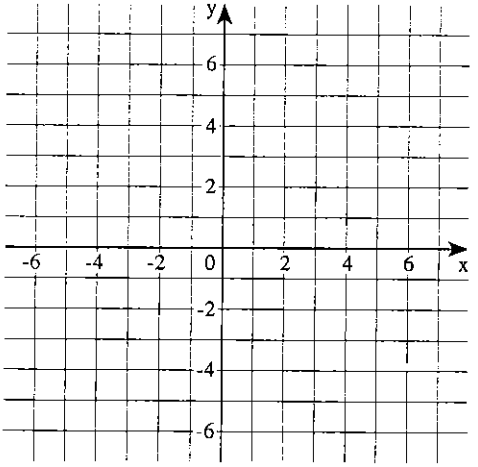
ارسم الرسم البياني لمجموعة هذه النقاط واكتب معادلته.

جد احداثيي نقطة تحقق الشرطين معا.

ج) جد احداثيي نقطة تحقق الشرطين معا.

نقطة تقاطع مستقيمين هي نقطة مشتركة للمستقيمين.
الزوج (x, y) الذي يمثل احداثيي النقطة يحقق المعادلتين - معادلة المستقيم الاول وايضا معادلة المستقيم الثاني.

4. أ) ارسم الرسم البياني لمجموعة كل النقاط التي احداثيها الاول يساوي 3 ، واكتب معادلته.

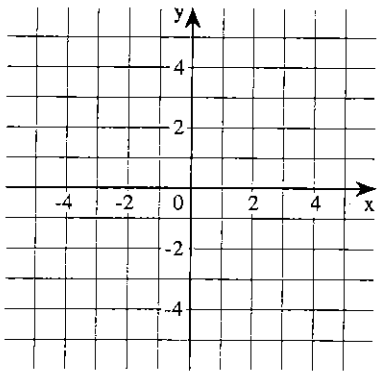


ب) ارسم في نفس هيئة المحاور الرسم البياني لمجموعة كل النقاط التي احداثيها الاول يساوي احداثيها الثاني واكتب معادلته.

ج) جد نقطة تحقق الشرطين معا.

تمارين

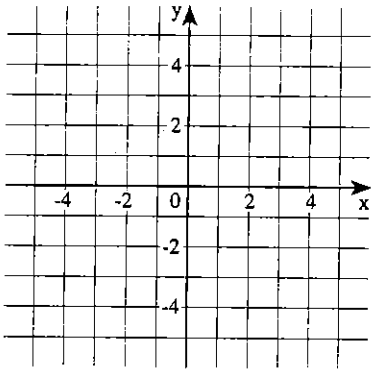
5. أ) ارسم مستقيما ميله 2– ويمر من النقطة (4 ,1–) واكتب معادلته.



ب) ارسم مستقيما ميله $\frac{1}{2}$ ويمر من النقطة (0 ,1) ، اكتب معادلته.

ج) اكتب احداثيي نقطة تقاطع المستقيمين.

6. أ) ارسم مجموعة كل النقاط التي بعد كل نقطة منها عن محور x يساوي 3.



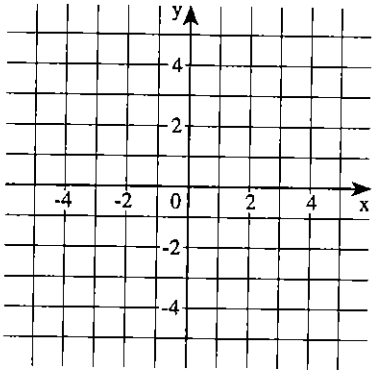
ب) ارسم في نفس هيئة المحاور مجموعة كل النقاط التي بعد كل واحدة منها عن محور y يساوي 3.

ج) ما عدد نقاط التقاطع؟
اكتب احداثيات هذه النقاط.

د) اي شكل رباعي نتج عن تقاطع هذه المستقيمات؟
كم تساوي مساحته؟

7. أ) ارسم المستقيمات:

$y = x - 3$, $y = x + 3$, $y + x = -3$, $y + x = 3$



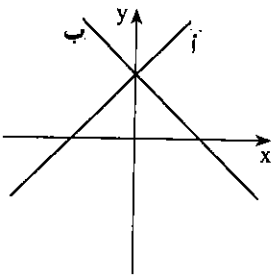
ب) اي شكل رباعي نتج؟ اكتب احداثيات رؤوسه.

ايجـاد نقـاط التقـاطـع

ع"د 1. لائم لكل مستقيم معادلته.

أ) I. $y = x + 2$

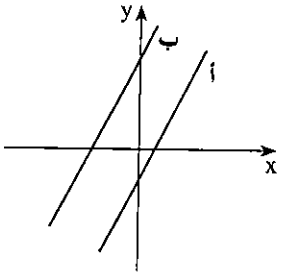
II. $y = -x + 2$



جد احداثيي
نقطة التقاطع

ب) I. $y = 2x + 3$

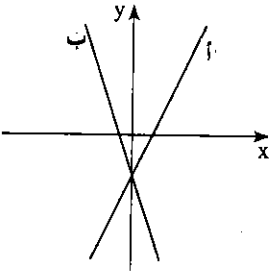
II. $y = 2x - 1$



هل توجد نقطة مشتركة
للمستقيمين؟ علل.

ج) I. $y = 2x - 1$

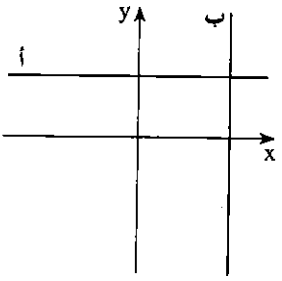
II. $y = -3x - 1$



جد احداثيي
نقطة التقاطع

د) I. $x = 3$

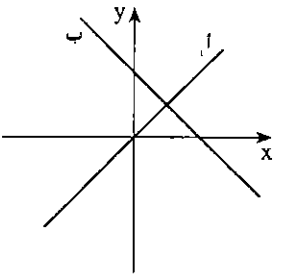
II. $y = 2$



جد احداثيي
نقطة التقاطع

هـ) I. $y = x$

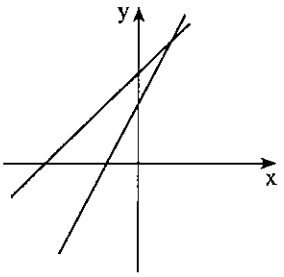
II. $y = -x + 2$



خمن ما هي نقطة التقاطع ثم افحص.

و) I. $y = x + 3$

II. $y = 2x + 2$



خمن ما هي نقطة التقاطع ثم افحص.

في التمرين السابق وجدنا نقطة تقاطع المستقيمين برسم المستقيمين وقراءة احداثيي النقطة من الرسم او بالتخمين والفحص. ليس سهلا دائما ان ترسم او ان تخمن.

2. أ) اكمل احداثيات النقاط الواقعة على المستقيمين.

$x + 2y = 15$	$2x - y = -5$
(–3, ____)	(–3, ____)
(1, ____)	(1, ____)
(0, ____)	(0, ____)
(3, ____)	(3, ____)

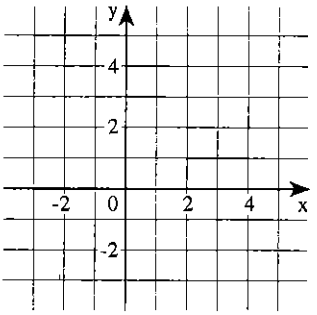
ب) ما هي نقطة تقاطع المستقيمين؟

روح الإعداد الذي يمثل احداثيي نقطة التقاطع يحقق المعادلتين.

3. أ) اكمل احداثيات النقاط الواقعة على المستقيمين.

(المستقيم I) $3x - y = 1$	(المستقيم II) $x + 2y = 9$
(0, ____)	(0, ____)
(1, ____)	(1, ____)
(2, ____)	(2, ____)

ب) – ضع اشارة * على نقاط المستقيم I.
– واشارة • على نقاط المستقيم II.
– بين اي عددين صحيحين تقع نقطة تقاطع المستقيمين؟ علل.



سنتعلم كيف نجد نقطة التقاطع بطريقة جبرية.

4. معطى معادلتان لمستقيمين: $y = -3x + 12$
$y = 7x + 2$

علينا ان نفتش عن عدد اذا عوضناه بدل x في كل معادلة من المعادلتين نحصل على نفس النتيجة اي نفس القيمة ل y .
لذلك نجد متى يكون $3x + 12 = 7x + 2$.
أكمل الحل!

اكتب في الجدول قيمة x التي وجدتها واحسب قيمة y التي تناظرها في كل معادلة من المعادلتين.

$y = -3x + 12$	$y = 7x + 2$
(,)	(,)

هل وجدت نقطة التقاطع؟

تمارين

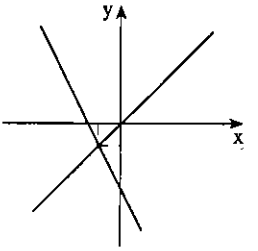
5. جد نقطة تقاطع المستقيمين. (اذا وجدت نقطة تقاطع).
الفحص: عوض قيمة x في كل معادلة واحسب قيمة y.

أ)	$y = -3x + 1$ $y = 2x + 21$	$y = -3x + 1$ (,)	$y = 2x + 21$ (,)
ب)	$y = -x + 5$ $y = -2x + 12$	(,) (,)	
ج)	$y = 2x - 10$ $y = -4x + 8$	(,) (,)	
د)	$y = 3x - 1$ $y = 3x + 4$	فسر!	
هـ)	$x = 5$ $y = 2x + 7$	(,) (,)	
و)	$x = -3$ $y = 4$	(,) (,)	

6. لائم لكل مستقيم معادلته.
جد نقطة تقاطع المستقيمين.
اكتب القيم الملائمة في الاماكن المشار اليها على المحورين.

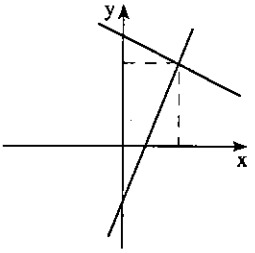
أ) $y = x$

$y = -2x - 6$



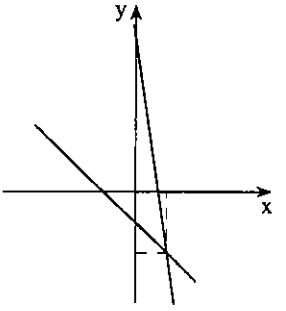
ب) $y = 2\frac{1}{2}x - 4$

$y = -\frac{1}{2}x + 8$



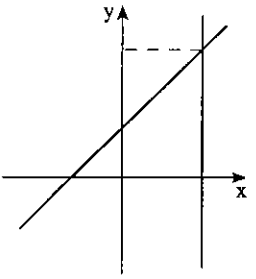
ج) $y = -7x + 10$

$y + x = -2$



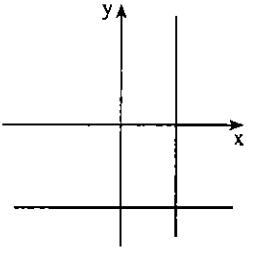
د) $x = 5$

$y = x + 3$



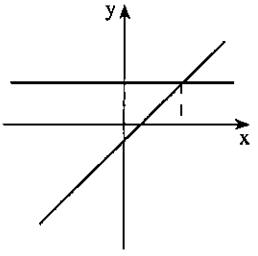
هـ) $x = 2$

$y = -3$

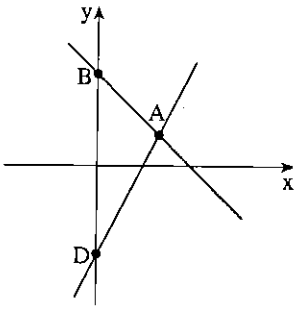


و) $y = 3$

$y = x - 1$



7. أ) لائم لكل مستقيم معادلته.



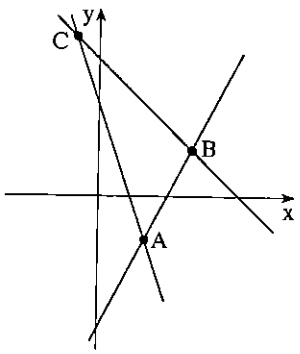
$y = 2x - 3$

$y = -x + 3$

ب) جد احداثيات النقاط B, A وَ D.

ج) ارسم مستقيما يوازي محور x ويمر من B.
سمّ نقطة تقاطع المستقيم الموازي الذي رسمته مع المستقيم AD بـ C.
جد احداثيي النقطة C.

8. أ) لائم لكل مستقيم معادلته. اكتب على كل مستقيم معادلته.



$y = 2x - 6$

$y = -3x + 4$

$y = -x + 6$

ب) احسب احداثيات النقاط B, A وَ C.

ج) جد نقطة تقاطع كل مستقيم مع محور y ، اكتب القيم في المكان المناسب على المحور.

د) جد نقطة تقاطع كل مستقيم مع محور x ، اكتب هذه القيم في المكان المناسب على المحور.

9. المستقيمات الاربعة

$y + 2x = 0$, $y + 2x = 6$, $y = 4x - 12$, $y = 4x$

تحصر بينها متوازي اضلاع. علل.

احسب احداثيات رؤوس متوازي الاضلاع.

10. هل المستقيمات الاربعة الاتية

$y = 2x - 3$, $y = 2x + 1$, $x = -2$, $x = 3$

تحصر متوازي اضلاع؟ علل.

احسب احداثيات رؤوس متوازي الاضلاع.

11. اي شكل رباعي تحصر المستقيمات الاتية بينها؟

$y = -2$, $y = 5$, $x = -4$, $x = 1$

احسب احداثيات رؤوسه.

12. اي شكل رباعي تحصر المستقيمات الاتية بينها؟

$y + x = 6$, $y = x + 6$, $y = -4$, $y = 3$

احسب احداثيات رؤوسه.

13. هل المستقيمات الثلاثة تحصر مثلثا؟ اذا كان الجواب نعم فاحسب احداثيات رؤوسه، واذا كان لا فاشرح لماذا.

أ) $y = 2x + 3$, $y = -x + 3$, $y = x + 1$

ب) $y = 3x + 1$, $y = x + 1$, $y = 3x + 4$

ج) $x = 4$, $y = -2$, $y = x - 6$

د) $x = -3$, $y = -4$, $y = -x$

تتمــة حـول نقــاط التقاطــع

في التمارين السابقة وجدنا نقاط تقاطع مستقيمات ومعادلاتها على شكل $y = ax + b$ ***أو*** $x = c$. ***اذا كانت معادلة المستقيم*** $2x + 3y = 12$ ***نحولها اولا الى الشكل السابق وبعد ذلك نكمل الحل كما في التمارين السابقة.***

1. اكتب كل معادلة على شكل $y = ax + b$

مثـــال:

$$3x + 2y = 6$$
$$2y = -3x + 6$$
$$y = -1\frac{1}{2}x + 3$$

أ) $3x + y = 10$ ج) $x - 2y = 6$

ب) $2x - y = 4$ د) $2x + 3y = 15$

2. أ) اكتب كل معادلة على شكل $y = ax + b$

$$2x + y = -1$$
$$\frac{1}{2}x + y = 2$$

ب) جد نقطة تقاطع المستقيمين (حل مجموعة المعادلات).

احيانا تكون احدى المعادلتين على شكل $y = ax + b$. في هذه الحالة نكتب المعادلة الثانية على هذا الشكل ايضا ولحل مجموعة المعادلات.

ع"ذ 3. حل المعادلات الاتية:

أ) $y = x - 1$ ، $2x - 3y = -2$

ب) $y = x - 1.5$ ، $3x + 2y = 12$

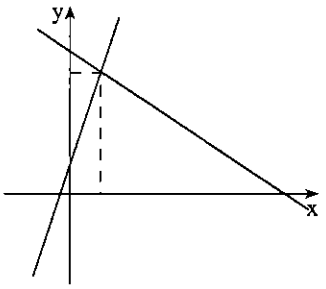
ج) $3x + y = 5$ ، $y = 5 - x$

د) $2x - y = 3$ ، $y = -x + 3$

ع"ذ 4. أ) جد نقطة تقاطع المستقيمين.

$y = 3x + 1$

$2x + 3y = 14$



ب) اكتب القيم الملائمة على المحورين.

5. في مباراة الرماية يحصل المشترك على عدد معين من النقاط عندما يصيب الهدف ويخسر عددا من النقاط اذا اخطأ.

x يمثل عدد النقاط التي يحصل عليها المشترك عند اصابة الهدف.

y يمثل عدد النقاط التي يخسرها المشترك اذا اخطأ الهدف.

أ) رامي اصاب الهدف 5 مرات واخطأ مرة واحدة وحصل على 9 نقاط.

اكتب معادلة ملائمة.

ما عدد النقاط التي يحصل عليها المشترك عندما يصيب الهدف حسب رأيك ؟

ب) فاتن اصابت 6 مرات واخطأت مرتين وحصلت على 10 نقاط.

اكتب معادلة ملائمة.

ج) حل مجموعة المعادلات.

د) ماذا يمثل زوج الاعداد الذي وجدته؟

ع"ذ 6. جد الرسم البياني الذي يلائم كل مجموعة معادلات. اكتب احداثيي نقطة التقاطع.

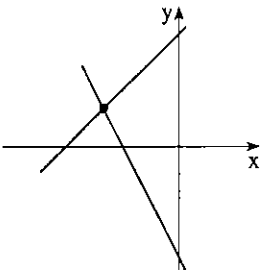
أ) $y = x + 3$
$y + 2x = -3$

ب) $x - y = 1$
$x + y = 3$

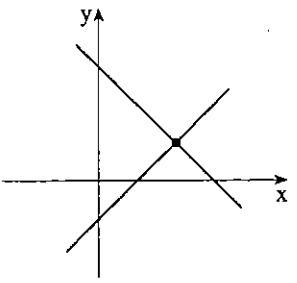
ج) $y = 3x + 5$
$x + y = -3$

د) $x - 2y = 4$
$y + 2x = 3$

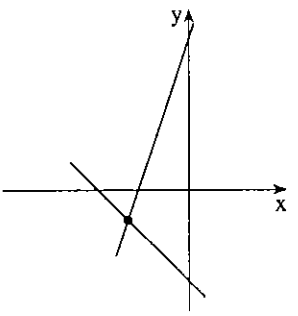
i.



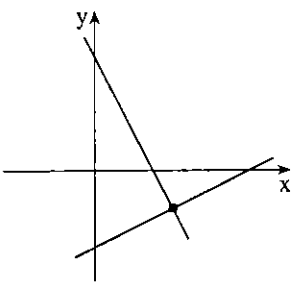
ii.



iii.

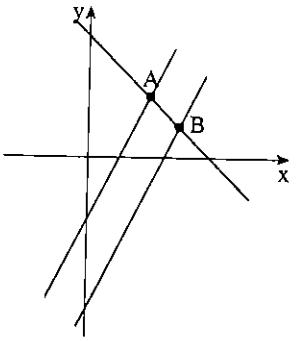


iv.



7. أ) معادلات المستقيمات الثلاثة المرسومة هي:

$$2y - 4x = -4$$
$$y - 2x = -5$$
$$x + y = 4$$



اكتب على كل مستقيم المعادلة التي تمثله.

ب) احسب احداثيات النقطتين A وَ B.

8. طلب معلم من طلاب صفه ان يكتب كل واحد منهم معادلة تمثل مستقيما يمر من النقطة (1, 3). هذه بعض المعادلات التي كتبها الطلاب:

$$y = -2x + 5 \quad , \quad y = 10x - 8 \quad , \quad y = 4x - 1 \quad , \quad y = -3x + 6$$
$$2x + 3y = 11 \quad , \quad y = 2x + 1 \quad , \quad y = x + 2$$

أ) هل كل معادلة من هذه المعادلات تمثل مستقيما يمر من النقطة (1, 3) ؟

ب) اختار المعلم معادلتين من هذه المعادلات وكتبها كمجموعة معادلات:

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -2x + 5 \end{cases}$$

ج) ما هما احداثيا نقطة تقاطع المستقيمين؟

9. أ) اكتب معادلة تمثل مجموعة كل النقاط التي احداثيها الاول يساوي 5.

ب) اكتب معادلة تمثل مجموعة كل النقاط التي احداثيها الثاني يساوي 2−.

ج) اكتب احداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (النقطة التي تحقق المعادلتين).

تمارين

10. اكتب كل معادلة على شكل $y = ax + b$.

أ) $2y + x = 8$ هـ) $2x + 5y = 0$

ب) $2x + 5y = 10$ و) $3x - 4y = 12$

ج) $x - 3y = 7$ ز) $3x - 2y = 0$

د) $2x - 10y = 4$ ح) $4x - 3y = 12$

11. عبر عن y بدلالة x في كل مجموعة معادلات ثم حل المعادلات.

أ) $\begin{cases} y + x = 5 \\ 3y - 2x = 5 \end{cases}$ د) $\begin{cases} 2y - x = 14 \\ 4x + 3y = 21 \end{cases}$

ب) $\begin{cases} y - x = 8 \\ 2x - 3y = 19 \end{cases}$ هـ) $\begin{cases} y - 2x = 4 \\ 3x - y + 6 = 0 \end{cases}$

ج) $\begin{cases} 3x + y = 21 \\ x - 5y = 7 \end{cases}$ و) $\begin{cases} 2y - x = 2 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$

12. أ) اكتب 3 معادلات تمثل كل واحدة منها مستقيما يمر من النقطة (2 ,0).
ب) اكتب 3 معادلات تمثل كل واحدة منها مستقيما يمر من النقطة (4 ,1−).
ج) اكتب معادلة مستقيم يمر من النقطتين (2 ,0) وَ (4 ,1−).

13. مزارعو الورد يرزمونه في رزم حسب نوعه. عدد الوردات في كل رزمة من رزم النوع الواحد هو مقدار ثابت.

x يمثل عددا ثابتا من الوردات الحمراء في الرزمة الواحدة.
y يمثل عددا ثابتا من الوردات البيضاء في الرزمة الواحدة.

أ) دكان للورد طلب 10 رزم من الورد الاحمر وَ 15 رزمة ورد ابيض.
عدد الوردات في كل هذه الرزم هو 375.
اكتب معادلة ملائمة.

ب) في يوم آخر طلب الدكان 12 رزمة ورد احمر وَ 20 رزمة ورد ابيض.
عدد الوردات في هذه الرزم 480.
اكتب معادلة ملائمة.

ج) حل مجموعة المعادلات.

د) كم وردة في رزمة الورد الاحمر وكم وردة في رزمة الورد الابيض؟

14. في مسابقة معلومات عامة يحصل المشترك على عدد معين من النقاط مقابل كل جواب صحيح ويخسر عددا آخر من النقاط مقابل كل خطأ.

x يمثل عدد النقاط التي يحصل عليها المشترك مقابل كل جواب صحيح.
y يمثل عدد النقاط التي يخسرها المشترك مقابل كل جواب خطأ.

أ) سميرة اجابت اجابة صحيحة عن 13 سؤالا واخطأت في 10 أسئلة وحصلت على 45 نقطة. اكتب معادلة ملائمة.

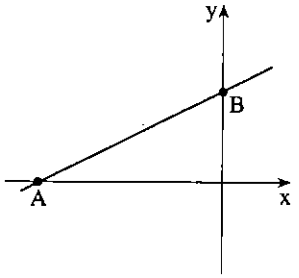
ب) نادرة اجابت اجابة صحيحة عن 15 سؤالا واخطأت في 8 أسئلة وحصلت على 59 نقطة.
اكتب معادلة ملائمة.

ج) حل مجموعة المعادلات.

د) ماذا يمثل زوج الاعداد الذي وجدته؟

نقــاط التقاطــع مـع المحوريــن

1. معادلة المستقيم المرسوم هي $y = \frac{1}{2}x + 3$



أ) جد احداثيات A وَ B.

ب) ما هي معادلة المستقيم الذي يمر من B وميله يساوي 2 ؟
في اية نقطة يقطع هذا المستقيم محور x ؟

ج) ما هي معادلة المستقيم الذي يمر من B وميله يساوي 1−.
في اية نقطة يقطع هذا المستقيم محور x ؟

2. أ) النقطة A تقع على المستقيم $x = 2$. اكتب احداثي الذي تعرفه (,)B.

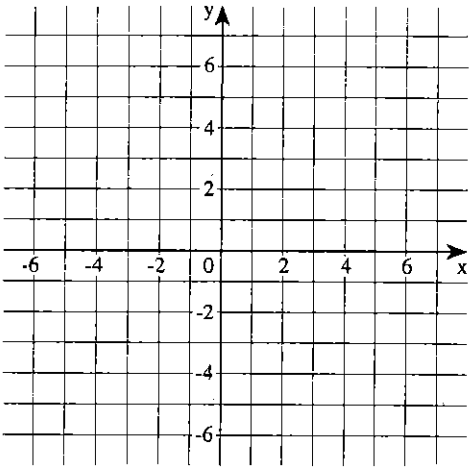
ب) النقطة B تقع على محور x. اكتب الاحداثي الذي تعرفه (,)B.
ما معادلة محور x ؟

ج) النقطة C تقع على محور y. اكتب الاحداثي الذي تعرفه (,)C.
ما معادلة محور y ؟

3. اي من النقاط الاتية تقع على محور x واي منها تقع على محور y ؟

(4, 0)	(0, 1)	(0, 5)	(0, −2)	(−3, 0)
(0, 0)	(0, −10)	(0, −4)	(25, 0)	(12, 0)

4. أ) جد نقطة تقاطع المستقيم $2x + 3y = 12$
مع محور x .
مع محور y .

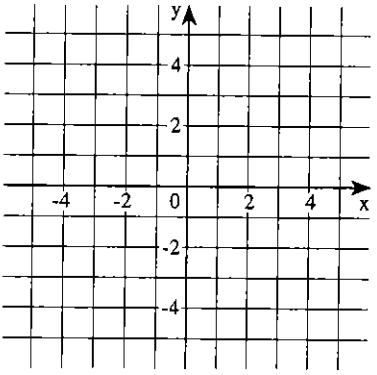


عين النقطتين في هيئة المحاور
وصل بينها بمستقيم.

ب) جد نقطة تقاطع المستقيم
$-x + 2y = 1$
مع محور x .
مع محور y .
مع محور y.
عين النقطتين في هيئة المحاور
وصل بينها بمستقيم.

ج) في اية نقطة يتقاطع المستقيمان اللذان رسمتهما؟

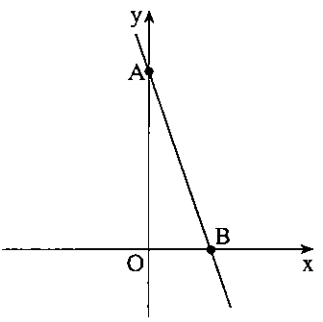
5. أ) ارسم في هيئة المحاور المستقيم $y = 2x - 3$.



