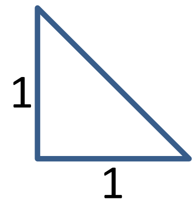
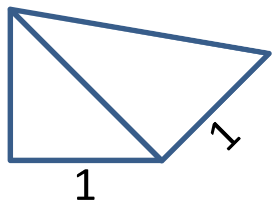
גיאומטריה – רמת מיצוי

<u>שאלה 1</u>

א. בשרטוט משולש ישר זווית ושווה שוקיים. הראו שאורך היתר שלו הוא $\sqrt{2}$.

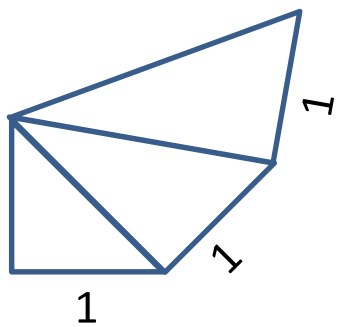


ב. בנו משולש שני, ישר זווית אף הוא, בצמוד למשולש הקודם באופן הבא: אורך הניצב הקטן הוא 1 והניצב הגדול הוא היתר של המשולש הקודם (ראו שרטוט):



חשבו את אורך הניצב של המשולש החדש.

ג. ממשיכים את הבנייה באופן דומה: בונים משולש שלישי (ישר זווית), צמוד למשולש השני, כך שאורך הניצב הקטן שלו הוא 1, וניצב הגדול הוא היתר של המשולש השני (ראו שרטוט):



חשבו את אורך הניצב של המשולש השלישי.

ד. חשבו את השטח של כל אחד מהמשולשים.

ה. המשיכו את הבנייה עד שתקבלו משולש ישר זווית בו היתר הוא באורך $\sqrt{6}$.

<u>פתרונות והערות</u>

שאלה זו מיועדת לתרגל את השימוש במשפט פיתגורס, לבצע חישובים עם שורשים ולקבל תוצאות שהן מספרים אי-רציונליים בהקשר גיאומטרי.

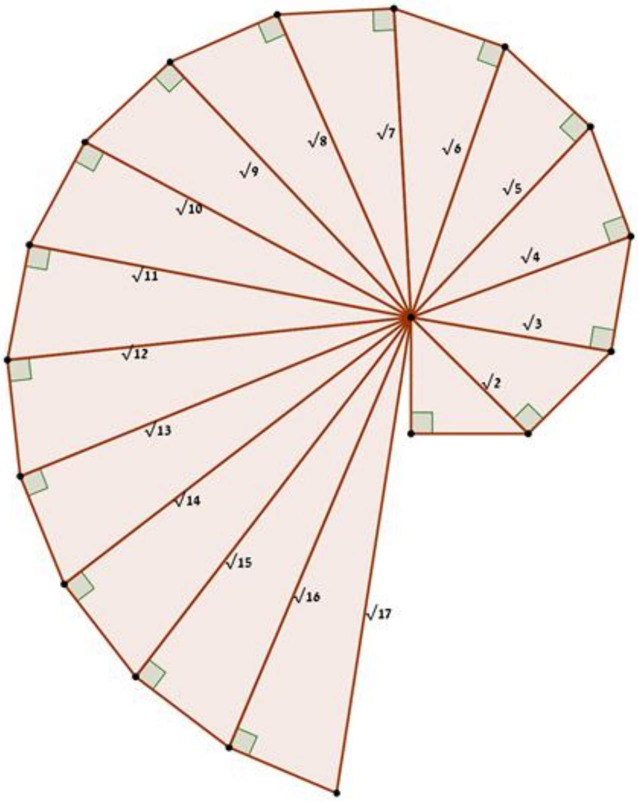
א. $\sqrt{2}$

ב. $\sqrt{3}$

ג. $\sqrt{4} = 2$

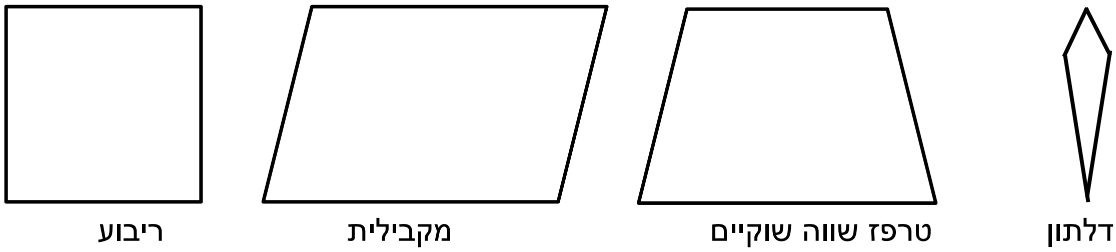
ד. $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$.

ה. שלושת השלבים שבסעיפים שלעיל מתארים שלביה הראשונים של הבנייה המוכרת בשם "ספירלה של תיאודורוס", בה בונים קטעים בעלי אורך $\sqrt{n+1}$, כאשר נתון קטע באורך $\sqrt{n}$. להלן איור של הספירלה:



שאלה 2

להלן סרטוטים של ארבעה מרובעים: דלתון, טרפז שווה שוקיים, מקבילית וריבוע.



א. סמנו באותיות את ארבעת הקדקודים של כל אחד מהמרובעים. בכל אחד מהם, שרטטו אלכסון אחד בלבד. באלו מהמרובעים חייב להתקבל משולש ישר זווית? באלו מהמרובעים יכול להתקבל משולש שווה שוקיים? הסבירו.

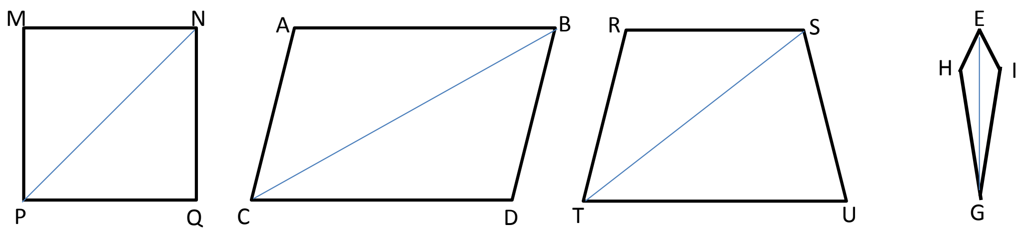
ב. האם שני המשולשים שהתקבלו בתוך כל מרובע (בסעיף הקודם) הם חופפים? הסבירו.

