



אשכול מדעים וחברה

כיתה י"א

יחידה שלישית:
חישוב מתקדם של הסתברות

תוכן עניינים

3 מטבלה לריבוע שטח
6 תרגילים
8 תלוי לא תלוי
11 תרגילים
12 ריבוע שטח ושאלות מהחיים
15 מודל העץ
18 תרגילים

מטבלה לריבוע שטח



למה משחררים מבידוד אדם שנדבק בגניף הקורונה רק לאחר שתי בדיקות שליליות? בעולם בו בדיקות היו מדויקות ברמה של 100%, כל מי שחולה היה מקבל תוצאה חיובית (כלומר מאובחן כחולה), וכל מי שבריא תוצאה שלילית (מאובחן כבריא). אבל למרות כל המאמצים בדיקות מעבדה אינן מדויקות תמיד: נבדק בריא עלול להיות מאובחן כחולה (תוצאה חיובית שגויה), שיעור הבדיקות השגויות האלה נמוך מאד. החשש העיקרי הוא מבדיקות שליליות שגויות - כלומר שהבדיקה אינה מאבחנת אדם חולה. בדיקה כזו עלולה להתרחש ב- 5% מהמקרים.

1. 5% מנבדקים שמקבלים תשובה שלילית לאחר בדיקת קורונה, הם בעצם חולים. הסבירו מדוע חשוב לשחרר אדם מבידוד רק לאחר שתי בדיקות שליליות.

בהמשך נלמד מדוע חשוב לבצע שתי בדיקות משיקולים מתמטיים.

		קובייה I				
קובייה II	מכפלה					

2. מגלגלים שתי קוביות משחק רגילות. יואב מנצח אם **מכפלת** התוצאות שהתקבלו על שתי הקוביות זוגית ואלעד מנצח אם המכפלה אי זוגית.
 - א. שערך אם המשחק הוגן והסבירו.
 - ב. השלימו את הטבלה, סמנו משבצות המתאימות לניצחון של אלעד, ומצאו את ההסתברות של יואב ושל אלעד לנצח.



		קובייה I				
קובייה II	מכפלה					

3. אלעד טען שהמשחק אינו הוגן וכדי להדגיש זאת רשם את המספרים בשורה ובטור שבכותרת באופן שידגישו ניצחון והפסד. הציעו צורת רישום שבעת השלמת הטבלה יודגש ניצחון והפסד. הדגישו באמצעות צביעת משבצות המתאימות לניצחון של אלעד. דונו בהשפעה של הזוגיות על המכפלה.

3. מגלגלים שתי קוביות משחק רגילות.

א. השלימו את הטבלה.

ב. סמנו את כל המשבצות המתאימות למאורע "בזריקת קובייה I יתקבל מספר נקודות זוגי".

סמנו בסימן שונה את כל המשבצות המתאימות למאורע "בזריקת קובייה II יתקבל מספר נקודות זוגי".

כמה משבצות מסומנות בשני הסימונים? מה ההסתברות לקבל בשתי הקוביות מספר זוגי?

מה ההסתברות לקבל בשתי הקוביות מספר אי-זוגי?

		קובייה I				
קובייה II	מכפלה					

תזכורת: מאורע משלים את המאורע A הוא מאורע שבו A לא מתקיים. (כל המאורעות פרט ל-A).

ההסתברות של מאורע A ועוד ההסתברות של המאורע המשלים את A שווה ל-1.

ג. דונו במאורע המשלים למאורע: "בשתי הקוביות יתקבל מספר זוגי".

רועי אמר המאורע המשלים הוא: "בשתי הקוביות יתקבל מספר אי-זוגי".

עמוס אמר המאורע המשלים הוא: "לפחות בקובייה אחת יתקבל מספר אי-זוגי". מי צודק?



4. לצורך עידוד מכירות במרכז קניות ערכו שתי

הגרלות:

בהגרלה I זוכים 0.1 מהקונים ובהגרלה II זוכים 0.2 מהקונים. (שתי הגרלות מתבצעות יחד בזמן התשלום באמצעות הקופה הרושמת).

לשם חישוב נשתמש בריבוע המשוורט בדומה לטבלאות שהשתמשנו עד כה.

לפניכם חלוקה של הריבוע לפי ההסתברות לזכות בהגרלה הראשונה:

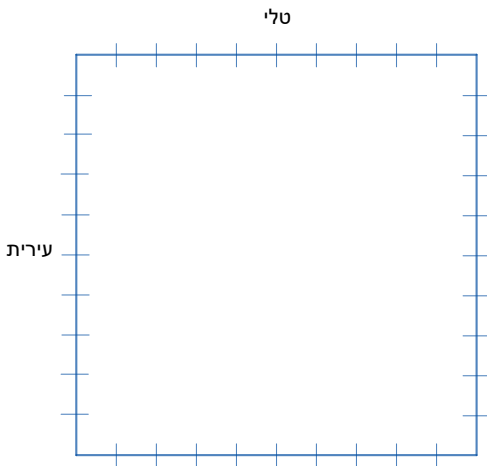
א. שרטטו קו אופקי המחלק את הריבוע לשני אזורים: הזוכים והלא זוכים בהגרלה השנייה.
ב. תארו במילים מה מייצג כל אחד מארבעת

האזורים שנוצרו, וחשבו מה ההסתברות שקונה יזכה בשתי הגרלות?

ג. מה ההסתברות שקונה לא יזכה כלל?

