



אשכול מדעים וחברה

כיתה י"א

יחידה שנייה:

שימוש בכלים סטטיסטיים - סטיית תקן

תוכן עניינים

3	על מדדי פיזור.....
4	סטיית תקן.....
11	סטיית תקן מטבלת שכיחויות.....
12	תרגילים.....

על מדדי פיזור

1. לפניכם ציוני שלושה תלמידים במבחני מתמטיקה:

חן: 70, 70, 70, 70, 70, 70, 70, 70, 70.

רונית: 100, 90, 80, 70, 70, 60, 50, 40.

שי: 100, 100, 70, 70, 70, 70, 40, 40.

חשבו את הממוצע החשבוני, השכיח והחציון של ציוני כל תלמיד.

תזכורת:

סכום כל הנתונים מחולק במספר הנתונים נקרא **ממוצע חשבוני**.
בקבוצת נתונים המסודרת לפי הגודל האיבר "האמצעי" נקרא **חציון**.
הנתון המופיע מספר רב ביותר של פעמים נקרא **שכיח**.

לפעמים, לקבוצות נתונים שונות באופיים יש מדדים מרכזיים שווים, לכן יש צורך במדדים נוספים.



2. א. חשבו את ההפרש בין הציון הגבוה ביותר לנמוך ביותר של כל אחד מהתלמידים בשאלה 1.

ההבדל בין הערך הנתון הגבוה ביותר לערך הנתון הנמוך ביותר נקרא **טווח**.

ב. האם הממוצע והטווח מאפשרים להשוות בין הישגי שלושת התלמידים הנ"ל? מה ניתן ללמוד מהממוצע והטווח ומה לא ניתן ללמוד ממדדים אלה? הסבירו.



3. לפניכם ציוני בחנים בלשון של מיכל ויסי:

מיכל: 50, 60, 70, 80, 90, 100.

יסי: 50, 75, 75, 75, 100.

א. חשבו את הממוצע והטווח של הציונים של כל אחד משני התלמידים.

סטייה מהממוצע היא ההפרש בין הציון לממוצע.

ב. חשבו עבור כל תלמיד את הסטיות מהממוצע כולל סימן.

מיכל: 50, 60, 70, 80, 90, 100.

הסטיות: _____, _____, _____, _____, _____, _____ סכום הסטיות: _____

יסי: 50, 75, 75, 75, 100.

הסטיות: _____, _____, _____, _____, _____ סכום הסטיות: _____

ג. מתי הסטייה חיובית ומתי הסטייה שלילית?

ד. מחקו מרשימת הסטיות את הסימנים ומצאו את סכום הסטיות "המוחלטות" (ללא סימן).

ה. חשבו את ממוצע הסטיות "המוחלטות" (ההפרשים ללא סימן) של הציונים (חלקו במספר הציונים).

אצל מי משני התלמידים פיזור הציונים גדול יותר?

סטיית תקן

במקום להתייחס לערכים המוחלטים נהוג להעלות בריבוע את הסטיות מהממוצע. ההעלאה בריבוע פותרת גם היא, את העובדה שהסטיות החיוביות והשליליות מהממוצע מבטלות אלו את אלו. העלאה בריבוע נותנת משקל גדול יותר לסטיות גדולות מהממוצע. בגלל סיבה זו וסיבות מתמטיות נוספות, נהוג לחשב את ממוצע ריבועי הסטיות מהממוצע החשובי.

4. לפנים ציוני בחנים במתמטיקה של יעל: 70, 75, 80, 95.

ממוצע הציונים האלה הוא 80.

א. חשבו את הסטיות מהממוצע.

ב. חשבו את ריבועי הסטיות מהממוצע.

ג. מהו סכום ריבועי הסטיות?

ד. חשבו את ממוצע ריבועי הסטיות (חלקו את סכום ריבועי הסטיות במספר הציונים).



לממוצע ריבועי הסטיות מהממוצע קוראים **שונות**.

5. בטבלה ממופיעות הטמפרטורות בשעות הערב בשבוע הראשון של חודש אוגוסט באילת ובירושלים.

שבת	יום ו	יום ה	יום ד	יום ג	יום ב	יום א	
26°	28°	34°	38°	42°	40°	38°	אילת
20°	23°	24°	26°	27°	28°	27°	ירושלים

א. חשבו את ממוצע הטמפרטורות בשבוע זה בכל אחת מהערים ואת השונות מהממוצע. (דייקו עד למעלות שלמות).

