

אחרון לבחירתך

לשחיה
1/2
במתמטיקה



RAMOT
רמ"ת

קומפיוטרים

מכון ויצמן למדע
המחלקה להוראת המדעים



לשחק ולזוז במתמטיקה ערכת הפעלה

אחרון לבחירתך

מהדורה ניסויית



המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

יוצא לאור במסגרת

המרכז הישראלי להוראת המדעים ע"ש עמוס דה-שליט
מיסודם של

משרד החינוך והתרבות, האוניברסיטה העברית בירושלים ומכון ויצמן למדע, רחובות

פיתוח הלומדה:

ד"ר אלכס פרידלנדר

ד"ר נורית זהבי

הכנת ערכת הפעלה:

ד"ר גיוזפין שמש

תכנות:

אילנה דנון

הכנת האוגדן למנחה

והפקת הסרט:

ד"ר גיוזפין שמש

ד"ר נורית זהבי

תיכנות הגירסא הראשונה:

מודי תאני

גיקלין בבלי

הדפסה, עריכה וגרפיקה במחשב:

יעל עמנואל-אדרי

טלי בורמד

אבי טל

עיצוב וסמלים:

אגי (רחל) בוקשפן

צילום השער:

אורי אמתי

עיצוב עטיפה:

מרדכי וגנר

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני או אחר כל חלק שהוא מהחומר שבחוברת זו. שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בחוברת זו אסור בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא לאור.



כל הזכויות שמורות,
מכון ויצמן למדע

האוגדן למנחה והחוברת נדפס בישראל מהדורה ראשונה 1992, תשנ"ב
מהדורה מעודכנת ומשופרת 1995, תשנ"ה

תוכן הענינים

7	מבוא לערכת הפעלה
8	הוראות הפעלה
תאור הלומדה:	
9	פתיחה
10	תרגיל טיל
14	משחק משימות
19	תרגילים
שילוב הלומדה בהוראה	
20	
25	הצעה לשיעור ראשון עם הלומדה
27	תפקיד המורה
30	איתור ואיבחון בעיות באמצעות ה"שקיפות" שבלומדה
34	דפי עבודה ופתרונות
53	דיונים כיתתיים ודף העשרה
69	הערכה וממצאים



מבוא לערכת ההפעלה

לפניך לומדה בסדרה "לשחק ועוד במתמטיקה" שעברה תהליך של עידכון ושיפור טכנולוגי ופדגוגי. התוכנה מעוצבת בתפישת חלונות עם ממשק גרפי והפעלה באמצעות עכבר. בגירסה המשופרת נכתב עורך שמטרתו הכנסת **מרכיב פתוח** ללומדה. המרכיב הפתוח קשור למנגנון הלומדה והוא זמין להתערבות חיצונית של המפתחים, המורים והתלמידים. החידוש הפדגוגי העיקרי המתאפשר מהעדכון הטכנולוגי הוא הוספת דפי עבודה ממוחשבים לחבילת הלומדה. דפי העבודה הממוחשבים מיועדים לעבודה אינטראקטיבית עם המחשב וקבלת משוב ספציפי ללומדה. לדפי עבודה אלו יכולים להיות תפקידים שונים: הכנה לכניסה ללומדה (הכרת כללי המשחק וחזרה על הידע המתמטי הנדרש); רענון לאחר ההתנסות בלומדה; העמקה והעשרה.

ערכת ההפעלה צמחה מתוך פעילויות רבות עם תלמידים ומורים בשילוב מחשב בהוראת מתמטיקה. בנוסף לתיאור הלומדה הערכה מכילה תיאור שעורים לדוגמא, הגדרה מפורטת של מקומו של המורה בחדר המחשבים; דפים לדיון כתתי ודפי עבודה שחלקם, כאמור, ממוחשבים. נסיוננו הראה כי השילוב של האמצעים הללו עם לומדה מגדיל בצורה ניכרת את התועלת וכן את ההנאה של התלמידים והופך את הפעילות מחווית משחק בלבד לחווית למידה אמיתית המנצלת היטב את כל ההיבטים והאפשרויות שיש בלומדה.



אחרון לבחירתך

הוראות הפעלה

הפעלה מתקליטון

1. הכנס תקליטון DOS (גירסה 3.2 ומעלה) לכונן A:
2. הדלק מחשב וצג.
3. לאחר סיום הטעינה (כשעל הצג מופיע: $A >$), הוצא תקליטון DOS והכנס במקומו תקליטון אחרון לבחירתך. (אם ברשותך שני כוננים - הכנס את תקליטון הלומדה לכונן B והקש B).
4. הקלד GO ו- **ENTER**.