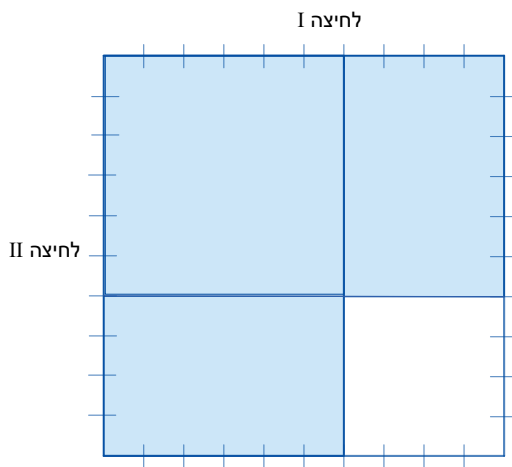
ד. איזה מאורע משלים את המאורע "קונה לא יזכה כלל"? חשבו את ההסתברות של המאורע הזה?

		הגרלה I				
הגרלה II	יזכו 0.1					
	לא יזכו					



5. טלי ועירית מתאמנות זמן רב לקראת תחרויות קליעה למטרה. מתוצאות אימוניהם מסתבר: ההסתברות שטלי תפגע במטרה היא 0.6. ההסתברות שעירית תפגע במטרה היא 0.7. **אורך הצלע של הריבוע המשוורטט יחידת אורך אחת, לכן שטח הריבוע יחידת שטח 1.**

- א. - חלקו את הריבוע בעזרת קווים אופקיים ואנכיים, לפי ההסתברות של כל אחת מהן לפגוע, או לא לפגוע, במטרה.
 - ב. - רשמו בכל מלבן את המאורע המתאים ואת ההסתברות שהוא יקרה.
- שטחי המלבנים שנוצרו מייצגים את ההסתברויות של המאורעות שרשמתם.**
- ב. מה ההסתברות ששתייהן תפגענה במטרה?
 - ג. מה ההסתברות ששתייהן לא תפגענה במטרה?
 - ד. האם המאורעות הרשומים בסעיפים ב ו-ג משלימים זה את זה? הסבירו.
 - ה. - סמנו ב ✓ את המלבנים המתאימים למאורע "לפחות אחת משתייהן תפגע במטרה".
 - מה ההסתברות של מאורע זה?
 - איזה מאורע משלים את המאורע שבסעיף ה?



6. במכונת משחק לחיצה על ידית מוציאה מספר. כל שחקן לוחץ על הידית פעמיים. ההסתברות שיצא מספר זוגי היא 0.6.

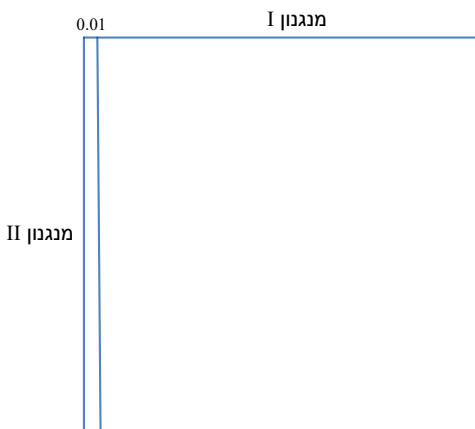
- א. רשמו על צלעות המלבנים "זוגי ואי-זוגי" בהתאם לנתון. רשמו בכל מלבן את המאורע המתאים.
- ב. רשמו איזה מאורע מתואר בשטח הצבוע וחשבו את ההסתברות.
- ג. רשמו איזה מאורע מתואר בשטח שאינו צבוע וחשבו את ההסתברות.
- ד. האם שני המאורעות בסעיפים ב ו'ג' משלימים זה את זה? הסבירו.

7. כד מכיל 6 כדורים אדומים ו-4 כדורים לבנים.
 א. מה ההסתברות להוציא מהכד כדור אדום? ומה ההסתברות להוציא כדור לבן?
 ב. גלעד מוציא מהכד כדור מחזיר אותו ומוציא כדור שני.
 היעזרו בריבוע, חלקו את צלעותיו בהתאם וחשבו:
 - מה ההסתברות שגלעד יוציא שני כדורים אדומים?
 - מה ההסתברות שגלעד יוציא כדור אחד אדום וכדור אחד לבן?
 - מה ההסתברות שגלעד יוציא לפחות כדור אחד לבן? (היעזרו בסימון מלבנים מתאימים).
 - מה ההסתברות שגלעד יוציא לכל היותר כדור אחד לבן?

8. גבריאל משתתף פעמיים בהגרלה, ידוע שההסתברות לזכות לפחות פעם אחת היא 0.38.
 מה ההסתברות שגבריאל לא יזכה כלל?

9. לשם הבטחת פעולתה התקינה של מכונה הותקנו בה שני מנגנוני בטיחות.
 הראשון פועל כהלכה ב-99% של המקרים והשני פועל כהלכה ב-98% של המקרים.

קשה לחלק את הריבוע לפי ההסתברויות מאחר והן קטנות מאד. אפשר להיעזר ב"חלוקה מקורבת" המדגימה את החלוקה היחסית, ולהשתמש בה לחישוב.



- א. חלוקה מקורבת אחת משורטטת, השלימו את החלוקה השנייה של הריבוע
 ב. מה ההסתברות ששני המנגנונים לא יפעלו בו זמנית?
 ג. מה ההסתברות **שלפחות** אחד משני המנגנונים יפעל?

תרגילים

1. לשחקן כדור-סל יש סיכוי של 70% לקלוע לסל ו-30% להחטיא. השחקן זורק לסל פעמיים.
 א. מה ההסתברות שהשחקן לא יקלע כלל?
 ב. מה ההסתברות שהשחקן יקלע בדיוק פעם אחת?
 ג. מה ההסתברות שהוא יפגע **לפחות** פעם אחת?
 ד. מה ההסתברות שהוא יפגע **לכל היותר** פעם אחת?

2. ההסתברות שיונית תפגע במטרה ביריה אחת היא 0.6, יונית יורה למטרה פעמיים.