ג. אילו מרובעים ניתן להרכיב משני משולשים שווה צלעות? הסבירו.

ד. דני טוען שהוא יכול לבנות דלתון בעזרת שני משולשים ישרי זווית חופפים. האם הוא צודק? הסבירו.

פתרונות והערות

א.



בריבוע: נוצרים שני משולשים ישרי זווית ושווי שוקיים. רצוי לדון עם התלמידים כי אותו דבר יקרה אם נשתמש באלכסון השני. בנוסף, כדאי גם שתלמידים יבחינו כי המשולשים הם חופפים (על פי צ.צ.צ).

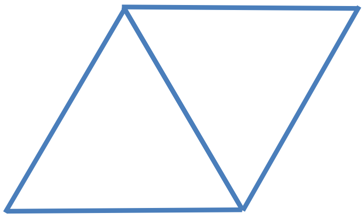
במקבילית: תלוי איזה אלכסון משרטטים. אם משרטטים את האלכסון הארוך מבין השניים מתקבלים שני משולשים קהיי זווית (ABC ו- BCD). אם משרטטים את האלכסון הקצר מתקבלים שני משולשים חדי זווית (ABD ו- ACD). אם יתקבלו משולשים ישרי זווית, אזי המקבילית היא מלבן (שיכול להיות גם ריבוע).

בטרפז: יתקבלו שני משולשים אחד חד-זווית והשני קהה זווית.

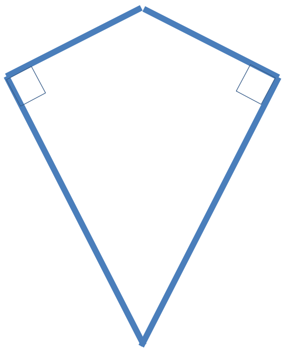
בדלתון: במקרה של שרטוט האלכסון הארוך, מתקבלים שני משולשים קהיי זווית (EIG ו- EHG) ואם משרטטים את האלכסון הקצר מתקבלים שני משולשים חדי זווית (HEI ו- HIG).

ב. במקבילית מתקבלים שני משולשים חופפים בשני המקרים (על פי צ.צ.צ). בטרפז המשולשים אינם חופפים. בדלתון, מתקבלים משולשים חופפים רק על ידי שרטוט האלכסון הארוך (על פי צ.צ.צ.).

ג. רצוי לתת לתלמידים לגזור שני משולים שווי צלעות ולנסות להרכיב צורות מרובעות בעזרתם. בכל דרך שנצמיד צלע לצלע נקבל מקבילית שהיא מעוין.

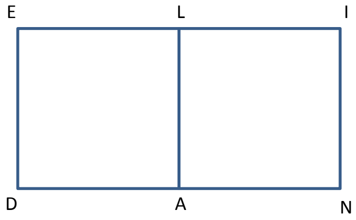


ד. שני משולשים ישרי זווית חופפים (שאינם שווי שוקיים) ניתנים להצמדה באופן הבא כדי ליצור דלתון:



<u>שאלה 3</u>

נתון כי ELAD ו- LINA ריבועים חופפים (ראה שרטוט).



העבירו את האלכסונים של LINA וסמנו את נקודת המפגש שלהם ב- Q. העבירו את האלכסונים של ELAD וסמנו את נקודת המפגש שלהם ב- P.

א. איזה מרובע הוא LPAQ? נמקו.

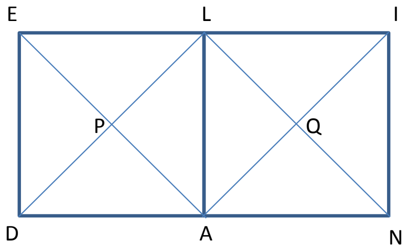
ב. מצאו את אורכי האלכסונים של המרובע LPAQ, אם ידוע כי אורך EL הוא 3 ס"מ.

ג. מצאו את שטחו של המרובע LPAQ.

ד. מצאו את היקפו של המרובע LPAQ.

<u>פתרונות והערות</u>

א.



LPAQ הוא ריבוע (כל צלעותיו שוות באורכן כי הן חצאי אלכסונים של ריבועים שווים, וכל זוויותיו ישרות).

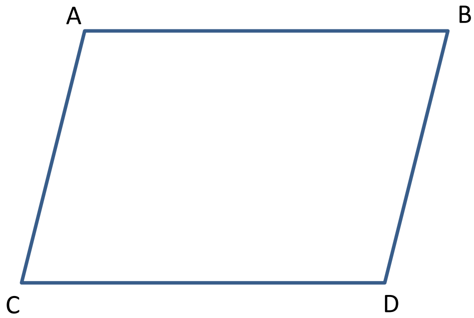
ב. האלכסונים של LPAQ הם LA ו- PQ, שאורכם כאורך צלע הריבועים הנתונים, 3 ס"מ.

ג. ניתן למצוא את שטחו של LPAQ בכמה דרכים. למשל: הוא מורכב שמשניים מארבעת הריבועים שך ELAD ולכן שטחו חצי משטחו, כלומר 4.5 סמ"ר. ניתן למצוא את השטח על ידי חישוב צלע כפול צלע: $4.5 = \frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2}$. כמו כן ניתן לחשב על ידי מחצית מכפלת אורך האלכסונים.

ד. $6\sqrt{2}$

<u>שאלה 4</u>

נתונה מקבילית ABCD.



א. בעזרת קו ישר, חלקו את המקבילית לשתי מקביליות.

ב. בעזרת קו ישר, חלקו את המקבילית לשני משולשים.

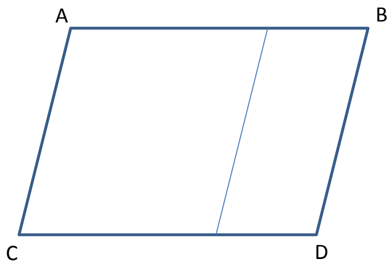
ג. בעזרת קו ישר, חלקו את המקבילית לשני טרפזים.

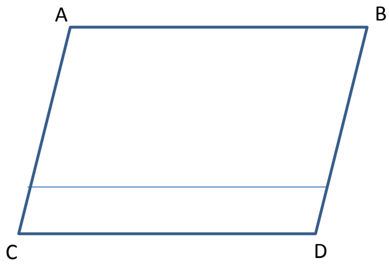
ד. בעזרת קו ישר, חלקו את המקבילית למשולש וטרפז.

ה. בעזרת קו ישר, חלקו את המקבילית למשולש ומחומש.