ב. באיזה משתי הערים שינויי הטמפרטורה היו גדולים יותר? הסבירו.

כשרוצים להשוות בין שתי קבוצות מספיק להשתמש בשונות המאפיינת את ההבדל בפזור הנתונים של שתי הקבוצות.

אבל כדי לאפיין **פזור נתונים של קבוצה אחת** משתמשים בשרש של השונות.

בדוגמה הנ"ל השרש של שונות הטמפרטורה באילת בשבוע הנ"ל היה: $\sqrt{32} = 5.66$.

כעת ניתן לומר שרוב הטמפרטורה בשבוע זה היתה: 35 ± 5.66 .

(או במילים: הטמפרטורה הממוצעת באילת בשבוע הזה הייתה 35 עם סטייה ממוצעת של 5.66 מהממוצע.)

השרש הריבועי של השונות נקרא **סטיית תקן**

6. הגובה הממוצע של תלמידי כיתות י' בבית ספר מסוים, הוא 165 ס"מ והשונות 100.

א. מהי סטיית התקן?

ב. בכיתות ט' בבית הספר הזה, הגובה הממוצע גם הוא 165 ס"מ, וסטיית התקן 20. השוו את הגובה של רוב התלמידים בכיתות י' עם הגובה של רוב התלמידים בכיתות ט'.

7. לפניכם שוב ציוני הבחנים במתמטיקה של חן, רונית ושי. הממוצע של כל אחד מהם 70.

א. חשבו את סטיות התקן של ציוניהם מהממוצע:

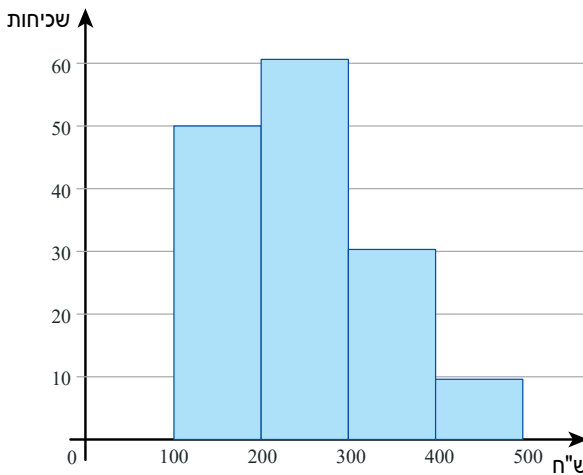
חן: 70, 70, 70, 70, 70, 70, 70, 70, 70, 70.

רונית: 100, 90, 80, 70, 70, 60, 50, 40.

שי: 100, 100, 70, 70, 70, 70, 40, 40.

ב. למי משלושת התלמידים סטיית התקן מהממוצע גדולה ביותר ולמי קטנה ביותר? הסבירו את המשמעות של התוצאות האלה.

8. הדיאגרמה הבאה מתארת את הסכומים בש"ח, שנתרמו על ידי עובדי מפעל, עבור טיפול רפואי בחו"ל של אחד מהעובדים.



א. מצאו כמה עובדים תרמו?

ב. ממוצע סכומי ההתרמה הוא 250 ש"ח. סמנו על הציר האופקי.

ג. סטיית התקן היא 90 ש"ח.

ד. סמנו על הציר נקודה המתאימה לתרומה הנמצאת סטיית תקן אחת מעל הממוצע. מהו סכום התרומה הזו?

ה. מהי התרומה הנמצאת סטיית תקן אחת מתחת לממוצע? סמנו נקודה מתאימה.

ו. דני טען שרוב התרומות היו בין 160 ש"ח ל-340 ש"ח. האם הוא צודק? היעזרו בדיאגרמה והסבירו.

9. במבחנים בהסטוריה בכיתה י"א קיבל דן את הציונים: 70, 75, 85, 90.
רון קיבל את הציונים: 40, 50, 90, 100.

- א. חשבו את הממוצע של הציונים של כל אחד מהם.
ב. נסו לקבוע ללא חישוב אצל מי משניהם סטיית התקן מהממוצע גדולה יותר. הסבירו.
ג. חשבו את סטיות התקן ובדקו את תשובתכם בסעיף ב'.