הקש על מקש כלשהו לדפדוף בין מסכי הפתיחה, עד לקבלת התפריט הראשי.

הפעלה מדיסק- קשיח

- לאחר שבוצעה התקנה לפתרונות בדיסק הקשיח, הקלד 10 במחיצה הראשית של הדיסק ו- **ENTER**.
- לפניך התפריט הראשי של פתרונות.
- התוכנה אחרון לבחירתך נמצאת תחת תפריט "רמות".

התקנה בדיסק- קשיח

התקנת אחרון לבחירתך בדיסק קשיח נעשית בעזרת דיסקט "תוכניות שרות". הוראות ההתקנה מפורטות בחוברת הנלוות לתוכניות השרות.

הערה:

- ניתן להפסיק/להפעיל צלילים ע"י מקש **F12**
- ניתן להפסיק/להפעיל את המראת הטיל ע"י מקש **F1**
- ניתן לראות את מסך השקיפות הפנימית ע"י מקש **F6**



אחרון לבחירתך

תאור הלומדה

פתיחה

אחרון לבחירתך היא לומדה המפתחת חשיבה לוגית באמצעות תרגילים בפעולות חשבון וסוגריים. היא מיועדת לכיתות ז' ומעלה ולתלמידים מתקדמים בכיתות נמוכות יותר. המשחק הראשון, תרגיל הטיל נועד "לחימום" וקל יותר לניתוח. לכן בהסברים שמופיעים בהמשך על תפקיד המורה והערכת התלמיד. משחק זה משמש לנו כדוגמא.

בלומדה שלוש יחידות: תרגיל טיל, משחק משימות ותרגילים, (יחידת תרגיל עם אפשרות של עריכה).

בלומדה זו עומדת לרשות המורה ה"שקיפות", כלומר מעקב וסקירה של עבודת התלמיד. המטרה היא לאפשר למורה בכתה שלמה לעקוב אחרי העבודה של כל תלמיד ותלמיד. השקיפות מאפשרת הפקת מידע מיידי וניצולו במהלך השיעור.

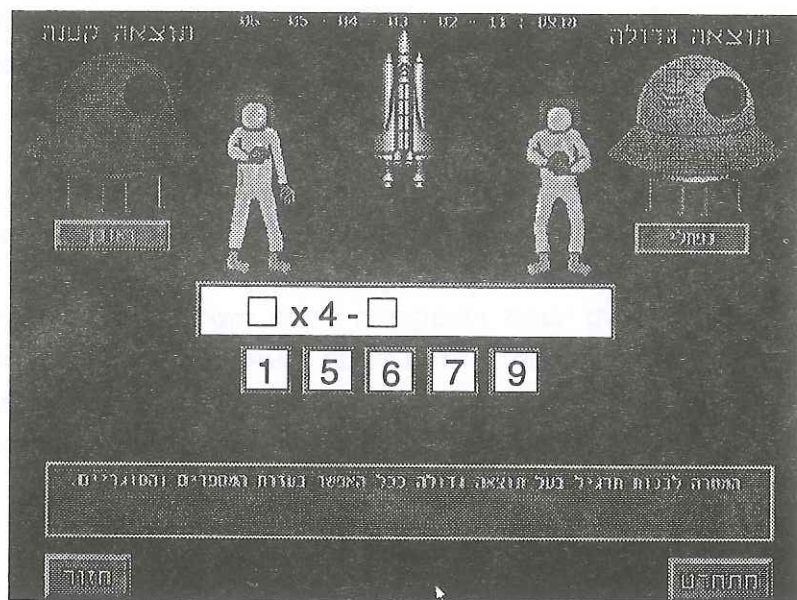


אחרון לבחירתך

תרגיל טיל

תאור המשחק

בתמונה רואים מסך אופייני לתרגיל טיל. לחברי הצוות נבחרו השמות נפתלי וראובן.





אחרון לבחירתך

נפתלי משחק ראשון ועליו לבחור מבין המספרים ולמקם סוגריים כדי לקבל תוצאה גדולה ככל האפשר.

במקרה שלמעלה, על מנת לפתור נכון את התרגיל, עליו לבחור במספר הגדול ביותר שמופיע, כלומר ב 9 על מנת לקבל תוצאה מכסימלית בכפל 9×4 . לאחר מכן, יש לבחור במספר הקטן ביותר שמופיע כלומר ב 1, כדי להחסיר מספר קטן ככל האפשר מהמכפלה.