ب) في اية نقطة يقطع هذا المستقيم
محور x ؟
محور y ؟

ج) احسب مساحة المثلث المحصور
بين هذا المستقيم والمحورين.

6. معادلة المستقيم المرسوم هي: $3x + y = 6$



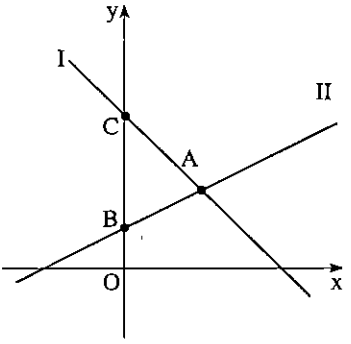
أ) جد احداثيات النقاط A وَ B.

ب) احسب مساحة المثلث AOB.

7. معطى المستقيمان

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$y = -x + 8$$



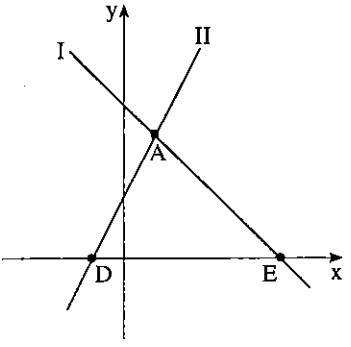
أ) لائم لكل معادلة المستقيم الذي يمثلها.

ب) جد احداثيات النقاط A, B, C.

ج) احسب مساحة المثلث ABC.

8. معطى معادلتان لمستقيمين

$$x + y = 5$$
$$2x - y = -2$$



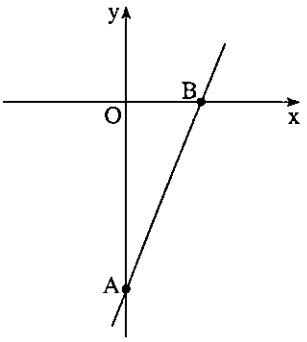
أ) لائم لكل مستقيم معادلته.

ب) جد احداثيات النقاط A, D, E.

ج) جد طول القطعة DE.

تمارين

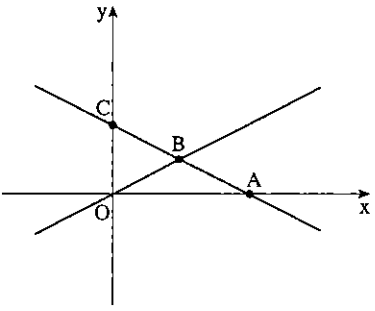
9. جد نقطة تقاطع المستقيم $y = 3x + 12$ مع محور x ونقطة تقاطعه مع محور y.



10. معادلة المستقيم المرسوم هي $y = 2x - 10$

أ) جد احداثيي النقطة A.

ب) هل النقطة (4, 0) واقعة على هذا المستقيم؟ علل!



11. معادلتا المستقيمين AC وَ OB هما

$$y = \frac{1}{2}x \quad , \quad y = -\frac{1}{2}x + 2$$

أ) لائم لكل مستقيم المعادلة التي تمثله.

ب) جد احداثيات النقاط B, A, C.

ج) ارسم عمودا على محور x من النقطة A. سمّ نقطة تقاطع العمود مع المستقيم OB بـ D.
جد احداثيي النقطة D.
اكتب معادلة المستقيم DC.

12. ارسم مستقيمات تبين الوضع المتبادل لكل مجموعة معادلات.

أ) $y = -2x + 5$ ، $y = -2x$ ، $y = x + 5$

ب) $y = 3x + 1$ ، $y = -x + 1$ ، $y = 1$

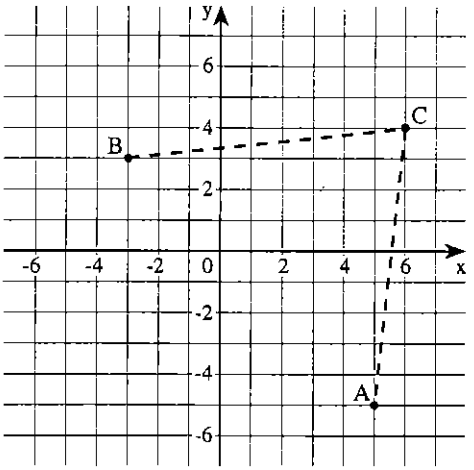
13. أ) المستقيمات:

$y = x - 1$, $y = 3x - 7$, $3y + x = 3$

تحصر مثلثا. جد احداثيات رؤوس المثلث.

ب) النقاط (0, 0) , (2, 0) , (0, 2) هي رؤوس مثلث.
اكتب معادلات المستقيمات التي تحصر هذا المثلث.

14. أ) بعد النقطة C عن A يساوي بعد C عن B (CA = CB).
أشر الى 6 نقاط اخرى بعد كل منها عن A يساوي بعدها عن B.
صل هذه النقاط.



ب) اكتب معادلة المستقيم الذي نتج.

ج) اكتب معادلة المستقيم AB.

د) سمّ نقطة تقاطع المستقيمين بـ D . جد احداثيي D.

هـ) قال موسى: النقطة D هي منتصف القطعة AB.

قالت سميرة: CD عمود على AB . هل هذا صحيح؟

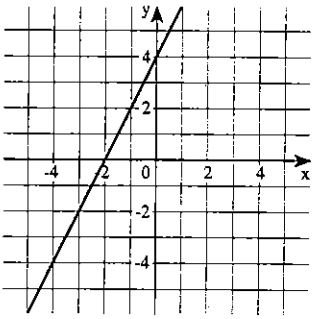
سنتعلم في الدروس القادمة طرقا اخرى غير طريقة الرسم للتأكد من هذه الامور.

الفصل الرابع: مستقيمـــان متعـــامـدان

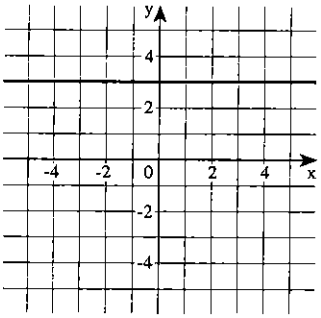
مستقيمات ميلها لا يساوي صفرا

ع د 1. جد ميل كل مستقيم من المستقيمات الاتية:

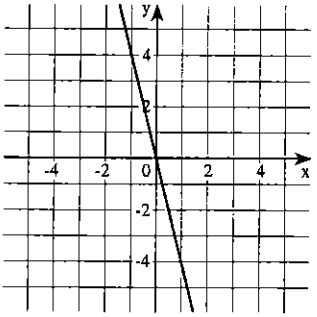
أ)



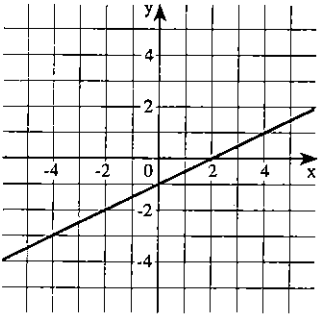
ب)



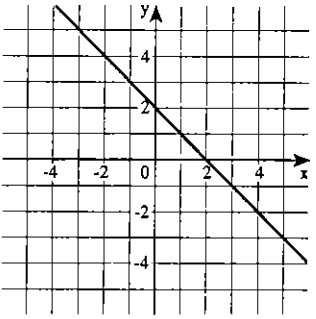
ج)



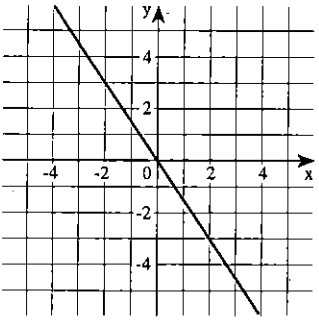
د)



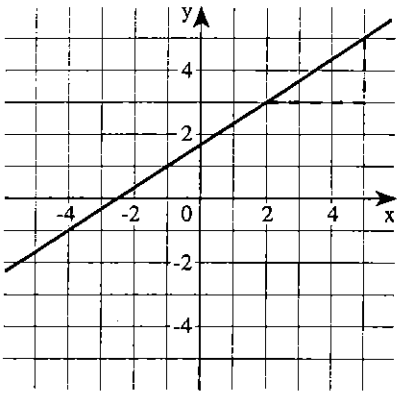
هـ)



و)



2. أ) ما هو ميل المستقيم المرسوم؟



ب) ***صعب احيانا ان نجد كم وحدة نصعد او ننزل باتجاه مواز لمحور y عندما نتقدم وحدة واحدة باتجاه مواز لمحور x لذلك نستعين بالدرجة.***

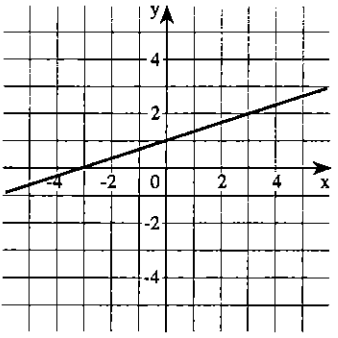
كم وحدة نصعد باتجاه مواز لمحور y عندما نتقدم 3 وحدات باتجاه مواز لمحور x ؟

كم وحدة نصعد عندما نتقدم وحدة واحدة؟

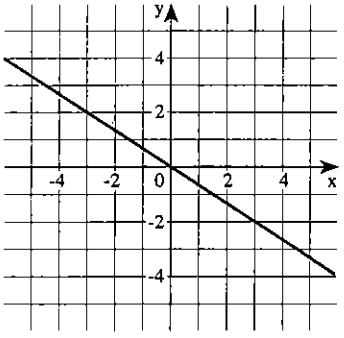
ما هو ميل المستقيم؟

ج) ما هو ميل كل مستقيم من المستقيمات الاتية (ارسم درجات ملائمة).

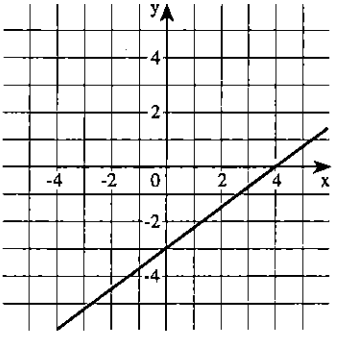
i.



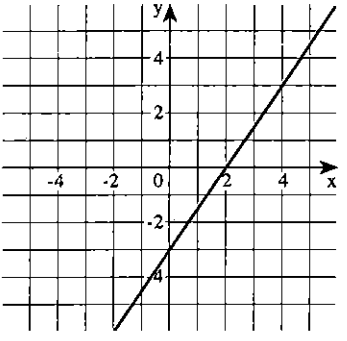
ii.



iii.

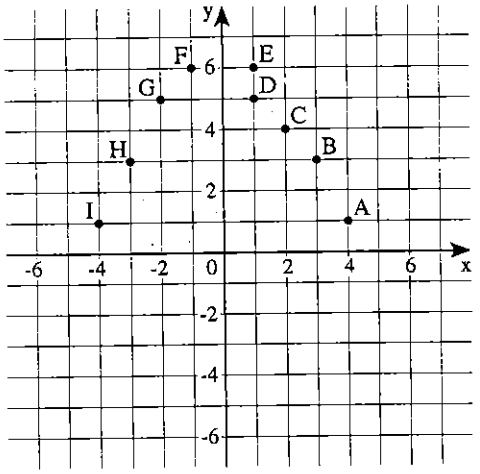


iv.



في الصفحات الاتية سنعود ونستعين في درجات كهذه للحسابات المختلفة.

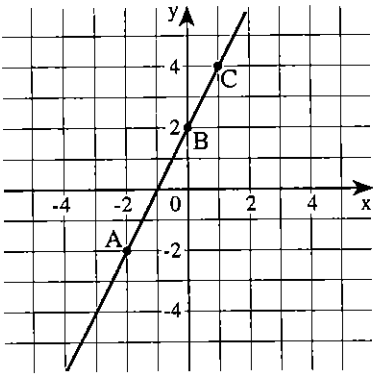
3. أ) ضع في هيئة المحاور مستقيما ميله يساوي $\frac{1}{4}$ ويمر من نقطة الاصل. (استعن بمستقيم من الورقة الشفافة).
ضع اصبعك على طرف المستقيم في نقطة الاصل وأدر المستقيم بحيث يمر في كل نقطة من النقاط المعينة.
جد ميله في كل وضع.



النقطة	A	B	C	D	E	F	G	H	I
الميـــل									

ب) صف تغير الميل عندما يدور المستقيم باتجاه معاكس لدوران عقرب الساعة
i) في الربع الاول. ii) في الربع الثاني.

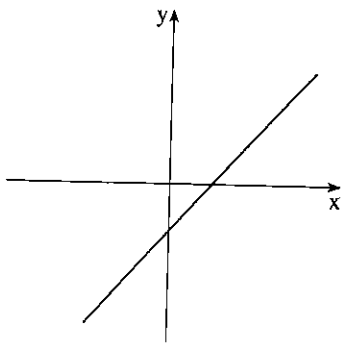
4. أ) ما هو ميل المستقيم المرسوم؟



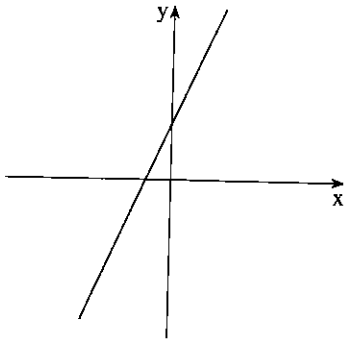
ب) ضع مستقيما من الورقة الشفافة في النقطة A بحيث يكون عمودا على المستقيم المرسوم.
انتبه! مستقيمان متعامدان هما مستقيمان يحصران بينهما زاوية قائمة (اي 90^0 درجة).
ما هو ميل العمود؟
كرر نفس العملية من النقطة B.
ما هو ميل العمود؟
كرر نفس العملية في النقطة C.
ما هو ميل العمود؟
لماذا يكون لكافة الاعمدة المذكورة ذات الميل؟

5. هل ميل المستقيم المرسوم هو مقدار موجب ام سالب؟
هل ميل العمود على المستقيم المرسوم موجب ام سالب.
(استعن بمستقيم من الورقة الشفافة).

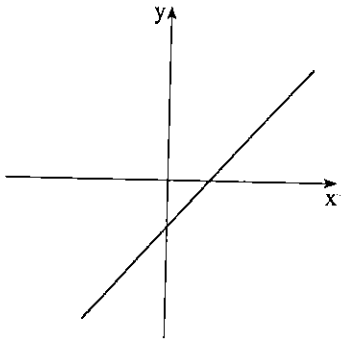
أ)



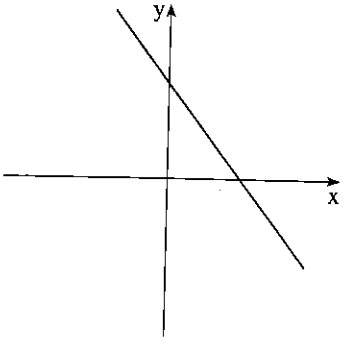
ب)



ج)



د)



6. هل ميل العمود على المستقيم المعطى هو موجب ام سالب؟

أ) $y = 3x + 1$ ج) $y = \frac{1}{2}x - 5$ هـ) $y = -2x - 4$

ب) $y = -1\frac{1}{2}x + 9$ د) $y = \frac{3}{4}x - 2$ و) $y = \frac{2}{5}x + 1$

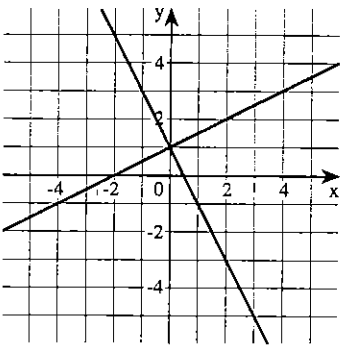
7. **اجمال**– أكمل:

أ) اذا كان ميل مستقيم موجبا فان ميل المستقيم المتعامد معه _____.

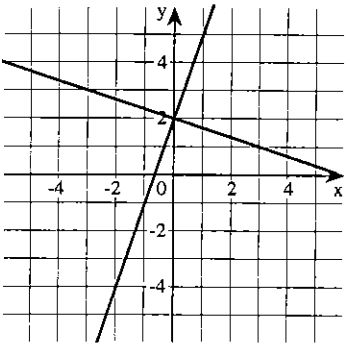
ب) اذا كان ميل مستقيم سالبا فان ميل المستقيم المتعامد معه _____.

8. أ) جد من الرسم البياني ميل المستقيمين.

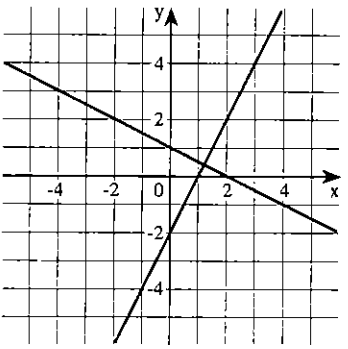
(i



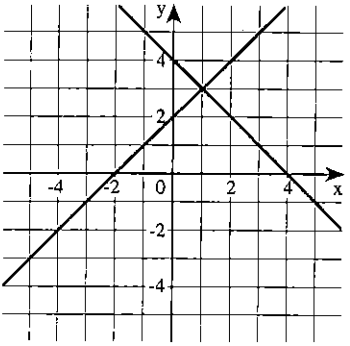
(ii



(iii



(iv



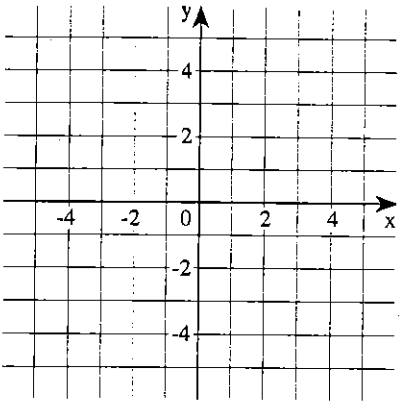
ب) ماذا يمكن ان تقول عن ميل مستقيمين متعامدين بالاضافة الى انهما مختلفان في الاشارة؟

_____

9. أ) ارسم المستقيمين وجد ميل كل منهما.

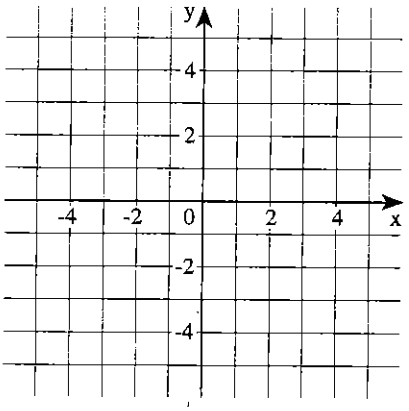
i) $y = 4x - 4$

$y = -\frac{1}{4}x$



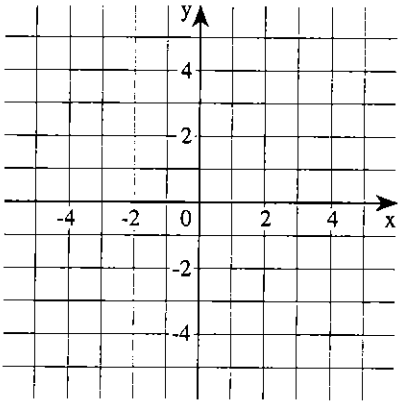
ii) $y = -2x$

$y = \frac{1}{2}x$



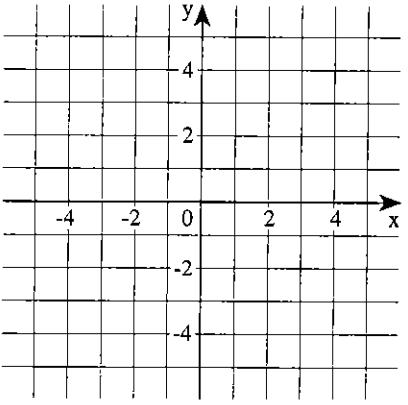
iii) $y = \frac{1}{3}x + 1$

$y = -3x + 1$



iv) $2x + 3y = 6$

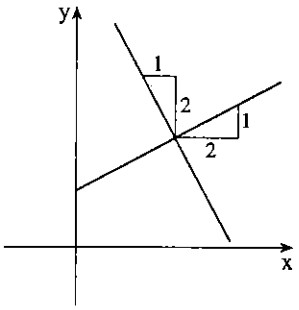
$3x - 2y = 6$



ب) افحص في كل مرة اذا كانا متعامدين.

ج) افحص اذا كانت العلاقة بين ميلي مستقيمين متعامدين التي وجدتها في سؤال 8 تتحقق ايضا هنا؟

10. المستقيمان المرسومان متعامدان.
ما هو ميل كل منهما؟



11. املأ الفراغ (ضع عددا مناسبا).

أ) المستقيم $y = 3x - 4$ عمود على المستقيم $y = \square x + 2$.

ب) المستقيم $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ عمود على المستقيم $y = \square x + b$.

إذا كان a يمثل ميل مستقيم ما $(a \neq 0)$
فإن ميل العمود على هذا المستقيم هو $-\frac{1}{a}$.

12. ما هو حاصل ضرب ميلي مستقيمين متعامدين؟ علل.

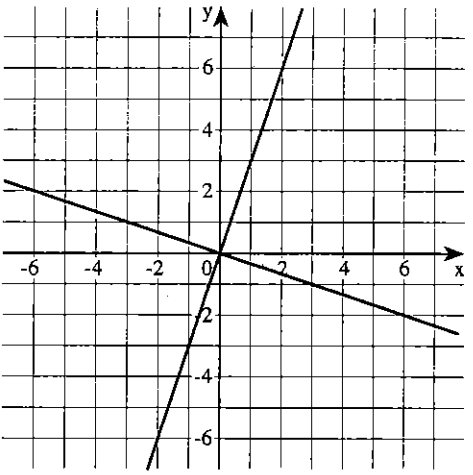
تمارين

13. أكمل:

	ميل المستقيم	ميل العمود عليه
أ)	5	------
ب)	-2	------
ج)	$-\frac{2}{3}$	------
د)	$\frac{1}{8}$	------
هـ)	1	------

14. معادلة احد المستقيمين هي $y = 3x$.
معادلة المستقيم المتعامد معه هي ____.

اكتب على كل مستقيم معادلته.



15. اشرح لماذا يكون الشكل المحصور بين المستقيمات الاربعة الاتية مستطيلا؟

$$y = -\frac{1}{2}x - 2 \quad , \quad y = -\frac{1}{2}x + 1 \quad , \quad y = 2x - 4 \quad , \quad y = 2x + 3$$

16. اضلاع مثلث قائم الزاوية تقع على المستقيمات:

AB: $y = 3x + 2$

AC: $y = -\frac{1}{3}x + 2$

BC: $x = 1$

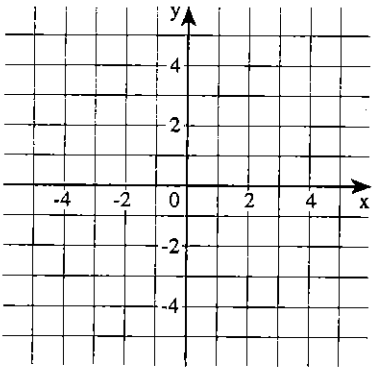
أ) جد احداثيات رؤوس المثلث.

ب) اي رأس من رؤوس هذا المثلث هو رأس الزاوية القائمة؟ لماذا؟

17. اكتب معادلات لِ 3 مستقيمات تكوّن مثلثا قائم الزاوية.

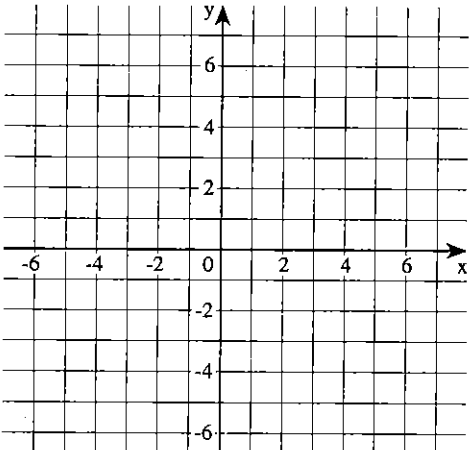
مستقيمات توازي المحورين

1. أ) ارسم المستقيم $y = 3$. ما هو ميله؟



ب) ارسم عمودا على هذا المستقيم يمر من النقطة $(2, 1)$.
ما هي معادلته؟

2. أ) اكتب احداثيات 4 نقاط الاحداثي الثاني لكل منها يساوي 2. عيّن النقاط في هيئة المحاور.



ب) ارسم مجموعة كل النقاط التي احداثيها الثاني يساوي 2.
اكتب معادلة ملائمة.

ج) ارسم عمودا من النقطة $(5, 2)$.
ما هي معادلة هذا العمود؟

د) ارسم من النقطة $(-1, -3)$ عمودين على المستقيمين اللذين رسمتهما. اكتب معادلتي العمودين.

3. هل المستقيمان متعامدان؟

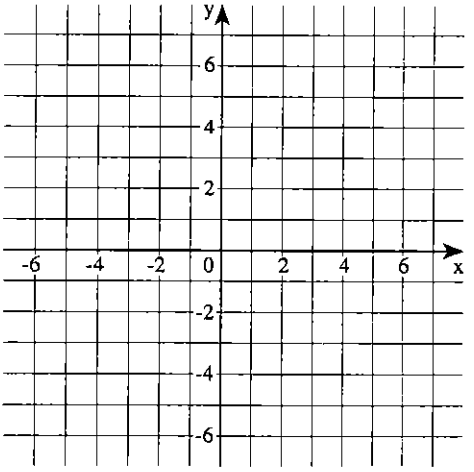
أ) $x = 5$	$x = 1$	د) $x = 2$	$x = -4$
ب) $y = 3$	$y = 7$	هـ) $y = x$	$x = -6$
ج) $y = 5 + x$	$x = -2$	و) $x = 0$	$y = 0$

مستقيمان أحدهما يوازي محور x والآخر يوازي محور y هما مستقيمان متعامدان.

اذا كان المستقيمان المتعامدان يوازيان المحورين لا يمكن ان يكون حاصل ضرب ميليهما يساوي ١-. لأن ميل المستقيم الذي يوازي محور x هو صفر. اما المستقيم الذي يوازي محور y فلا يوجد له ميل.

تمارين

4. أ) ارسم المستقيمين $x = 4$ وَ $x = -3$.



ب) ارسم عمودين على هذين المستقيمين الاول من النقطة (1, 2) والثاني من النقطة (2, −3).

ج) احسب مساحة المستطيل الذي نتج.

5. اكتب بجانب كل زوج من ازواج المستقيمات الاتية هل هما:
متعامدان ، متوازيان أم غير متوازيين وغير متعامدين.