10. לפניכם שלוש קבוצות של ציונים:

קבוצה א': 55, 65, 75, 85, 95

קבוצה ב': 50, 60, 75, 90, 100

קבוצה ג': 69, 74, 75, 77, 80

קבוצה ד': 55, 55, 95, 95

לכל ארבע הקבוצות אותו ממוצע (תוכלו לנחש מהו מבלי לחשב).

להלן ארבע סטיות התקן של הקבוצות האלה (לא באותו סדר כמו קבוצות הציונים):

17.9, 14.1, 3.6, 18.4

- א. קבעו איזו סטיית תקן מתאימה לכל קבוצת ציונים.
ב. מצאו מהו טווח הציונים של כל אחת מהקבוצות.
ג. בין אילו מהקבוצות ניתן לאפיין את פיזור הציונים באמצעות הטווח ובין אלו לא ניתן? דונו ביתרונות ובחסרונות של שני מדדי הפיזור: טווח וסטיית תקן.



11. לפניכם דיאגרמות המתארות נתונים של שתי קבוצות.



- א. לאיזו משתייהן סטיית תקן גדולה יותר? הסבירו.
ב. מה תוכלו לומר על הממוצע של שתי הקבוצות?

12. צרו שתי קבוצות של 5 מספרים שיהיה להן אותו ממוצע וסטיות תקן שונות.
חשבו ובדקו.

13. הממוצע וסטיית התקן של כל סדרת ציונים.

i. 6 , 10

ii. 6 , 8 , 10

iii. 6 , 8 , 8 , 10

iv. 6 , 8 , 8 , 8 , 10

v. 6 , 8 , 8 , 8 , 8 , 8 , 8 , 8 , 8 , 10

א. כמה פעמים צריך להופיע הציון 8 כדי שסטיית התקן תהיה בדיוק 1?

ב. האם ניתן על ידי תוספת "ציוני 8" להגיע לסטיית תקן 0? הסבירו.

ג. נוסף לקבוצה (ii) נתונים בקצוות: (vi) 10 , 10 , 8 , 6 , 6

(vii) 10 , 10 , 10 , 8 , 6 , 6 , 6

איך לדעתכם תשתנה סטיית התקן בהשוואה לשינויים בסעיפים הקודמים? בדקו.

14. חפשו במחשבון שלכם סטטיסטיקה (כנראה ב MODE), ובדקו כיצד מכניסים נתונים ומחשבים ממוצע

וסטיית תקן באמצעות המחשבון שלכם.

תוכלו גם להקיש על הקישור :



<https://researches.co.il/calculators/mean-and-standard-deviation-calculator/>

הכניסו את רשימת הציונים: 65 , 70 , 68 , 80 , 85 , 90 , 75 , 58

ומצאו את הממוצע ואת סטיית התקן.

15. מדדו את הגבהים בס"מ של הבנים והבנות בכיתה י"א בבית ספר חרוצים.

בנים: 157 , 160 , 162 , 170 , 172 , 172 , 174 , 175 , 180 , 185 , 187 , 190 , 192

בנות: 152 , 153 , 155 , 156 , 158 , 160 , 165 , 170 , 172 , 175 , 180

א. חשבו את ממוצע הגבהים של הבנים ואת סטיית התקן של הגבהים האלה.

ב. האם לדעתכם ממוצע הגבהים של כל הכיתה גדול או קטן ממוצע הגבהים של הבנים? הסבירו.

חשבו את ממוצע הגבהים של כל הכיתה ובדקו.

ג. חשבו ומצאו שממוצע הגבהים של הבנות הוא 163 ס"מ, וסטיית התקן של הגבהים האלה מהממוצע

הוא 9.



האם לדעתכם סטיית התקן של כל הכיתה גדולה או קטנה מסטיית התקן של הבנות? הסבירו.

ד. האם לדעתכם סטיית התקן של כל הכיתה גדולה או קטנה מסטיית התקן של הבנים? הסבירו.



16. א. חשבו את הממוצע וסטיית התקן של קבוצת הציונים: 40, 50, 60, 70, 80

ב. שערו מה יקרה לממוצע ולסטיית התקן אם נוסיף לרשימה הנתונה:

(i) ציון 100? הסבירו ובדקו.