בתרגיל זה אין צורך להציב סוגריים על מנת לקבל תוצאה מכסימלית. התוצאה כאן היא:

$$9 \times 4 - 1 = 35$$

והיא תירשם על הבית של נפתלי לאחר שהוא יכנס לתוכו. במידה ונפתלי פתר נכון את התרגיל, הטיל יחל בחימום מנועיו. עתה יתבקש ראובן לבנות תרגיל שיתן תוצאה קטנה ככל האפשר.

במקרה שלפנינו, התוצאה הקטנה ביותר מבין האפשרויות תהיה שלילית. עליו לתכנן מראש ולהציב במקום הראשון (משמאל) מספר גדול ככל האפשר, כלומר 9, ולבחור לאחר מכן ב 9 שוב כדי לקבל תוצאה שלילית בחיסור $9 - 4$, ובסוף לקבוע סוגריים כך שהתרגיל יהיה:

$$9 \times (4 - 9)$$

את מיקום הסוגריים משנים בעזרת המקשים (חיצים).

התוצאה 45 – תירשם על הבית של ראובן.

אם שני חברי הצוות יצליחו בתרגיל, הטיל יתחיל במעופו אל על.

הערה: לחיצה על המקש F1 מבטלת את ההמראה. כדי להחזיר אופציה זו יש ללחוץ שוב על F1.



אחרון לבחירתך

פירוט רמות המשחק

יש 4 רמות קושי ושתי "רמות" המשלבות תרגילים שונים מרמות קושי שונות.

- רמה 1: חיבור וכפל
 - רמה 2: חיבור וחילוק
 - רמה 3: חיסור וכפל
 - רמה 4: חיסור וחילוק
 - רמה 5: תרגילים באקראי מתוך רמות 1, 2
 - רמה 6: תרגילים באקראי מתוך רמות 2, 3, 4.
- בדוגמא לעיל מופיע תרגיל מרמה 3.

רמות הקושי אינן אחידות: יש תרגילים ברמה 3, מציאת תוצאה גדולה ביותר, שלפעמים קלים יותר מתרגילים ברמה 2.

הערה: במקרה של חילוק, התוצאה שתינתן תהיה מעוגלת למספר השלם הקרוב ביותר.

אחרי בחירת המשחק תרגיל טיל יופיע על המסך התפריט:

מדורג

שלב א

שלב ב

המשחק המדורג

התלמידים עולים ברמות בהתאם להישגיהם. במדה ולא הצליחו, המחשב יגריל להם תרגיל נוסף באותה רמה, עד שיגיעו ל-6 תרגילים באותה רמה. לאחר מכן יעלו אוטומטית לרמה הבאה, אפילו אם לא ישתפרו. לאחר שעברו את ארבע הרמות יעברו אוטומטית לרמה 5 או לרמה 6 בהתאם להשגים שהפגינו.

שלב א'

התרגילים נבחרים באקראי מרמות 1, 2. שלב א' מתאים גם לכיתות נמוכות שעדיין לא למדו פעולות חשבון עם מספרים שליליים.

שלב ב'

התרגילים נבחרים באקראי מרמות 2, 3, 4 (כמו "רמה" 6).



אחרון לבחירתך

טיפול בשגיאות

בכל תרגיל טיל יש שלוש בחירות שעושה כל שחקן: בחירת שני המספרים ומיקום הסוגריים.

— כאשר התלמיד טועה בשני המספרים הוא יקבל את ההודעה:

הקש על מקש כלשהו ותקבל רמז.

ואז המחשב יציב את אחד המספרים הנכונים בתרגיל. נותר לתלמיד להציב את המספר השני ולמקם את הסוגריים.

— כאשר התלמיד טועה באחד המספרים בלבד או מצליח בבחירת המספרים אך טועה במיקום הסוגריים הוא יקבל את ההודעה:

טעית, כדי לנסות שוב הקש על מסך כלשהו.

ואז הוא יתבקש לבנות שוב את התרגיל.

— אם לאחר הרמז או ההזדמנות הנוספת, התלמיד שוב יטעה, המחשב יכתוב לו את התרגיל הנכון על המסך עם ההודעה:

קשיים בהמראה!! יש תקלה!!

במקרה שהתלמיד השני מצליח, תופיע ההודעה:

התקלה תוקנה!

והטיל בכל זאת ימריא.

(אם התלמיד הראשון מצליח אך התלמיד שני טועה - ה"תקלה" נשארת ללא תיקון ואין הטיל ממריא.)



