

התפתחות ידע של זוג תלמידים: ראשית האלגברה בסביבה אינטראקטיבית

מוגש על ידי מיכל טבח

תקציר

במסגרת מחקר זה נבדקו שינויים בדפוסים קוגניטיביים ובדפוסי אינטראקציה המתרחשים אצל זוג תלמידים הלומדים בקורס ראשית האלגברה בכתה ז' בסביבה טכנולוגית בתיווך Excel.

בעולם, קיימות גישות שונות להוראת האלגברה. לדוגמה, בדנרז, קירין ולי (Bednarz,) (Kieran & Lee, 1996) מסווגות גישות שונות להוראה משמעותית של האלגברה: גישה אחת היא הכללת דפוסים/מגמות (מספריות או גיאומטריות) ומציאת חוקים וקשרים בתופעות מספריות. גישה שנייה היא פתרון שיטתי של בעיות לפי סוגיהן. גישה שלישית היא מידול של תופעות פיסיקאליות וגישה רביעית מתמקדת במושג המשתנה ובמושג הפונקציה.

זמינותו של המחשב בבית הספר ובחדר הכיתה, הובילו להעלאת רעיונות שונים להכללת המחשב בהוראת המתמטיקה. בשנים האחרונות נעשו ניסיונות בארץ ובעולם לשילוב מחשב בהוראת המתמטיקה בכלל, והאלגברה בפרט (Yerushalmy & Schwartz, 1993;) (Kieran, 1992; Heid, 1995; Heshkowitz et al., In press)

במכון ויצמן למדע, פותחה תוכנית לימודים להוראת ראשית האלגברה בכיתה ז' בעזרת גיליון אלקטרוני. התוכנית פותחה במסגרת **מתימחשב** (Hershkowitz et al., In press). הגישה שאומצה על ידי הצוות המפתח הייתה פונקציונלית בעיקרה. הגישה התבססה על פעילויות בהן התלמידים מבנים הכללות דפוסים/מגמות של תופעות גידול המופיעות בסיטואציות בעיה סיפוריות (Friedlander & Tabach, 2001), וכן תופעות גידול המוצגות כסדרות ויזואליות של נקודות, ומציאת חוקים וקשרים בין תופעות אלה. פיתוח הקורס כלל פיתוח הסביבה הלימודית כולה, הכולל רצף של פעילויות לכיתה, וכן התייחסות כוללת לסביבת הלמידה, דרכי ההוראה, ארגון הכיתה, תפקיד המורה, שיטות הערכה וכו'. התפיסה שעמדה בבסיס פיתח הסביבה הלימודית היא הגישה הסוציו-תרבותית ללמידה. כלומר, התלמיד בונה את הידע שלו תוך אינטראקציות מסוגים שונים, עם קבוצות בהרכבים שונים: - עם עמית אחד, עם קבוצת עמיתים, עם המורה, עם מליאת הכיתה. הכלי הטכנולוגי – גיליון אלקטרוני, Excel, המהווה מכשיר בעל עצמה ללימוד מתמטיקה, עומד לרשות הלומדים. המורה משמש כמארגן של הפעילויות, מנחה את עבודת הקבוצות, תומך בנקודות קושי מתמטיות, ומנהל את אירגון וגיבוש החומר בעזרת התלמידים.

כדי לאפשר מעקב אחר שינויים שחלו במשך השנה בעבודת התלמידים הן מבחינה קוגניטיבית והן מבחינת האינטראקציה שביניהם, נבחרו פעילויות, בעלות מאפיינים דומים מבחינה מתמטית ומבחינת המבנה שלהן. כל התלמידים בכיתה עבדו בזוגות במעבדות המחשבים, כך שהמעקב אחר זוג תלמידים בסביבה זו – טבעי. הזוג נבחר על סמך היכולת המילולית שלו. עבודתם של זוג התלמידים הנבחר תועדה בוידאו, וכן נאספו דפי עבודה הכתובים של הזוג, שנוצרו במהלך העבודה על כל פעילות.

שאלת המחקר הכללית עליה מנסה המחקר המוצג כאן לענות היא: כיצד הידע המתמטי של זוג תלמידים הלומדים את ראשית האלגברה בסביבה אינטראקטיבית בתיווך ה-Excel, משתנה לאורך פעילויות שונות במהלך השנה?