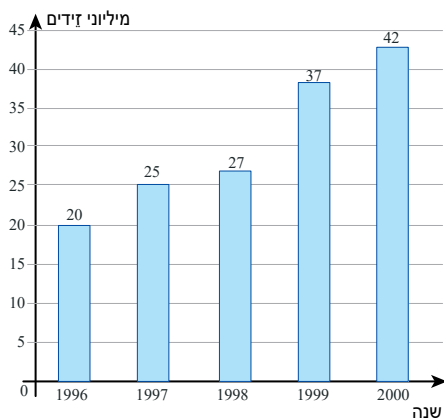
(ii) ציון 60? הסבירו ובדקו.

(iii) ציון 65? הסבירו ובדקו.

ג. שערו מה יקרה לממוצע ולסטיית התקן אם נוריד מרשימת חמשת הציונים הנתונים את הציון:

(i) 60 הסבירו.

(ii) 40 הסבירו.



17. בטבלה נתונים על יצוא שנתי בלונדון

ממוצע היצוא בחמש השנים האלה היה 30.2

מיליוני זדים, וסטיית התקן מהממוצע 7.38 מיליון

זדים.

בעיתון כלכלי במדינה נכתב שהייתה טעות

בנתונים והייצוא בשנת 2000 היה רק 40 מיליון

זדים.

א. שערו אם הממוצע גדול או קטן מ-30.2 מיליון?

הסבירו.

ב. חשבו את הממוצע החדש.

ג. שערו אם סטיית התקן מהממוצע החדש גדולה או קטנה מהסטייה מהממוצע הישן, הסבירו.

ד. חשבו ובדקו את השערתכם.

18. לפניכם רשימה של תרומות בש"ח שנאספו על ידי אורי ועמוס במבצע "הקש בדלת" למלחמה בסרטן:

30, 50, 70, 70, 100, 140, 150, 180, 200

א. חשבו את ממוצע התרומות ואת סטיית התקן מהממוצע.

ב. לפני שמסרו את הכספים, גילו אורי ועמוס שיש עוד תרומה של 90 ש"ח.

ג. האם הממוצע גדול או קטן מזה שמצאתם? הסבירו.

חשבו ובדקו.

ד. שערו אם סטיית התקן גדולה או קטנה מזו שמצאתם? הסבירו.

חשבו ובדקו.

ה. זוג אחר שאסף תרומות למבצע הצליח לאסוף רק 4 תרומות: 160, 180, 200, 200

ו. האם לדעתכם ממוצע הסכומים שאספו גדול או קטן ממוצע הסכומים שאספו אורי ועמוס? הסבירו.

ז. האם סטיית התקן גדולה או קטנה מזו שמצאתם בסעיף ב? הסבירו.

19. לפניכם רשימת ממוצעים של טמפרטורה מקסימלית במעלות צלסיוס לפי חודשים בצפת ובתל-אביב.

צפת

חודש	ינו'	פבר'	מרץ	אפר'	מאי	יוני	יולי	אוג'	ספט'	אוק'	נוב'	דצמ'
טמפרטורה מקסימלית	9.4°	10.4°	13.3°	20.4°	25°	28.3°	28.3°	29.8°	28.1°	23.7°	16.3°	11.5°

תל אביב

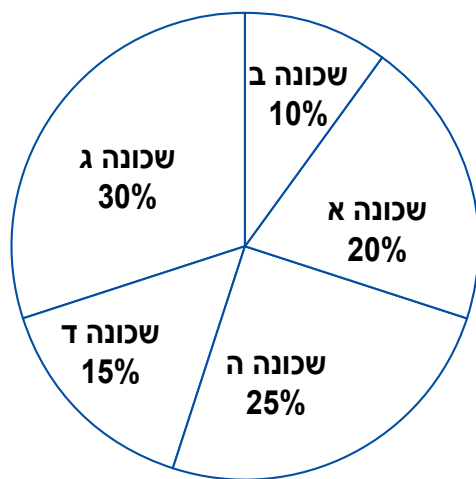
חודש	ינו'	פבר'	מרץ	אפר'	מאי	יוני	יולי	אוג'	ספט'	אוק'	נוב'	דצמ'
טמפרטורה מקסימלית	9.4°	10.4°	13.3°	20.4°	25°	28.3°	28.3°	29.8°	28.1°	23.7°	16.3°	11.5°

א. חשבו ממוצע, טווח, וסטיית תקן של הטמפרטורה מהממוצע, בצפת ובתל אביב.

ב. היעזרו במדדים שחישבתם ותארו את השוני בין הטמפרטורות בצפת, ובתל אביב.