<u>פתרונות והערות</u>

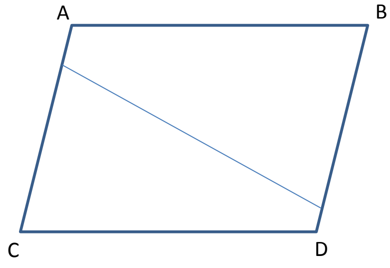
א. להלן שתי חלוקות אפשריות. רצוי שתלמידים יסיקו מתוך ההתנסות כי כדי לקבל מקביליות קו החלוקה חייב להיות מקביל לשתיים מצלעות המקבילית.

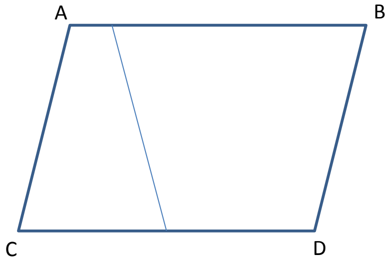




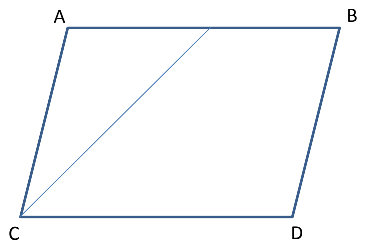
ב. רק האלכסונים יחלקו את המקבילית שלני משולשים.

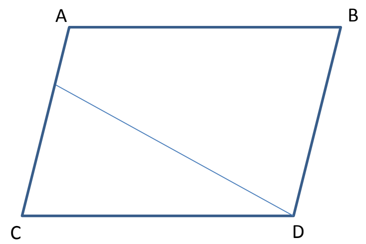
ג. להלן שתי חלוקות אפשריות:



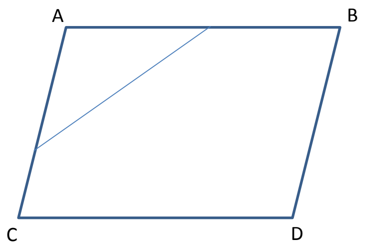


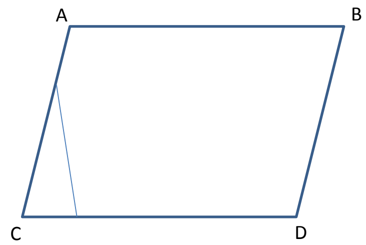
ד. להלן שתי אפשרויות:





ה. להלן שתי אפשרויות:





<u>שאלה 5</u>

א. במערכת צירים, סמנו ארבע נקודות כך שהן יהוו קדקודים של מלבן ששטחו 12 יחידות.

ב. במערכת צירים, סמנו ארבע נקודות כך שהן יהוו קדקודים של ריבוע.

ג. במערכת צירים, סמנו ארבע נקודות <u>על הצירים</u> כך שהן יהוו קדקודים של ריבוע.

ד. במערכת צירים, סמנו ארבע נקודות כך שהן יהוו קדקודים של טרפז שווה שוקיים.

ה. במערכת צירים, סמנו ארבע נקודות כך שהן יהוו קדקודים של דלתון אשר האלכסון הארוך שלו נמצא על ציר ה- x.

<u>שאלה 6</u>

א. סמנו במערכת צירים את הנקודות (0,0), (1,0) ו- (0,1).

ב. מצאו שיעורים של נקודה רביעית, כך שארבע הנקודות יהיו קדקודים של ריבוע.

ג. מצאו שיעורים של נקודה רביעית, כך שארבע הנקודות יהיו קדקודים של טרפז.

ד. מצאו שיעורים של נקודה רביעית, כך שארבע הנקודות יהיו קדקודים של דלתון.

ה. מצאו שיעורים של נקודה רביעית, כך שארבע הנקודות יהיו קדקודים של מקבילית שאינה ריבוע.

<u>פתרונות</u>

ב. קיימת רק נקודה אחת כזאת ושיעוריה הם (1,1).

ג. כל הנקודות הנמצאות על הישר $x = 1$ (פרט לנקודות הנתונה (1,0) ו- (1,1)) יהוו קדקוד רביעי לטרפז. באופן דומה כל הנקודות על הישר $y = 1$ ((פרט לנקודות הנתונה (0,1) ו- (1,1)) יהוו קדקוד ריבעי של טרפז.

ד. יש אינסוף נקודות על הישר $y = x$ שיכולות להוות קדקוד רביעי של דלתון שאיננו ריבוע. למעשה כל נקודה על הישר מתאימה פרט לשלוש: (0,0) - כי אז יש רק 3 קדקודים שונים - (1,1) - כי אז הדלתון הוא ריבוע - ו- (1/2,1/2) - כי אז שלושה קדקודים חלים על ישר אחד ומתקבל משולש. אם $x > \frac{1}{2}$ הדלתון יהיה קמור, אם $x < \frac{1}{2}$ יתקבל דלתון קעור.

ה. הנקודות היחידות האפשריות הן (1,1-) או (1,-1). במקרה זה מתקבלת מקבילית שהיא מעוין.

שאלה 7

להלן קבוצות של ארבע נקודות המהוות קדקודים של מרובעים. בכל מקרה ניתנים שיעורי הנקודות. קבעו בכל מקרה את סוג המרובע ונמקו.

א. (0,0), (1,1), (2,0), (1,-1)

ב. (0,0), (1,7), (2,0), (1,-7)

ג. (0,0), (2,0), (3,1), (-1,1)

ד. (0,1), (1,0), (4,3), (3,4)

תשובות והערות

א. ריבוע – כל צלעותיו שוות זו לזו (באורך $\sqrt{2}$), וכל זוויותיו ישרות (הצלעות הסמוכות הן על ישרים ששיפועיהם 1 או 1-). יש לשים לב שבגלל יחסי ההכלה בין המרובעים, תשובות כגון מקבילית (כי צלעות נגדיות הן מקבילות), מלבן (כי כל הזוויות ישרות), מעוין (כי כל הצלעות שוות), דלתון (כי האלכסונים מאונכים ואחד חוצה את השני) הן תשובות חלקיות אך לא שגויות.

ב. מעוין – צלעות נגדיות מקבילות (נמצאות על ישרים בעלי אותו שיפוע) והן באורך שווה ($\sqrt{50}$). יש לשים לב שבגלל יחסי ההכלה בין המרובעים, תשובות כגון מקבילית או דלתון הן חלקיות אך לא שגויות.