أ) $y = 2x - 3$ $\quad$ $y = 2x + 5$

ب) $y = -3x + 1$ $\quad$ $y = \frac{1}{3}x - 4$

ج) $y = \frac{1}{2}x + 6$ $\quad$ $y = 2x - 3$

د) $x = 5$ $\quad$ $x = 0$

هـ) $y = 4x$ $\quad$ $y = 4x - 5$

و) $y = 3$ $\quad$ $x = -2$

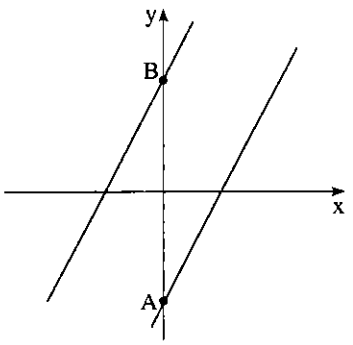
ز) $y = x + 6$ $\quad$ $y = -x + 1$

ح) $y = -x$ $\quad$ $y = x$

6. معادلتا المستقيمين هما:

$y = 2x - 3$

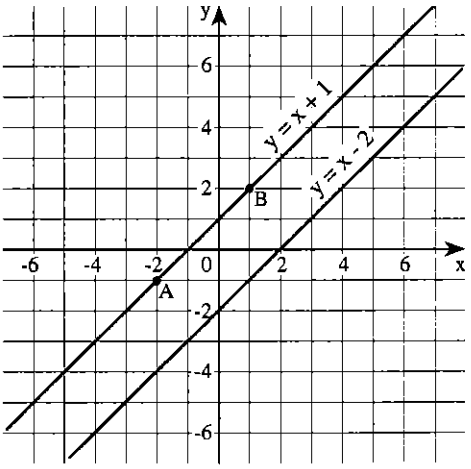
$y = 2x + 3$



أ) ارسم عمودين على هذين المستقيمين
الاول من النقطة A والثاني من B.
ما هو ميل كل عمود؟
اكتب معادلتي العمودين.

ب) اي شكل رباعي تحصر هذه المستقيمات بينها؟

7. أ) اكمل الناقص: B(1,) , A(−2,).



ب) عين على المستقيم $y = x - 2$ النقطتين C وَ D بحيث يكون الشكل ABCD مستطيلا.
كم مستطيلا كهذا يمكن ان ترسم؟ اشرح.
اكتب معادلات المستقيمات التي تقع عليها اضلاع المستطيل.

ج) عين على المستقيم $y = x - 2$ النقطتين E وَ F بحيث يكون الشكل ABEF متوازي اضلاع وليس مستطيلا.
كم متوازي اضلاع كهذا يمكن ان ترسم؟ اشرح.

د) اي من بين القضايا الاتية هي قضايا صدق؟

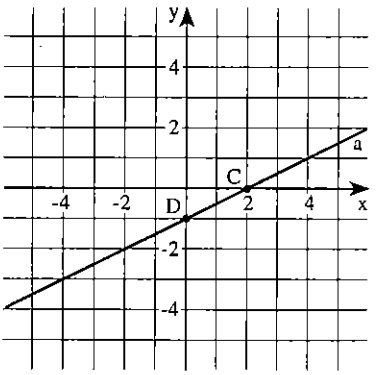
مساحة المستطيل مساوية لمساحة متوازي اضلاع كهذا.

مساحة المستطيل اصغر من مساحة متوازي اضلاع كهذا.

محيط المستطيل يساوي محيط متوازي اضلاع كهذا.

محيط المستطيل اصغر من محيط متوازي اضلاع كهذا.

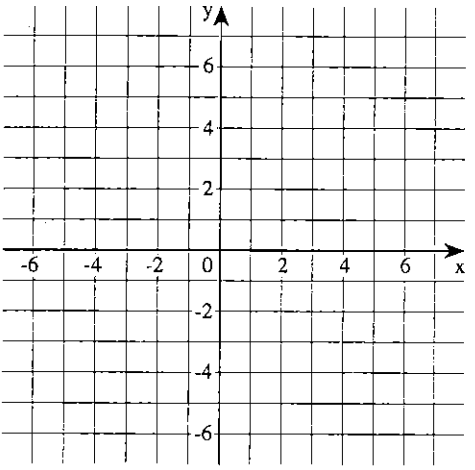
8. أ) ما هو ميل المستقيم المرسوم؟



ب) من نقطة تقاطع المستقيم مع محور y ارسم عمودا وسجل معادلته.

ج) من نقطة تقاطع المستقيم المرسوم مع محور y ارسم عمودا وسجل معادلته.

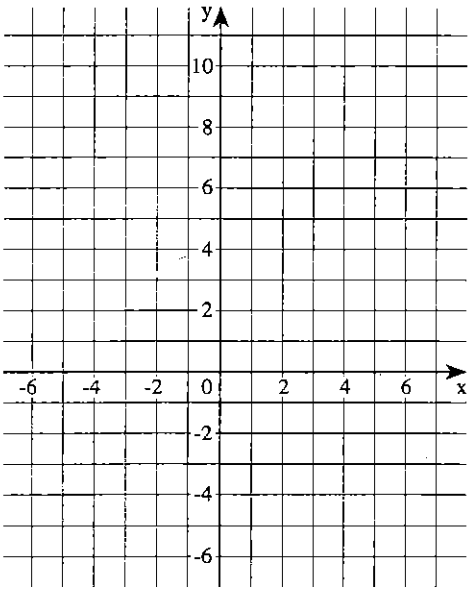
9. النقطتان (2, 3) وَ (0, 1) هما رأسان من رؤوس مثلث.
جد احداثيي رأسه الثالث اذا كانت مساحته تساوي مساحة 4 مربعات من المربعات التي في هيئة المحاور.



الفصل الخامس: تتمة حول المستقيمات

معادلة مستقيم يمر من نقطة معلومة

1. أ) ارسم مستقيما ميله يساوي 2 ويمر من النقطة (0, 3).
ما هي معادلته؟



ب) ارسم مستقيما آخر ميله يساوي 2 ويمر من النقطة (1, 7).
ما هي معادلته؟

ج) مستقيم ميله يساوي 2 ويمر من النقطة (3, 15) . خمن اين يقطع هذا المستقيم محور y ؟
اكتب معادلته.
عوض وافحص هل احداثيا النقطة (3, 15) يحققان المعادلة التي كتبتها؟

2. مستقيم ميله يساوي 3 ويمر من النقطة (10, 17).
أية معادلة من المعادلات الاتية هي معادلة المستقيم؟

أ) $y = 3x - 17$ ج) $y = 3x - 13$

ب) $y = 2x + 7$ د) $y = x + 7$

ليس سهلا دائما ان نضع مستقيما في هيئة محاور حسب معطيات معينة ونقرأ معادلته.
سنحاول ان نقوم بهذا بطريقة جبرية.

3. مستقيم ميله يساوي 2 ويمر من النقطة (20, 45).

أ) اكتب عددا داخل المستطيل يجعل احداثيي النقطة المعطاة يحققان المعادلة.

$$y = 2x + \square$$

اين يقطع هذا المستقيم محور y ؟

ب) مستقيم ميله 2 ويمر من النقطة (12, 4) .
اكتب عددا داخل المستطيل يجعل احداثيي النقطة المعطاة يحققان المعادلة.

$$y = 2x + \square .$$

4. a يمثل ميل المستقيم. M هي النقطة التي يمر منها.
اكتب معادلات المستقيمات حسب المعطيات الاتية:

أ) $a = 3$ $M(10, 5)$ ج) $a = -1$ $M(2, 10)$

ب) $a = -2$ $M(-3, 5)$ د) $a = 10$ $M(-5, 0)$

5. اكتب معادلة مستقيم ميله يساوي 4 ويمر من النقطة:

أ) (1, 2) ب) (2, 0) ج) (−20, 0)

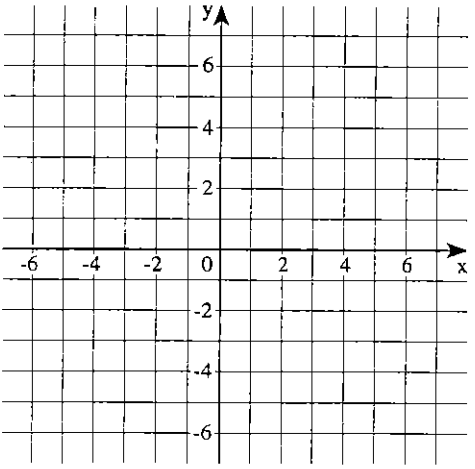
6. معادلة مستقيم هي $y = \frac{1}{2}x + 3$. رُسم عمود على هذا المستقيم من النقطة (2, 5).
ما هو ميل العمود؟
ما هي معادلة العمود؟
ارسم العمود وافحص جوابك.

7. أ) مستقيم ميله يساوي 3 ويمر من نقطة الاصل. ما هي معادلته؟

ب) رُسم من النقطة (0, −4) عمود على هذا المستقيم.
ما هو ميل العمود؟ ما هي معادلة العمود؟

ج) رُسم من النقطة (1 ,3) عمود آخر على هذا المستقيم. ما هي معادلته؟

8. $A(-3,3)$, $B(-4,-5)$, $C(4,-1)$ هي رؤوس المثلث ABC.



أ) جد ميل BC .

ب) جد ميل العمود على BC.

ج) اكتب معادلة العمود على الضلع BC والذي يمر من A.

العمود المرسوم من احد رؤوس مثلث على الضلع المقابل لهذا الرأس يسمى **الارتفاع**.

9. ما هي معادلة الارتفاع للضلع BC في المثلث الذي رؤوسه

أ) $A(2,4)$, $B(-4,2)$, $C(3,2)$

ب) $A(1,4)$, $B(-3,-3)$, $C(-3,6)$

10. مستقيم ميله يساوي $\frac{1}{4}$.

أ) اكتب معادلات 3 مستقيمات تعامد هذا المستقيم.

ب) اكتب معادلات 3 مستقيمات توازي هذا المستقيم.

11. مستقيم ميله يساوي $\frac{1}{2}$ ويمر من النقطة $A(10, 10)$.

أ) ما هي معادلة هذا المستقيم؟

ب) رُسم عمود على هذا المستقيم من النقطة A. ما هي معادلة العمود؟

ج) رُسم من النقطة $(0,-4)$ مستقيم يوازي المستقيم المعطى.
ما هي معادلة هذا الموازي؟

تمارين

12. جد معادلات المستقيمات حسب المعطيات الآتية:

أ) ميله يساوي 2 ويمر من النقطة $(0, 7)$.

ب) ميله يساوي 5- ويمر من النقطة $(-4, 1)$.

ج) يوازي المستقيم $y = 3x + 2$ ويمر من النقطة $(4, 0)$.

د) عمود على المستقيم $y = x + 8$ ويمر من النقطة $(-1,-2)$.

13. اكتب معادلة مستقيم يوازي المستقيم $y = \frac{1}{2}x - 1$ ويمر من النقطة:

أ) $(0, 0)$ ب) $(1, -1)$ ج) $(2, 4)$ د) $(-4,-2)$

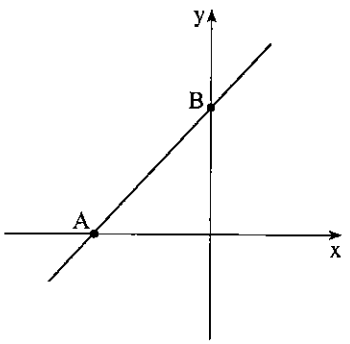
14. جد معادلة مستقيم يمر من النقطة A(2, 3) ويعامد المستقيم:

أ) $y = x$ ج) $y = \frac{1}{3}x - 1$

ب) $y = 2x + 5$ د) $y = -\frac{1}{4}x + 2$

15. معادلة المستقيم المرسوم هي: $y = x + 5$

أ) جد احداثيات A وَ B .



ب) ارسم عمودا على هذا المستقيم يمر من النقطة B. ما هي معادلته؟

ج) العمود الذي رسمته يقطع محور x في C. عيّن النقطة C واكتب احداثييها.

د) ارسم عمودين الاول من C على BC والثاني من A على AB.
ما هي معادلة كل عمود من هذين العمودين؟

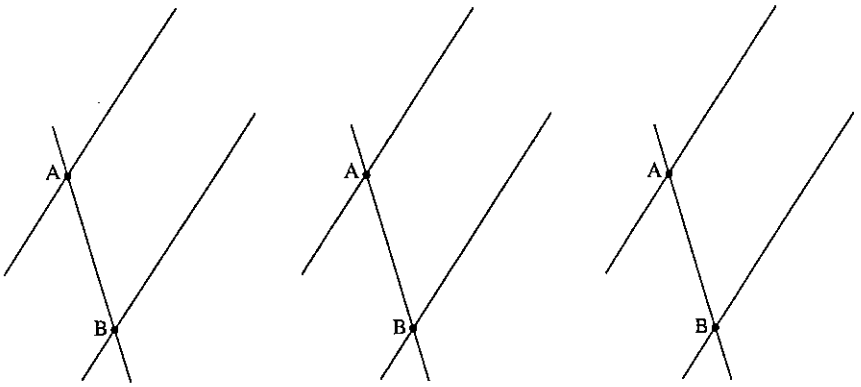
هـ) سمّ نقطة تقاطع العمودين بِ D. جد احداثيي النقطة D.

و) اي شكل رباعي هو الشكل ABCD ؟ احسب مساحته؟

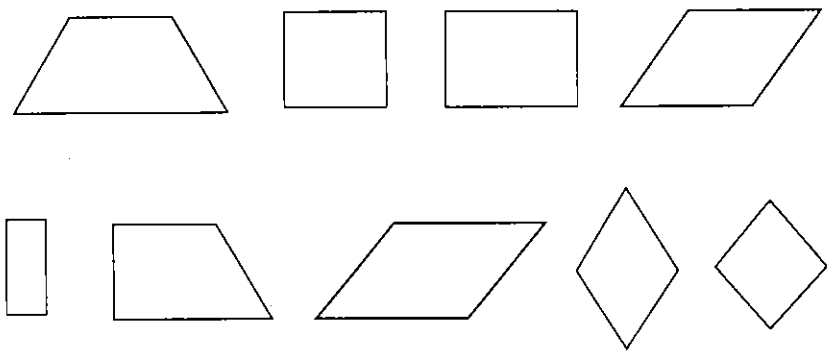
هندســة في هيئــة المحــاور

1. أكمل الرسم بحيث ينتج:

أ) متوازي اضلاع ليس معينا ب) معين ج) شبه منحرف



2. اكتب اسم كل شكل من الاشكال الرباعية الاتية.



3. اي شكل رباعي تعرّف كل جملة من الجمل الاتية:

أ) جميع زواياه قوائم.

ب) اضلاعه متساوية.

ج) فقط ضلعان من اضلاعه متوازيان.

د) كل ضلعين متقابلين متوازيان.

هـ) زواياه قوائم واضلاعه متساوية.

4. اكتب 4 معادلات لمستقيمات ينتج عن تقاطعها:

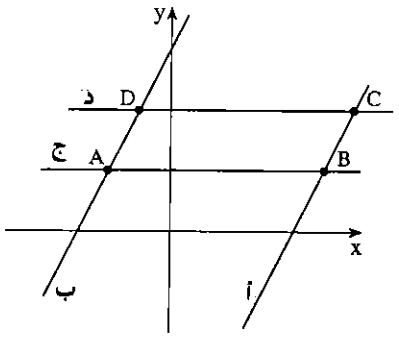
أ) مستطيل.

ب) شبه منحرف.

ج) متوازي اضلاع ليس مستطيل.

د) شبه منحرف قائم الزاوية.

5. أ) لائم لكل مستقيم معادلة من المعادلات الاتية. اكتب المعادلة على المستقيم الذي يمثلها.



$y = 2$

$y = 4$

$y = 2x - 8$

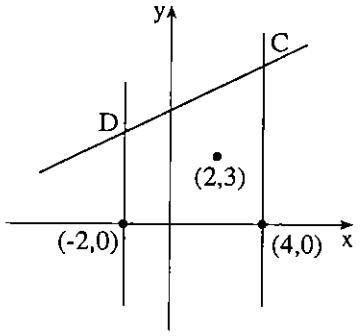
$y = 2x + 6$

ب) جد احداثيات النقاط

. D , C , B , A

ج) اي شكل رباعي تحصر بينها هذه المستقيمات الاربعة؟ ما هي مساحة هذا الشكل؟

6. معادلة المستقيم المرسوم هي $y=\frac{1}{2}x+5$



أ) ارسم مستقيما يمر من النقطة (2, 3) ويوازي هذا المستقيم.
ما هي معادلته؟

ب) ارمز بِـ A وَ B لنقطتي تقاطع الموازي مع العمودين المرسومين.

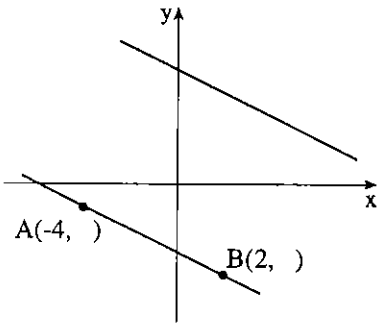
ج) جد احداثيات النقاط D, C, B, A.

د) جد مساحة الشكل الرباعي ABCD .

تمارين

7. معادلتا المستقيمين المرسومين هما: $y=-\frac{1}{2}x+5$ $y=-\frac{1}{2}x-3$

أ) اكمل احداثيات النقطتين A وَ B.



ب) ارسم من A ومن B عمودين على المستقيمين المتوازيين.
ما هو ميل كل منهما؟
جد معادلتيهما.

ج) اي شكل رباعي ينتج؟

د) ارمز لرأسي الشكل الرباعي الاخرين بِـ C وَ D. جد احداثيات C وَ D.

8. اذا كان المستقيمان $y = x + 4$ وَ $y = -x + 3$ متوازيين فاكتب **م** ، واذا كانا متعامدين فاكتب **ع** .

اذا كانت النقطة $(1, 5)$ هي نقطة تقاطع المستقيمين $y = 2x + 3$ وَ $y = -3x + 8$ فاكتب **م** واذا لم تكن فاكتب **و** .

اذا كان المستقيم $2x + 3y = -6$ يمر من النقطة $(-3,0)$ فاكتب **ل** ، واذا لم يكن فاكتب **هـ**.

اذا كان المستقيم $4x + 2y = 5$ يوازي المستقيم $y = -2x$ فاكتب **جـ** ، واذا لم يكن موازيا له فاكتب **ر** .

اذا كان المستقيم $x + y = 5$ عمودا على المستقيم $y = -x + 2$ ، فاكتب **ب** واذا لم يكن فاكتب **ي**.

اذا كان المستقيم $y = 3$ يوازي محور y فاكتب **س** واذا لم يكن فاكتب **د**.
اذا كان المستقيم $x = 2$ عمودا على المستقيم $y = -2$ فاكتب **!** ، واذا لم يكن فاكتب **م**.

9. اي شكل رباعي تحصر المستقيمات الاربعة بينها؟

أ) $y = x + 2$, $y = x - 2$, $y = -x - 2$, $y = -x + 2$

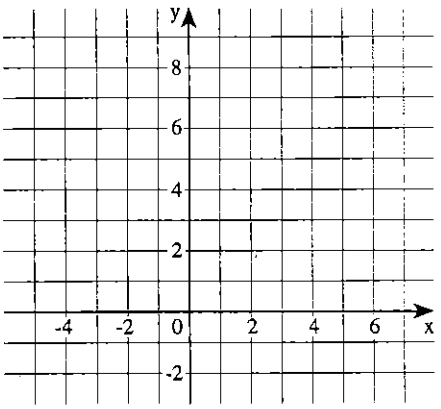
ب) $x = 3$, $x = 5$, $y = x - 10$, $y = -x + 10$

ج) $y = 3x - 2$, $y = 3x + 2$, $y = -x + 2$, $y = -x$

معادلـــة مستقيـــم يمـــر من نقطتيـــن

1. أ) عين في هيئة المحاور النقطتين (3, 5) وَ (4, 8) .
ما هو ميل المستقيم الذي يمر من هاتين النقطتين؟

ب) ما هو ميل المستقيم الذي يمر من النقطتين (2, 0) وَ (4, −1) ؟



سنحاول ان نجد ميل مستقيم بدون ان نرسم.

2. أ) جد ميل المستقيم الذي يمر من النقطتين (3, 5) وَ (4, 15). (اي جد كم وحدة نصعد عندما نتقدم وحدة واحدة من اليسار الى اليمين على طول المستقيم الذي يمر من النقطتين).

ب) جد ميل المستقيم الذي يمر من النقطتين (−2, 17) وَ (−1, 23) .

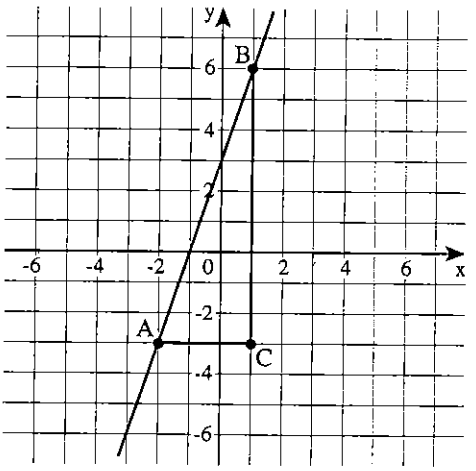
ج) جد ميل المستقيم الذي يمر من النقطتين (−1, 5) وَ (1, 13) .

3. أ) ما هو ميل المستقيم المرسوم؟

ب) كم وحدة نتقدم عندما ننتقل من A الى B ؟ اكتب على AC .

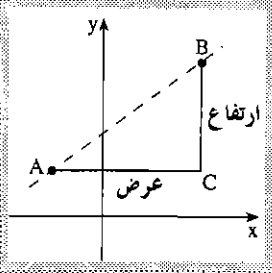
ج) كم وحدة نصعد عندما ننتقل من A الى B ؟ اكتب على BC .

د) كم وحدة نصعد عندما نتقدم وحدة واحدة باتجاه مواز لمحور x ؟



عرض الدرجة يمثل كم وحدة نتقدم باتجاه موازٍ لمحور x.
ارتفاع الدرجة يمثل كم وحدة نصعد (أو ننزل).
لذلك:

$$\text{ميل المستقيم} = \frac{\text{ارتفاع الدرجة}}{\text{عرض الدرجة}}$$

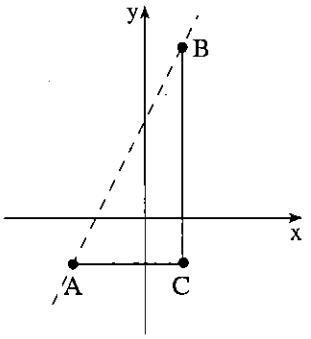


ع"د 4. المستقيم المرسوم يمر من النقطتين A(−2,−1) , B(1, 5) .

أ) اكتب احداثيي النقطة C.

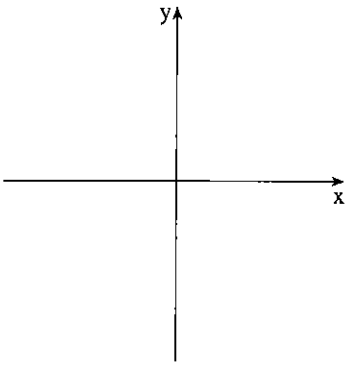
ب) جد عرض الدرجة AC وارتفاعها BC .

ج) ما هو ميل AB ؟



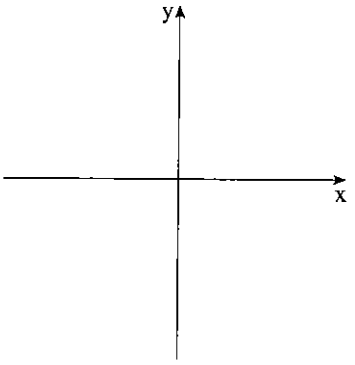
ع"د 5. أ) عين النقطتين A(−1,−7) , B(3, 1) . (بالتقريب).

ب) ارسم درجة ملائمة.
اكتب كم يساوي عرض الدرجة
وارتفاعها.



ج) ما هو ميل المستقيم AB ؟

6. أ) عين بالتقريب النقطتين A(−2,1) , B(−1,−7). ارسم درجة ملائمة.



ب) اكتب كم يساوي عرض الدرجة وارتفاعها.

ج) كم وحدة ننزل عندما نتقدم وحدة واحدة اثناء الانتقال من A الى B ؟

د) ما هو ميل AB ؟

تذكر! عندما ننزل يكون الميل سالبا.

تمارين

7. جد ميل المستقيم الذي يمر من النقطتين.
(عين النقطتين بالتقريب وارسم درجة ملائمة).

أ) A(−1, 5) B(3, 7) ج) A(−2, 0) B(8, 20)

ب) A(1, 3) B(0, 0) د) A(−2, 0) B(8, −20)

8. أ) جد ميل المستقيم الذي يمر من النقطتين (3 ,−1) وَ (1 ,0) .

ب) ما هي معادلته؟

9. أ) جد ميل المستقيم الذي يمر من النقطتين (2 ,1) وَ (5 ,2) .

ب) ما هي معادلته؟

ج) جد معادلة مستقيم يوازي هذا المستقيم ويمر من النقطة (5 ,0) .

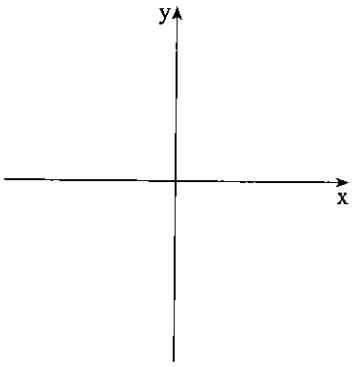
د) جد معادلة مستقيم اخر يوازي هذا المستقيم ويمر من النقطة (5 ,1) .

10. جد معادلة المستقيم الذي يمر من النقطتين:

أ) $A(0, 0)$, $B(1, 1)$ ب) $A(-10,-5)$, $B(10, 5)$

ج) $A(-3, 7)$, $B(2, 17)$

11. أ) جد معادلة المستقيم الذي يمر من النقطتين $(0 ,-2)$, $(1, 9)$.
(ارسم المستقيم بالتقريب).



ب) اكتب احداثيي نقطة تقع
على هذا المستقيم.

ج) ارسم (بالتقريب) مستقيما يوازي
هذا المستقيم ويمر من النقطة $(-1, 1)$.
ما هي معادلته؟

د) اكتب احداثيي نقطة تقع على
هذا المستقيم.

هـ) ما هو ميل العمود على المستقيمين المذكورين؟

و) ارسم (بالتقريب) عمودا على المستقيمين يمر من النقطة $(0, 5)$.
ما هي معادلته؟

ز) ارسم وجد معادلة عمود آخر على المستقيمين يمر من النقطة $(3, 1)$.

ح) اي شكل رباعي تحصر المستقيمات التي رسمتها بينها؟ علل!