- מה ההסתברות שיונית תפגע **פעמיים**?
- מה ההסתברות שיונית תפגע **לפחות פעם אחת**?
- מה ההסתברות שיונית לא תפגע כלל?
- מה ההסתברות שיונית תפגע **לכל היותר פעם אחת**?

3. לפניכם ריבוע המייצג את התפלגות האוכלוסיה בארץ לארבע קבוצות סוגי דם. (אין הבדל בין נשים וגברים.)

	אישה	O	A	B	AB
גבר		35%	37%	20%	8%
O	35%				

בחרים באקראי זוג נשוי.

- השלימו את החלוקה השנייה של הריבוע.
- איזה מאורע מתואר בריבוע הצבוע? מה הסתברותו?
- סמנו מלבן המתאר את המאורע: "סוג הדם של האישה B וסוג הדם של הגבר AB" וחשבו את הסתברותו.
- חשבו את ההסתברות שלבני הזוג אותו סוג דם.
- צבעו משבצות, וחשבו את ההסתברות שלבני הזוג סוג דם שונה.
- האם שני המאורעות האחרונים משלימים זה את זה? הסבירו.

4. בדקו ומצאו ש 1% מהגפרורים בבית החרושת "אש-קל" יוצאים פגומים.

מוציאים מקופסה אקראית שני גפרורים.

היעזרו בריבוע שטח מדגים וחשבו:

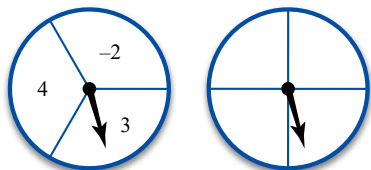
- מה ההסתברות ששני הגפרורים שיוצאו מהקופסה יהיו פגומים.
- מה ההסתברות שלפחות אחד מהגפרורים שיוצאו יהיה תקין.
- מה ההסתברות שלפחות אחד מהגפרורים שיוצאו יהיה פגום.

שני השעונים המשורטטים מחולקים לחלקים שווים. יואב ובעז מסובבים את מחוגי השעונים.

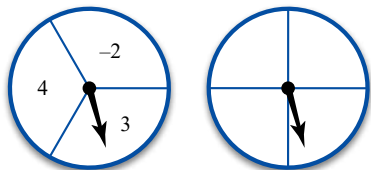
יואב מנצח אם **מכפלת** המספרים עליהם מורים החיצים **חיובית**.

בעז מנצח אם **מכפלת** המספרים עליהם מורים החיצים **שלילית**.

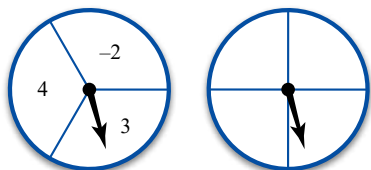
א. רשמו בשעון הריק מספרים כך שההסתברות של יואב לנצח תהיה גדולה יותר מזו של בעז.



ב. רשמו בשעון הריק מספרים כך שההסתברות של בעז לנצח תהיה גדולה יותר מזו של יואב.



ג. רשמו בשעון הריק מספרים כך שהמשחק יהיה הוגן.



ד. לאיזה מהסעיפים הקודמים מתאימה חלוקת הריבוע שבשרטוט.

	שעון ימני	
	חיובי	שלילי
שעון שמאלי	חיובי	
	שלילי	

תלוי לא תלוי

1. ההסתברות לפגוש אדם מבוגר גבוה בעיר "לונג-סיטי" (גבוה - גובהו יותר מ- 190 ס"מ) היא 0.2.

ההסתברות לפגוש בעיר זו אדם מעשן היא 0.3. (סביר להניח שאחוז המעשנים מבין הגבוהים כמו באוכלוסיה כולה).

בנו ייצוג מתאים וחשבו:

- מה ההסתברות לפגוש ב"לונג-סיטי" אדם שהוא גבוה ומעשן.

- מה ההסתברות לפגוש בעיר זו אדם גבוה שאינו מעשן?

	גבוה	לא גבוה	
שחקן			שחקן
לא שחקן			לא שחקן

2. לפניכם ייצוג המתאר את ההסתברויות



לפגוש בעיר שחקני כדור-סל.

א. מה ההסתברות לפגוש שחקן כדור-סל גבוה?

ב. מה ההסתברות לפגוש שחקן כדור-סל שאינו גבוה?

ג. האם לפי הייצוג הזה ההסתברות לפגוש שחקן כדור-סל בעיר זו תלויה בגובה האדם? איך זה מתבטא בייצוג?

ד. קבעו לפי חלוקת הריבוע: איזה חלק מהגבוהים הם שחקני כדור-סל?

ואיזה חלק מאלה שאינם גבוהים הם שחקני כדור-סל?

מאורעות תלויים הם מאורעות שהמידע על אחד מהם משפיע על ההסתברות של המאורע האחר.
מאורעות בלתי תלויים הם מאורעות שהמידע על אחד מהם לא משפיע על ההסתברות של המאורע האחר.

בשאלה הקודמת המאורע שחקן כדור-סל **תלוי** בגובה של האדם שפגשנו.



3. דונו לגבי כל זוג מאורעות אם הם תלויים זה בזה, או בלתי תלויים והסבירו.

- המאורעות מציאת חיסון במעבדה בארה"ב ומציאת חיסון בסין.
- המאורעות להשתתף בחגיגת חתונה רבת משתתפים ולהידבק בקורונה.
- המאורע לקחת מטריה ביום חורף ותחזית לגשם באותו יום.