ג. טרפז שווה שוקיים – זוג צלעות נגדיות מקבילות וזוג הצלעות האחר הוא באורך שווה ($\sqrt{2}$).

ד. מלבן – שתי זוגות של צלעות מקבילות בעלות אורך שווה ($\sqrt{2}$ ו- $\sqrt{18}$) וכל הזוויות ישרות. יש לשים לב שבגלל יחסי ההכלה בין המרובעים, התשובה מקבילית היא חלקית אך אינה שגויה.

שאלה 8[1]

משחק המשולשים מכיל חבילת קשים לשתייה. להלן ההוראות:

- א' לוקח אחד מהקשים, חותך ממנו קטע ולוקח אותו לעצמו כך שישמש צלע של משולש. את מה שנשאר מהקש, הוא מוסר ל- ב'.
- ב' חותכת את קטע הקש שקיבלה לשני חלקים, כך שיהיה אפשר לבנות משולש משני קטעים אלה והקטע של א'.
- אם ב' מצליחה להרכיב משולש, היא מקבלת נקודה לזכותה, אם היא אינה מצליחה א' מקבל נקודה לזכותו.
- השחקנים מתחלפים בתפקידים ומנצח מי שקיבל יותר נקודות.

א. שלמה גילה שיטה שאם הוא השחקן הראשון בכל סיבוב הוא תמיד ינצח. מה שיטתו?

ב. בגלל שיטתו של שלמה, שינו את כללי המשחק: השחקן הראשון חותך את הקש לשני קטעים. השחקן השני בוחר באחד הקטעים וחותך לשניים כך ששלושת הקטעים ירכיבו משולש. שלמה גילה גם הפעם שיטה לנצח אם הוא הראשון בסיבוב. מה שיטתו?

פתרונות והערות

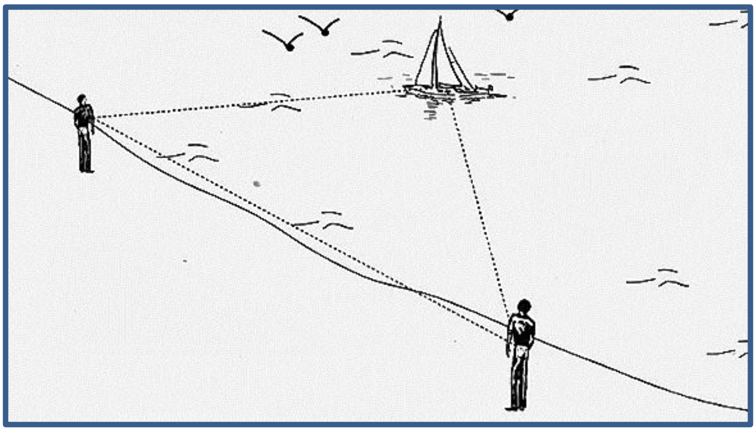
על מנת להתיידד עם המשחק, רצוי שהתלמידים ישחקו מספר פעמים לפי הכללים שניתנים בהתחלה. מטרת המשחק היא לחוש מתי ניתן ליצור משולש משלושה אורכים נתונים ומתי לא. השאלות מאלצות את התלמידים לחשוב על אסטרטגיות, לאחר שמכירים את המשחק והתנסו בו.

האסטרטגיה של שלמה עשויה להיות לחתוך את הקש לשני קטעים שאינם שווים, ולהשאיר אצלו את הקטע הארוך. כל חיתוך של הקטע השני, הקצר יותר ייצור שני קטעים איתם אי-אפשר לבנות משולש. שינוי הכללים נותן את הרושם שהפעם השחקן השני תמיד ינצח כי הוא יבחר בקטע הארוך, אך אם השחקן הראשון מחלק את הקש לשני חלקים שווים, לא ניתן יהיה ליצור משולש.

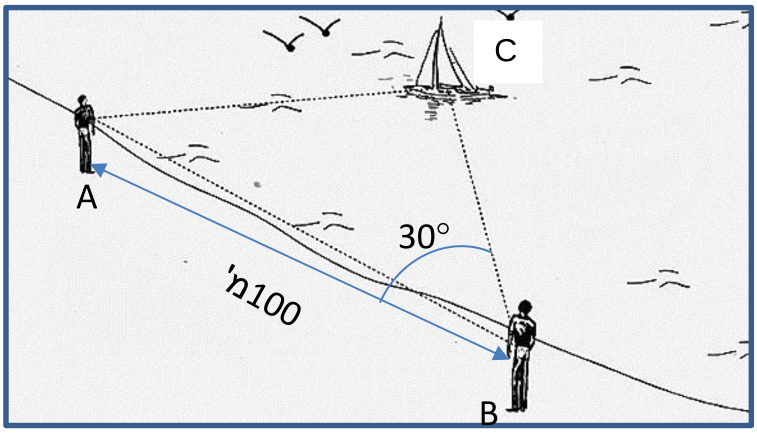
[1] בהשראת הספר "רואים ועושים גיאומטריה" מאת ת. הלוי ור. בוהדנה, בהוצאת מכון ויצמן למדע, ע' 81.

שאלה 9[2]

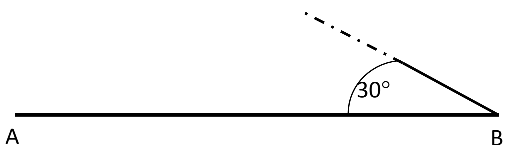
בני ואדווה עומדים על המזח במרחק 100 מטר זה מזו וצופים אל הים (ראו איור). נסמן ב- A את מקומה של אדווה וב- B את מקומו של בני. סירה נמצאת בים בנקודה C.



א. בעזרת מכשיר מיוחד, בני מדד את הזווית ABC - הזווית בין אדווה לבין הסירה מנקודת מבטו. הזווית היא בת $30°$.



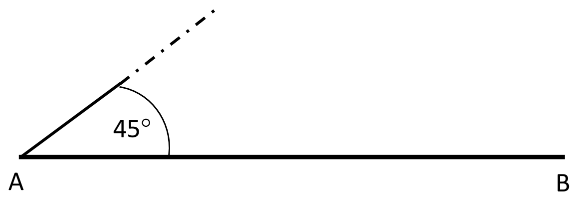
סמנו בשרטוט למטה היכן יכולה להימצא הסירה (מנקודת מבטו של דן).