12. $A(-1, 3)$, $B(5, 9)$, $C(8, 6)$, $D(2, 0)$

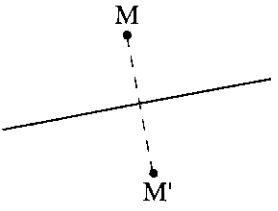
اي شكل رباعي هو الشكل ABCD ؟ علل!

الفصل السادس: انعكاس بمستقيم

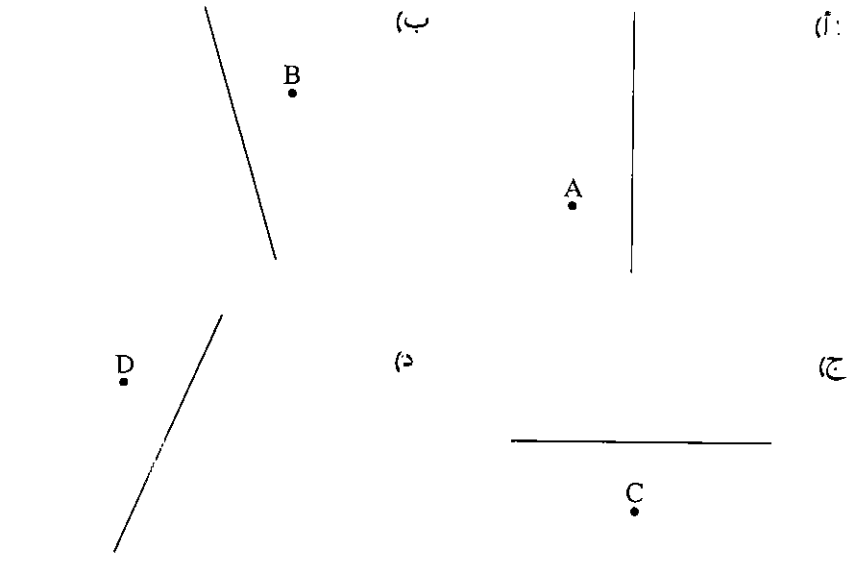
محــور التماثــل

عرفنا في الدروس السابقة عملية الازاحة، في المستقيمات والدوال والاشكال الرباعية والقطع المكافئ.
سنتعلم الان عملية اخرى وهي: "انعكاس بستقيم".
مستقيم الانعكاس هو محور التماثل للشكل وانعكاسه.

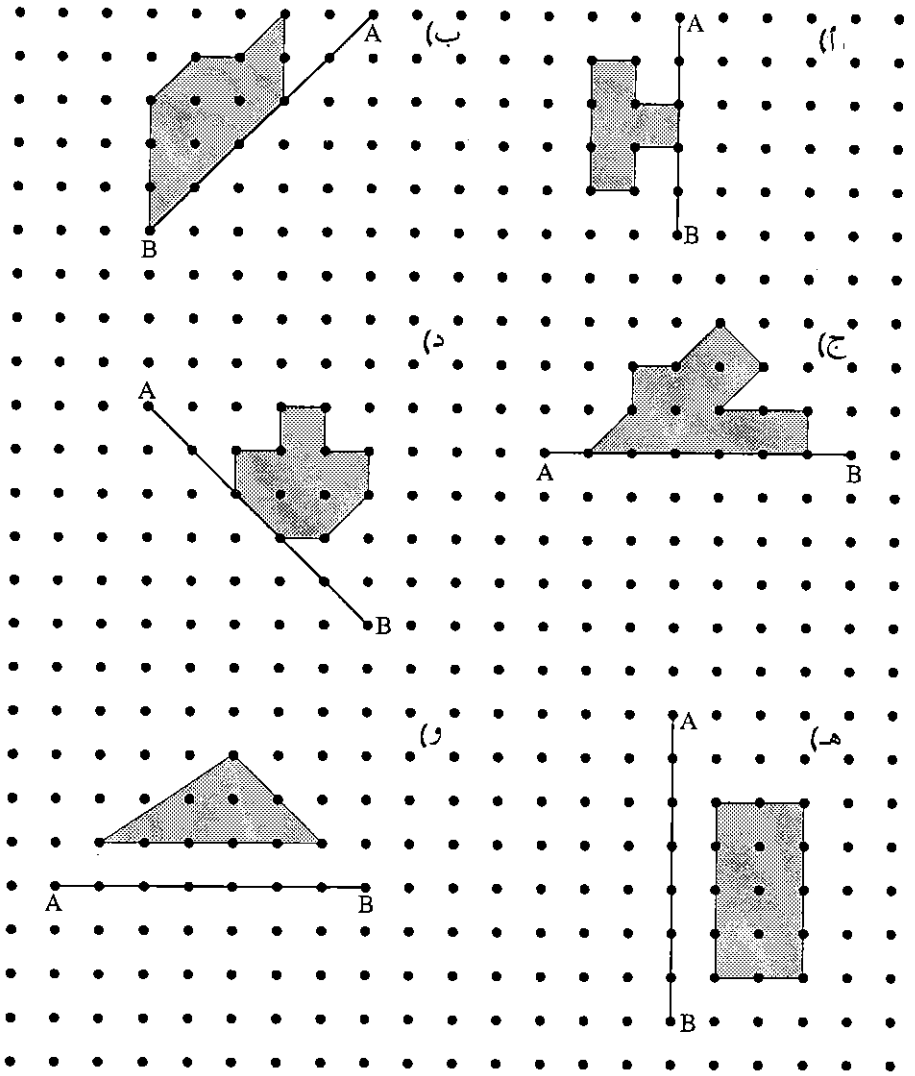
1. في كل بند من البنود الاتية المستقيم هو مرآة. ارسم صورة النقطة (جد النقطة المماثلة للنقطة المعطاة بالنسبة للمستقيم).



مثــال: M وَ M' متماثلتان بالنسبة للمستقيم.
تذكر: MM' عمود على "المرآة".



ع"ذ 2. اكمل الرسومات الاتية بحيث ينتج شكل متماثل بالنسبة للمستقيم AB (AB محور التماثل).

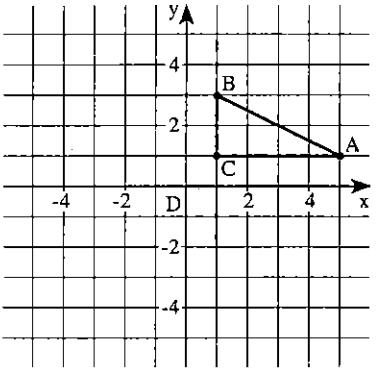


3. أ) ارسم انعكاس المثلث ABC بالنسبة للمستقيم BC.

ارمز لانعكاس النقطة A بـ D.

ما هما احداثيا النقطة D ؟

اي مثلث هو المثلث DBA ؟

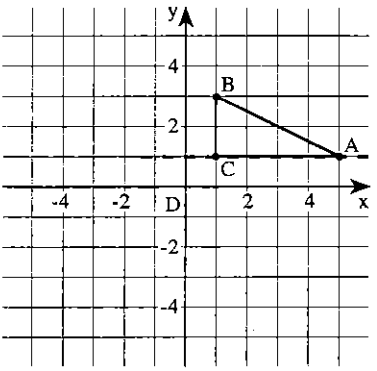


ب) ارسم انعكاس المثلث بالنسبة للمستقيم AC

ارمز لانعكاس النقطة B بـ E.

ما هما احداثيا النقطة E ؟

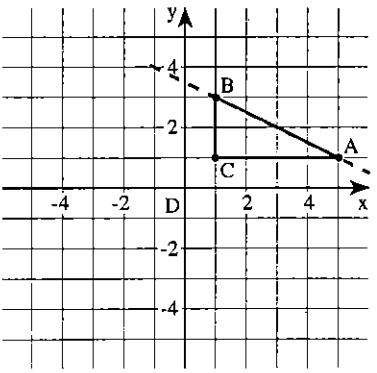
اي مثلث هو المثلث EBA ؟



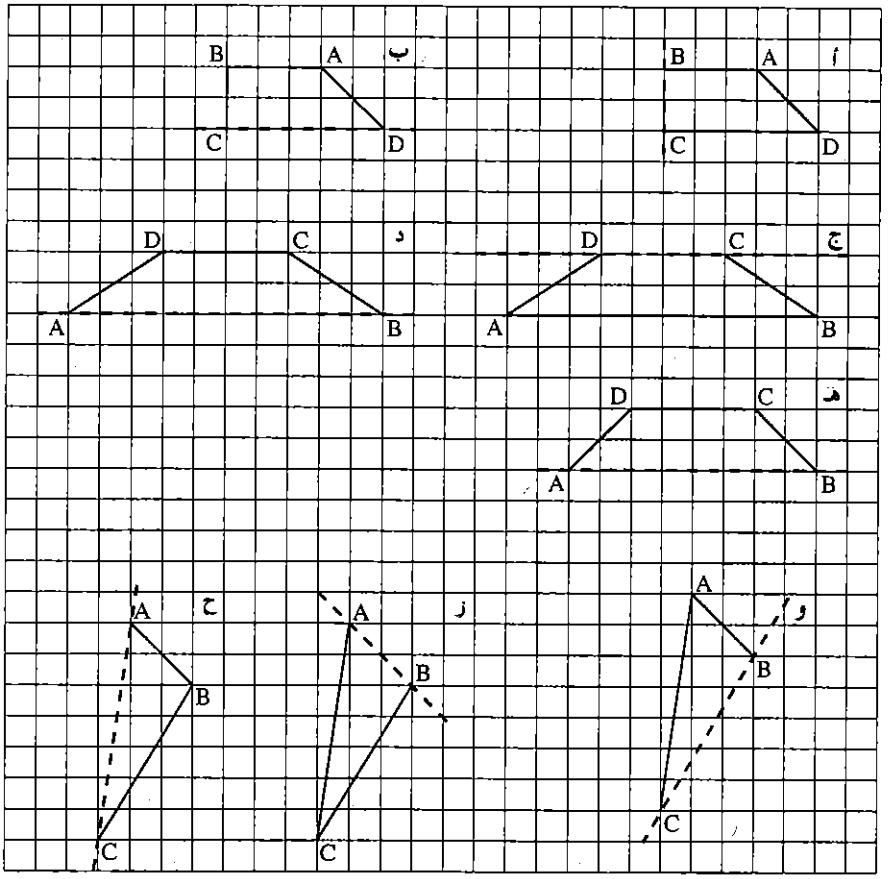
ج) ارسم انعكاس المثلث بالنسبة للمستقيم AB.

ارمز لانعكاس النقطة C بـ F.

اي شكل رباعي ينتج؟



4. ارسم انعكاس كل شكل من الاشكال الاتية بالنسبة للمستقيم (المتقطع).
اكتب اي شكل ينتج. (الشكل الذي ينتج مركب من الشكل المعطى وصورة هذا الشكل).

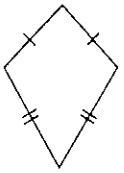


مستقيم الانعكاس هو محور تماثل الشكل المركب من الشكل المعطى وانعكاسه.
محور التماثل هو مستقيم، اذا طويا الشكل حوله ينطبق جزآه على بعضهما تمام الانطباق.

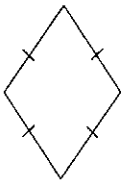
5. ارسم اذا امكن، كل محاور التماثل لكل شكل من الاشكال الرباعية الاتية.
(بعد ان ترسم محور متماثل ينتج شكلان احدهما انعكاس الاخر بالنسبة للمحور).

أ)

ب)



ج)



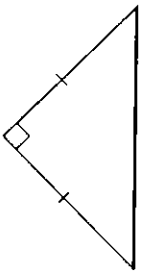
د)

هـ)

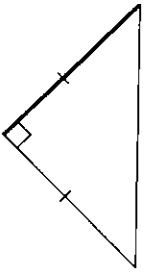
و)

6. ارسم انعكاس كل مثلث من المثلثات الاتية بالنسبة للمستقيم المشار اليه واكتب اي شكل ينتج.

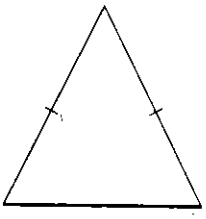
أ)



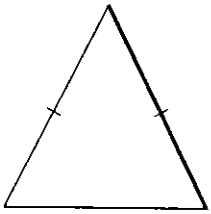
ب)



ج)

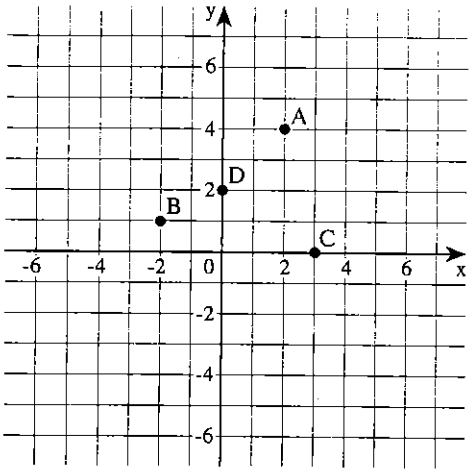


د)



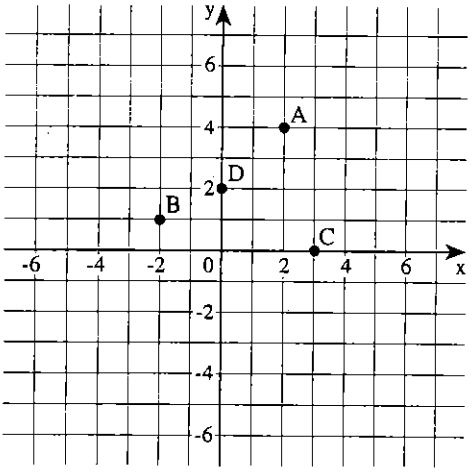
7. أ) اكتب احداثيات النقاط المشار اليها.

B(,) , A(,)
D(,) , C(,)



ب) عين انعكاسات هذه النقاط بالنسبة لمحور x واكتب احداثياتها.

ج) عين انعكاسات هذه النقاط بالنسبة لمحور y واكتب احداثياتها.



8. أ) عين النقاط الاتية في هيئة محاور.

$(-3,-4)$, $(0,3)$, $(1,2)$, $(-1,5)$

ب) اكتب احداثيات انعكاسات هذه النقاط بالنسبة لمحور x .

ج) اكتب احداثيات انعكاسات هذه النقاط بالنسبة لمحور y .

9. أ) اكتب احداثيات انعكاسات النقاط الاتية بالنسبة لمحور x:

$(3,15)$, $(-1,-20)$, $(-10,0)$, $(0,12)$

القانون: ما هما احداثيا انعكاس النقطة $M(3, y)$ بالنسبة لمحور x.

ما هما احداثيا انعكاس النقطة $N(x, y)$ بالنسبة لمحور x.

ب) اكتب احداثيات انعكاسات النقاط الاتية بالنسبة لمحور y:

$(2,10)$, $(4,0)$, $(0,-15)$, $(-10,1)$, $(8,3)$

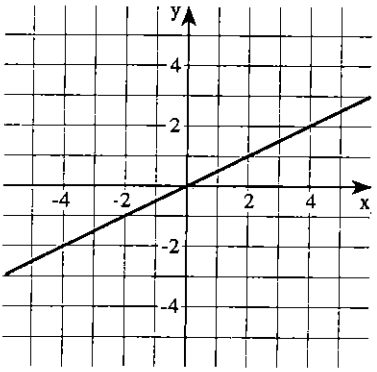
القانون: ما هما احداثيا انعكاس النقطة $T(x, 5)$ بالنسبة لمحور y.

ما هما احداثيا انعكاس النقطة $P(x, y)$ بالنسبة لمحور y.

أ) اذا كان محور التماثل هو محور x:
- النقطتان (x, y) و $(x, -y)$ متماثلتان بالنسبة لمحور x.
- وكل نقطة على محور x تماثل نفسها.

ب) اذا كان محور التماثل هو محور y:
- النقطتان (x, y) و $(-x, y)$ متماثلتان بالنسبة لمحور y.
- وكل نقطة على محور y تماثل نفسها.

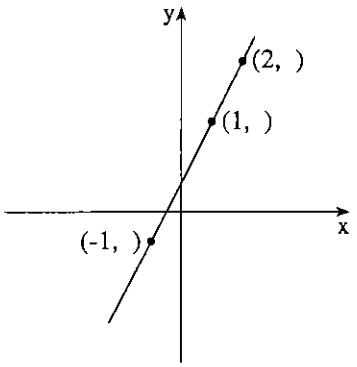
10. أ) ما هي معادلة المستقيم المرسوم؟



ب) ارسم انعكاس هذا المستقيم بالنسبة لمحور x. ما هي معادلته؟

ج) هل المستقيم الذي نتج يعامد المستقيم المعطى؟

11. معادلة المستقيم المرسوم هي $y = 2x + 1$



أ) اكمل احداثيات النقاط المشار اليها.

ب) عين انعكاس كل نقطة من هذه النقاط بالنسبة لمحور x واكتب احداثييها.

ج) ارسم انعكاس المستقيم المذكور بالنسبة لمحور x . ما ميل المستقيم الذي نتج؟
في اية نقطة يقطع هذا المستقيم محور y ؟

د) ما هي معادلة هذا المستقيم؟

هـ) افحص اذا كانت النقاط التي عينتها في (ب) تقع على هذا المستقيم.

و) هل توجد نقطة مشتركة للمستقيم وانعكاسه؟
اذا كان الجواب نعم فجد احداثيي هذه النقطة.

12. أ) معادلة مستقيم هي: $y = 7x$.
ما هي معادلة انعكاس هذا المستقيم بالنسبة لمحور x ؟

ب) معادلة مستقيم هي: $y = -3x + 5$.
ما هي معادلة انعكاس هذا المستقيم بالنسبة لمحور x ؟

ج) معادلة مستقيم هي: $y = -4$.
ما هي معادلة انعكاس هذا المستقيم بالنسبة لمحور x ؟

تمارين

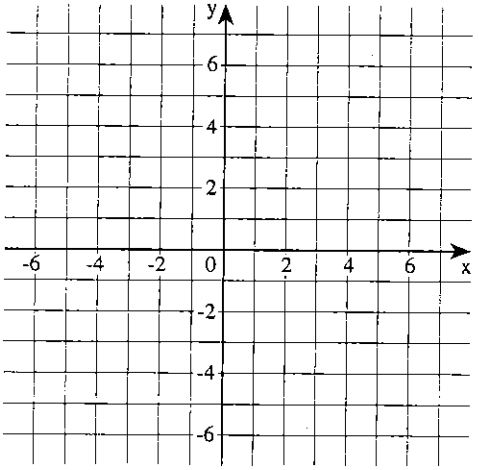
13. اكتب احداثيات النقاط التي تماثل النقاط الاتية بالنسبة لمحور x. (استعن بهيئة محاور اذا لزم الامر).

(−3, 1) تماثل _____ (4, 5) تماثل _____

(−3,−1) تماثل _____ (4, −5) تماثل _____

(0, 8) تماثل _____ (−2, 0) تماثل _____

14. أ) عين النقطة A(5, 2) في هيئة المحاور.



ب) B تماثل A بالنسبة لمحور x.
اكتب احداثيي النقطة B
وعينها في هيئة المحاور.

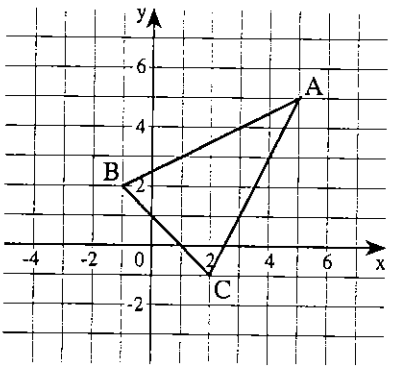
ج) C هي نقطة تماثل B
بالنسبة لمحور y.
اكتب احداثيي C وعينها
في هيئة المحاور.

د) D هي نقطة تماثل C بالنسبة لمحور x.
اكتب احداثيي D وعينها في هيئة المحاور.

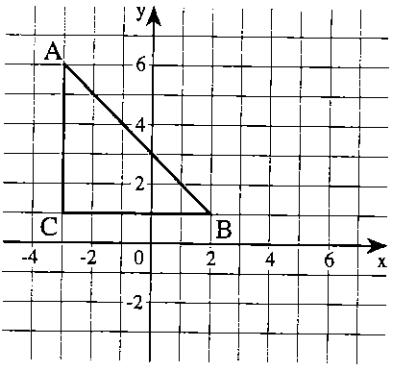
هـ) صل النقاط الاربعة بالترتيب. ما هو الـ كل الذي نتج؟
جد مساحته ومحيطه.

15. ارسم محور التماثل في كل شكل من الاتية واكتب معادلته.

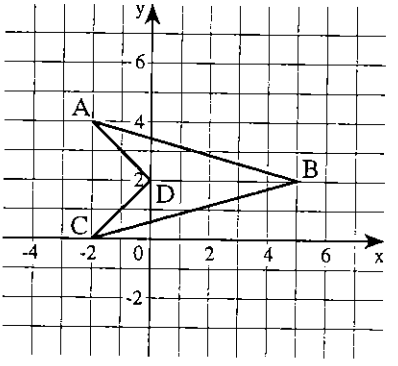
أ)



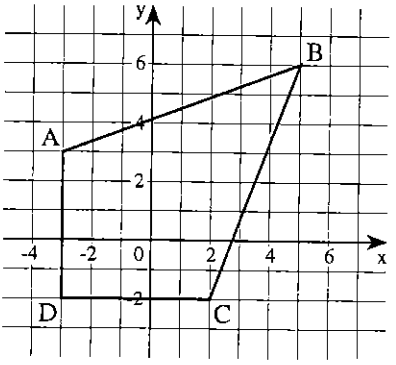
ب)



ج)

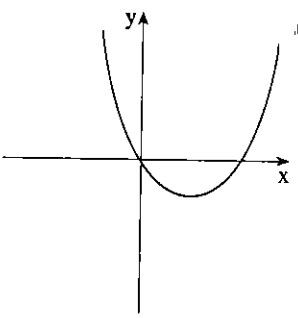


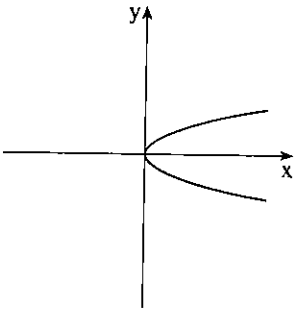
د)

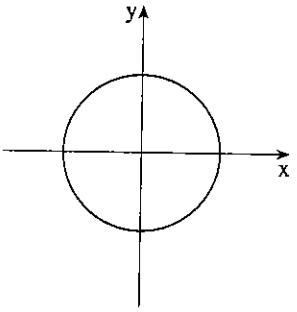


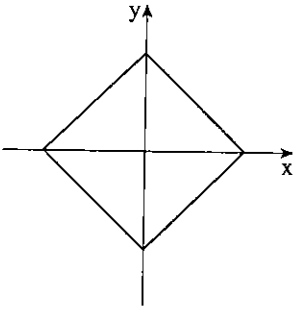
ما هو اسم كل شكل من الشكلين المرسومين في "ج" وَ "د"؟

16. ارسم، اذا دعت الحاجة الشكل الذي يماثل الشكل المعطى بالنسبة لمحور x .
اي شكل من هذه الاشكال يختلف عن باقي الاشكال؟

أ)


ب)


ج)


د)


17. صواب ام خطأ؟

أ) المستقيمان $y = 3x$ وَ $y = -3x$ متماثلان بالنسبة لمحور x.

ب) اذا كان ميل مستقيم عددا موجبا فان ميل المستقيم الذي يماثله بالنسبة لمحور x هو ايضا موجب.

ج) المستقيمان $y = \frac{1}{2}x$ وَ $y = 2x$ متماثلان بالنسبة لمحور x .

د) توجد على الاقل نقطة مشتركة واحدة لكل مستقيمين متماثلين بالنسبة لمحور x .

هـ) المستقيمان المتماثلان بالنسبة لمحور x يمكن ان يكونا متوازيين ايضا.

و) اذا وُجدت نقطة مشتركة لمستقيمين متماثلين بالنسبة لمحور x فان هذه النقطة تقع على محور x .

18. احط بمستطيل المعادلة التي تمثل مستقيما يماثل المستقيم المعطى (داخل المستطيل) بالنسبة لمحور x.

أ) $\boxed{y = 3x - 1}$ $y = -3x - 1$ ش $y = 3x + 1$ ر $y = -3x + 1$ أ

ب) $\boxed{y = -4x}$ $y = 4x$ ل $y = \frac{1}{4}x$ ب $y = -\frac{1}{4}x$ ي

ج) $\boxed{y = -2x + 3}$ $y = 2x + 3$ ش $y = -2x - 3$ و $y = 2x - 3$ م

د) $\boxed{y = 6}$ $y = -6$ و $y = 6$ ع $x = -6$ هـ

هـ) $\boxed{x = 4}$ $y = 4$ ز $x = -4$ ش $x = 4$ ل

و) $\boxed{y = \frac{1}{2}x + 5}$ $y = 2x - 5$ ن $y = -\frac{1}{2}x - 5$ د $y = -2x - 5$ ت

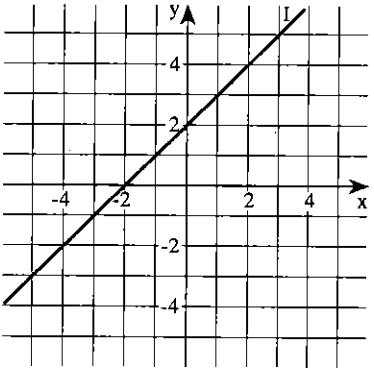
اي عيد يختبئ تحت المستطيلات التي رسمتها.

19. أ) اكتب معادلة مستقيم يوازي المستقيم $y = 3x + 1$ ويمر من النقطة $(-1,2)$. (ارسم اذا كان ضروريا).

ب) اكتب معادلتي مستقيمين يماثلان المستقيمين المتوازيين في (أ) بالنسبة لمحور x.

ج) اي شكل تحصر المستقيمات التي رسمتها بينها؟

20. معطى المستقيم (I) $y = x + 2$



أ) ارسم المستقيم (II) بحيث يكون مماثلا للمستقيم (I) بالنسبة لمحور x.

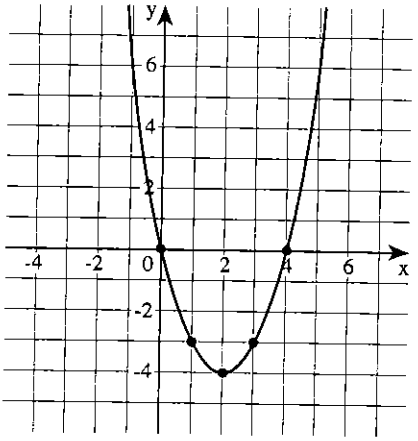
ب) ارسم المستقيم (III) بحيث يكون مماثلا للمستقيم (II) بالنسبة لمحور y.