אחרון לבחירתך

משחק משימות

כאן יש אפשרות לבחור בין שני משחקים. בשניהם יש שני שחקנים המקבלים תרגיל בחשבון ומשימות שונות.

הפעם השחקנים הם צנחנים אשר יצנחו בסיום כל תרגיל, ומידת ההצלחה בצניחה למטרה תלויה בפתרון מוצלח של התרגיל.

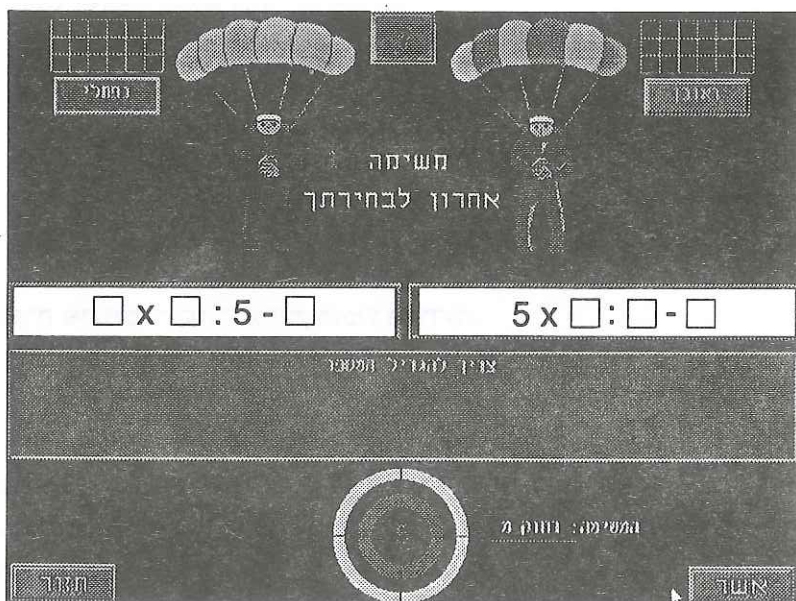
משחק המספרים: בתרגיל שניתן חסרים שלושה מספרים שאותם יש למלא ולהציב סוגריים.

משחק הפעולות: בתרגיל שניתן חסרות שלוש פעולות חשבון שאותן יש למלא ולהציב סוגריים.

המשימה: למצוא תוצאה קרובה או רחוקה ככל האפשר מהיעד הנתון.

משחק המספרים

בתמונה מופיע דוגמא של מסך טיפוס.



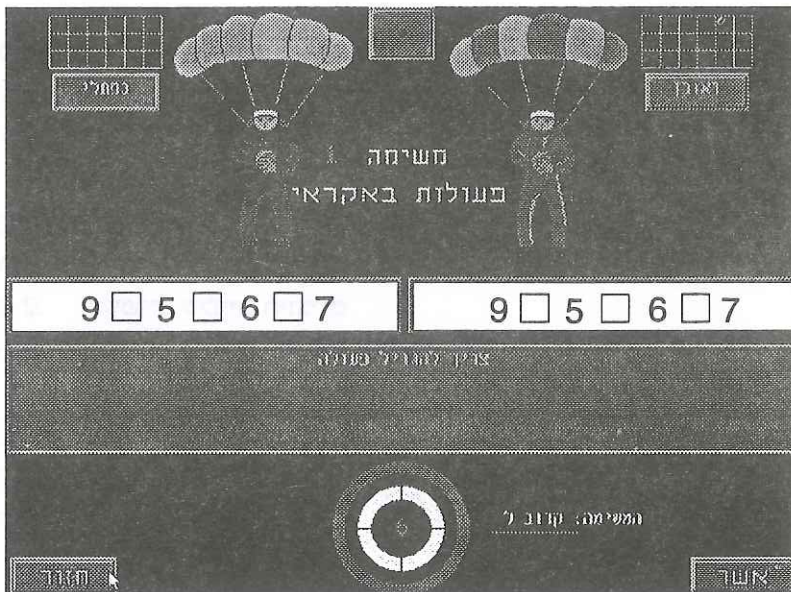


אחרון לבחירתך

על כל שחקן למלא שלושה מספרים במקומות הריקים מהמספרים שיוגרו לו (או יוצעו לו - בהתאם למשחק) בחלון הקטן בין שתי הדמויות, למקם אותם לפי בחירתו בתבנית ולהתאים סוגריים על מנת להצליח כמה שיותר במשימה שרשומה למטה: בדוגמא לעיל - להשיג תוצאה רחוקה ככל האפשר מ 5.

משחק הפעולות

בתמונה מופיע מסך טיפוסי של משחק הפעולות.