20. באחת הערים במדינת "ללא-חולי" חמש שכונות. בעיר נמצאו 1500 חולים.

לפניכם דיאגרמת עיגול המתארת את אחוז החולים בשכונות השונות:

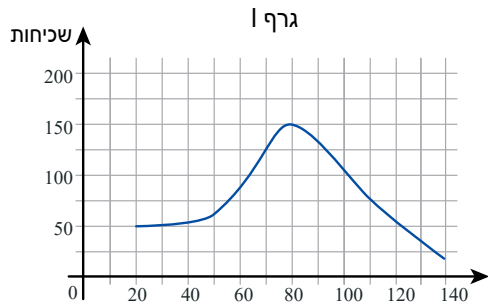
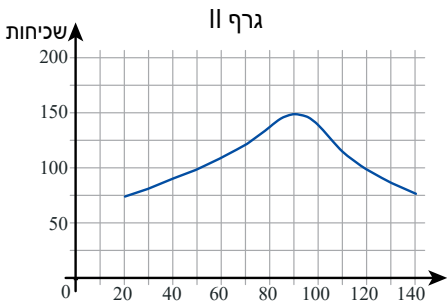


א. רשמו בעיגול כמה חולים היו בכל אחת מהשכונות.

ב. כמה חולים בממוצע היו בעיר.

ג. חשבו את סטיית התקן מממוצע החולים בעיר.

21. הגרפים בשאלה זו מתארים נתונים שונים.



א. בכל גרף סמנו את השכיח.

ב. באיזה משני הגרפים מתוארת סטיית תקן גדולה יותר? הסבירו.



22. בכיתה י"ב 12 תלמידים. במבחן בהיסטוריה התקבלו הציונים הבאים:

הציון	שכיחות (מספר התלמידים)
6	2
7	4
8	5
9	1

- א. חשבו את ממוצע הציונים (תוכלו לפרט ברשימה מסודרת).
 ב. חשבו את סטיית התקן.

23. ביקשו מ-120 תלמידי כיתות י' לבדוק כמה זמן הם מקדישים להכנת שיעורי הבית במשך שבוע. תשובות התלמידים בשני הטורים המודגשים בטבלה:

ריבועי הסטיות כפול השכיחות	ריבועי הסטיות	סטיות מהממוצע	שכיחות (מספר תלמידים)	מספר שעות בשבוע
108	36	6	3	1
50	25	5	2	2
48	16	4	3	3
			7	4
72	4	2	18	5
			20	6
			22	7
			14	8
48	4	2	12	9
			5	10
96	16	4	6	11
		5	8	12
746	סך כל ריבועי הסטיות			

- א. מספר השעות הממוצע הוא 7 שעות. האם השכיח והחציון מתלכדים עם הממוצע?
 ב. השלימו את הטבלה לחישוב סטיית תקן מהממוצע.
 - חשבו את השונות ואת סטיית התקן.
 (בדקו את עצמכם: האם מצאת שסכום כל ריבועי הסטיות הוא 746?)

24. בכיתה 30 תלמידים במבחן בלשון התקבלו הציונים הבאים:

שכיחות (מספר התלמידים)	הציון
2	5
7	6
10	7
6	8
5	9

חשבו את הממוצע וסטיית התקן של הציונים מהממוצע. בדקו באמצעות הקישור:

<https://researches.co.il/calculators/mean-and-standard-deviation-calculator/>

תרגילים

1. בחוגים לשומרי משקל גברים התקבל בשנה מסוימת ממוצע 92 ק"ג, וסטיית תקן של 9.5 ק"ג.
בשנה שלאחר מכן השתתפו בחוגים בערך אותו מספר של גברים. והתקבל אותו ממוצע (92 ק"ג) אך סטיית התקן הייתה 16.5 ק"ג.
א. באיזו שנה סביר שהיו יותר גברים בעלי משקל נמוך מ-80 ק"ג? הסבירו.
ב. באיזו שנה סביר שהיו יותר גברים שמשקלם סביב 92 ק"ג? הסבירו.
2. א. רשמו קבוצה של עשרה נתונים (לא כולם שווים זה לזה) כך שהממוצע יהיה 80 וחשבו את סטיית התקן מהממוצע.
ב. שנו שני נתונים כך שהממוצע לא ישתנה וסטיית התקן תקטן.
ג. שנו שני נתונים בקבוצה שרשמתם בסעיף א', כך שסטיית התקן תגדל.
3. רשמו שתי קבוצות של שישה נתונים שונים, כך שהממוצע בשתי הקבוצות יהיה זהה, אך סטיית התקן תהיה שונה.
חשבו ובדקו אם הקבוצות מקיימות את הדרישות.
4. בדקו מדגם של 100 חבילות אטבים כדי למצוא כמה אטבים פגומים יש בחבילה.