- א. בכד יש כדורים לבנים ושחורים. מוציאים מהכד כדור מחזירים אותו ומוציאים כדור נוסף. האם ההסתברות להוצאת כדור שני לבן תלויה בצבע הכדור שהוצא ראשון? הסבירו.
- ב. בכד יש כדורים 5 לבנים ו-3 כדורים שחורים. מוציאים מהכד כדור משאירים אותו בחוץ ומוציאים כדור נוסף. האם ההסתברות להוצאת כדור שני לבן תלויה בצבע הכדור שהוצא ראשון? הסבירו.

5. בכד נמצאים 5 כדורים לבנים ו- 5 כדורים שחורים. מוציאים כדור ראשון מבלי להסתכל, ואחר כך כדור שני.

שרטטו ייצוגים מתאימים לשני המקרים הבאים:



- מחזירים את הכדור שמוצא ראשון לכד לפני הוצאת השני.
- לא מחזירים את הכדור שמוצא ראשון לכד לפני הוצאת השני.

6. כל חודש בודקים כינים בגן "דרדסים".

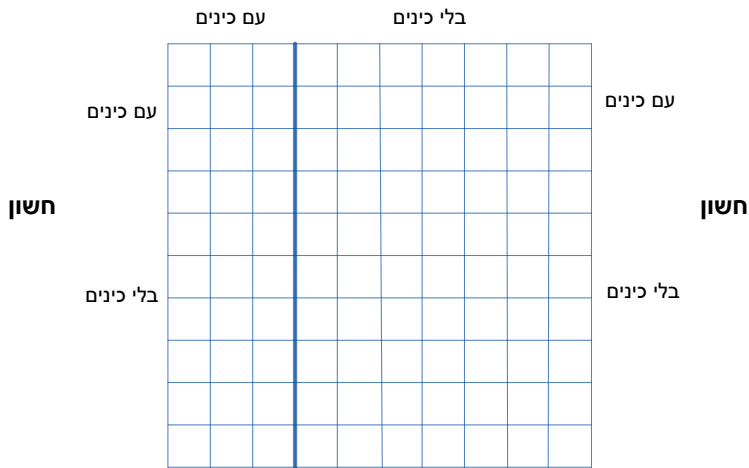
בחודש תשרי מצאו כינים אצל 30% מהילדים.

ההסתברות למצוא כינים בחודש חשון, אצל ילד שמצאו אצלו כינים בחודש תשרי היא 0.4.

ההסתברות למצוא כינים בחודש חשון, אצל ילד שלא מצאו אצלו כינים בחודש תשרי היא 0.2.

א. חלקו את המלבנים שנוצרו בחלוקה הראשונה לפי הנתונים.

תשרי



ב. מה ההסתברות למצוא כינים אצל ילד שנבחר באקראי בחודש חשון

7. ההסתברות לזכות במשחק במכונת מזל היא 0.3. רק מי שזוכה במשחק הראשון משחק פעם נוספת,

ורק אם הוא זוכה גם במשחק השני הוא מקבל פרס.

חלקו ריבוע שטח בהתאם לנתונים.

א. סמנו שטחים מתאימים לאי קבלת פרס.

ב. מה ההסתברות לקבל פרס?



תרגילים

1. בשדה כותנה משתמשים בחומר מסוים נגד מזיקים. ההסתברות שהריסוס הראשון יעזור היא 0.7.
 - א. שרטטו ריבוע שטח וחלקו אותו על פי הנתון.
 - ב. אם נשאר מזיקים בשדה משתמשים בתכשיר אחר שמנקה ממזיקים ב- 40% מהמקרים. סמנו זאת בייצוג.
 - ג. מה ההסתברות שהתכשיר הראשון לא יועיל והשני יועיל?
 - ד. מה ההסתברות ששני התכשירים לא יועילו?
2. חנות "הזמן הנכון" פרסמה את המודעה הבאה:



קונים זוכים

הפרס בקצות אצבעותיך...
על כל קנייה בסכום של 50 ש"ח
תקבל כרטיס פרס אחד.
בכל כרטיס פרס יש שני ריבועים
זהים ובהם הפרס בו זכית.
ארבעת הריבועים האחרים ריקים.
גרד שני ריבועים ואם יופיע
בשניהם הפרס תזכה בו!

האומנם?

כנייה בכל כרטיס
לך שני מיליון באג!
אם לא תפרס מיליון
בשנייה שני מיליון באג!

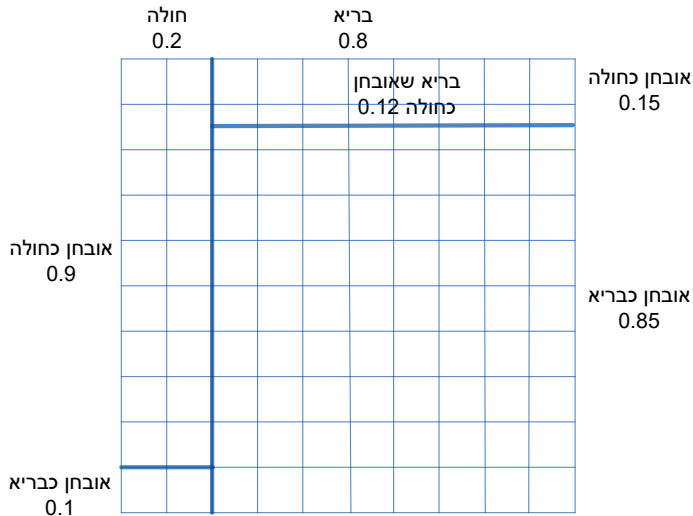
- מצאו מה ההסתברות לזכות בפרס.
3. בשק נמצאים כדורים לבנים ושחורים. מוציאים שני כדורים ההסתברות להוציא להם אותו צבע היא 0.51. מה ההסתברות להוציא שני כדורים להם צבעים שונים.
 4. בשק נמצאים 10 כדורים 6 כחולים ו-4 לבנים. מוציאים כדור אחד מבלי להסתכל.
 - א. שרטטו ריבוע שטח וחלקו בהתאם לנתון.
 - ב. נניח שהכדור שמוצא הוא לבן. חלקו את המלבן המתאים בהתאם.
 - ג. נניח שהכדור שמוצא הוא כחול. חלקו את המלבן המתאים בהתאם.
 - ד. מה ההסתברות ששני הכדורים שיוצאו יהיו לבנים?
 - ה. מה ההסתברות ששני הכדורים שיוצאו יהיו בצבעים שונים?