על כל שחקן למלא שלוש פעולות חשבון במקומות הריקים מן האפשרויות המוגדרות לו (או המוצעות לו) בחלון הקטן שבין הדמויות, למקם אותן לפי בחירתו ולהכניס זוג אחד של סוגריים (לכל היותר) על מנת להצליח כמה שיותר במשימה שרשומה למטה, שבמקרה שלנו היא להשיג תוצאה קרובה ככל האפשר ל 6.



אחרון לבחירתך

הערות:

- מותר להכניס זוג אחד של סוגריים לכל היותר.
- בסוף הבניה של כל ביטוי התלמיד נדרש לחשב אותו. תשובתו תהיה מעוגלת. במדה והתוצאה המדוייקת אינה שלמה מתקבלות כתשובות נכונות שני המספרים השלמים הקרובים ביותר לתשובה המדוייקת. בשלב בו הוא מחליט על ההצלחה במשימה, המחשב עושה זאת לפי החישוב המדוייק של הביטוי, ולא המעוגל.

פירוט רמות המשחק

הרמות הן בסדר עולה של מורכבות.
רמה מספר 1 בשני המשחקים מתאימה לכיתות שטרם למדו לטפל במספרים שלילים, ולכן מתאימות לכיתות ה' ו-ו'.

משחק המספרים

- רמה 1: מספרים שלמים חיוביים ללא פעולת חיסור
- רמה 2: מספרים שלמים חיוביים
- רמה 3: מספרים שלמים כלשהם (מספרי הזזה).

משחק הפעולות

- רמה 1: בלי פעולת חיסור.
- רמה 2: כל 4 פעולות החשבון.

גם פה כמו בתרגיל הטיל, רמות הקושי אינן אחידות. למשל לרוב, התרגילים בהם המשימה היא למצוא תוצאה קרובה למספר הנתון קלים יותר מלמצוא תוצאה רחוקה ככל האפשר מהמספר הנתון, ברמות בהן יש אפשרות לקבל תוצאה שלילית. במקרה שיש למצוא תוצאה קרובה למספר הנתון, רמת הקושי גם תלויה בשאלה האם ניתן להשוות את הביטוי שיש לבנותו למספר הנתון. במקרה שניתן, התרגיל הוא למעשה פתרון משוואה וקל יותר לפתרון.

הדרך שבה נבחרים המספרים או הפעולות תלויה בסוג המשחק אותו בחרנו. כעת נפרט את סוגי המשחקים השונים.



אחרון לבחירתך

סוגי המשחקים ודוגמאות

משחק המספרים

1. מספרים באקראי: המספרים מופיעים במהירות על המסך כמו בגלגל רולטה. הבחירה נעשית על ידי הקשה על מקש רווח שעוצר את ה"גלגל" וכך נבחר מספר באקראי. יש לציין כי אין כאן שום שליטה על הבחירה ונסיונות לעצור את ה"גלגל" במקום רצוי לא יצליחו! מיקום המספר והכנסת הסוגריים נעשים ע"י התלמיד לבדו בעזרת החיצים.

2. סיום חצי אוטומטי: כאן המחשב משתף יחד עם השחקן בבניית התרגיל. שתי הבחירות הראשונות נעשות ב"אקראי" כמו ב-(1). המיקום שוב נעשה ע"י התלמיד לפי בחירתו. המחשב בוחר בעצמו במספר האחרון או מתאים סוגריים. הבחירה שלו נעשית על מנת לבצע את המשימה בצורה הטובה ביותר. התלמיד מסיים בצעד שנוטר לפי בחירתו. במידה ונשאר לו לבחור במספר, המחשב מאיט את ה"גלגל" ומאפשר לו לעצור את ה"גלגל" במקום שהוא רוצה.

3. אחרון לבחירתך: שתי הבחירות הראשונות שוב נעשות ב"אקראי". נותר לשחקן לבחור במספר האחרון ולמקם את הסוגריים. המחשב מאיט את קצב ה"גלגל" על מנת לאפשר לשחקן לבחור מספר על פי שיקוליו.

משחק הפעולות

1. פעולות באקראי: הפעולות מופיעות במהירות על המסך כמו בגלגל רולטה. הבחירה נעשית על ידי הקשה על מקש רווח שעוצר את ה"גלגל" וכך נבחרת פעולה באקראי. יש לציין כי אין כאן שום שליטה על הבחירה ונסיונות לעצור את ה"גלגל" במקום רצוי לא יצליחו! מיקום הפעולה והכנסת הסוגריים נעשים ע"י התלמיד לבדו בעזרת החיצים.