השאלה המרכזית פורטה ל- ארבע שאלות מחקר:

1. כיצד מתפתחים תהליכי ההשערה וההכללה של זוג תלמידים לאורך פעילויות שונות בסביבת מתימחשב בתחילת לימוד האלגברה?
2. כיצד משתנות תבניות האינטראקציה בין בני הזוג במהלך העבודה באותן הפעילויות?
3. כיצד מתגבש הידע הנבנה בפעילויות, כלומר כיצד הידע הנבנה בא לידי ביטוי בפעילויות מאוחרות?
4. מהי תרומתו של כל אחד מבני הזוג לבניית הידע המשותף?

הערה: המונח הכללה במחקר זה מתייחס להכללה אלגברית של דפוס/מגמה (pattern).

הנתונים שנאספו עברו ניתוח בשני מסלולים; במסלול האחד, נותחה כל פעילות כשלמות אחת. הניתוח כלל שלושה היבטים – היבט קוגניטיבי, היבט של אינטראקציה והקשרים שבין שני ההיבטים הללו. ההיבט הקוגניטיבי נותח בעזרת המתודולוגיה שהוצעה על ידי צ'י (Chi, 1997). ההיבט של האינטראקציה נותח על בסיס מתודולוגיה שהוצעה על ידי רזניק (Resnick et al. 1993). כמו כן, בכל פעילות נעשה ניתוח משותף, הבוחן את הקשרים שבין הקוגניציה והאינטראקציה. במסלול השני, נותחו והשוו חלק מהקטעים שהתרחשו בפעילויות שונות, אשר להם מרכיבים דומים. בחירת הקטעים נעשתה על בסיס הפעילות הקוגניטיבית. לדוגמה, נותחו והשוו קטעים בהם בוצע תהליך ההשערה בין פעילויות שונות. לאחר מכן נותחו והשוו אותם קטעים מן ההיבט של האינטראקציה.

הממצאים העיקריים העולים ממחקר זה כוללים:

- תאור תהליך בניית הידע לאורך השנה כתהליך סוציו תרבותי (שאלת מחקר ראשונה ושנייה). באופן כללי, בני הזוג עובדים תוך כדי שיתוף פעולה, מתוך מטרה משותפת. במהלך האינטראקציה בין התלמידים, נצפו התנהגויות שונות בקטעים שונים: כל אחד מהם תורם לעבודה המשותפת את הידע שלו; מסביר את רעיונותיו לחברו; מחזק או מסתייג מהרעיונות של בן הזוג; תורם ונתרם מהעבודה; ומבנה את הידע שלו. האינטראקציה של התלמידים עם המחשב מנוצלת בצורה מושכלת למגוון של פעילויות; קבלת תופעה בייצוגים נומרי וגרפי; בדיקת השערה נומרית, גרפית, ואלגברית; שימוש במחשב כפוסק במקרה של חילוקי דעות בין בני הזוג.
- היכולת לבצע תהליכי השערה התפתחה אצל בני הזוג (שאלת מחקר ראשונה). נמצאו עדויות כי השערה יחסית מתפתחת ראשונה (השערה הנוגעת להשוואה בין כמה תופעות). קשה יותר לתלמידים לפתח השערה מוחלטת, בה הם מתבקשים לשער מה יתרחש בזמן נתון בתופעה נתונה.
- נמצאו עדויות להבניית ידע וגיבושו במספר דרכים (שאלת מחקר שלישית) – היו מקרים בהם במהלך פעילות אחת, בפרק זמן של מספר דקות, הובנה ידע ("נכון" או "שגוי") וגובש, כלומר נעשה בו שימוש בהזדמנויות דומות, המאוחרות יותר מבחינה כרונולוגית. כמו כן, נמצאו עדויות להבניית ידע וגיבושו בתהליך דיאלקטי, מתמשך, שנערך מפעילות לפעילות, כאשר בכל פעם הובנתה פיסת ידע נוספת וגובשה. כלומר נעשה בה שימוש בגוף הידע ההולך ומתהווה, וכך ההיכרות של התלמידים עם התופעה הלכה והתרחבה.

- ראינו כי היכולת להבניית הכללה מתפתחת בשני מובנים (שאלת מחקר ראשונה); דרך הכללה אחת היא הכללה בעזרת כלל נסיגה, אשר בסביבת ה-Excel, ויכולת ה"גרירה" שלו, משמשת מכשיר רב עצמה בידי התלמידים. דרך הכללה אחרת היא הכללה בעזרת תבנית מפורשת לפי מקום. נמצא כי בראשית השנה, התלמידים בונים הכללות בעזרת כלל נסיגה בקלות יחסית, תוך שימוש במחשב, ואינם חשים צורך להכליל תופעות גם בעזרת כלל מפורש. בהמשך השנה, הצורך במציאת הכללה לפי מקום עולה מתוך התלמידים עצמם, וכך מתרחשת הבניית היכולת למצוא הכללה כזו.
- דפוסי האינטראקציה בין התלמידים דינמיים, ועוברים שינויים בין הפעילויות ובמהלכן (שאלת מחקר שנייה). נמצא כי דפוסים אלה קשורים למידת הקושי הקוגניטיבי השזור בהקשר הנתון של הפעילות, ומידת הידע של כל אחד מבני הזוג. גמישות זו מעידה כי התלמידים מנצלים נכון את המשאבים המשותפים שלהם.