ج) ارسم المستقيم (IV) بحيث يكون مماثلا للمستقيم (III) بالنسبة لمحور x.

د) اي شكل تحصر هذه المستقيمات بينها؟ احسب مساحة هذا الشكل.

القطـع المكافـئ والتمـاثـل

في الوحدة التعليمية "دوال وصور قضايا تربيعية" عرفت القطع المكافئ ومعادلة القطع المكافئ. يوجد للقطع المكافئ محور تماثل.

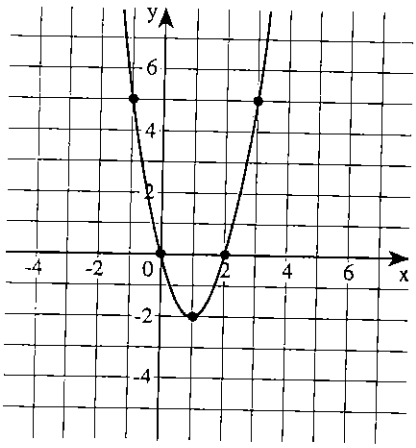


1. معطى القطع المكافئ $y = x^2 - 4x$.

أ) جد محور تماثله.

ب) ازح النقاط المؤشرة 3 وحدات الى اعلى وعينها.

ج) ارسم بالتقريب الرسم البياني الذي ينتج بعد ازاحة نقاط الرسم البياني المعطى 3 وحدات الى اعلى.
ما هي معادلة القطع المكافئ الجديد؟ ما هي معادلة محور تماثله؟



2. معطى القطع المكافئ $y = x^2 - 4x$

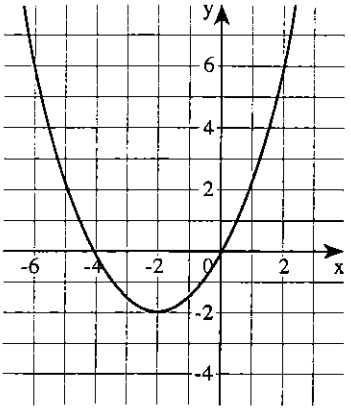
أ) ارسم محور تماثل القطع.
ما هي معادلته؟

ب) عين صور النقاط المشار اليها في الشكل بالنسبة لمحور x .

ج) ارسم صورة القطع المكافئ بالنسبة لمحور x .
ما هي معادلة القطع الذي نتج؟

د) ازح نقاط القطع الذي نتج في (ج) بمقدار وحدتين الى اعلى. ما هي معادلة القطع الجديد؟ ما هي معادلة محور التماثل؟ ما هما احداثيا رأسه؟

3. معطى القطع المكافئ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x$



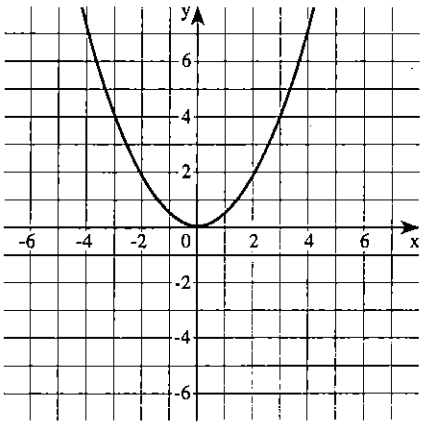
أ) ارسم محور تماثله.
ما هي معادلة محور التماثل.

ب) ارسم انعكاس هذا القطع بالنسبة لمحور x.
ما هي معادلة القطع الذي نتج؟
ما هي معادلة محور تماثله؟

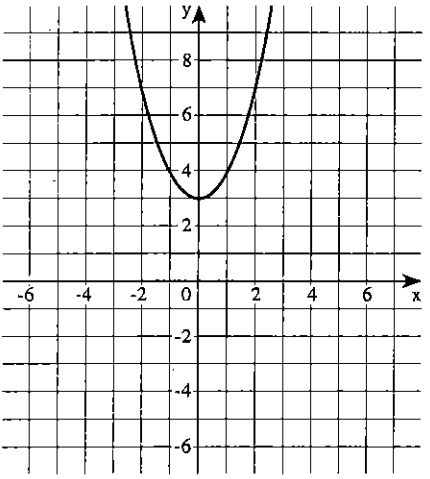
ج) ازح القطع الذي نتج في ب 3 وحدات الى اعلى وارسمه بالتقريب.
ما هي معادلة القطع الجديد؟

4. ارسم قطعا مكافئا بحيث يماثل القطع المعطى بالنسبة لمحور x واكتب معادلته.
اكتب ايضا معادلة محور التماثل للقطع المكافئ ومماثله.

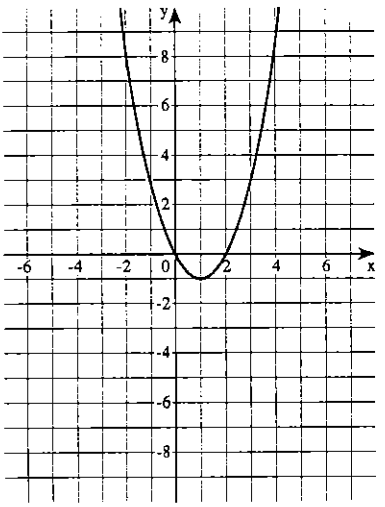
أ) $y = \frac{1}{2}x^2$



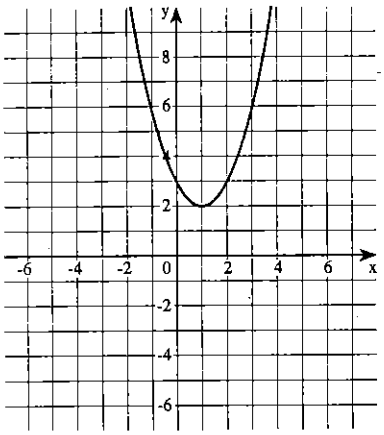
ب) $y = x^2 + 3$



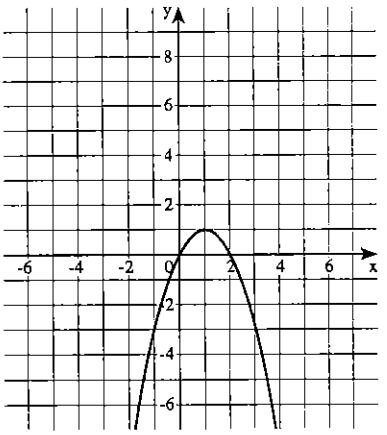
ج) $y = x^2 - 2x$



د) $y = x^2 - 2x + 3$



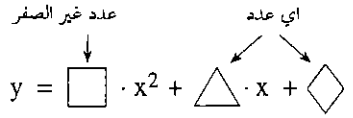
هـ) $y = -x^2 + 2x$



انتبه: معادلة محور التماثل لا تتغير عند إزاحة القطع إلى أعلى أو إلى أسفل باتجاه موازٍ لمحور y، أو إذا رسمنا انعكاس القطع بالنسبة لمحور x.

معادلــة محــور التماثــل – مراجعة

1. الدالة التربيعية هي على شكل



أ) اكتب 3 دوال تربيعية مختلفة.

ب) اكتب الدالة التربيعية التي تنتج عند كتابة 2– داخل المربع، 1 داخل المثلث وَ 17 داخل المعين.

كما تعلم فاننا نكتب بدل ◇ , △ , □ حروفا فيحصل لدينا:

$$y = ax^2 + bx + c \qquad a \neq 0$$

ج) لماذا حسب رأيك $a \neq 0$ ؟

2. اكتب الدالة التربيعية الملائمة.

أ) $a = 1 \quad b = -1 \quad c = 4$ ج) $a = 8 \quad b = 0 \quad c = \frac{1}{2}$

ب) $a = 2 \quad b = -1 \quad c = 0$ د) $a = -1 \quad b = 1 \quad c = -3$

3. بسط اذا لزم الامر ثم قرر اذا كانت الدالة التي تنتج هي دالة تربيعية.
اكتب كلا من a, b وَ c لكل دالة تربيعية تنتج.

أ) $y = 2x^2 + 3x + 4$ و) $y = x^2 + 2x - 5 + 3x - x^2$

ب) $y = x^2 - 2x$ ز) $y = (x + 4)(x - 4)$

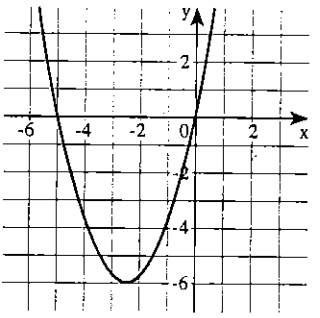
ج) $y = x(x + 3) - x(x + 1)$ ح) $y = x^2 + (5 - x)(x - 2)$

د) $y = (2x + 3)(2x + 3)$ ط) $y = (3 - x)(x + 2)$

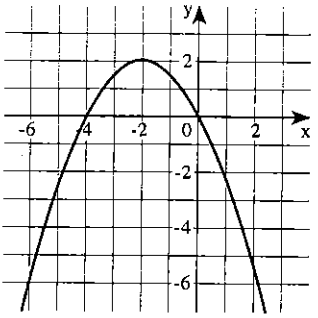
هـ) $y = x^2 + 3x - 8$ ي) $y = x(x + 2)(x + 1)$

4. معطى الرسوم البيانية لدوال تربيعية والمعادلات الملائمة.
أكمل الجدول.

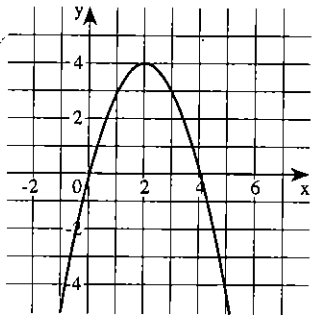
أ) $y = x^2 + 5x$



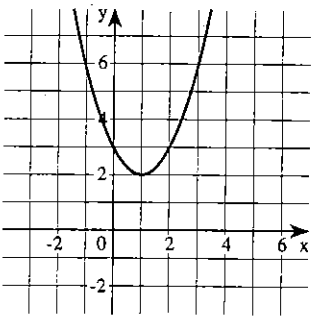
ب) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x$



ج) $y = -x^2 + 4x$



د) $y = x^2 - 2x + 3$



البرابولا	معادلة محور التماثل	a	b	c	احسب: $-\frac{b}{2a}$
أ) $y = x^2 + 5x$					
ب) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x$					
ج) $y = -x^2 + 4x$					
د) $y = x^2 - 2x + 3$					

تمارين

5. اكتب معادلة محور التماثل لكل دالة من الدوال الاتية:

أ) $y = 3x^2 + 6x + 1$ ج) $y = 4x^2 - 12x - 3$

ب) $y = -x^2 + 4x - 2$ د) $y = \frac{1}{2}x^2 - 12x - 3$

6. أ) جد محور تماثل القطع المكافئ $y = -x^2 + 4x + 1$.

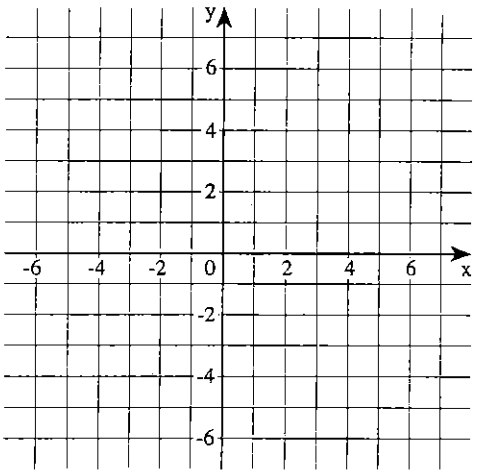
ب) ما هما احداثيا رأس هذا القطع؟

ج) اكمل الجدول وارسم القطع المكافئ.

رأس القطع

x									
y									

د) اجب عن الاسئلة الاتية مستعينا بالرسم البياني.



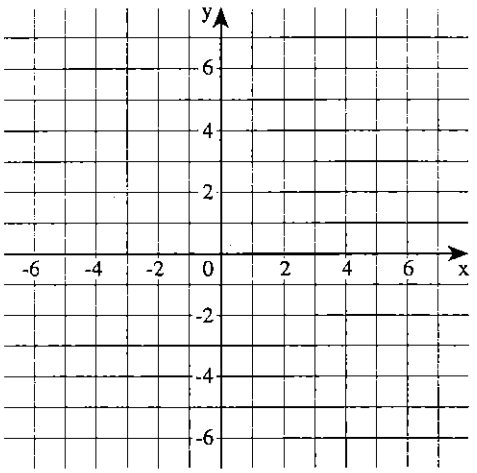
عين جزء الخط الذي تكون فيه الدالة تصاعدية.

هل رأس القطع هو نقطة نهاية عظمى ام صغرى؟

ارسم المستقيم $y = 4$ وجد متى يتحقق $-x^2 + 4x + 1$.

بين اية قيم لِ x تكون قيمة الدالة موجبة $y > 0$ ؟

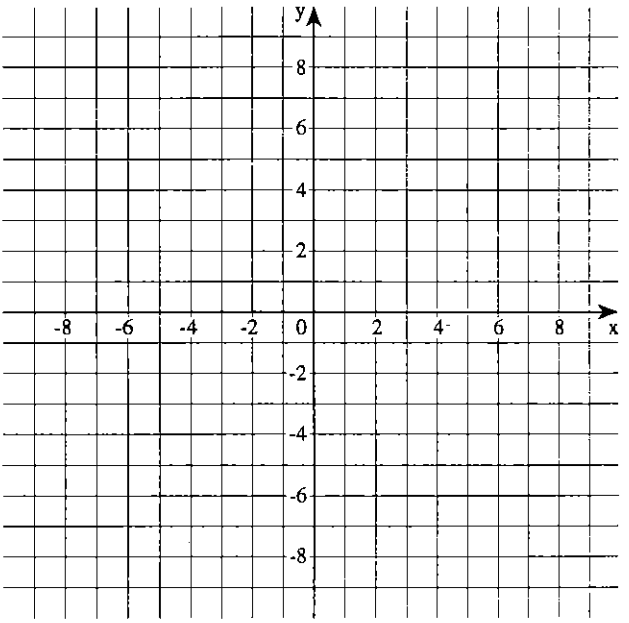
7. أ) ارسم المستقيم $x = 2$.



ارسم قطعا مكافئا رأسه في النقطة (2, 1) وله نقطة نهاية صغرى.

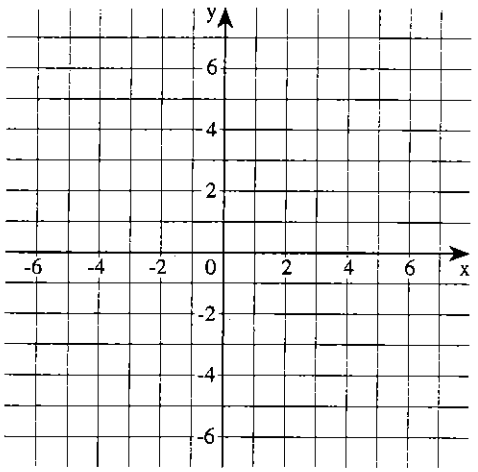
ماذا يكون المستقيم بالنسبة للقطع؟

ب) ارسم قطعين متكافئين محور تماثل كل منهما هو المستقيم $x = -1$ ويمران من النقطة $(-2, 0)$.



الفصل السابع: منتصف قطعة

ايـن المنتصـف؟

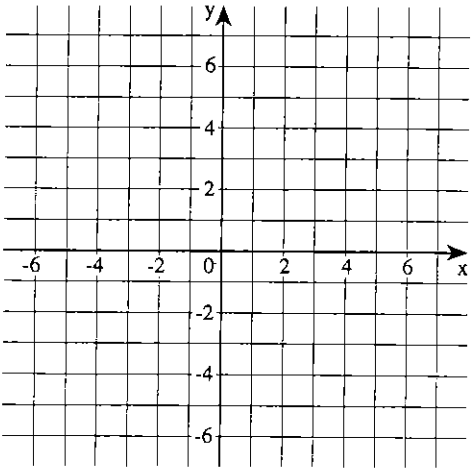


1. أ) عين النقطتين
$A(-3, 6)$, $B(-3, -2)$
وصل بينهما.

ب) ارسم مستقيما بحيث تكون النقطتان متماثلتان بالنسبه له.
ما هي معادلته؟

ج) ما هما احداثيا نقطة تقاطع المستقيمين؟ اين تقع هذه النقطة بالنسبة لِ AB ؟

2. I. عين كل زوج من النقاط الاتية في هيئة المحاور ثم جد احداثيي النقطة C التي هي منتصف القطعة.



أ) $A(6, 5)$ $B(2, 5)$

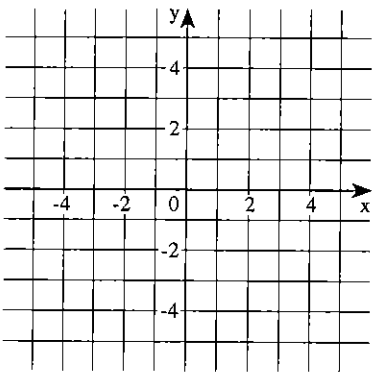
ب) $A(-3, 1)$ $B(7, 1)$

ج) $A(-2, 6)$ $B(5, 6)$

د) $A(\frac{1}{2}, 5)$ $B(-4\frac{1}{2}, 5)$

II. ما هما احداثيا منتصف القطعة التي طرفاها (5, 10) (12, 10) ؟
ما هما احداثيا منتصف القطعة التي طرفاها (150, 7) (100, 7) ؟

3. I. عين كل زوج نقاط من النقاط الاتية وجد كل مرة احداثيي النقطة C التي هي منتصف القطعة AB.



أ) A(2, 5) , B(2, 1)

ب) A(−4, 3) , B(−4,−5)

ج) A(5, 5), B(5, −2)

II. ما هما احداثيا منتصف قطعة طرفاها (5, 20) , (5, 30) ؟
ما هما احداثيا منتصف قطعة طرفاها (8, 100) , (8, 120) ؟

4. قال رامي: طول القطعة التي طرفاها (2, 40) ,(2, 46) يساوي 6. لذلك فان منتصف هذه القطعة هي النقطة (2, 3) لانها تقع في منتصف البعد بين الطرفين.
اذا صدق اشرح لماذا.
اذا اخطأ فما هما احداثيا منتصف القطعة؟

5. قالت سعاد: لكي نجد منتصف قطعة توازي محور x علينا ان نجد نصف البعد بين النقطتين ونضيفه الى احداثي x لاحدى النقطتين او نطرحه من احداثي x للنقطة الثانية.
قالت عبير: "انا احسب المتوسط الحسابي لاحداثيات طرفي القطعة".
احسب احداثيي منتصف كل قطعة بطريقتين (سعاد وعبير).

أ) (−1, 5) , (7 , 5) ب) (−2,−4) , (−2, 8)

هل حصلت على نفس النتائج؟

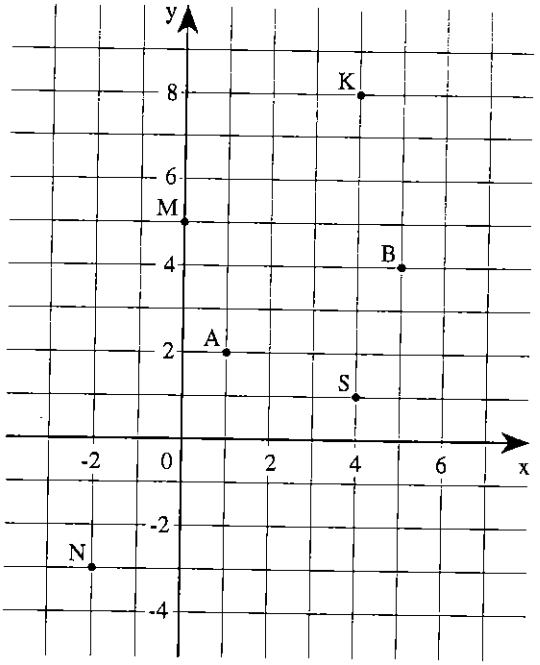
6. منتصف القطعة التي طرفاها (b, 7) , (a, 7)

حسب طريقة سعاد: $a+\frac{b-a}{2}$ وحسب طريقة عبير: $\frac{b+a}{2}$

بسط صورة العدد التي كتبتها سعاد. ماذا وجدت؟

يمكن ان نحسب احداثيي منتصف قطعة حسب الطريقتين.

7. أ) اكتب احداثيات A وَ B . ارمز لمنتصف القطعة AB بـ C .
ما هما احداثيا C ؟

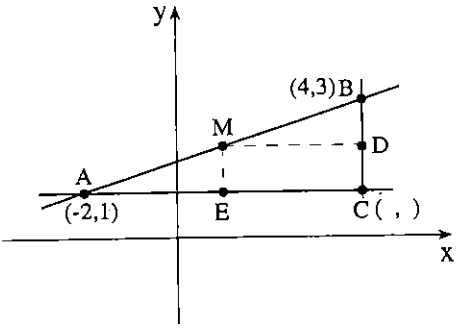


ب) اكتب احداثيات النقطتين M وَ K. ارمز لمنتصف MK بـ R.
ما هما احداثيا النقطة R ؟

ج) اكتب احداثيات النقطتين N وَ S. ارمز لمنتصف NS بـ P.
ما هما احداثيا النقطة P ؟

د) حاول ان تجد احداثيي منتصف القطعة EF اذا كان E(1, 5) , F(3, 9).

8. اكتب احداثيات النقاط:
M, E, C وَ D.
عندما E منتصف القطعة AC.
D منتصف القطعة BC.
M منتصف القطعة AB.

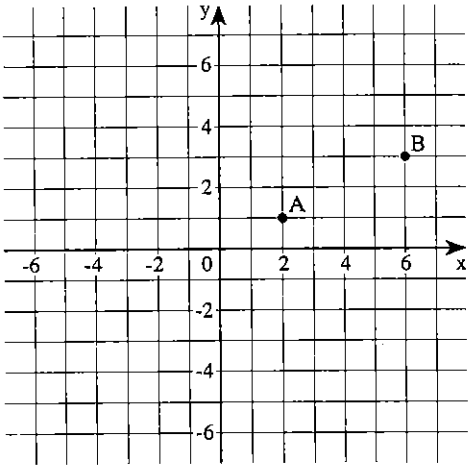


في السؤالين 7 وَ 8 رأيت انه يمكن ان نجد احداثيي منتصف قطعة بنفس الطريقة التي وجدنا بها في الاسئلة السابقة الاحداثي الاول x والاحداثي الثاني y كل على حدة.

9. جد احداثيي منتصف القطعة التي طرفاها:

أ) (5, 4) , (11, 4)
ب) (−4, 7) , (6, 1)
ج) (7, −1) , (−2, 5)
د) (5, 6) , (12, 9)

10. أ) جد منتصف القطعة AB وارمز لها بـ C . عين النقطة C في هيئة المحاور.



ب) ما هو ميل AB ؟

ج) ما هو ميل العمود على AB ؟

د) ارسم عمودا على AB يمر من النقطة C.
ما هي معادلته؟

العمود المقام على قطعة من منتصف هذه القطعة يسمى العمود المتوسط.

11. أ) وزن زجاجة مملوءة بالنبيذ 900 غم.
وزن الزجاجة الفارغة 200 غم.
ما هو وزن زجاجة مملوءة الى نصفها بالنبيذ؟

ب) وزن زجاجة مملوءة بالنبيذ b غم.
وزن الزجاجة الفارغة a غم.
ما هو وزن زجاجة مملوءة الى نصفها بالنبيذ؟

تمارين

12. معطى طرفا قطعة. جد احداثيي منتصف القطعة. استعن بالرسم لتتأكد من صحة عملك.

أ) (2, 5) , (7, 9)

ب) (−4, 3) , (7, −12)

ج) (6, −1) , (−6, 3)

د) (3, −4) , (6, −8)

13. قسمنا القطعة AB , A(3, 4) , B(9, 12) الى 4 أقسام متساوية.
جد احداثيات نقاط التقسيم.

14. أ) ما هو ميل المستقيم AB , A(1, 5) , B(−1, −1) ؟
ما هي معادلة AB ؟

ب) ما هو ميل العمود على AB ؟

ج) جد احداثيي منتصف القطعة AB ومعادلة العمود المتوسط لِ AB.

د) جد نقطة تقاطع المستقيم AB مع العمود الذي كتبت معادلته في (ج).

15. معطى النقطتان A(0, 0) , B(4, 2)

أ) جد احداثيي النقطة D التي هي منتصف القطعة AB.

ب) جد ميل AB وميل العمود على AB.

ج) جد معادلة العمود المتوسط لِ AB.

16. أ) ما هو ميل المستقيم الذي يمر من النقطتين A(1, 8) , B(5, –8).

ب) جد معادلة هذا المستقيم.

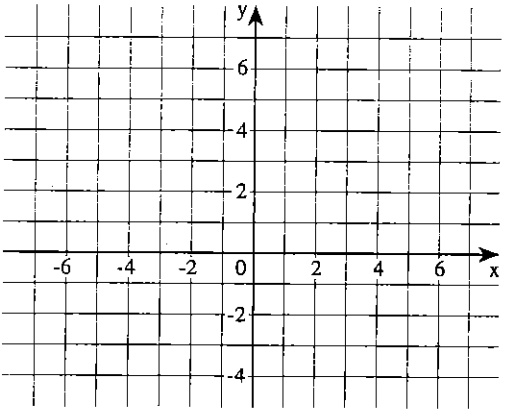
ج) النقطة C(3 , ____) تقع على المستقيم AB.
اكتب الاحداثي الثاني للنقطة C.

د) برهن ان النقطة C هي منتصف AB.

17. أ) النقطتان A وَ B تقعان على المستقيم $y = 2x$.
النقطة (0, 0) هي منتصف AB . اكتب احداثيات A وَ B .

ب) النقطة (0, 0) هي نقطة تقاطع قطري مستطيل. رؤوس المستطيل تقع على المستقيمين $y = 3x$ وَ $y = -3x$.
جد احداثيات رؤوس المستطيل.

18. أ) ارسم مثلثا رؤوسه هي النقاط: A(1, 7), B(−3,−3), C(5, −3).



ب) E هي منتصف الضلع AB . عين النقطة E وجد احداثييها.

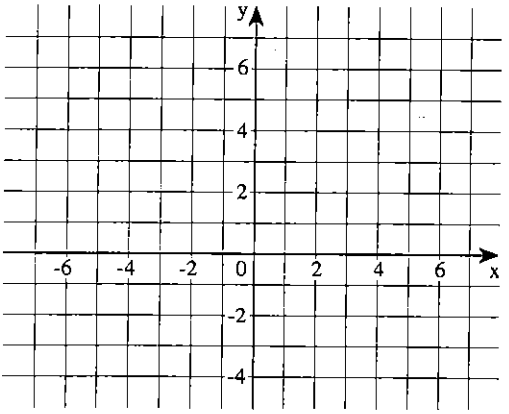
ج) F هي منتصف الضلع AC . عين النقطة F وجد احداثييها.