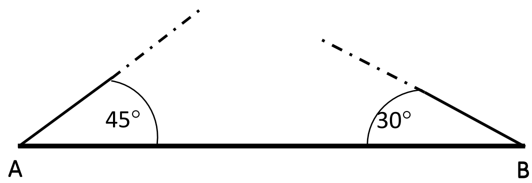
---

[2] בהשראת הספר "רואים ועושים גיאומטריה" מאת ת. הלוי ור. בוהדנה, בהוצאת מכון ויצמן למדע, ע' 95.

ב. בעזרת מכשיר מיוחד, אדווה מדדה את הזווית BAC - הזווית בין בני לבין הסירה מנקודת מבטה. הזווית היא בת 45°. סמנו בשרטוט היכן יכולה להימצא הסירה מנקודת מבטה של דינה.



ג. נסמן על שרטוט אחד את הנתונים של בני ואדווה. סמנו ב- C היכן נמצאת הסירה.



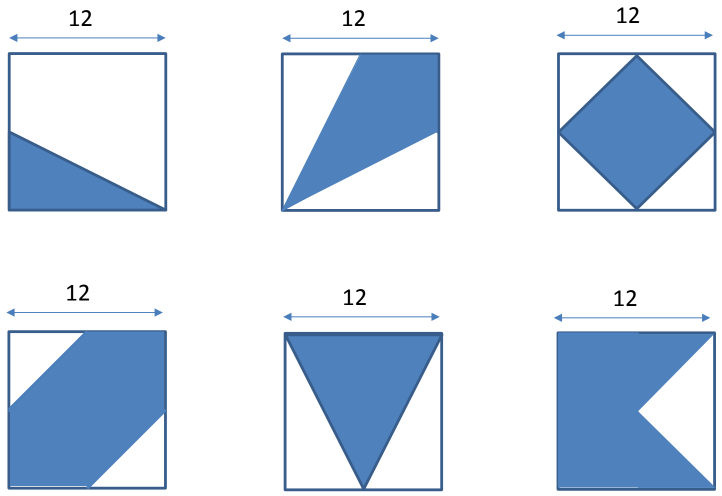
ד. האם ניתן לקבוע בוודאות היכן נמצאת הסירה? אם כן, על סמך איזה משפט גיאומטרי?

<u>פתרונות והערות</u>

שאלה זו נועדה לתת הצדקה אינטואיטיבית למשפט החפיפה השני, לא בהקשר של השוואה בין שני משולשים אלא כתנאים לקביעת משולש יחיד בסיטואציה מן המציאות. כלומר, בהינתן מרחק בין שתי נקודות ושתי זוויות הנוצרות בשני קצותיו, נקבעת באופן יחיד נקודה שלישית. התחושה האינטואיטיבית נוצרת באופן הדרגתי ותוך כדי התנסות. תחילה קובעים כי הסירה נמצאת על הקרן היוצאת מ- B בזווית בת 30^o, לאחר מכן קובעים כי הסירה נמצאת על הקרן היוצאת מ- A בזווית בת 45^o. לבסוף, מאריכים את הקווים עד שהקרנות נחתכות. הבנייה היא יחידה על סמך משפט החפיפה ז.צ.ז.

שאלה 10

סמנו בריבועים הבאים איזה חלק ממנו צבוע והסבירו כיצד מצאתם (יש לשים לב כי כל קדקודי המרובעים הצבועים חלים על קודקודי הריבוע או על מרכזי צלעות הריבוע).

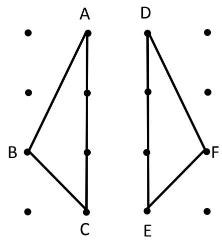


פתרונות והערות

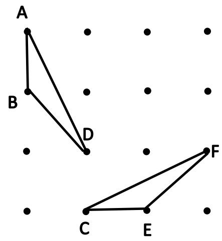
ניתן למצוא את שטחי האזורים הצבועים על ידי חישובים או על ישי שיקולים גיאומטריים.
החלקים הצבועים מימין לשמאל בשורה העליונה הם: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, ובשורה התחתונה $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$.
בכיתות מתקדמות ניתן לבקש חישוב של היקפים. כמו כן, ניתן לבקש לצבוע אזור ששטחו הוא $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$.

שאלה 11

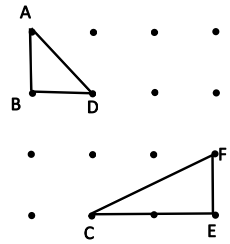
א. ברשת (שריג ריבועי) משורטטים שני משולשים. האם המשולשים חופפים? הסבירו.



ב. ברשת הנקודות משורטטים שני משולשים. ידוע כי המרחק (האנכי והאופקי) בין שתי נקודות קרובות הוא 1. האם המשולשים חופפים? הסבירו.



ג. ברשת הנקודות משורטטים שני משולשים. ידוע כי המרחק (האנכי והאופקי) בין שתי נקודות קרובות הוא 1. האם המשולשים חופפים? הסבירו.



ד. שרטטו עוד זוג של משולשים חופפים בשריג, והסבירו מדוע הם אכן חופפים.

פתרונות והערות

בשאלה זו נעזרים ברשת הנקודות כדי לקבוע שוויון של אורכי קטעים ועל ידי כך להתבסס על משפט החפיפה צלע-צלע-צלע כדי לקבוע חפיפה בין שני משולשים.

א. המשולשים חופפים כי AB=DF=$\sqrt{5}$, BC=EF=$\sqrt{2}$, AC=DE=3. (תלמידים יוכלו גם לקבוע שוויון בין צלעות מבלי לחשב, למשל AB ו- DF שווים באורכם כי שניהם אלכסונים של מלבן 1x2. ניתן גם להזכיר שיקולים של סימטריה, אם התלמידים למדו את הנושא.

ב. AB=CE=1, BD=EF=$\sqrt{2}$, AD=CF=$\sqrt{5}$

ג. המשולשים אינם חופפים, יש להם רק זוג אחד של צלעות שהן שוות בהתאמה.

ד. ניתן להוסיף אילוץ נוסף, כגון ששטחם של המשולשים החופפים יהיה יחידה אחת.

שאלה 12

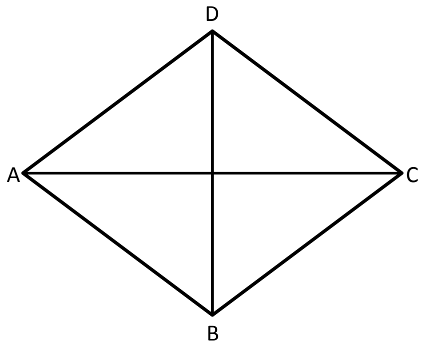
א. שרטטו מעוין אשר אלכסוניו הם באורך 12 ו-16. מצאו את שטחו.