מספר אטבים פגומים	מספר חבילות
0	1
1	40
2	50
3	6
4	2
5	1

- א. שערך בערך מהו המספר הממוצע של אטבים פגומים במאה החבילות שנבדקו.
- ב. האם ממוצע מספר האטבים הפגומים הוא בין: 0-1, 1-2, 2-3, 3-4, 4-5? הסבירו מדוע.
- ג. אחד מבין המספרים הוא סטיית התקן מהממוצע: 0.74, 2.53, 3.83 איזה מהמספרים? הסבירו.

5. לפניכם טבלאות עם כמות המשקעים במ"מ בגליל המערבי ובנגב המערבי, בשמונה חורפים, מחורף תשע"ג ועד חורף תש"פ.

נגב מערבי

שנה	תשע"ג	תשע"ד	תשע"ה	תשע"ו	תשע"ז	תשע"ח	תשע"ט	תש"פ
כמות משקעים במ"מ	228	336	436	533	209	196	215	354

גליל מערבי

שנה	תשע"ג	תשע"ד	תשע"ה	תשע"ו	תשע"ז	תשע"ח	תשע"ט	תש"פ
כמות משקעים במ"מ	938	867	709	430	528	735	1372	1223

א. חשבו את הממוצע השנתי של כמות המשקעים **בנגב** המערבי, בשנים האלה.

ב. שנה בה כמות המשקעים קטנה מ- 80% של הממוצע השנתי נחשבת כשנת בצורת.

לפי הממוצע שחישבתם, כמה שנות בצורת היו בתקופה הזו **בנגב** המערבי?

ג. חשבו את הממוצע השנתי של כמות המשקעים **בגליל** המערבי בשמונה השנים האלה, ומצאו פי כמה גדול הממוצע הזה מממוצע המשקעים **בנגב** המערבי, באותן שנים.

ד. סטיית התקן של כמות הגשמים **בנגב** המערבי בשנים האלה, מהממוצע השנתי שחישבתם היא 116 מ"מ. בכמה שנים הייתה כמות המשקעים גדולה ביותר מסטיית תקן אחת מעל הממוצע? ובכמה שנים היא הייתה נמוכה מסטיית תקן אחת מתחת לממוצע.

ה. חישובו ומצאו שכמות המשקעים **בגליל** המערבי בשנים האלה הייתה: 850 ± 307 מ"מ, הסבירו.

ו. בדקו בטבלאות והסבירו את ההבדל בפיזור נתוני המשקעים בשנים האלה בין הנגב המערבי והגליל המערבי.

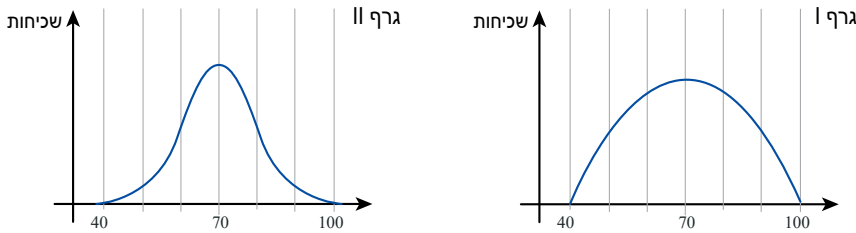
6. במבחני מיצב במתמטיקה בכתות ח' בשנה מסוימת התקבל ממוצע 8 וטווח הציונים היה מ- 5 עד 9. בשנה לאחר מכן הממוצע היה 8 וטווח הציונים היה מ- 4 ועד 10.



א. לא ניתן לקבוע באיזו מהשנים האלה סטיית התקן הייתה גדולה יותר, הסבירו.

ב. רשמו שתי קבוצות של עשרה נתונים כך שבקבוצה אחת טווח הנתונים יהיה מ- 5 ועד 9 ובשנייה מ- 4 ועד 10, וסטיית התקן של קבוצת הנתונים שבה הטווח מ- 5 ועד 9 תהיה גדולה מסטיית תקן בקבוצה שבה טווח הנתונים מ- 4 עד 10.