1. שכיחותה של מחלה באפריקה היא 20%.

ההסתברות שבדיקה מסוימת לאבחון המחלה, אכן תגלה אותה אצל אדם חולה היא 0.9.

ההסתברות שאותה בדיקה לאבחון המחלה, תגלה אותה אצל אדם בריא היא 0.15.

לפניכם הריבוע המחולק לפי ההסתברויות הנתונות.



א. קשמו בכל אחד משלושת המלבנים איזה מאורע הוא מייצג, ואת הסתברותו.

ב. סמנו, בסימון שונה, מלבנים המתאימים למאורע "אובחן כחולה". מה ההסתברות שנבדק יאובחן כחולה?

ג. הראו כי הסתברות שאדם שיאובן כחולה, הוא **בעצם בריא** היא: 0.4.

2. בעיר שסומנה כאדומה, בזמן מגיפת הקורונה, שכיחות הנדבקים בקורונה 20%. במטרה לאתר את כל הנדבקים הוחלט שכל התושבים חייבים לעבור בדיקה. ידוע שהבדיקה מאבחנת רק 0.7 מהנדבקים (מקבלים תוצאת בדיקה חיובית), ושאר הנדבקים מקבלים תוצאה שלילית **מוטעית**. הבדיקה גם מאבחנת בטעות 0.1 מהבריאים כחולים. א. רשמו את הנתונים על ריבוע השטח.

	חולים	בריאים	
מאובחנים כחולים			
מאובחנים כחולים			
מאובחנים כבריאים			
מאובחנים כבריאים			

ב. רשמו בכל אחד מארבעת המלבנים שנוצרו את המאורע המתאים:

- חולה שאובחן כחולה,
- חולה שאובחן כבריא,
- בריא שאובחן כחולה,
- בריא שאובחן כבריא.

ג. רשמו את ההסתברות שיקרה כל אחד מהמאורעות בסעיף ב.

- ד. סמנו מלבנים המתאימים למאורע "אובחן כבריא" מה ההסתברות של מאורע זה?
- איזה חלק מאלה שיאובחנו כבריאים הם בעצם חולים?

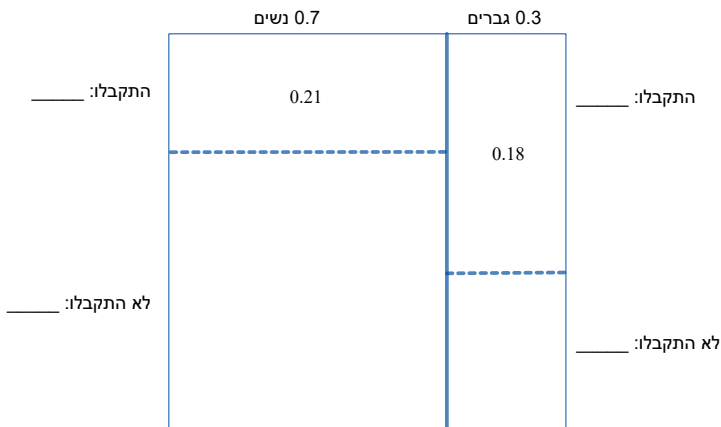
ה. מה ההסתברות שאדם חולה יאובחן פעמיים כבריא?

ו. בדקו באינטרנט מה היה אחוז המאומתים (שנדבקו בקורונה) מבין הנדבקים בספטמבר 2020 בארץ.

3. ההנהלה במוסד להשכלה גבוהה "כולם שווים" טוענת שאין הבדל בין קבלת נשים וגברים למוסד שלהם ואפילו יש העדפה לקבלת נשים.

0.3 מהנרשמים למוסד הזה היו גברים ו-0.7 נשים.

הנימוק של ההנהלה: הנשים שהתקבלו מהוות 0.21 **מהנשים שנרשמו**, ואילו הגברים שהתקבלו מהווים רק 0.18 **מהגברים שנרשמו**, ובכלל יש יותר נשים בשנה א מאשר גברים. א. לבדיקת ההשערה השלימו את המספרים על צלעות ריבוע השטח ובתוכו.



ב. חזרו לטענת המוסד: **האם הטענה שלהם מוצדקת?** הסבירו.

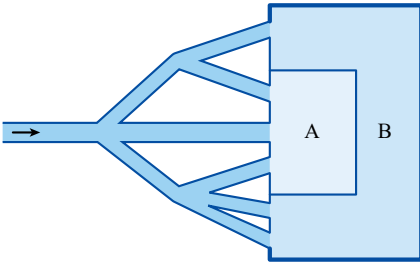
מודל העץ

1. כהכנה למודל החדש לפניכם הסיפור הבא:

לפני שנים רבות חי מלך ולו בת.