ב. מצאו את היקפו של המעוין.

ג. האם תוכלו ליצור מרובע אחר (שאיננו מעוין) בעל אותם אלכסונים?

פתרונות והערות

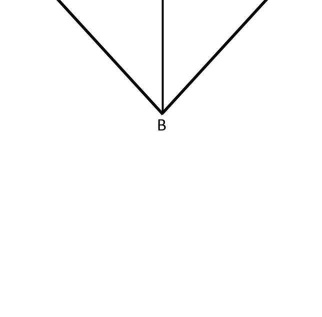
א. AC=16, BD=12



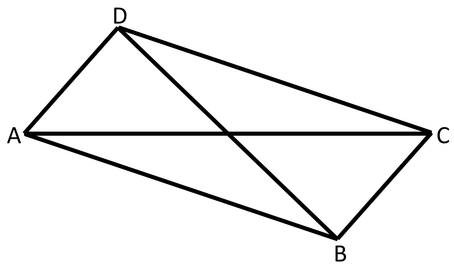
בדרך כלל תלמידים אינם יודעים (או אינם זוכרים) כי ניתן לחשב את שטח המעוין על ידי מחצית מכפלת אורכי האלכסונים. במקרה זה, רצוי לבנות שלב אחר שלב את חישוב השטח, למשל, כסכום של שטחי שני המשולשים ADC ו- ABC. בכל אחד מהם הבסיס הוא 16, גובהם 6 (מחצית אורך האלכסון השני – כי מעוין האלכסונים מאונכים וחוצים זה את זה), לכן כל אחד המשולשים הוא בעל שטח של 48 יחידות, ושטח המעוין הוא 96. עם תלמידים מתקדמים ניתן לראות כי זה שקול לחישוב השטח כמחצית מכפלת האלכסונים.

ב. כדי למצוא אורך כל צלע יש להשתמש במשפט פיתגורס, באחד מארבעת המשולשים שבשרטוט. אורך הניצב הקטן בכל משולש הוא 6 (מחצית אורך האלכסון הקטן) ו- 8 (מחצית אורך האלכסון הגדול). לכן, אורך הצלע של המעוין הוא $\sqrt{8^2+6^2}=10$. לכן ההיקף הוא 40.

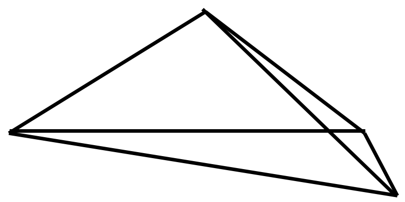
ג. אם נשמור על האלכסונים מאונכים זה לזה, ונדאג שאלכסון אחד יחתוך את השני (אך לא חוצים <u>זה את זה</u>), נקבל דלתון:



אם נשמור על האלכסונים חוצים זה את זה (אך לא מאונכים זה לזה), נוכל לקבל מקבילית שאיננה מעוין:

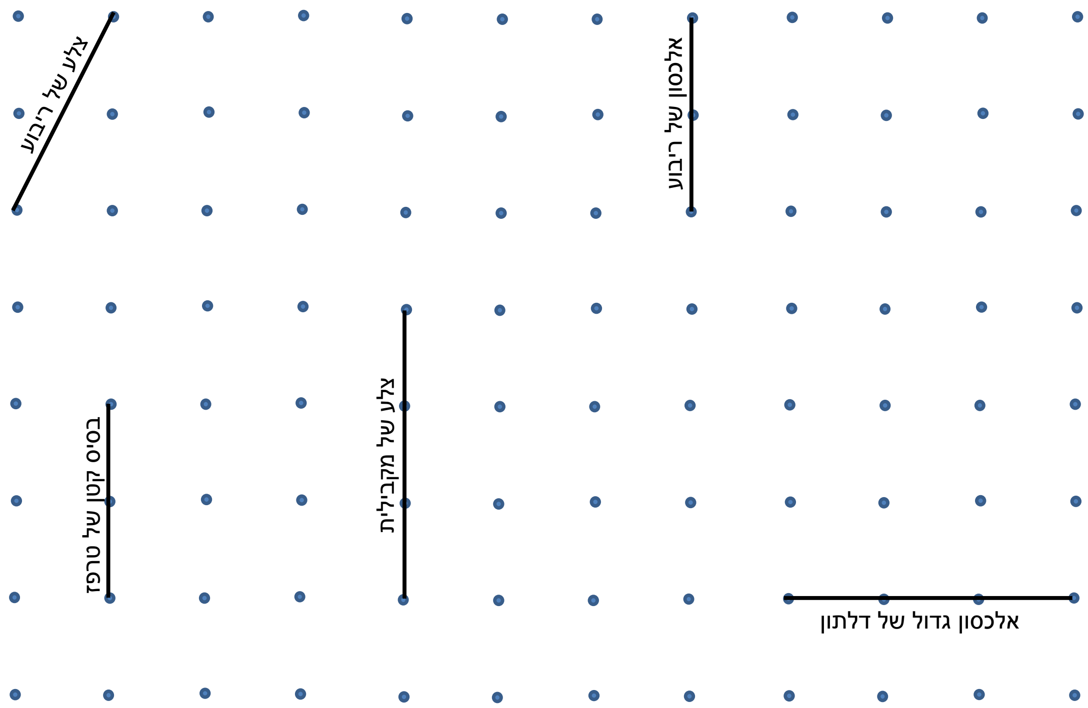


כמובן, נוכל לקבל גם מרובע שאיננו מקבילית או טרפז:

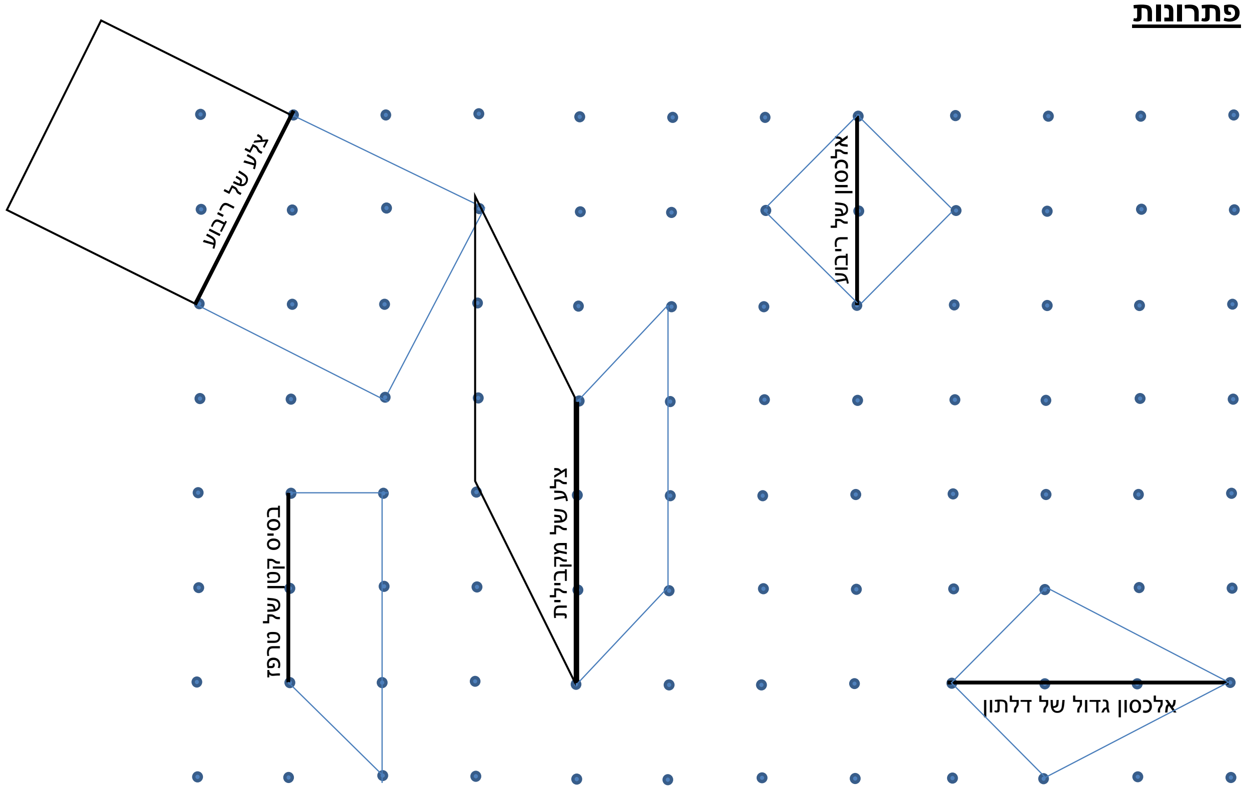


שאלה 13

להלן שריג ריבועי. השלימו כל שרטוט כך שקדקודי המרובע המבוקש יהיו בנקודות השריג.
אם אפשר, השלימו את השרטוט בדרכים שונות.

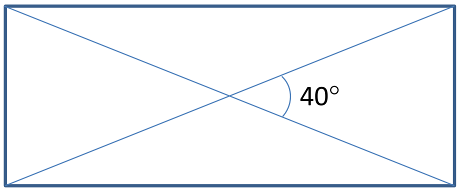


פתרונות



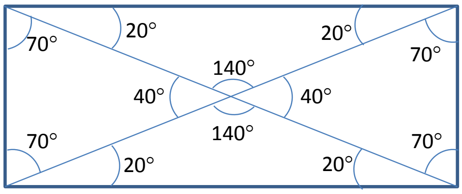
שאלה 14

חשבו את כל הזוויות בשרטוט הנתון:



פתרונות והערות

בשאלה זו תלמידים מתבקשים לשלב מה שידוע להם על זוויות בכלל (קדקודיות, צמודות), סכום הזוויות הפנימיות של משולש, תכונות אלכסוני המלבן ומשולשים שווי שוקיים.



<u>שאלה 15</u>

בכל סעיף רשומים השיעורים של ארבע נקודות. בכל מקרה ציינו האם הנקודות האלה הן קדקודים של מרובע, ואם כן מה המרובע?

א. (-1,-1), (1,-1), (1,1), (-1,1)

ב. (6,1), (5,1), (4,1), (3,1)

ג. (1,0), (0,-23), (-1,0), (0,1)

ד. (2,0), (7,2), (0,2), (0,0)

ה. (-3,-2), (-2,-3), (1,0), (0,1)

<u>פתרונות</u>

א. ריבוע (כל הזוויות ישרות, כל הצלעות שוות).

ב. אין מרובע, כל הנקודות על ישר אחד.

ג. דלתון

ד. טרפז ישר זווית

ה. מלבן (שני זוגות של צלעות שוות וכל הזוויות ישרות)

שאלה 16[3]

ברשותכם אוסף קיסמים בעלי אותו אורך.

א. בנו משולש בעזרת שלושה קיסמים. כמה משולשים שונים (שאינם חופפים) ניתן לבנות משלושה קיסמים?

ב. האם ניתן לבנות משולש מארבעה קיסמים?

ג. מלאו את הטבלה הבאה:

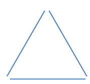
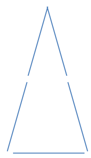
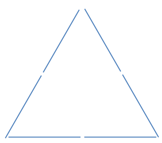
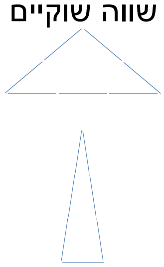
מספר הקיסמים	3	4	5	6	7
מתקבל משולש?					
מספר המשולשים					
סוג המשולשים					

פתרונות והערות

א. אחד. כל המשולשים הנבנים משלושה קיסמים בעלי אותו אורך הם שווי צלעות וחופפים.

ב. לא ניתן לבנות משולש מארבעה קיסמים: צלע אחת חייבת להיות באורך 2, ואז שתי הצלעות האחרות לא יכולות ליצור משולש (כי סכום האורכים שלהם אינו גדול מ-2).

ג.

מספר הקיסמים	3	4	5	6	7
האם מתקבל משולש?	כן	לא	כן	כן	כן
מספר המשולשים	1	--	1	1	2
סוג המשולשים	שווה צלעות 	--	שווה שוקיים 	שווה צלעות 	שווה שוקיים 

בכיתות מתקדמות ניתן לשאול כמה קסמים דרושים כדי לבנות משולש שונה צלעות.

[3] בהשראת הספר "רואים ועושים גיאומטריה" מאת ת. הלוי ור. בוהדנה, בהוצאת מכון ויצמן למדע, ע' 95.

<u>שאלה 17</u>

שרטטו סקיצה של ריבוע, מלבן (שאינו ריבוע), דלתון כך שהשטח של כל אחד מהם הוא 36 סמ"ר, ציינו על הצלעות את המידות המתאימות.