7. ממוצע מבחן באנגלית בשני בתי ספר הוא 70. בבית ספר אחד סטיית התקן היא 10 ובשני 15. התאימו לכל בית ספר אחד משני הגרפים, והסבירו.



8. נתונה רשימת ציונים:

90, 80, 70, 70, 70, 60, 50

- א. חשבו את הממוצע, השכיח, החציון, וסטיית התקן מהממוצע.
 ב. בחרו שני ציונים מהרשימה, לאחד מהם הוסיפו 10 ומהשני הורידו 10. מה קרה לממוצע? לשכיח? לחציון? ולסטיית התקן?
 ג. האם ייתכן שינוי על פי ההוראות הנ"ל כך שהממוצע, השכיח והחציון לא ישתנו? אם כן, רשמו את סדרת הנתונים לאחר השינוי. אם לא הסבירו.



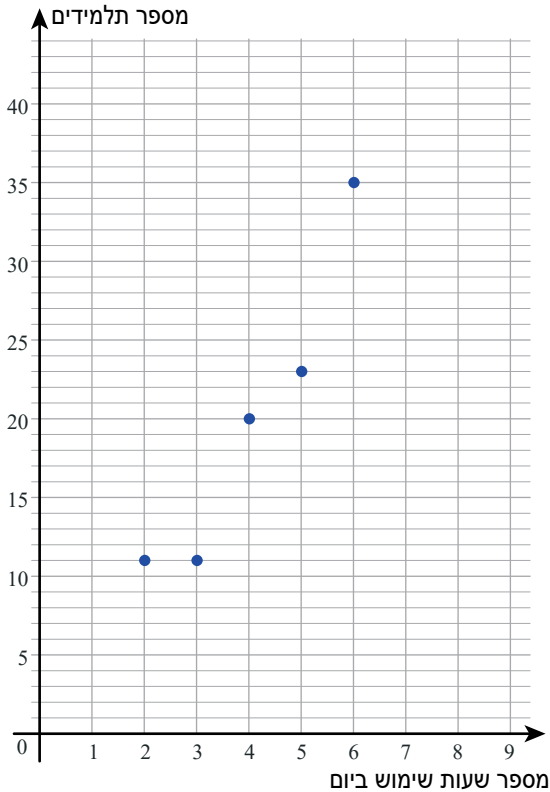
9. במכללה מסוימת נרשמו במשך שנתיים בערך אותו מספר מועמדים, ובכל שנה התקבל אותו מספר מהנרשמים, בהתאם להישגיהם במבחנים פסיכומטריים. בשנה הראשונה ממוצע הציונים במבחנים היה 520 וסטיית התקן 95. בשנה השנייה הממוצע היה גם כן 520 וסטיית התקן 150.

- א. באיזו שנה התקבלו יותר תלמידים שהישגיהם במבחן היו נמוכים יותר? הסבירו.
 ב. במכללה אחרת נרשמו מספר שווה של מועמדים, והתקבל אותו מספר מהנרשמים. בשנה הראשונה ממוצע הציונים היה 510 וסטיית התקן 100. בשנה השנייה הממוצע היה 590 וסטיית התקן כמו בשנה הראשונה 100. באיזו משתי השנים האלה התקבלו יותר תלמידים שהישגיהם במבחן היו נמוכים יותר? הסבירו.



10. בדקו כמה שעות ביום משתמשים תלמידי כיתות ו' בטלפון חכם.

הגרף מתאר את דיווחי התלמידים:



- א. כמה תלמידים דיווחו?
- ב. - חשבו כמה שעות ביום, בממוצע משתמשים תלמידים אלה בסמארטפון.
- שרטטו קו המתאר את מקום הממוצע.
- ג. האם יש יותר תלמידים המשתמשים מספר שעות גבוה מהממוצע מאשר תלמידים שמשתמשים פחות מהממוצע? הסבירו.
- ד. סטיית התקן מהממוצע היא 1.34 שעות.
שרטטו בגרף שני קווים המתארים את המקום של סטיית תקן אחת מעל הממוצע וסטיית תקן אחת מתחת לממוצע.
כמה תלמידים בערך יש בין שתי סטיות התקן האלה?