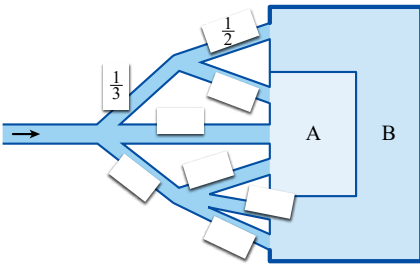


המלך הועיד את בתו לנסיך הממלכה השכנה, אך בת המלך אהבה עלם מפשוטי העם. המלך החליט להשאיר לגורל ולחוכמתה של בתו את ההחלטה וקבע: מתחת לארמון ישנו מבוך, (תרשים המבוך משורטט). הנסיכה תחליט היכן לעמוד באיזור **A** או באיזור **B**, באיזור השני יעמוד **נמר**. העלם, אהובה של הנסיכה, יעבור במבוך. אם יגיע אל הנסיכה, ייכנע המלך לרצון בתו. אם יגיע **לנמר**...



א. לדעתכם, היכן כדאי לנסיכה לעמוד כדי שהסיכוי של הנסיך להגיע אליה יהיה גדול יותר? הסבירו.

ב. בצומת הראשון יש פיצול ל-3 מסלולים לכן ההסתברות שיבחר בכל אחד מהם היא $\frac{1}{3}$.



הוסף בפתקים שעל כל שביל בשרטוט המבוך, את ההסתברות שהעלם יבחר במסלול (דוגמה רשומה על המסלול העליון).

ג. ההסתברות שהעלם יגיע ל- **A** דרך המסלול העליון

$$\text{היא } \frac{1}{2} \text{ מ- } \frac{1}{3} \text{ כלומר } \frac{1}{6}.$$

חשבו את ההסתברויות של כל המסלולים.

ד. מה ההסתברות שהעלם יגיע ל- **A**?

ה. בדקו את תשובתכם לסעיף א.

2. ההסתברות לגשם במקום מסוים בערב חנוכה היא 0.2, ובערב פורים 0.4.

א. השלימו ריבוע שטח לפי הנתונים.

ב. מה ההסתברות שירד גשם בערב חנוכה ולא ירד גשם בערב פורים?

- מה ההסתברות שירד גשם בשני ערבי החג?

ג. נתון גם שההסתברות לגשם בערב פסח היא 0.1, ורוצים לחשב את

ההסתברות שבדיק אחד מערבי החג יהיה ללא גשם.

במקרה זה יש לחלק כל אחד מהמלבנים שנוצרו בהתאם להסתברות

לגשם בערב פסח.

כמה מלבנים יוצרו?

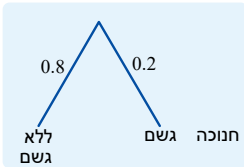


עבור שאלות בהן מדובר בשני שלבים מודל השטח ממחיש את החישוב ואת ההסתברויות המתקבלות. אבל, מסתבר שכשיש יותר משני שלבים מודל השטח מסורבל. לשם כך תכירו את מודל נוסף שיקל על חישובי הסתברות בשאלות בהן יש שלושה שלבים.

ד. נפתור את השאלה באמצעות מודל העץ:

נפצל לשני ענפים - שתי אפשרויות "גשם" (ג) ו"לא גשם" (ל) בערב חנוכה.

ועל כל ענף נרשום הסתברות מתאימה:



- נפצל כל ענף לשתי אפשרויות: "גשם" ו"לא גשם" בערב פורים:

רשמו הסתברויות על הענפים המתאימים.

- צבעו מסלול המתאים לגשם בשני ערבי החג.

וחשבו את ההסתברות.

- צבעו מסלולים המתאימים לגשם רק באחד משני ערבי החג.

מה ההסתברות שזה יקרה?

ה. נוסיף את הנתון השלישי (גשם, לא גשם בערב

פסח)

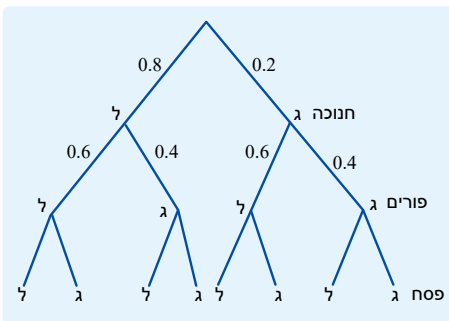
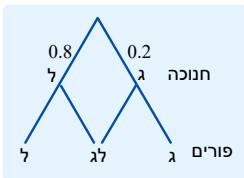
הוסיפו הסתברויות על הענפים שנוספו, וחשבו:

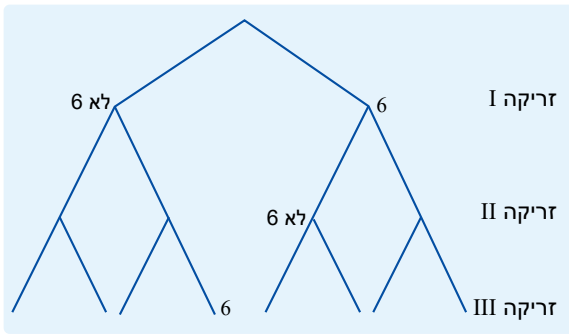
- מה ההסתברות שירד גשם בשלושת ערבי החג. (סמנו מסלול מתאים).

- צבעו מסלולים המתאימים ל"ירד גשם

בדיק בשניים מערבי החג". וחשבו את

ההסתברות.





3. מטילים קוביית משחק רגילה שלוש פעמים. בכל פעם שמתקבל 6 זוכים בנקודה.

א. השלימו את רישום המאורעות ורשמו את ההסתברויות המתאימות על הענפים.

ב. סמנו מסלול וחשבו את ההסתברות ש"לא יתקבל 6 באף אחת משלוש ההטלות".

ג. מה ההסתברות ש "6 יתקבל פעם אחת"?

ד. מה ההסתברות ש "6 יתקבל לכל היותר פעם אחת"?

4. שני קלעים יורים למטרה. ההסתברות שהקלע הראשון יפגע במטרה בירה בודדת היא 0.7. ההסתברות שהקלע השני יפגע במטרה בירה בודדת היא 0.8.