<u>פתרונות והערות</u>

הריבוע הוא יחיד, צלעו 6 ס"מ.

יש אינסוף מלבנים ששטחם 36. תלמידים יכולים לנסות מספרים שונים או לחשוב על פירוקים שונים של המספר 36 לשני גורמים, למשל: 18 ו- 2, 12 ו- 3, 0.5 ו- 72.

תלמידים יכולים לנסות או להיעזר בנוסחת השטח של הדלתון (מחצית מכפלת האלכסונים), ולמצוא פירוקים שונים של 72 לשני גורמים שהם יהיו אורכי האלכסונים.

שאלה 18

נתונים שלוש קשיות בעלות אותו אורך. אם מובטחת לנו קשית רביעית באורך כלשהו. אלו מהמרובעים הבאים ניתן לבנות? אם כן שרטטו ואם לא הסבירו מדוע.

ריבוע

מלבן שאיננו ריבוע

מעוין שאיננו ריבוע

מקבילית שאיננה מעוין

דלתון (שאיננו מעוין)

טרפז ישר זווית

טרפז שווה שוקיים

טרפז שאיננו ישר זווית ואיננו שווה שוקיים

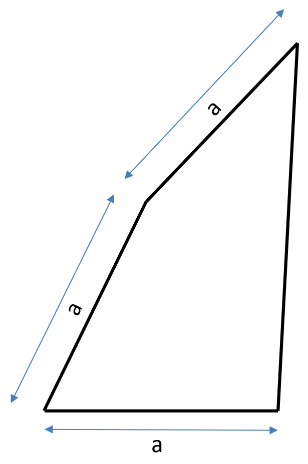
מרובע אחר

פתרונות

ניתן לבנות צורות בהן הצלע הרביעית היא באותו אורך של שלוש הצלעות הנתונות (ריבוע, מעוין שאינו ריבוע). לא ניתן לבנות מלבן (שאינו ריבוע), מקבילית שאיננה מעוין ולא ניתן לבנות דלתון.

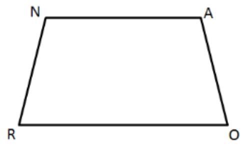
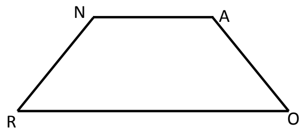
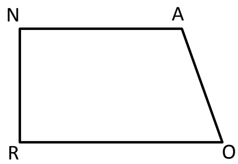
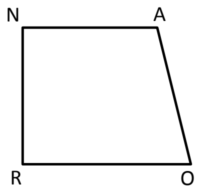
ניתן לבנות טרפז שווה שוקיים (בו הבסיס הקטן שווה לשוקיים) אך לא ניתן לבנות כל טרפז אחר.

ניתן לבנות מרובע אחר בעל שלוש צלעות באורך שווה והרביעית באורך שונה, למשל: על ידי חיבור הקטעים באורך שווה באופן כלשהו ואז על ידי "סגירת" הצורה.

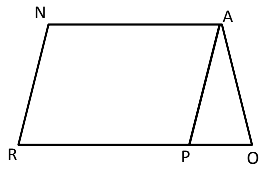
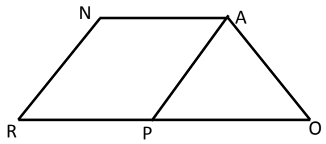
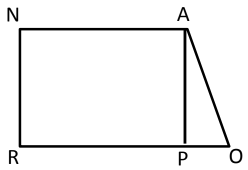
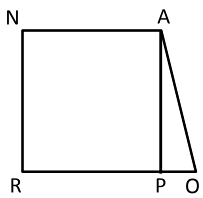


שאלה 19

בכל אחד מהטרפזים הבאים העבירו דרך A מקביל לשוק NR. בכל מקרה רשמו איזה מרובע ואיזה משולש התקבלו. הסבירו.

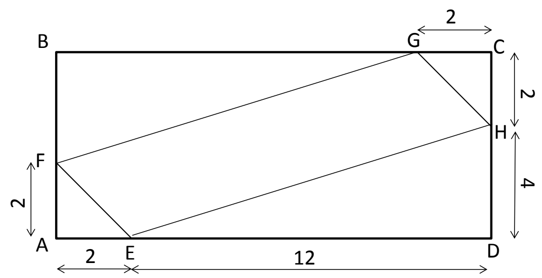
אפיון	שרטוט	הסבר
טרפז שווה שוקיים		
NA=NR=AO		
טרפז ישר זווית		
טרפז ישר זווית בו NA=RN		

<u>פתרונות והערות</u>

אפיון	שרטוט	הסבר
טרפז שווה שוקיים		NAPR מקבילית: AP מקביל ל- NR APO משולש שווה שוקיים: AP=AO
NA=NR=AO		NAPR מעוין: NA=NR=AO=AP APO משולש שווה שוקיים: AP=AO
טרפז ישר זווית		NAPR מלבן: $AP \perp RO$ APO משולש ישר זווית
טרפז ישר זווית בו NA=RN		NAPR ריבוע APO משולש ישר זווית

שאלה 20

נתון המלבן ABCD בתוכו חסום המרובע EFGH.



א. הראו כי המרובע EFGH הוא מקבילית.

ב. חשבו את השטח של EFGH.

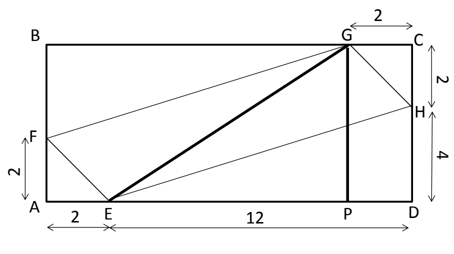
ג. חשבו את אורך האלכסון EG.

פתרונות והערות

א. EH=FG (יתרים של שני משולשים חופפים FBG ו- EDH על סמך צ.ז.צ)
EF=GH (יתרים של שני משולשים חופפים FAE ו- GCH על סמך צ.ז.צ)
הצלעות הנגדיות מקבילות כי הן בעלות אותו שיפוע.

ב. ניתן לחשב את שטח המקבילית על ידי חיסור שטח ארבעת המשולשים משטח המלבן,
כלומר, 32 =(2X2)/2 – (2x2)/2 – (12x4)/2 – (12x4)/2 – 84

ג. האלכסון EG הוא היתר של משולש ישר הזווית EGP:



GP=6, EP=8 לכן $EG = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$