2. סיום חצי אוטומטי: כאן המחשב משתתף יחד עם השחקן בבניית התרגיל. שתי הבחירות הראשונות נעשות ב"אקראי" כמו ב-(1). המיקום שוב נעשה ע"י התלמיד לפי בחירתו. המחשב בוחר בעצמו בפעולה האחרונה או מציב סוגריים. הבחירה שלו נעשית על מנת לבצע את המשימה בצורה הטובה ביותר. התלמיד מסיים בצעד שנוטר לפי בחירתו. במידה ונשאר לו לבחור בפעולה, המחשב מאיט את ה"גלגל" ומאפשר לו לעצור את ה"גלגל" במקום שהוא רוצה.

3. אחרון לבחירתך: שתי הבחירות הראשונות שוב נעשות ב"אקראי". נותר לשחקן לבחור בפעולה האחרונה והן להציב את הסוגריים. המחשב מאיט את קצב ה"גלגל" לאפשר לו לבחור על פי שיקוליו, ולאחר מכן התלמיד ממקם את הסוגריים.

בסיום הבניה של התרגיל - המחשב יודיע:

שיקולך נכון! או אפשר רחוק/קרוב יותר (בהתאם למשימה).

במקרה שהתלמיד לא הגיע לתוצאה האופטימלית, המחשב ירשום לו את הפתרון האופטימלי של התרגיל. בסיום כל משימה, המחשב מודיע על הנקודות שהוא חילק לכל שחקן. כמוכן, הצנחנים נוחתים למטה קרוב או רחוק יותר ממטרתם, בהתאם לתוצאות המשחק והצנחן המנצח במשימה קופץ!

הנצחון נקבע עפ"י סה"כ הנקודות שקיבל ולא רק על ההצלחה במשימה. הסבר לחלוקת הנקודות עבור משימה, שיקול וחישוב נעשית באופן הבא:

משימה: המחשב נותן 2 נקודות אם ניצח התלמיד את יריבו בהשגת המשימה ו-0 נקודות אם הפסיד. במקרה של תיקו, כל שחקן מקבל נקודה אחת. ברור כי כאן מעורב המזל.

שיקול: ניתנות הנקודות 0, 1, 2 בהתאם לנכונות השיקולים המתימטיים שמפעיל התלמיד. ההערכה על שיקול באה רק על הצעד האחרון שמבצע התלמיד, אף על פי שכל מיקום של מספר או פעולה שהוגרלו משפיע על התוצאה. התלמידים המתעניינים מתחילים להבין שהגורל נחרץ בצעד שלפני האחרון ולכן מופיעים בדף עבודה מספר 8 תרגילים בהם התלמיד נדרש לבחור בין שתי אפשרויות בצעד שלפני האחרון.



אחרון לבחירתך

חשוב: התלמיד מקבל 2 נקודות לחישוב נכון של תוצאת התרגיל שלו, נקודה אחת אם טעה פעם אחת ו-0 נקודות עבור שתי טעויות.

הערות:

שני סוגי המשימות - מציאת תוצאה קרובה למספר הנתון ומציאת מספר רחוק מהמספר הנתון - דורשים שיקולים מטיפוסים שונים מצד התלמידים. מציאת מספר קרוב ככל האפשר למספר הנתון - דומה לפתרון משוואה, ולכן קלה יותר.

מציאת מספר רחוק ככל האפשר מהמספר הנתון - דומה יותר לתרגיל טיל אך קשה יותר. כאן על התלמיד לקבוע אסטרטגיה מראש: מאיזה "צד" להתרחק מהמספר הנתון.

יש לשים לב כי הניקוד ניתן על הצעד האחרון בלבד שעושה התלמיד, או במקרה של אחרון לבחירתך - על שני הצעדים שעושה התלמיד לבדו.

תרגילים

זוהי יחידה הכוללת אפשרות לעריכה.

כל התרגילים הם ממשחק תרגיל הטיל.

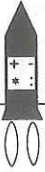
מטרת היחידה היא לאפשר למורים (ולתלמידים) לקבוע מהלך אישי של תירגול. למשל, לתלמיד המתקשה בחילוק ניתן לבנות קובץ תרגיל המכיל תרגילים מרמה 3 בלבד.