א. שרטטו עץ וריבוע שטח מתאימים.

ב. סמנו בשני הייצוגים את המאורע: "אחד הקלעים יפגע והשני יחטיא", וחשבו את ההסתברות של מאורע זה.

ג. מה ההסתברות שלפחות אחד הקלעים יפגע במטרה.

ד. מהו המאורע המשלים של המאורע בסעיף ג? מה הסתברותו?

ה. יוסי טוען שההסתברות ששניהם יפגעו במטרה היא כמעט פי עשרה מההסתברות ששניהם יחטיאו. האם הוא צודק? הסבירו.

5. מניסיון במטווח של טירונים מסתבר שההסתברות שטירון יפגע במטרה בירה הראשונה היא 0.5. ההסתברות שיפגע בירה השנייה תלויה בהצלחתו בירה הראשונה:

אם פגע בירה הראשונה ההסתברות שיפגע בירה השנייה היא 0.6.

אם לא פגע בירה הראשונה ההסתברות שיפגע בירה השנייה היא 0.3.

א. שרטטו עץ מתאים, ורשמו הסתברויות מתאימות על הענפים.

(שימו לב להשפעת ההצלחה בירה הראשונה על השנייה.)

ב. מה ההסתברות שהקלע יפגע במטרה לפחות פעם אחת?

ג. מה המאורע המשלים של המאורע שבסעיף ב' ומה הסתברותו?



6. רשת המבורגרים "טעים מאד" הכריזה על מבצע:

כל מי שקונה ארוחה מלאה משתתף בהגרלה, בה ההסתברות לזכות בארוחה חנים היא 0.2, ההסתברות לזכות בבקבוק שתייה היא 0.1.

רותי מתכוונת ללכת עם בנה לאכול במסעדה "טעים מאד", וכל אחד יזמין ארוחה מלאה.



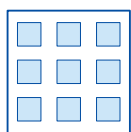
א. השלימו את העץ.

ב. מה ההסתברות שרותי ובנה יזכו בארוחה ובשתייה.

ג. מה ההסתברות שהם לא יזכו כלל.

ד. מה ההסתברות שהם יזכו רק בארוחה אחת?

ה. צרו שאלה נוספת: מה ההסתברות ש... וחשבו.

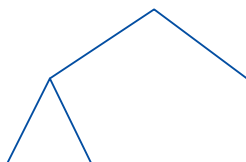


7. בחנות צעצועים הכריזו על מבצע פרסים. כל קונה מקבל כרטיס עליו תשע משבצות.

בשתיים מהן מצוייר דובון.

הקונה מגרד שתי משבצות. אם בשתייהן מצוייר דובון הקונה יזכה בו.

היעזרו בעץ וחשבו מה ההסתברות שהקונה יזכה בדובון.



תרגילים

1. במבחן רב-ברירה שלוש שאלות. לכל שאלה 4 תשובות אפשריות רק אחת מהן נכונה. דני אינו יודע דבר על הנושא הנלמד, לכן החליט לבחור כל תשובה באמצעות "אן דן דינו".

א. היעזרו בעץ וחשבו:

- מה ההסתברות שדני יענה נכון על כל שלוש השאלות?

- מה ההסתברות שדני יענה על יותר משאלה אחת נכון?

2. במבחן רב-ברירה חמש שאלות.

ההסתברות של דני המנחש את התשובות לטעות בכל השאלות היא 0.24.

מה ההסתברות שלו לענות נכון לפחות על שאלה אחת? הסבירו.

3. בטופס טוטו 14 משחקים. יואל אינו מתמצא בכדורגל.

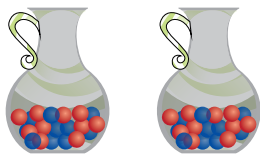
(עבור כל משחק מסמנים אחת משלוש משבצות: קבוצה 1 תנצח, או 2 תנצח, או התוצאה תהיה תיקו.)

מה ההסתברות לנחש תוצאה נכונה עבור משחק בודד. (1, 2, או תיקו.)

א. מה ההסתברות לנחש נכון את כל 14 המשחקים?

ב. מה ההסתברות לנחש 13 משחקים?

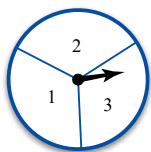
ג. מה ההסתברות לנחש **לפחות** 13 משחקים?



4. בכל אחד משני כדים יש כדורים אדומים וכחולים במספר שווה. מוציאים מכל כד כדור אחד. היעזרו בעץ או ריבוע שטח וחשבו:
- מה ההסתברות להוציא שני כדורים אדומים.
 - מה ההסתברות לא להוציא אף כדור אדום.
 - מה ההסתברות להוציא לפחות כדור אחד אדום.

5. בדקו ומצאו שבמפעל לייצור ברגים 1% מהברגים יוצאים פגומים. מוציאים 3 ברגים מארגז משלוח. (כשיש כמות מאד גדולה של ברגים אין משמעות להחזרה, או אי החזרה של בורג שנבדק.)
- א. שרטטו עץ וסמנו מסלולים המתאימים למאורע "יוציאו בדיוק בורג אחד פגום" וחשבו את ההסתברות של המאורע הזה.
- ב. סמנו מסלולים המתאימים למאורע: "יוציאו **לכל היותר** בורג אחד פגום" וחשבו את ההסתברות של המאורע הזה.
6. בחברת "דרך צלחה" הצהירו על הגרלה: בזמן קניית כרטיס טיסה, ניתן לזכות בכרטיס חינם וההסתברות לכך היא 0.1.
- משפחת "מזל" קונה שלושה כרטיסים.
- א. מה ההסתברות שהם יזכו בכרטיס אחד חינם?
- ב. מה ההסתברות שהם יזכו **לפחות** בכרטיס אחד חינם.