د) قارن بين ميلي القطعتين EF وَ BC . ماذا وجدت؟

هـ) قارن بين ميلي القطعتين EF وَ BC . ماذا وجدت؟

القطعة التي تصل بين منتصفي ضلعي مثلث تسمى القاعدة الوسطى في المثلث.

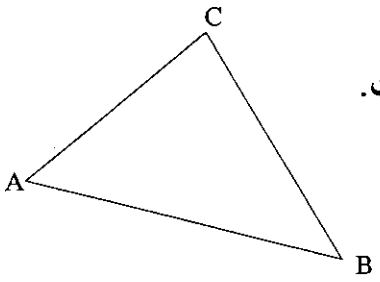
19. أ) ارسم مثلثا رؤوسه هي النقاط A(−4, 1) , B(4, 5) , C(4, −3) .



ب) E, D وَ F هي منتصفات الاضلاع AC, AB وَ BC على الترتيب. عين هذه النقاط وصل بينها كي ينتج المثلث DEF .

هندســة في هيئــة المحــاور

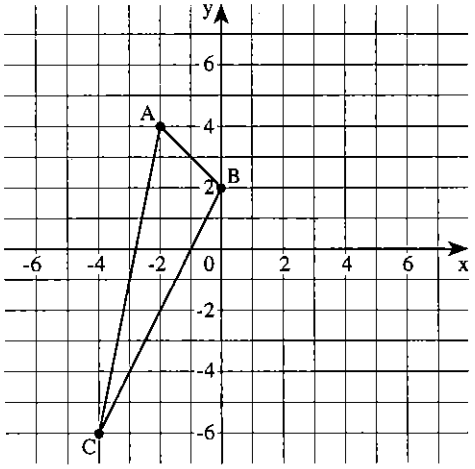
1. أ) عين بالتقريب منتصف الضلع AB (النقطة M).
صل C مع M .



CM يسمى مستقيما متوسطا في المثلث.

ب) ارسم المستقيم المتوسط من الرأس A
الى الضلع BC.

2. أ) جد احداثيي منتصف الضلع AB (ارمز لها بـ M).
ارسم المستقيم المتوسط CM
واكتب معادلته.



ب) جد احداثيي منتصف الضلع BC. (ارمز لها بـ K).
ارسم المستقيم المتوسط AK
واكتب معادلته.

3. رؤوس متوازي الاضلاع ABCD هي:

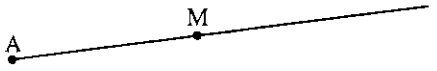
A(−2, 1) B(1, −3) C(8, 3) D(5, 7)

أ) جد احداثيي منتصف القطعة AC .

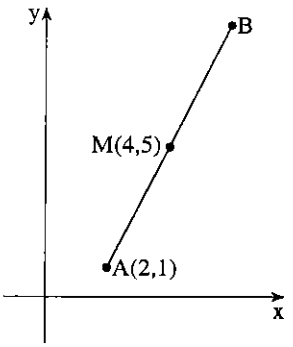
ب) جد احداثيي منتصف القطعة BD .

ج) فسر لماذا حصلت على نفس النتيجة؟

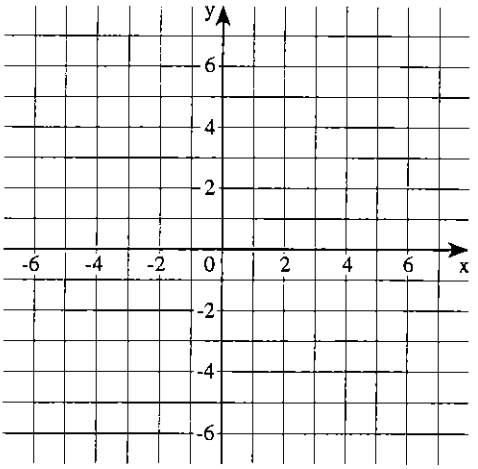
4. M هي منتصف القطعة AB.
النقطة B غير ظاهرة.
عين النقطة B .



5. أ) M هي منتصف القطعة AB .
جد احداثيي B .



ب) عين في هيئة المحاور
النقطتان
C(−5, 1) , N(−2, 3)
N هي منتصف القطعة
CD .
عين النقطة D
وجد احداثييها.



6. النقطتان A وَ B هما رأسان
من رؤوس المثلث ABC .
M هي منتصف الضلع AC.
ارسم المثلث ABC.

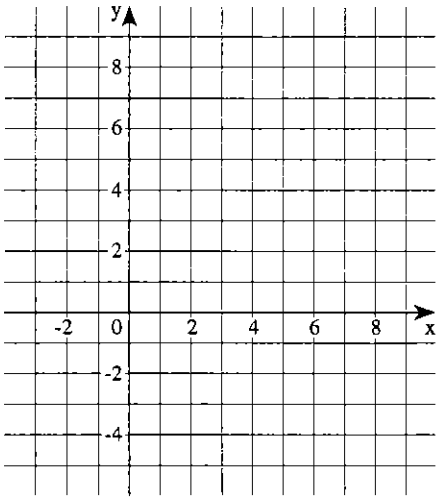
A•

M•

•B

7. النقطتان A وَ B هما رأسان متجاوران في متوازي اضلاع.
M هي نقطة تقاطع قطري متوازي الاضلاع.
ارسم متوازي الاضلاع ABCD .

8. النقطتان A(1, 5) , B(3, 9) هما رأسان متجاوران في متوازي اضلاع.
النقطة M(4, 6) هي نقطة تقاطع قطري متوازي الاضلاع.
جد رأسيه الاخرين C وَ D .



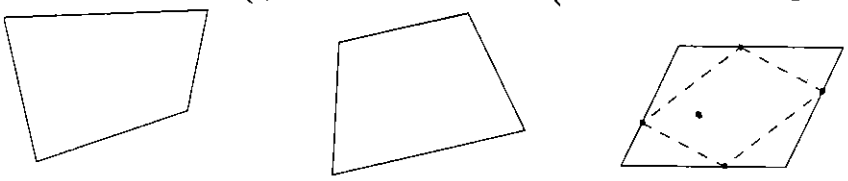
9. النقاط A(5, −5) , B(3, 4) , C(1, 3) هي ثلاثة رؤوس في متوازي اضلاع. (AC قطر).

أ) جد احداثيي منتصف القطر AC .

ب) جد احداثيي الرأس D.

10. عين منتصفات اضلاع كل شكل من الاشكال الرباعية الاتية:
صل بين منتصفي كل ضلعين متجاورين.

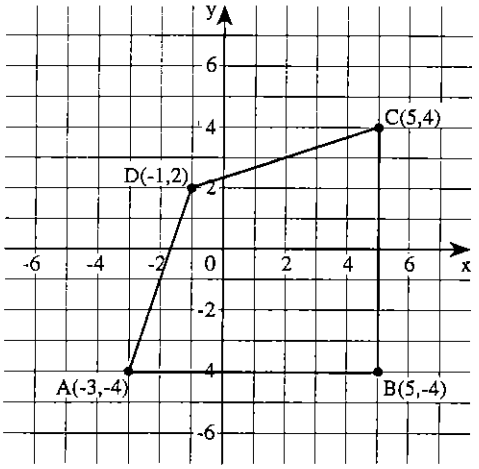
مثـال أ) ب)



اي شكل رباعي نتج؟

سنحاول ان نفحص تخمينك في شكل رباعي مرسوم في هيئة محاور.

11. أ) ارمز بـ M لمنتصف AD,
N لمنتصف DC,
K لمنتصف AB,
L لمنتصف BC.



ب) جد احداثيات النقاط
M , N , K , L .

ج) ارسم القطر AC
وجد ميله.
ما هو ميل كل من MN
وَ KL ؟

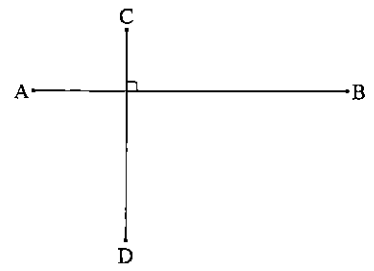
د) ارسم القطر BD وجد ميله.
ما هو ميل كل من MK وَ NL ؟

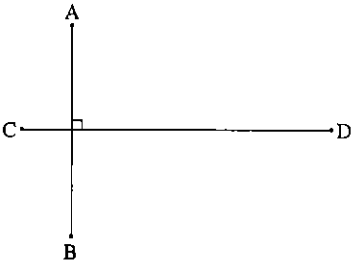
هـ) ماذا يمكن ان تقول عن اضلاع الشكل الرباعي الداخلي؟

رأيت في هذا المثال انه يمكن ان نبرهن بالاستعانة بالهندسة التحليلية انه: اذا وصلنا منتصفات اضلاع شكل رباعي ينتج متوازي اضلاع.

12. أ) AB وَ CD هما **قطران متعامدان** في شكل رباعي.

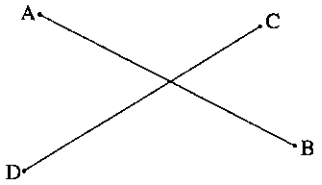
ارسم الشكل الرباعي. صل بين منتصفي كل ضلعين متجاورين. اي شكل رباعي ينتج؟

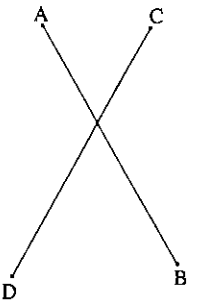




ب) AB وَ CD هما **قطران متساويان** في شكل رباعي.

ارسم الشكل الرباعي، صل بين منتصفي كل ضلعين متجاورين. اي شكل رباعي نتج؟





ج) اي شكل رباعي ينتج اذا وصلنا منتصفات اضلاع شكل رباعي **قطراه متعامدان ومتساويان.**

تمارين

13. معطى مثلث رؤوسه هي $A(0, 1)$, $B(3, 4)$, $C(-1, 2)$.

أ) جد احداثيي منتصف الضلع BC.

ب) جد معادلة المستقيم المتوسط للضلع BC.

14. $A(3, 6)$, $B(-4, -1)$, $C(6, 1)$ هي رؤوس مثلث.
جد معادلة المستقيم المتوسط للضلع BC.

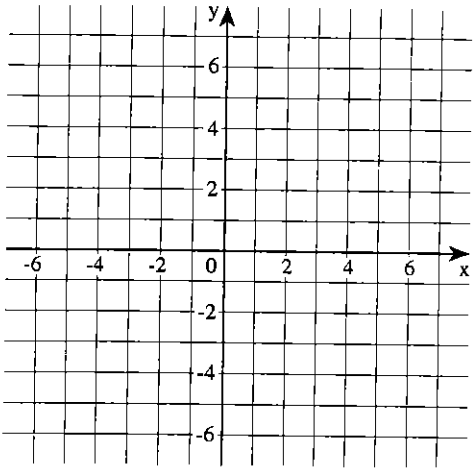
15. أ) $A(1, 7)$, $B(-3, 4)$, $C(5, 4)$ هي رؤوس مثلث.

D , E , F هي منتصفات الاضلاع AB , BC , AC على الترتيب.
جد احداثيات هذه النقاط.

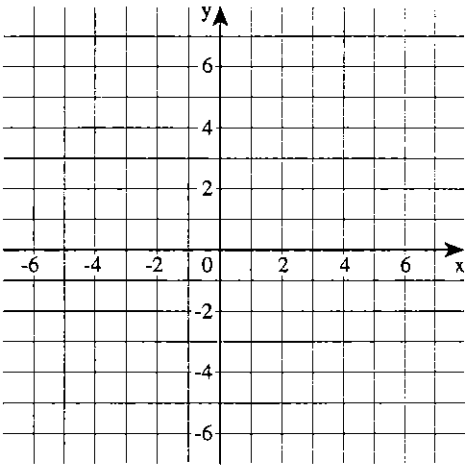
ب) احسب مساحة كل مثلث من المثلثات الاتية:
ABC , DEF , CEF , BDE , ADF ماذا نتج؟

16. $C(5,4), B(1,2), A(-1,-2)$
هي ثلاثة رؤوس لمتوازي اضلاع.
AC قطر في متوازي الاضلاع.

جد منتصف القطر AC وجد الرأس الرابع لمتوازي الاضلاع.



17. أ) ارسم المستقيمات $x = 2$, $y = 5$, $y = 1$.



ب) ارسم مستقيما رابعا بحيث ينتج مستطيل قطراه يتقاطعان في النقطة $(0, 3)$.

18. $A(7, 5)$, $B(1, 5)$, $C(1, -1)$ هي ثلاثة رؤوس لمستطيل.

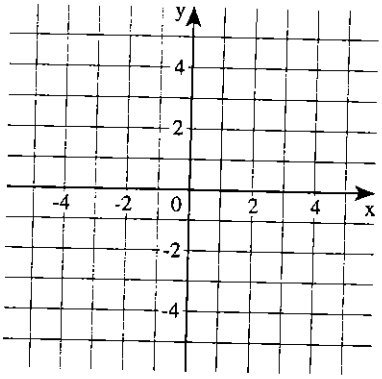
أ) ارسم المستطيل وجد احداثيي رأسه الرابع.

ب) ما هما احداثيا نقطة تقاطع قطريه؟

19. A هي رأس من رؤوس مربع. M هي نقطة تقاطع قطريه.

ارسم المربع.

كم مربعا كهذا يمكن ان ترسم.



20. A(2, 4) هي رأس مربع.

M(2, 1) هي نقطة تقاطع قطرية.

ارسم المربع وجد احداثيات رؤوسه.

21. أ) اي شكل رباعي تحصر المستقيمات الاتية بينها؟

$$y = \frac{1}{2}x + 5 \quad , \quad y = \frac{1}{2}x \quad , \quad y = -2x + 10 \quad , \quad y = -2x$$

ب) جد احداثيات رؤوسه.

ج) جد نقطة تقاطع قطريه.

22. أ) اي شكل رباعي تحصر المستقيمات الاتية بينها؟

$$y = -2x - 4 \quad , \quad y = -2x + 4 \quad , \quad y = 2x - 4 \quad , \quad y = 2x + 4$$

ب) جد احداثيات رؤوسه.

ج) جد نقطة تقاطع قطريه.

23. A(−3, 2) , B(4, 2) هما رأسان متجاوران لمتوازي الاضلاع ABCD .

M(−1, 0) هي نقطة تقاطع قطرية.

جد احداثيات رأسيه الاخرين.

الفصل الثامن: البعـد بين نقطتيـن

1. أ) عين 5 نقاط بعد كل واحدة منها عن النقطة M يساوي طول القطعة "3 سم" التي على الورقة الشفافة.

ب) اي شكل ينتج اذا عينا **كل** النقاط التي تبعد عن M 3 سم؟

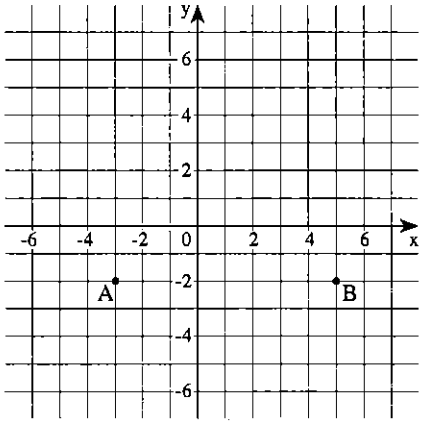
M •

2. ارسم مجموعة كل النقاط التي تبعد ابعادا متساوية عن A وَ B .
اي شكل ينتج؟

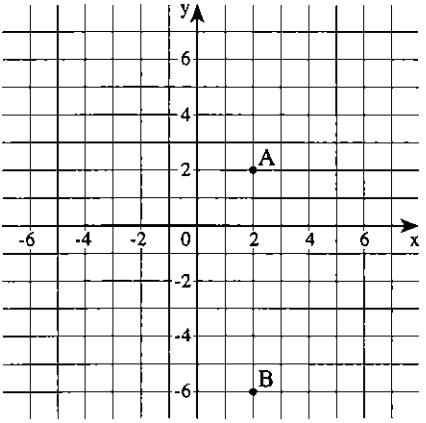
A • B •

3. أ) ارسم مجموعة **كل** النقاط التي تبعد ابعادا متساوية عن A وَ B واكتب معادلة ملائمة.

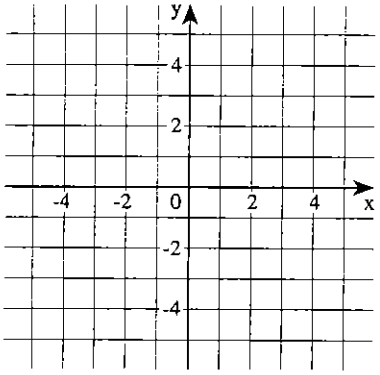
(i)



(ii)



ب) عين النقطتين
$C(-4,-4)$, $D(4, 4)$
وصل بينهما.
ارسم مجموعة **كل** النقاط
التي تبعد ابعادا متساوية
عن A وَ B واكتب معادلة
ملائمة.



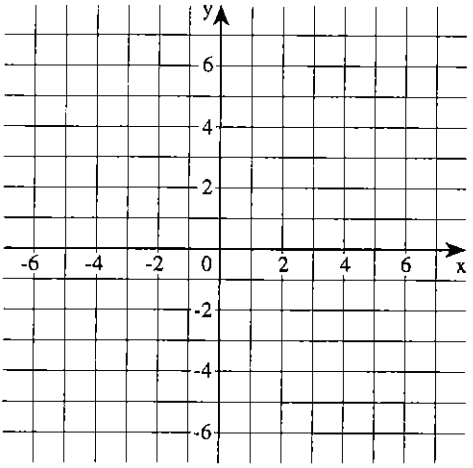
استعملنا الاصطلاح "البعد بين نقطتين" لكي نمثل مجموعة نقاط بالرسم، وفي سؤال رقم 3 كتبنا معادلة تمثل مجموعة نقاط.
بعد ان نتعلم كيف نحسب البعد بين نقطتين سوف نمثل مجموعات نقاط اخرى بمعادلات.

4. أ) عين النقطتين في كل زوج
واحسب البعد بينهما:

(i $(2, 3)$, $(-4, 3)$

(ii $(3, -1)$, $(-5,-1)$

(iii $(2, 6)$, $(2, -3)$



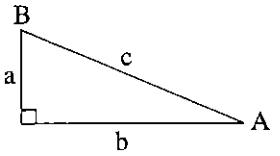
ب) احسب البعد بين النقطتين $(2, -8)$ وَ $(2, 10)$ ؟

ج) احسب البعد بين النقطتين $(7, 13)$ وَ $(-5, 13)$ ؟

و) احسب البعد بين النقطتين $(12, -25)$ وَ $(12, -5)$ ؟

البعد بين نقطتين هو طول القطعة المستقيمة التي تصل بينهما

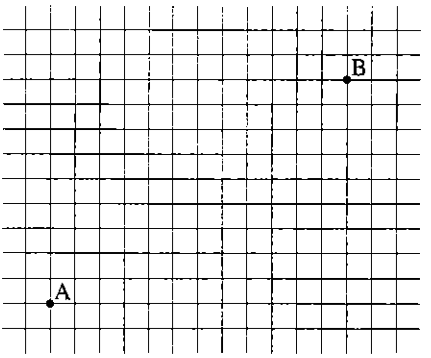
في الوحدة التعليمية مسارات محيطات ومساحات تعلمنا ان نحسب البعد الهوائي; اي البعد بين A وَ B وذلك بحساب طول وتر مثلث قائم الزاوية معلوم طول كل ضلع من ضلعية القائمين حسب نظرية فيثاغورس: $a^2 + b^2 = c^2$.



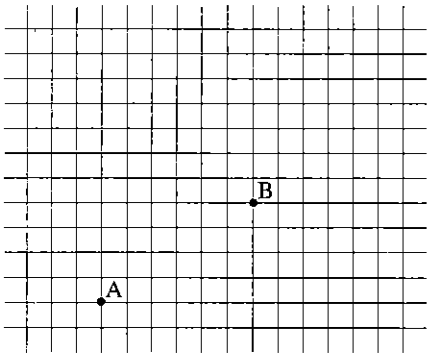
5. احسب البعد بين A وَ B .

(ارسم مثلثا قائم الزاوية ملائما).

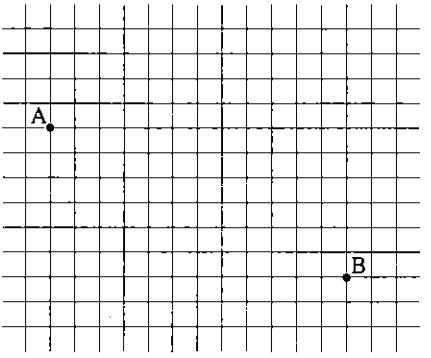
أ)



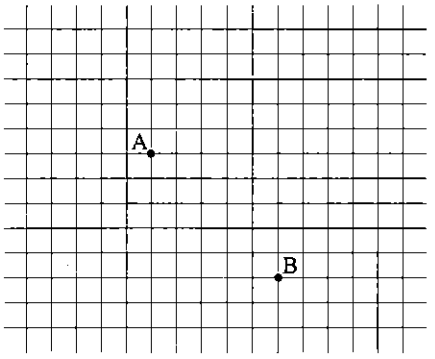
ب)



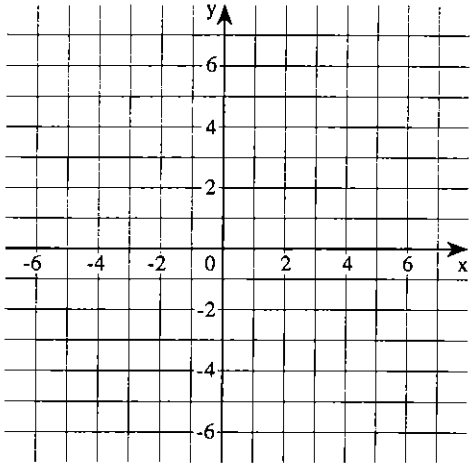
ج)



د)



6. أ) عين النقطتين
$A(1, 2)$, $B(4, 6)$.
ارسم مثلثا قائم الزاوية وتره AB وضلعاه القائمان يوازيان المحورين.



ب) ما هما احداثيا الرأس الثالث لهذا المثلث؟
احسب البعد بين A وَ B.

ج) احسب البعد بين النقطتين
$D(1, 2)$ وَ $C(-5, -6)$.

د) احسب البعد بين النقطتين $(6, -14)$ وَ $E(-2, 1)$.

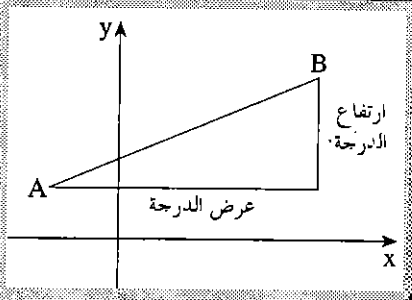
7. معطى النقطتان $A(18, 11)$ وَ $B(30, 16)$.

أ) ارسم مثلثا قائم الزاوية بحيث يمكن بالاستعانة به ان تحسب البعد بين A وَ B.

ب) احسب طول كل ضلع من ضلعيه القائمين.

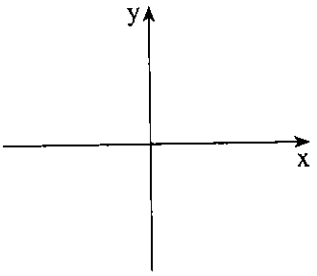
ج) احسب طول الوتر AB (البعد بين A وَ B).

لكي نحسب طول البعد بين A وَ B رسمنا مثلثا قائم الزاوية وتره AB وضلعاه القائمان يوازيان المحورين. هذا المثلث هو الدرجة التي تعرجها جسمنا ميل المستقيم. طولا الضلعين القائمين هما عرض الدرجة "وارتفاعها". لذلك يكون طول الوتر الذي هو البعد بين النقطتين يساوي



$$\sqrt{(\text{ارتفاع الدرجة})^2 + (\text{عرض الدرجة})^2}$$

8. أ) عين بالتقريب النقطتين A(7, 10) , B(−2,−5) .



ب) ارسم درجة ملائمة.

ج) احسب عرض الدرجة وارتفاعها.

د) احسب البعد بين A وَ B.

هـ) هل تستطيع ان تحسب هذا البعد بدون ان ترسم؟

تمارين

9. احسب البعد بين النقطتين.

أ) (7, 1) , (10, 7)

ب) (−6, 2) , (8, 11)

ج) (2, −1) , (3, −1)

د) (0, −3) , (7, −3)

هـ) (−2,−5) , (4, 3)

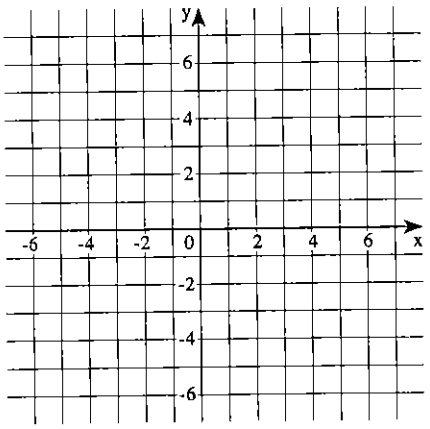
و) (−4, 5) , (−4, 20)

10. أ) عين النقاط:

A(−1,−1) , B(1, 6)

C(5, 1) , D(3, −3)

صل هذه النقاط لينتج شكل رباعي.



ب) جد اطوال اضلاع الشكل الرباعي.

ج) احسب محيطه.

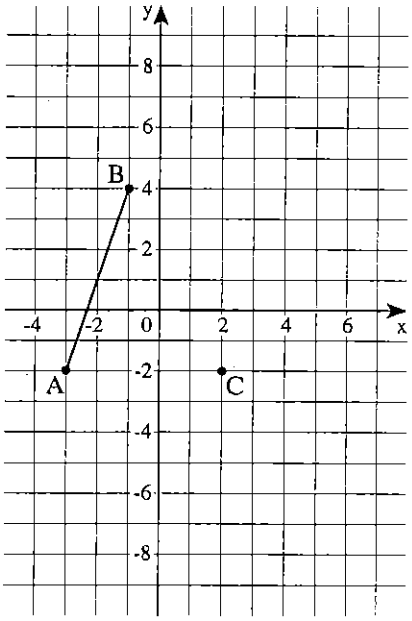
11. النقطتان A(1, 3) , B(6, 2) هما رأسان متجاوران لمربع.

أ) احسب طول ضلع المربع.

ب) احسب مساحته.

12. أ) احسب طول القطعة AB.