עריכה:

כדי לערוך קובץ, בוחרים באפשרות "עריכה" מתפריט התרגילים. ניתן לבחור במגוון של רמות ומספר תרגילים לפי הצורך (באמצעות המקש "עריכה" פעם שנית). לאחר מכן, יש לבחור ב"שמור" וליד המילה "קובץ" ניתן להדפיס שם לקובץ שנערך. באופן דומה ניתן למחוק או לטעון קבצים על מנת לשנות אותם. כדוגמה הוכן ונשמר קובץ המכיל 8 תרגילים מרמה 4 (שם הקובץ "רמה4").

תרגול:

כדי לטעון קובץ תרגילים יש לבחור באפשרות "תרגול" מתפריט התרגילים. יש להקיש את שם הכוון ולבחור מרשימת הקבצים שתופיע את הקובץ הרצוי (על-ידי סימונו ברשימה או הדפסתו במשבצת המיועדת לקובץ), ולבקש "טען".



שילוב הלומדה בהוראה

הידע הקודם הנדרש ללומדה זו הוא השימוש בסוגריים וכללי סדר פעולות החשבון בביטוי אריטמטי. כמו כן נדרש עיגול מספרים ושימוש במספרים שליליים לרמות המתקדמות של המשחקים. לכן רצוי לשלב את הלומדה בכיתה ז' לאחר לימוד הנושאים האלה, אם כי ניתן בהחלט להכניס אותה בכיתות נמוכות יותר שמתקדמות בחומר.

יש להשתמש בדפי העבודה לתלמיד תוך כדי העבודה עם הלומדה עצמה. השילוב של המשחקים בלומדה עם העבודה בדפים יועיל לביסוס החומר הנלמד.

יש לשים לב כי בניית תרגיל גדול או קטן ככל האפשר, וכן רחוק ממספר נתון - כפי שהתלמיד מתבקש לחשב בחלק מהמשחקים - דומה לפתרון אי-שוויון במידה מסויימת. כמוכן, מציאת מספר קרוב ככל האפשר למספר נתון הוא למעשה מציאת פתרון למשוואה במקרים מסויימים. לכן השימוש בלומדה יכול לסייע בלימוד נושאים אלה בכיתה.

נביא כאן הצעה לשילוב הלומדה מכיתה ז' ומעלה והצעה לשילוב הלומדה בכיתות נמוכות יותר.

הצעה לשילוב הלומדות מכיתה ז' ומעלה

שעור 1 - הכנה:

- חזרה קצרה בכתה על הנושאים:
 - סדר פעולות החשבון בביטוי אלגברי
 - שימוש בסוגרים
 - עיגול מספרים
 - כדאי להזכיר איסור החילוק באפס!
- תרגול בכפל וחילוק במספרים שליליים
- פתרון דף עבודה מספר 1 (דף הכנה) - ניתן להתחיל בכיתה ולגמור בבית.



אחרון לבחירתך

שעור 2:

- תדרוך קצר בהפעלת הלומדה.
- כאן יש מקום להסביר כיצד בוחרים מתוך התפריטים ומהן האפשרויות העומדות לבחירה.
- כהכנה לתרגיל טיל יש לציין את הנקודות הבאות:
 - (א) מותר בכל המשחקים לבחור במספר מסויים יותר מפעם אחת!
 - (ב) המספרים שנרשמים על הבתים בתרגיל הם תוצאות מעוגלות. אף על פי כן, ה"ציון" על התרגיל לוקח בחשבון רק את התוצאה המדוייקת. העיגול נעשה כלפי מעלה כאשר מנסים להשיג תוצאה גדולה, וכלפי מטה כשמנסים להשיג תוצאה קטנה. יש להדגיש זאת בפני התלמידים.
- משחק בזוגות בתרגיל טיל - במשחק המדורג.
- פתרון דף עבודה מספר 2 - בבית.

שעור 3:

- המשך המשחק בתרגיל טיל - רצוי בשלב ב' של המשחק. ברור כי במידת הצורך, ולפי רמת הכיתה ניתן להתאים לתלמידים שונים רמות שונות מבין המשחק בשלב א', המשחק המדורג, והמשחק בשלב ב'.
- דפים לדיון מספר 1 ו-2 לשיחה כיתתית.
- פתרון דף עבודה מספר 3 - בבית.

ניתן לדחות את שלושת השיעורים הבאים למועד מאוחר יותר במקום לקיים אותם ברצף אחד.