7. נדב וגלעד משחקים:




- כל אחד בתורו מסובב את מחוג השעון המשורטט. (השעון מחולק לשלושה חלקים שווים.)
- אם מכפלת המספרים זוגית מנצח נדב. אם המכפלה אי-זוגית מנצח גלעד.
- א. שערו עם המשחק הוגן.
- ב. היעזרו בריבוע שטח או עץ וחשבו את ההסתברות של כל אחד מהם לנצח.

8. מטילים קוביית משחק עליה המספרים 1, 2, 3, 4, 5, 6, ומסובבים סביבון עליו המספרים 1, 2, 3, 4. מה ההסתברות שהקובייה והסביבון יראו אותו מספר?
9. צבעו שלוש פאות של קוביית משחק בלבן, שתי פאות בכחול, ופאה אחת באדום. מטילים הקובייה פעמיים.
- א. מה ההסתברות לקבל באחד ההטלות כחול ובהטלה האחרת לבן?
- ב. מה ההסתברות לא לקבל לבן כלל.
- ג. מה ההסתברות לקבל לבן **לפחות** באחד ההטלות?
- ד. מה ההסתברות לקבל לבן, **לכל היותר** באחד ההטלות?

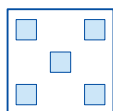
10. איילת ודפנה החליטו לשחק בסביבון של חנוכה לפי הכללים הבאים: כל אחת בתורה תסובב את הסביבון פעמיים. (התוצאות האפשריות **נ, ג, ה, פ**).
- א. הכלל הראשון: דפנה תנצח אם בשני הסיבובים תצא אותה אות, ואיילת תנצח אם בשני הסיבובים תצאנה אותיות שונות. האם המשחק הוגן?
חשבו את ההסתברות של כל אחת מהן לנצח.
- ב. הכלל השני: דפנה תנצח אם לפחות באחד משני הסיבובים יצא **פ**, ואיילת תנצח אם בכל אחד משני הסיבובים יצא **נ** או **ג**. האם המשחק הוגן?
חשבו את ההסתברות של כל אחת מהן לנצח.
- ג. הכלל השלישי: דפנה תנצח אם בשני הסיבובים תצא אותה אות, ואיילת תנצח אם בכל אחד משני הסיבובים יצא **נ** או **ג**. האם המשחק הוגן?
חשבו את ההסתברות של כל אחת מהן לנצח.

11. מניסיון במבחני נהיגה רבים אצל הבוחן ירושע נראה שההסתברות להצליח בטסט אצלו היא 0.3.
- בחרים שלושה שמות מרשימת הנבחנים של ירושע בחודשים האחרונים.
- א. מה ההסתברות **שלושתם** עברו את הטסט?
ב. מה ההסתברות **שאף אחד** מהם לא עבר?
ג. מה ההסתברות **שלפחות אחד** מהם עבר?
ד. מה ההסתברות **שבדיוק אחד** מהם עבר?

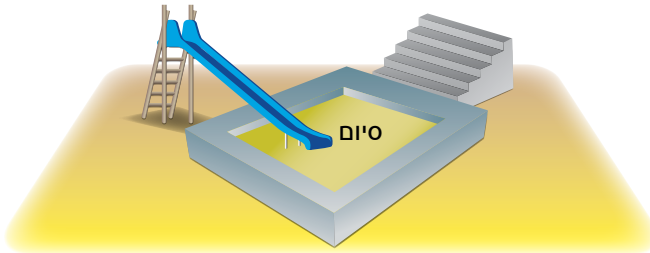
12. יאיר ודפנה משחקים בהטלת מטבע. 
- יאיר זוכה בנקודה אם יוצא **עץ**. דפנה זוכה בנקודה אם יוצא מספר.
- מנצח מי שמגיע ראשון ל- 10 נקודות.
- דפנה הגיעה ל- 8 נקודות ויאיר ל- 9 נקודות.
- יאיר טען: "אני בטוח מנצח".
- דפנה אמרה: "לא נכון, יש לי עדיין סיכוי לנצח".
- מי צודק? הסבירו.
 - כמה זריקות לכל היותר עליהם לזרוק, כדי שאחד מהם יגיע ל- 10 נקודות?
 - חשבו את ההסתברות של כל אחד מהם לנצח מהשלב הנ"ל של המשחק.

13. במגירה יש גרביים בודדים שחורים וגרביים בודדים לבנים, כולם מאותו סוג. מה ההסתברות להוציא מבלי להסתכל, 3 גרביים בודדים, ולקבל זוג גרביים מאותו צבע?

14. ב"מזל-בורגר" נותנים לכל קונה טופס ובו 5 ריבועים. הריבועים מכסים על 5 ציורים של המוצרים שבמסעדה, רק שניים מהם זהים. יש לגרד שני ריבועים בלבד. אם בשניהם יוצא ציור של אותו מוצר מקבלים את המוצר חינם.
- מה ההסתברות לקנות ב"מזל-בורגר" ולזכות?



15. חיים וניסים משחקים: לפניכם לוח המשחק משתמשים בקובייה רגילה ובשני "רצים". מטילים את קוביית משחק (לא חשוב מי מטיל).



- אם יוצא 6 הרץ של ניסים יורד במגלשה ישירות אל נקודת הסיום, אם יוצא מספר שונה מ- 6 הרץ של חיים יורד מדרגה אחת. (עליו לרדת חמש מדרגות אל נקודת הסיום).
- מי שמגיע ראשון לנקודת הסיום זוכה.
- א. חשבו ובדקו אם המשחק הוגן, אם לא למי משניהם סיכוי גדול לזכות?
- ב. אם יהיו במשחק רק 4 מדרגות, האם אז המשחק יהיה הוגן? הסבירו.