ب) ارسم مستقيما يمر من C ويوازي AB.
عيّن على هذا المستقيم نقطة مثل D بحيث يكون CD = AB .
ما هما احداثيا D ؟
احسب محيط متوازي الاضلاع ABCD ؟



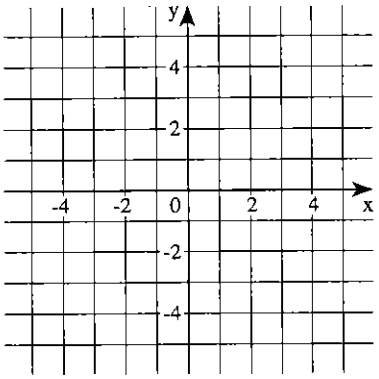
ج) عيّن على المستقيم الموازي نقطة اخرى مثل E بحيث يكون CE = AB.
ما هما احداثيا E ؟
احسب محيط متوازي الاضلاع ABEC.

13. صنّف المثلثات الاتية (متساوي الساقين، متساوي الاضلاع، مختلف الاضلاع).

أ) A(1, −1)	B(5, 4)	C(0, 0)
ب) A(3, 2)	B(1, −1)	C(4, 4)
ج) A(3, 2)	B(1, −1)	C(1, 5)
د) A(0, 0)	B(0, 4)	C(4, 0)

14. أ) المستقيم $3x + 4y = 12$ يقطع محور x في A ومحور y في B.
جد احداثيات A وَ B.

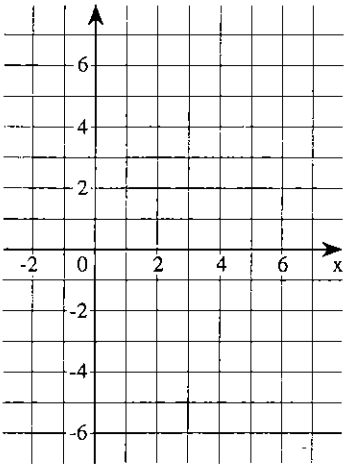
ب) جد البعد بين A وَ B.



15. أ) عين النقاط $A(5,2)$, $B(5,2)$, $C(3,-2)$.
صل هذه النقاط. (ينتج مثلث).

ب) M منتصف BC .
ما هما احداثيا M.

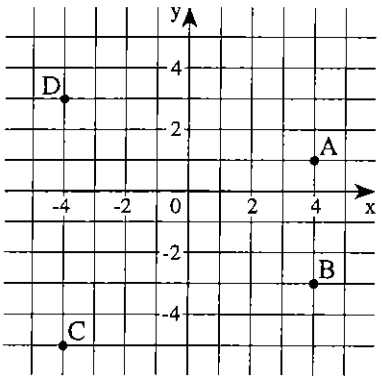
ج) ارسم المستقيم المتوسط AM
واحسب طوله.



16. جد طول المستقيم المتوسط للضلع BC في المثلث الذي رؤوسه:

$C(5,-1)$, $B(3,3)$, $A(1,0)$

17. أ) احسب اطوال اضلاع الشكل الرباعي ABCD.



ب) اي شكل رباعي هو الشكل ABCD ؟

ج) احسب محيطه.

18. احسب اطوال اضلاع الشكل الرباعي الذي رؤوسه هي:

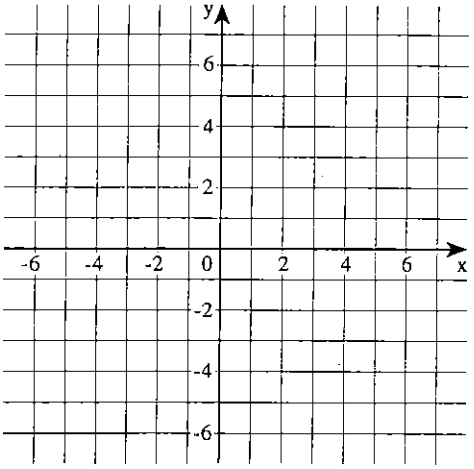
$A(-3,-3)$, $B(4,3)$, $C(6,6)$, $D(-3,6)$

احسب محيطه؟

اي شكل رباعي هو؟

19. أ) ارسم الشكل الرباعي الذي رؤوسه

$A(-2,0)$, $B(1,4)$, $C(5,1)$, $D(2,-3)$



ب) احسب طول كل ضلع من اضلاعه.

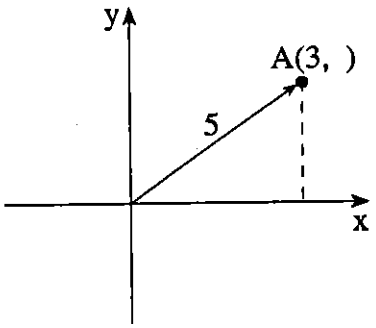
ج) احسب ميل كل ضلع من اضلاعه.

د) اي شكل رباعي هو هذا الشكل؟

الفصل التاسع: الـدائــرة

دائــرة مـركـزها (0, 0)

1. النقطة A تبعد 5 وحدات عن نقطة الاصل واحداثيها الاول يساوي 3.



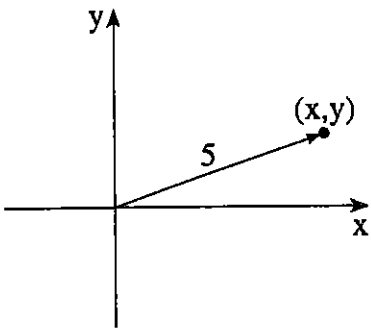
أ) جد احداثيها الثاني.

ب) جد نقطة اخرى احداثيها الاول 3 وتبعد 5 وحدات عن نقطة الاصل.

ج) جد احداثيي نقطة تبعد 5 وحدات عن نقطة الاصل وتقع في
i) الربع الثاني. ii) الربع الثالث.

د) جد احداثيات نقطتين تحققان الحالة السابقة وتقعان على
i) محور x. ii) محور y.

هـ) اي شكل ينتج اذا اشرنا الى كل النقاط التي تبعد 5 وحدات عن نقطة الاصل؟



و) اية معادلة من المعادلات الاتية تلائم مجموعة كل النقاط التي تبعد عن نقطة الاصل 5 وحدات؟

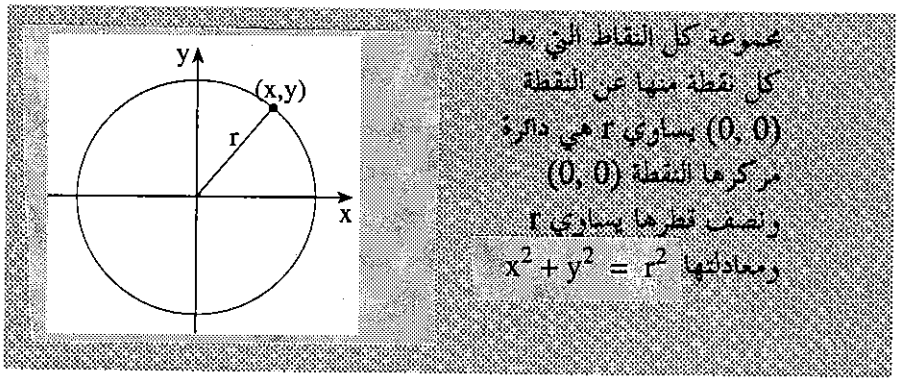
$x^2+y^2=5$, $x^2+y^2=25$, $x+y=5$.

2. أ) جد احداثيات نقطتين تبعد كل منهما 17 وحدة عن نقطة الاصل والاحداثي الثاني لكل منهما يساوي 15. ارسم رسما ملائما.

ب) جد احداثيات نقطتين تبعد كل منهما 17 وحدة عن نقطة الاصل وتقعان:
i) في الربع الثاني. ii) في الربع الثالث.

ج) جد احداثيات نقطتين تبعد كل منهما 17 وحدة عن نقطة الاصل وتقعان:
i) على محور x. ii) على محور y.

د) اكتب معادلة تمثل مجموعة كل النقاط (x, y) التي تبعد كل منها 17 وحدة عن نقطة الاصل.



3. I. كم يساوي نصف قطر كل دائرة من الدوائر الاتية:

أ) $x^2 + y^2 = 100$ ج) $x^2 + y^2 = 121$

ب) $x^2 + y^2 = 50$ د) $x^2 + y^2 = 10$

II. جد نقطة احداثياها يحققان المعادلة $x^2 + y^2 = 50$. وحد بعدها عن نقطة الاصل.

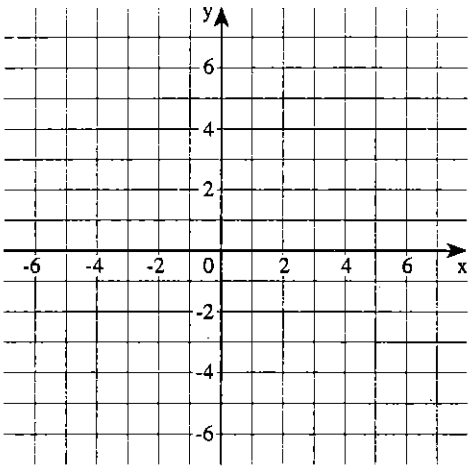
4. I. على الورقة الشفافة في آخر الكتاب تجد عددا من الدوائر. قص هذه الدوائر.

II. ضع في هيئة المحاور دوائر تلائم المعادلات:

أ) $x^2 + y^2 = 4$

ب) $x^2 + y^2 = 16$

ج) $x^2 + y^2 = 9$



III. جد احداثيات نقاط تقاطع الدائرة جـ مع المحورين.

5. أ) اكتب معادلة دائرة مركزها (0, 0) ونصف قطرها يساوي 5.

ب) اي من النقاط الاتية تقع على الدائرة؟

$(0,0)$, $(5,0)$, $(-3,-4)$, $(5,5)$

ج) اكتب احداثيي نقطة اخرى تقع على الدائرة.

د) هل النقطة $(-2,3)$ تقع داخل دائرة؟

اكتب احداثيي نقطة تقع داخل الدائرة واحداثيي نقطة اخرى تقع خارج الدائرة.

هـ) النقطة A تقع داخل الدائرة. أكمل (,4) A .

و) النقطة B تقع خارج الدائرة. أكمل (,4) B .

ز) النقطة C تقع على الدائرة. أكمل (,4) C .

تمارين

6. النقاط الاتية تقع على الدائرة $x^2 + y^2 = 16$. أكمل الناقص:

$(-4, \quad)$, $(\quad, 2)$, $(\quad, 3)$, $(4, \quad)$, $(3, \quad)$, $(0, \quad)$

7. اكتب معادلة دائرة مركزها نقطة الاصل ونصف قطرها يساوي:

أ) $r = 4$ ب) $r = 7$ ج) $r = 11$ د) $r = 2$

8. دائرة مركزها نقطة الاصل وتمر من النقطة $(0, 7)$.

أ) احسب نصف قطر الدائرة.

ب) ما هي معادلتها؟

9. دائرة مركزها نقطة الاصل وتمر من النقطة $A(-8,-15)$.

أ) احسب نصف قطرها.

ب) ما هي معادلتها؟

10. أ) اكتب معادلة دائرة مركزها نقطة الاصل وتمر من النقطة $(-9,40)$.

ب) اي من النقاط الاتية تقع على الدائرة؟

$(35,16)$, $(20,-29)$, $(18,38)$, $(-40,-9)$

الدائــرة والمستقيــم

1. دائرة مركزها نقطة الاصل ونصف قطرها يساوي 10 وحدات.

أ) اكتب معادلة الدائرة.

ب) اي من النقاط الاتية تقع على الدائرة، ايها داخل الدائرة وأيها خارج الدائرة؟

$(6,8)$, $(7,7)$, $(4,-6)$, $(-1,10)$, $(-8,6)$, $(5,9)$

2. أ) اي من النقاط الاتية تقع على الدائرة؟

$(1,6)$, $(0,8)$, $(2,4)$, $(4.4,-0.8)$, $(-2,-4)$.

ب) اي من النقاط المذكورة اعلاه تقع على المستقيم $y=-2x+8$؟

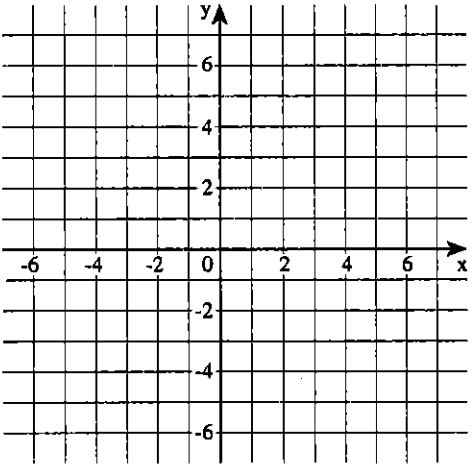
ج) ما هي النقاط المشتركة للدائرة والمستقيم؟

3. أ) ارسم المستقيم $y=x-1$

ب) ضع في نفس هيئة المحاور الدائرة $x^2+y^2=25$.

ج) جد (من الرسم) نقاط تقاطع الدائرة والمستقيم.

د) افحص اذا كانت احداثيات هذه النقاط تحقق المعادلتين.



4. كم نقطة مشتركة يمكن ان يكون لدائرة ومستقيم؟ ارسم مثالا لكل حالة.

5. هل توجد نقاط مشتركة للدائرة والمستقيم. اذا كان الجواب نعم فجد هذه النقاط.

أ) $x^2 + y^2 = 16$
$y = 5$

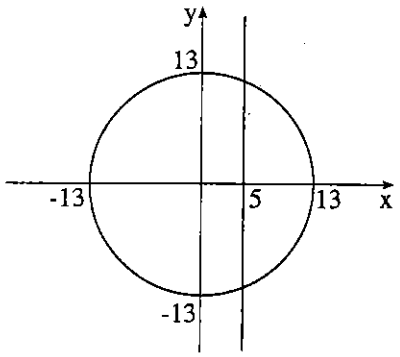
ب) $x^2 + y^2 = 36$
$x = 6$

ج) $x^2 + y^2 = 25$
$y = -x + 10$

د) $x^2 + y^2 = 9$
$y = x$

6. أ) اكتب معادلة الدائرة ومعادلة المستقيم.

ب) جد نقاط تقاطع الدائرة والمستقيم.



7. أ) جد نقاط تقاطع الدائرة $x^2 + y^2 = 100$ مع المستقيم $x = 6$ (ارسم!).

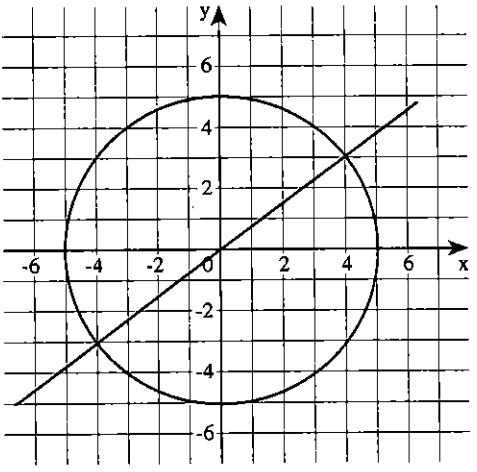
ب) جد نقاط تقاطع هذه الدائرة مع المستقيم $y = 6$.

ج) جد نقاط تقاطع هذه الدائرة مع المستقيم $y = 10$.

لدائرة ومستقيم يمكن ان يكون:
نقطتان مشتركتان اذا كان المستقيم قاطعا للدائرة.
نقطة واحدة مشتركة اذا كان المستقيم مماسا للدائرة.
لا توجد اية نقطة مشتركة اذا كان المستقيم خارج الدائرة.

تمارين

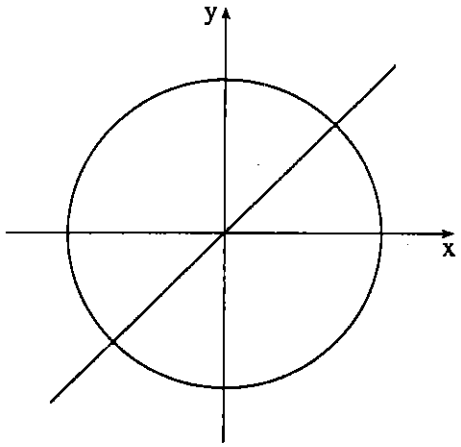
8. أ) ما هي معادلة الدائرة المرسومة؟
ما هي معادلة المستقيم؟
جد نقاط تقاطع الدائرة مع المستقيم.
عوض احداثيات هذه النقاط في المعادلتين وافحص اذا كانت هذه النقاط واقعة على الدائرة وايضا على المستقيم.



ب) ارسم المستقيم $y = 5$.
ما هي النقاط المشتركة للدائرة والمستقيم؟

ج) ارسم المستقيم $y = -x$ وجد بالتقريب احداثيات نقاط تقاطعه مع الدائرة.

9. اكتب معادلة مستقيم بحيث يكون محور تماثل للدائرة $x^2 + y^2 = 16$.

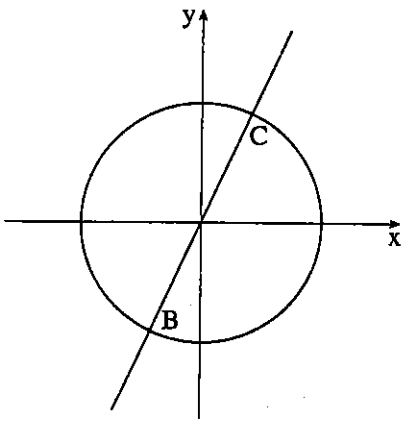


10. معادلة الدائرة المرسومة هي:
$x^2 + y^2 = 36$.

أ) جد نصف قطر الدائرة.

ب) معادلة المستقيم المرسوم هي
$y = x$.
جد بالتقريب احداثيات
نقاط تقاطع الدائرة
والمستقيم.

ارشاد: يمكن حل السؤال بطريقة حبرية او (برسم) دائرة ومستقيم ملائمان.



11. معادلة الدائرة هي:

$x^2 + y^2 = 20$

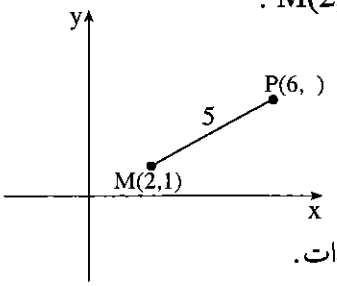
معادلة المستقيم هي: $y = 2x$.
جد احداثيات C وَ B.

12. جد نقاط تقاطع الدائرة $x^2 + y^2 = 100$ مع المستقيم $y = x + 2$.

13. جد نقاط تقاطع الدائرة $x^2 + y^2$ مع المستقيم $y = x - 7$.

ليست النقطة (0, 0) وحدها المركز

1. أ) P(6,) تبعد 5 وحدات عن النقطة M(2, 1) .

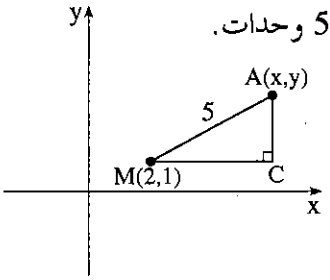


جد الاحداثي الثاني للنقطة P.
كم نقطة كهذه توجد؟
اكتب احداثيات هذه النقاط.

ب) اكتب احداثيات نقاط اخرى بعد كل منها عن النقطة M يساوي 5 وحدات.

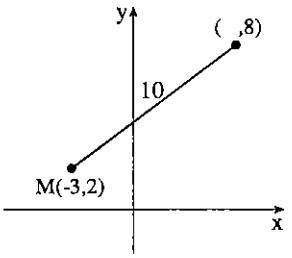
ج) اي شكل ينتج اذا رسمنا مجموعة كل هذه النقاط.

د) بعد النقطة A(x, y) عن النقطة M يساوي 5 وحدات.



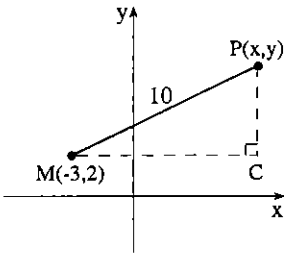
ما هما احداثيا النقطة C ؟
ما هو طول AC ؟
ما هو طول MC ؟
اكتب معادلة تمثل العلاقة
بين AC , MC وَ AM .

2. أ) نقطة تبعد 10 وحدات عن النقطة M(−3, 2) واحداثيها الثاني يساوي 8 . جد احداثيها الاول.



ب) اكتب احداثيات نقاط اخرى بعدها عن M يساوي 10 وحدات.

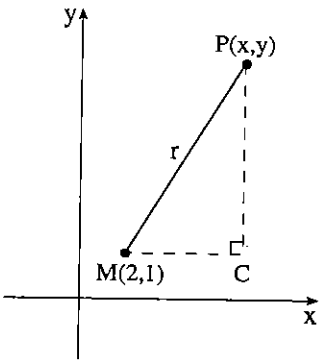
ج) اكتب معادلة دائرة تمثل هذه النقاط (استعن بالمثلث المرسوم).



3. $M(2, 1)$ هي مركز دائرة.

أ) اكتب صورتي عدد تمثلان طولي الضلعين القائمين MC وَ PC.

ب) اكتب معادلة الدائرة التي نصف قطرها يساوي r.



مجموعة كل النقاط التي يبعد كل منها عن النقطة $M(a, b)$ يساوي r هي دائرة مركزها M ونصف قطرها يساوي r ومعادلتها $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

4. جد مركز ونصف قطر كل دائرة من الدوائر الاتية.

أ) $(x-3)^2+(y-1)^2=36$ د) $(x-1)^2+(y-5)^2=49$

ب) $(x-2)^2+(y-3)^2=81$ هـ) $(x+1)^2+(y-6)^2=16$

ج) $x^2+(y+1)^2=25$ و) $(x-3)^2+y^2=5$

5. اي من النقاط الاتية تقع على الدائرة $(x-2)^2+(y-2)^2=25$؟

$A(1,7)$ $B(-2,-1)$ $C(-2,-2)$ $D(1,-3)$

$E(-4,2)$ $F(4,7)$ $G(4,-2)$ $H(5,-1)$

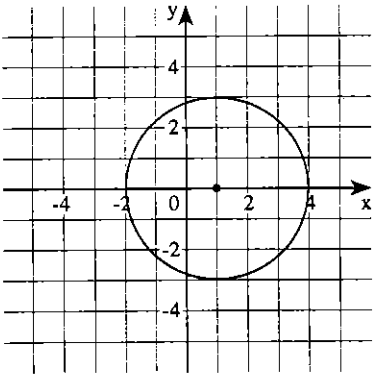
6. ارسم دائرة معادلتها:

أ) $(x-3)^3+y^2=16$ ج) $x^2+(y-2)^2=25$

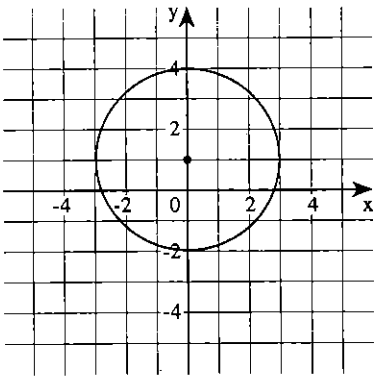
ب) $(x+1)^2+(y-3)^2=9$ د) $(x-5)^2+(y+1)^2=4$

ع"ذ 7. لائم لكل دائرة معادلة من المعادلات المكتوبة في اخر السؤال.

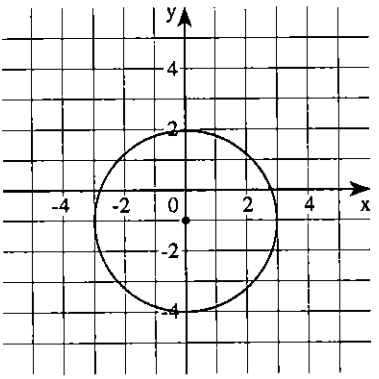
أ)



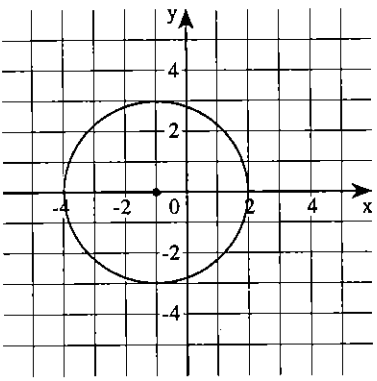
ب)



ج)



د)



$x^2 + (y - 1)^2 = 9$
$(x - 1)^2 + y^2 = 9$

$x^2 + (y + 1)^2 = 9$
$(x + 1)^2 + y^2 = 9$

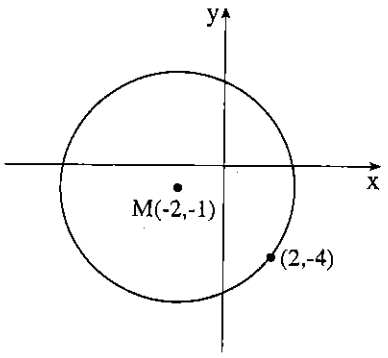
ع"ذ 8. اكتب معادلة دائرة.

أ) مركزها النقطة (2, 4) ونصف قطرها يساوي 6 .

ب) مركزها النقطة (2−, 0) ونصف قطرها يساوي 1 .

ج) مركزها النقطة (1,3−) ونصف قطرها يساوي 4.

تمارين



9. دائرة مركزها النقطة $M(-2,-1)$.
وتمر من النقطة $(2,-4)$.
جد نصف قطرها.
اكتب معادلة الدائرة.

10. أ) جد مركز ونصف قطر الدائرة $x^2+(y-4)^2=36$ ؟

ب) اي من النقاط الاتية تقع على هذه الدائرة:
$E(0,14)$, $D(0,10)$, $C(-8,-2)$, $B(6,12)$, $A(0,4)$

ج) اكتب احداثيي نقطة تقع داخل الدائرة.

د) اكتب احداثيي نقطة تقع خارج الدائرة.

11. أ) اكتب معادلة دائرة مركزها النقطة $(5,-12)$ ونصف قطرها يساوي 13 .

ب) هل تمر هذه الدائرة من نقطة الاصل؟ علل.

12. فك الاقواس واجمع الحدود المتشابهة:

أ) $(x-3)^2=$ هـ) $(x+3)^2+(y-2)^2=$

ب) $(x+5)^2=$ و) $(x-2)^2+(y+5)^2=$

ج) $(y+7)^2=$ ز) $(x+1)^2+(y-10)^2=$

د) $(y-1)^2=$ ح) $(x-12)^2+(y+7)^2=$

13. أ) جد مركز ونصف قطر الدائرة $(x-3)^2+(y-5)^2=100$.

ب) فك الاقواس واكتب معادلة مكافئة لمعادلة الدائرة.

14. لكل معادلة دائرة في العمود أ توجد معادلة مكافئة لها في العمود ب. صل بينهما بمستقيم.