השלכות יישומיות העולות ממחקר זה כוללות:

מחקר זה התבצע, כאמור, בסביבת למידה שפותחה במסגרת פרויקט מתימחשב, הקורס העוסק בהוראת ראשית האלגברה בעזרת גיליון אלקטרוני. חלק מהמאפיינים הבסיסיים של הקורס, שבאו לידי ביטוי בחמש הפעילויות שנבדקו, נבחנו במחקר. להלן מספר נקודות שעלו בהקשר זה:

- מבנה הפעילויות שנבחרו מתוך הקורס מזמן לתלמידים אפשרויות חקר, בהם התלמידים עוסקים בתהליכי חשיבה מתמטיים שונים, כמו השערה והכללה. כפי שעולה מן הממצאים, יכולת ההשערה וההכללה אכן מתפתחות במהלך הקורס אצל התלמידים.
- היכולת לשער השערה יחסית מתפתחת לפני היכולת לשער השערה מוחלטת. לכן, בעיצוב משימות במסגרת רצף של קורס שלם, חשוב לכלול הזדמנויות ל השערות יחסיות בתחילה, ובפעילויות מאוחרות יותר להוסיף עליהן הזדמנויות לשער השערות מוחלטות.
- במסגרת הפעילויות המתועדות, התרחשו תהליכי הכללה רקורסיביים שעלו מתוך תופעות גידול הנתונות בסיפור, או הכללות מפורשות של מספרי הנקודות באברי סדרות ויזואליות של נקודות. תהליכים אלו שונים במהותם, ותרומתם להבניית הידע, שונה. לכן, יש צורך לכלול במסגרת קורס באלגברה פעילויות משני הסוגים גם יחד בשלבים שונים של הלימוד.
- אחד העקרונות שעמדו בבסיס פיתוח הקורס היה הרעיון כי יש לשוב ולפגוש אותו הקשר מתמטי בהזדמנויות שונות, בתהליך ספיראלי. ואכן, הרעיון של פגישות חוזרות ונשנות עם אותה תופעה מתמטית, על מנת להבנותה, נמצא נכון. מכאן, המפגש המחודש עם התופעה הדומה צריך להיות מורכב מאלמנטים דומים וגם שונים, על מנת לאפשר הבנייה דיאלקטית של ידע.
- הנטייה הראשונית של הלומדים היא לבנות הכללות בעזרת כלל נסיגה. יחד עם זאת, בפעילויות מסוג הכללת מספר הנקודות באיבר בסידרה המופיעה בייצוג ויזואלי, כאשר מוצגים לתלמידים איברים לאו דווקא עוקבים בסדרה נתונה, יש בכך משום "דחיפה" לכיוון של הכללה בעזרת תבנית מפורשת לפי מקום. על מעצבי הפעילויות בקורס לתת את הדעת לכך.
- העובדה כי התלמידים עובדים בזוג קבוע לאורך השנה, מתגלה כבעלת רווחים קוגניטיביים; כפי שהראינו בתהליכים השונים, נוצרים קודים משותפים, המאפשרים עבודה יעילה של הזוג. כל אחד "מרוויח" נקודת מבט נוספת על אפשרויות הפתרון לבעיה הנתונה.

- הניתוח שנערך במחקר זה מצביע על הקשר העמוק הקיים בין קוגניציה ואינטראקציה – הקוגניציה שלובה באינטראקציה. לכן, על מעצבי הפעילויות לתת את הדעת לכך שהפעילות אכן תאפשר בסיס נכון לאינטראקציה בין לומדים.
- מטרות השימוש בכלי הטכנולוגי במהלך הפעילויות שתועדו היו שונות: (1) הכרות עם תופעה חדשה, (2) אישוש או הפרכה של השערה נומרית או גרפית, (3) עריכת שינויים בצורה דינאמית על הנתונים לצורך הבנה טובה יותר של תופעה, (4) בדיקת נכונות של הכללה אלגברית, (5) בוררות בין תלמידים במקרה של חוסר הסכמה או מחלוקת. התלמידים השתמשו בייצוגים הנומרי, הגרפי והסימבולי בצורה דינמית (Dörfler, 1993). כלומר, התלמידים הכירו את הפוטנציאל הטמון במחשב, והשתמשו בו בצורה מושכלת. מכאן – יש לזמן לתלמידים אפשרויות לפעול בכלי הטכנולוגי מתוך מטרת שונות, ולהופכו לכלי המאפשר למידת מתמטיקה משמעותית.