(i	$(x-3)^2+(y-1)^2=36$	أ)	$x^2+6x+y^2-4y=-6$
(ii	$(x-2)^2+(y-1)^2=10$	ب)	$x^2+4x+y^2+2y=76$
(iii	$(x+3)^2+(y-2)^2=7$	ج)	$x^2-6x+y^2-2y=26$
(iv	$(x+2)^2+(y+1)^2=81$	د)	$x^2+4x+y^2+10y=-28$
(v	$(x+4)^2+(y-5)^2=49$	هـ)	$x^2-4x+y^2-2y=5$
(vi	$(x+2)^2+(y+5)^2=1$	و)	$x^2+8x+y^2-10y=8$

كل معادلة على شكل: x^2+y^2+ ..... = عدد
هي معادلة دائرة.
لمعرفة مركز ونصف الدائرة يمكن الانتقال من هذا الشكل
الى الشكل الاول $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$
ولكن لن نبحث في عملية الانتقال هذه هنا.

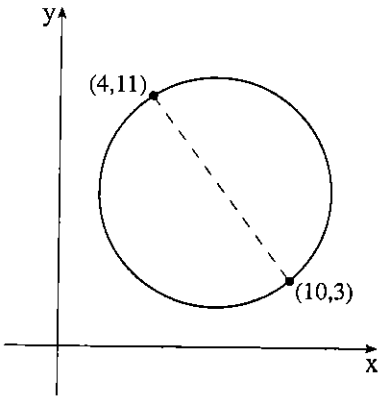
تتمة حول الدائرة والمستقيم

1. ارسم الدائرة: $x^2+(y-1)^2=9$.
جد نقاط تقاطع هذه الدائرة مع محور x ومع محور y .

2. جد نقاط تقاطع الدائرة: $x^2+(y-4)^2=25$ مع محور x ومع محور y .

3. دائرة مركزها النقطة $(-1,3)$ ونصف قطرها يساوي 13 وحدة.
أ) اكتب معادلة الدائرة.
ب) جد نقطتين الاحداثي الاول لكل منها يساوي -1 وارسم مستقيما يمر من هاتين النقطتين. ما هي معادلته؟
ج) ارسم المستقيم $y=-2$.
جد نقاط تقاطع هذا المستقيم مع الدائرة.

4. النقطتان $(10, 3)$, $(4, 11)$ هما طرفا قطر في دائرة.
أ) جد احداثيي مركز الدائرة.
ب) جد طول نصف قطر الدائرة.
ج) اكتب معادلة الدائرة.



تمارين

5. أ) النقطتان $(8,15)$, $(-2,5)$ هما طرفا قطر في دائرة.
ب) جد نصف قطر الدائرة واكتب معادلتها.
ج) جد معادلة القطر.

6. جد احداثيات نقاط تقاطع الدائرة والمستقيم (اذاوُجدت). استعن بالرسم لفحص عملك.

أ) $(x-y)^2+(y-2)^2=16$ و $y=8$

ب) $x^2+(y-2)^2=25$ و $y=3$

ج) $x^2+(y-3)^2=9$ و $y=0$

د) $(x+4)^2+(y+1)^2=1$ و $y=-x+1$

7. أ) اكتب معادلتين الاولى لدائرة والثانية لمستقيم بحيث لا يكون لهما نقاط مشتركة.

ب) اكتب معادلتين الاولى لدائرة والثانية لمستقيم بحيث يكون لهما نقطة مشتركة واحدة.

ج) اكتب معادلتين الاولى لدائرة والثانية لمستقيم بحيث يكون لهما نقطتان مشتركتان.

8. جد نقاط تقاطع الدائرة $(x-6)^2+(y-12)^2=100$ مع محور x ومع محور y.

9. ما عدد نقاط تقاطع الدائرتين؟ (استعن بدوائر من الورقة الشفافة- ضع دائرتين ملائمتين في هيئة المحاور).

أ) $x^2+(y+3)^2=16$ و $x^2+(y-3)^2=9$

ب) $x^2+y^2=16$ و $(x-8)^2+y^2=4$

10. أ) ارسم دائرتين الاولى مركزها (0, 0) والثانية مركزها (6, 0) ونصف قطر كل منهما يساوي 3 وحدات.

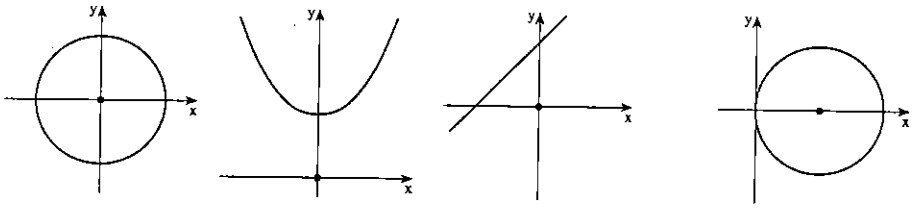
ب) هل تتقاطع الدائرتان؟ اذا كان الجواب، نعم فما عدد نقاط التقاطع؟

ج) جد البعد بين المركزين.

د) جد منتصف القطعة التي تصل بين المركزين.

الفصل العاشر: مجموعات نقاط – معادلات ورسوم بيانية

ع"ذ 1. لائم لكل رسم بياني معادلة من المعادلات المكتوبة في آخر السؤال.



$y = x + 1$ $\qquad$ $y^2 + x^2 = 1$

$y = x^2 + 1$ $\qquad$ $y^2 + (x-1)^2 = 1$

ع"ذ 2. اكتب بجانب كل معادلة اسم رسمها البياني:

أ) $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 36$ $\qquad$ ز) $x^2 - 4x + y^2 - 10y = 5$

ب) $y = 2x - 5$ $\qquad$ ح) $x = 0$

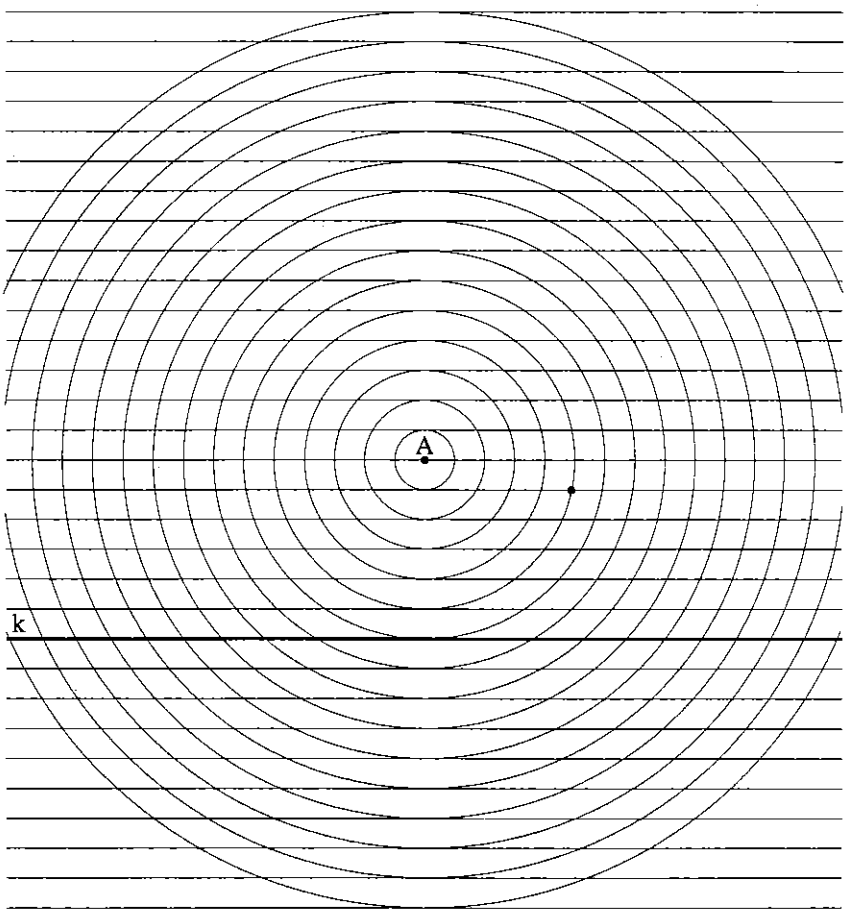
ج) $y = 2$ $\qquad$ ط) $x + y = 0$

د) $y = x^2 - 3x + 1$ $\qquad$ ي) $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 15$

هـ) $2x - 3y = 15$ $\qquad$ ي أ) $y = x^2$

و) $x^2 + y^2 = 10$ $\qquad$ ي ب) $y = -2x^2 + 3x$

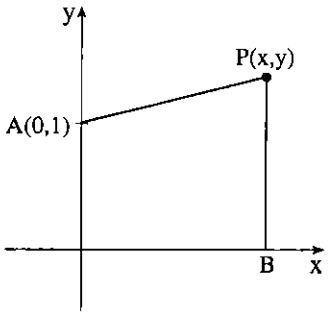
2. استعن بالدوائر والمستقيمات وعيّن نقاطا بُعد كل نقطة منها عن النقطة A يساوي بعدها عن المستقيم k . (احدى هذه النقاط قدعُيّنت كمثال وهي تبعد 5 وحدات عن النقطة والمستقيم). صل النقاط التي عينتها.



مجموعة النقاط التي تحقق هذا الشرط هي القطع المكافئ.

في التمرين الاتي سنفحص العلاقة بين هذه الخاصة ومعادلة القطع المكافئ.

3. أ) اكتب صورة عدد تمثل مربع البعد بين النقطتين $P(x, y)$ وَ $A(0, 1)$.



ب) اكتب صورة عدد تمثل مربع بعد النقطة P عن محور x .

ج) $PA = PB$ لذلك مربع الاول يساوي مربع الثاني. اكتب معادلة.

د) بسط المعادلة واكتبها على شكل $y =$.

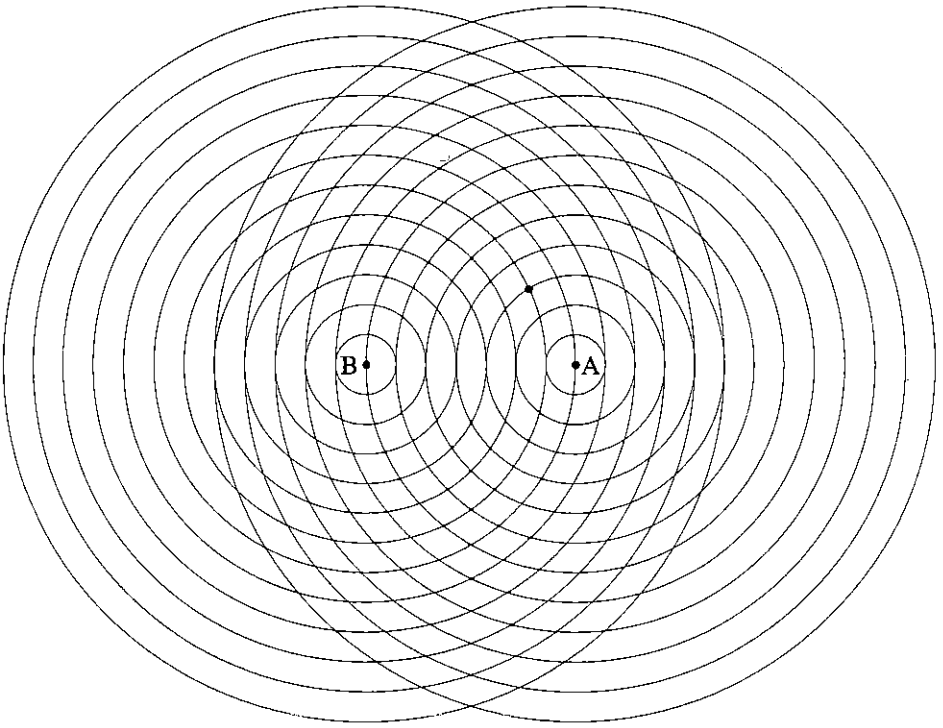
هـ) ما هو شكل الرسم البياني لصورة القضية التي كتبتها.

في التمرينين الأخيرين عرّفنا القطع المكافئ بواسطة خاصة هندسية: "نقاطه تبعد ابعادا متساوية عن نقطة ومستقيم". في السؤال الثاني رسمنا الرسم البياني للقطع المكافئ وفي السؤال الثالث كتبنا معادلته.

4. أ) سجل معادلة تصف برابولا لها رأس نهاية صغرى.

ب) سجل معادلة تصف برابولا لها رأس نهاية عظمى.

5. عين 14 نقطة مجموع بعدي كل منها عن A وعن B يساوي 9 وحدات.
استعن بالدوائر المرسومة حول A وَ B . (نقطة من هذه النقاط عُيّنت كمثال).
صل النقاط التي أشرتها .



الشكل الذي ينتج يسمى القطع الناقص.

6. أ) هل النقطة $A(1, 4)$ تقع على الرسم البياني للمعادلة $2x^2 + y^2 = 18$؟
عين هذه النقطة في هيئة محاور.

ب) جد نقطة تماثل A بالنسبة لمحور x ونقطة تماثل A بالنسبة لمحور y .
ارمز لهاتين النقطتين بـ B وَ C . افحص هل تحققان المعادلة.

ج) جد نقطة اخرى تماثل C بالنسبة لأحد المحورين وافحص اذا كانت تحقق المعادلة ثم عيّنها.

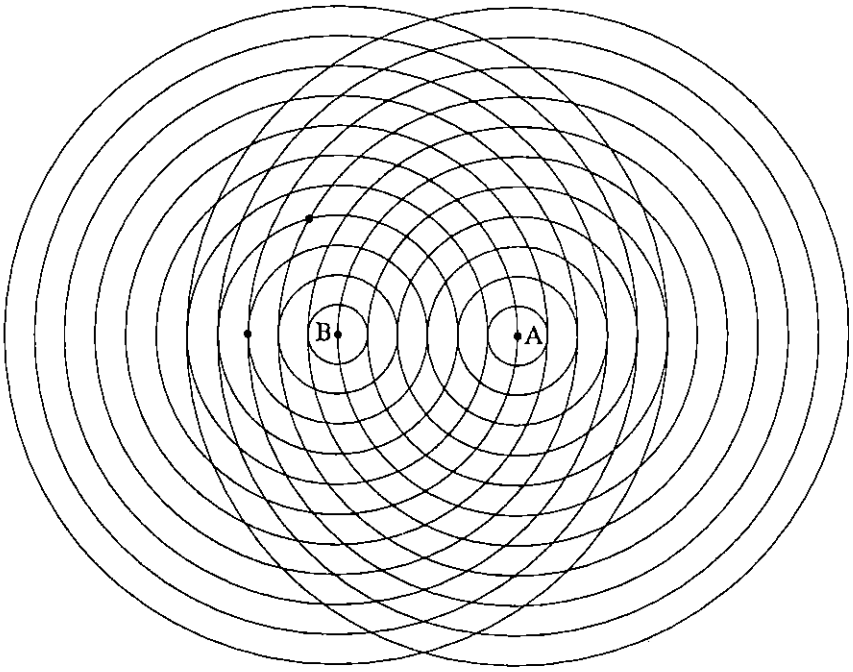
د) جد نقاط تقاطع الخط البياني للمعادلة مع المحورين. عيّن هذه النقاط.

هـ) حاول ان تجد نقاطا اخرى تحقق المعادلة. عيّن هذه النقاط وصل بينها.

في السؤالين الاخيرين عرّفنا القطع الناقص.
في السؤال الخامس بواسطة مجموع البعدين عن نقطتين وبالرسم.
وفي السؤال السادس بواسطة معادلة ورسم بياني.

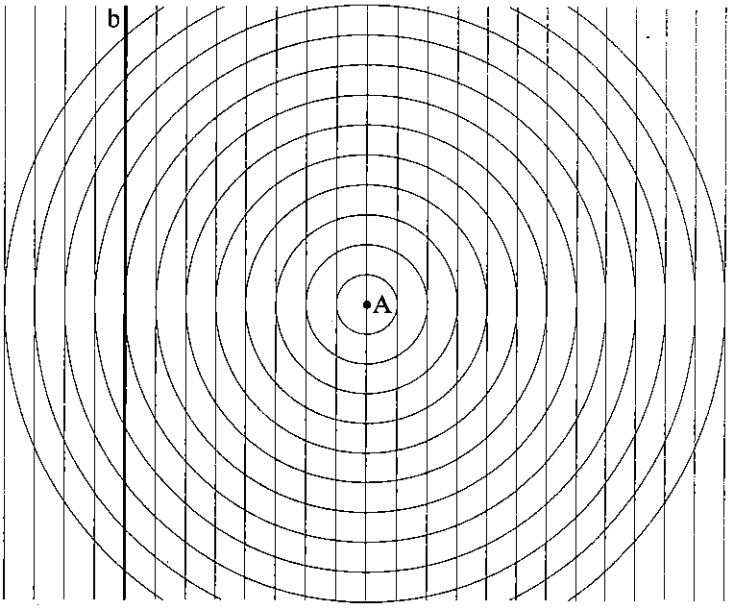
تمارين

7. عيّن نقاطا مجموع بعدي كل منها عن A وعن B يساوي 12 وحدة.
(في الشكل نقطتان معينتان). صل هذه النقاط.
اي شكل نتج؟

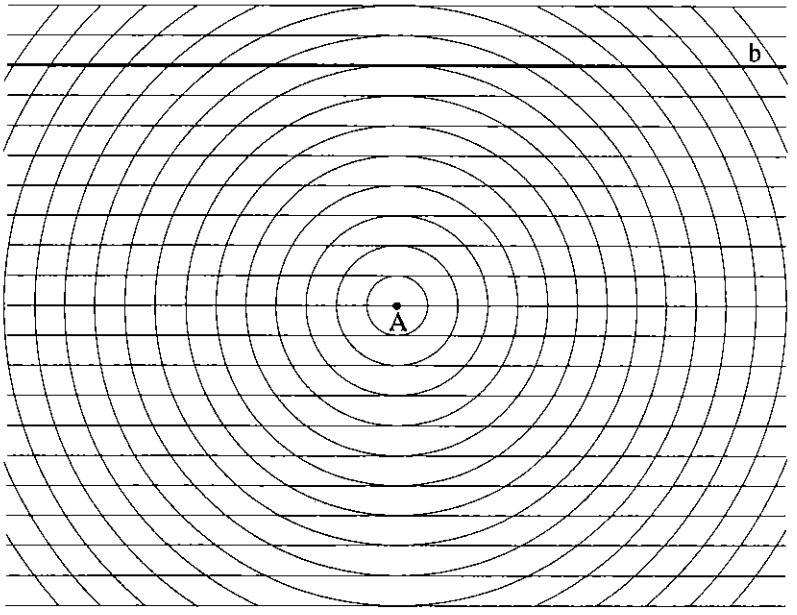


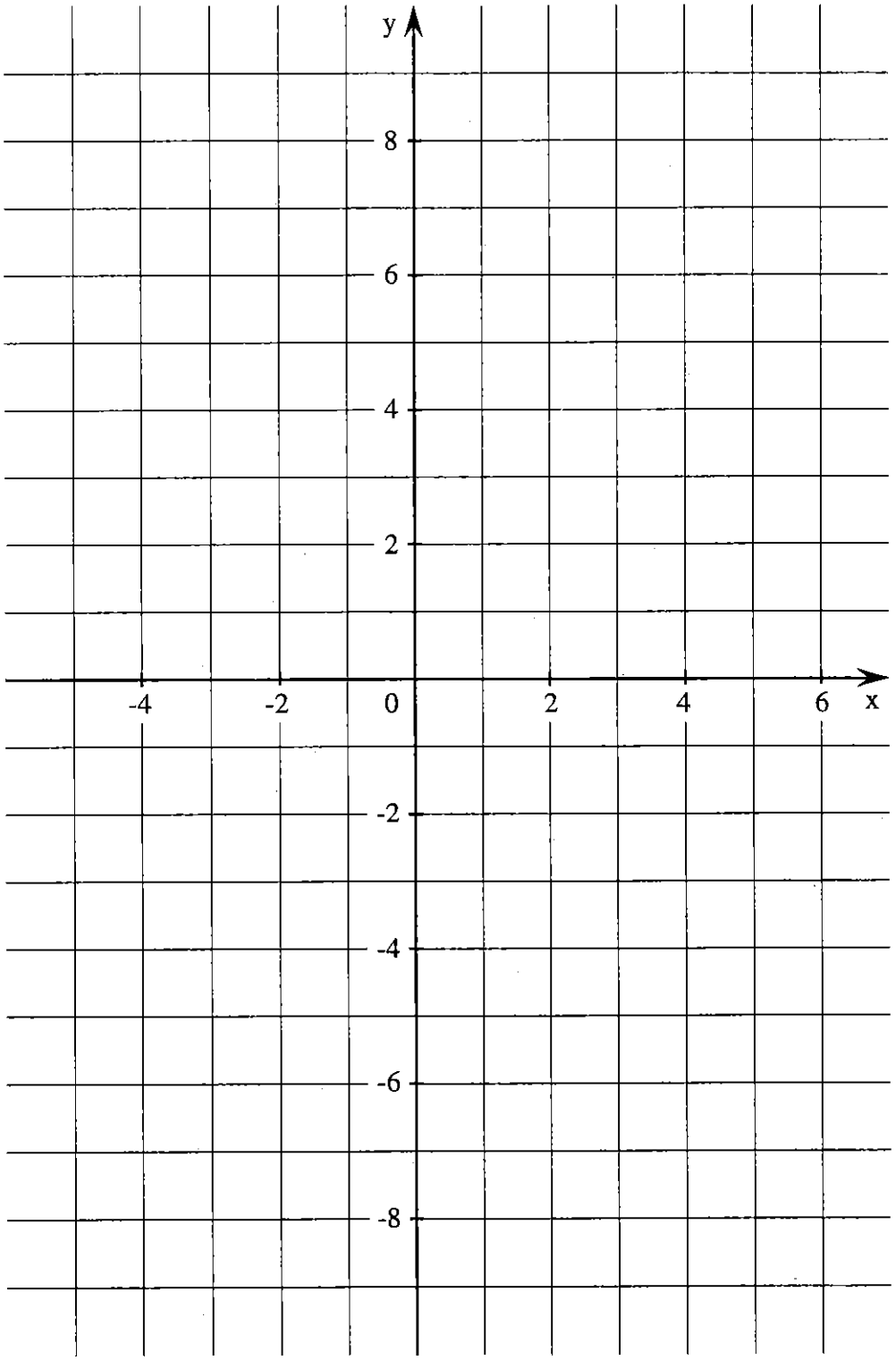
8. عيّن 14 نقطة بعد كل نقطة منها عن A يساوي بعدها عن المستقيم b.
اي شكل نتج؟

أ)

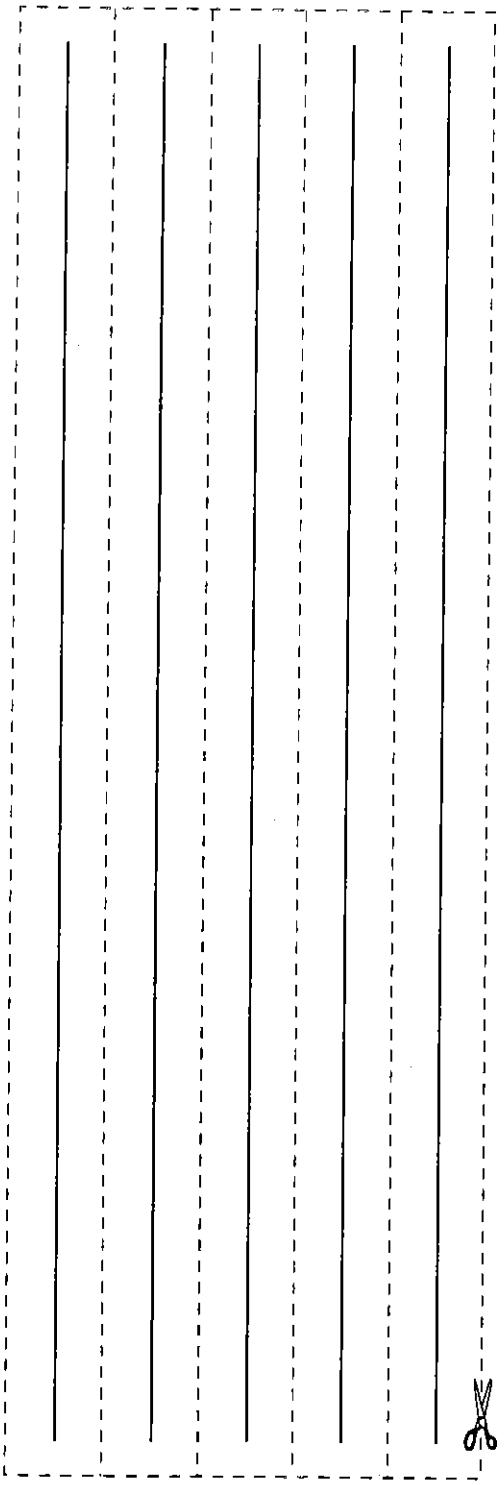


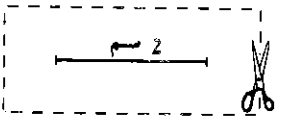
ب)

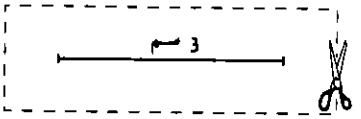


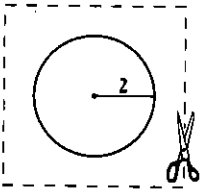

y
8
6
4
2
-4
-2
0
2
4
6
x
-2
-4
-6
-8

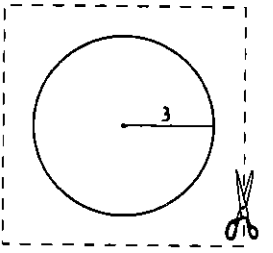
2
3
2
3
4
5

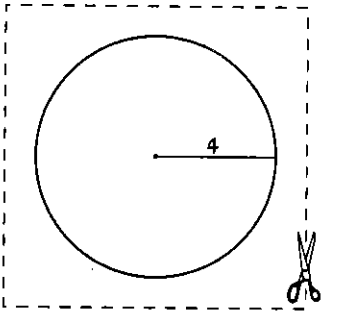


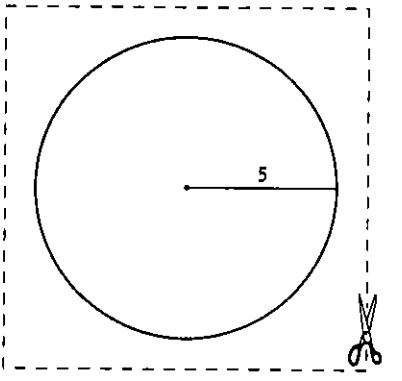

2 سم


3 سم


2


3


4


5