כיוונים אפשריים למחקר עתידי

שאלות המחקר שהוצגו נענו. יחד עם זאת, עולות שאלות חדשות הנוגעות לבניית ידע במהלך עבודה משותפת.

- א. **האם סוג האינטראקציה נקבע מתוך ההקשר הקוגניטיבי, ואם כן באיזה אופן?**
ממצאי מחקר זה מראים כי בלקים שונים של העבודה המשותפת לבני הזוג, דפוסי האינטראקציה משתנים. הניסיון לקשור את סוג האינטראקציה עם הקושי הקוגניטיבי הניצב בפני התלמידים באפיזודות השונות, מראה כי כאשר אחד מבני הזוג יודע יותר, הוא המוביל את המהלך. כאשר ההקשר הנתון מוכר וברור לשניהם, התרומה הופכת להיות סימטרית מתוך כוונן. כאשר ההקשר הנתון אינו מוכר לשניהם, כלומר הם ניצבים בפני קושי קוגניטיבי, כל אחד מנסה לפתח רעיון באופן עצמאי. איני יודעת אם קשרים כאלה בין תהליכים קוגניטיביים ואינטראקטיביים הם טיפוסיים או ייחודיים.
- ב. **מהו הידע הנותן אצל היחיד לאחר העבודה המשותפת?**
התלמידים העובדים במשותף בונים את הידע שלהם מתוך העשייה המשותפת. יחד עם זאת, הקבוצה הלומדת היא גוף דינמי, המורכב בסופו של דבר, מיחידים. לכן, הידע שנוצר בקבוצה, משתקף בדרכים שונות אצל היחידים המרכיבים את הקבוצה. היחידים הם אלה שיביאו אותו לקבוצה במפגש הלימודי הבא, ולקבוצות נוספות במהלך חייהם. הידע שהובנה אצל היחיד הוא זה שיתמוך בו בהבניית הידע שלו בעתיד, ובעקבות כך בתפקודו הקוגניטיבי. מכאן, התחקות אחרי הידע הנותן אצל היחיד היא מטרה חשובה. שאלה זו מכילה בתוכה דילמה מתודולוגית, הנוגעת לשאלה כיצד ניתן להתחקות אחרי הידע של היחיד (Hershkowitz, 1999). קירן ניסתה לענות לשאלה זו תוך עריכת מבחן Post ליחידים לאחר שעבדו על משימה דומה בזוגות (Kieran, 1999). נשאלת השאלה האומנם זוהי המתודולוגיה המתאימה למעקב אחרי הידע הנוצר, ואם לא, מהי דרך אלטרנטיבית. במסגרת מחקר זה, נעשה ניסיון להתחקות אחרי הידע שנותן אצל הפרט, דרך עדויות שנמצאו בפעילויות מאוחרות יותר.
- ג. **כיצד ניתן לעודד קונסולידציה של ידע שהובנה אצל תלמידים?**
כפי שעולה ממחקר זה, תהליך הקונסולידציה יכול ללבוש פנים רבות ושונות; הוא יכול להתרחש בבת אחת, כפי שראינו בפעילות החמישית, בנוגע ליצירת הכללה מפורשת לפי מקום מתוך סדרה המוצגת באופן ויזואלי. הוא יכול להתרחש בבת אחת, אבל להיות שגוי, כפי שראינו בפעילות השנייה, בנקודה של הבניית הכללה מפורשת לפי מקום עבור איבר ראשון בסדרה. הוא יכול להתרחש בתהליך דיאלקטי מורכב, המתמשך לאורך פרק זמן ארוך, בין פעילויות שונות ובתוכן, ואולי אף לא להגיע לסיומו המלא, כפי שראינו לגבי

התפתחות מושג הגידול המעריכי. מהם הגורמים שהביאו את התלמידים לגיבוש הידע?
כיצד ניתן לעודד תופעה רצויה זו אצל התלמידים? מהו מערך המחקר המתאים, בעזרתו
נוכל להתחקות אחרי תהליכי קונסולידציה? כל אלה הן שאלות חשובות, הדורשות מחקר
נוסף.