שעור 4:

- תדרוך לקראת שני משחקי המשימות:
 - (א) מותר לבחור במספר או בפעולה יותר מפעם אחת.
 - (ב) במשחק מותר להכניס זוג אחד של סוגריים בלבד.
 - (ג) יש להסביר את הסוגים השונים של המשחקים:
 - מספרים באקראי
 - סיום חצי אוטומטי



- (ד) רצוי להעיר כי בכל המשחקים הבחירות הראשונות נעשות באקראי - כלומר הכוונה היא שהמספרים או הפעולות מוגרלות ואין בידי התלמיד האפשרות לעצור את ה"גלגל" לפי בחירתו.
- (ה) הניקוד ניתן על בסיס הבחירה האחרונה בלבד בכל המשחקים.
- (ו) יש להדגיש לתלמידים שכאן יש משחק שהוא משחק מזל במידה מסויימת. לכן ההצלחה או אי-ההצלחה במשימה אינם מהווים ציון על כישוריו.
- משחק בזוגות ב"משחקי המשימות" במספרים או פעולות באקראי או בסיום חצי אוטומטי.
- ניתן להשאיר לתלמידים לבחור כרצונם ברמה ובמשחק (מספרים או פעולות) ולהתנסות באפשרויות השונות ברמות א'.

שעור 5:

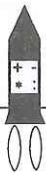
- משחק בזוגות ב"משחק המשימות". הפעם ניתן להסביר ולתת להם לשחק גם באחרון לבחירתך.
- מומלץ רק להציע לשחק ברמה 3 במשחק המספרים, וברמה 2 במשחק הפעולות. כאתגר לתלמידים מוכשרים בלבד.
- פתרון דפי עבודה מספר 4 ו-5.

שעור 6:

- התלמידים ישחקו לפי בחירתם במשחקים בלומדה וכסיכום יפתרו דפי עבודה מספר 6 ו-7.
- בכיתות מתקדמות ניתן לתת לתלמידים גם דף עבודה מספר 8.

הערות:

- רצוי אם אפשר לתת לתלמידים גישה למחשבים בזמן החפשי כדי לשחק במשחקים אשר בלומדה, אם רצונם בכך.
- ניתן להשתמש בדפי העבודה כחומר חזרה על הנושאים הכלולים בלומדה. משחק בלומדה עצמה מהווה חזרה נעימה ויעילה על הנושאים.



אחרון לבחירתך

הצעה לשילוב הלומדה בביתות נמוכות יותר (לפני לימוד הנושא של פעולות חשבון במספרים שליליים):

שעור 1 – הכנה:

- חזרה קצרה בכתה על הנושאים:
סדר פעולות החשבון בביטוי אלגברי
שימוש בסוגריים
עיגול מספרים
כדאי להזכיר איסור החילוק באפס!

שעור 2:

- תדרוך קצר בהפעלת הלומדה.
כאן יש מקום להסביר כיצד בוחרים מתוך התפריטים ומהן האפשרויות העומדות לבחירה.
- כהכנה ל"תרגיל הטיל" יש לציין את הנקודות הבאות:
(א) מותר בכל המשחקים לבחור במספר מסויים יותר מפעם אחת!
(ב) המספרים שנרשמים על הבתים בתרגיל הם תוצאות מעוגלות. אף על פי כן, ה"ציון" על התרגיל לוקח בחשבון רק את התוצאה המדוייקת.
- משחק בזוגות ב"תרגיל טיל" - בשלב אי בלבד. יש להעיר לתלמידים שהמחשב מעגל את התוצאה שלהם כלפי מעלה כשהם מנסים להשיג תוצאה גדולה, ומעגל כלפי מטה כשהם מנסים להשיג תוצאה קטנה.
- פתרון דף עבודה מספר 2 - בבית.

שעור 3:

- תדרוך לקראת שני "משחקי המשימות":
(א) מותר לבחור במספר או בפעולה יותר מפעם אחת.
(ב) במשחק מותר להכניס זוג אחד של סוגריים בלבד.
(ג) יש להסביר את הסוגים השונים של המשחקים:
מספרים באקראי
סיום חצי אוטומטי



אחרון לבחירתך

- (ד) רצוי להעיר כי בכל המשחקים הבחירות הראשונות נעשות באקראי - כלומר הכוונה היא שהמספרים או הפעולות מוגרלות ואין בידי התלמיד האפשרות לעצור את ה"גלגל" לפי בחירתו.
- (ה) הניקוד ניתן על בסיס הבחירה האחרונה בלבד בכל המשחקים.
- (ו) יש להדגיש לתלמידים שכאן יש משחק שהוא משחק מזל במידה מסויימת. לכן ההצלחה או אי-ההצלחה במשימה אינם מהווים ציון על כישוריו.
- משחק בזוגות ב"משחקי המשימות" ברמה 1 בלבד במספרים או פעולות באקראי ובסיום חצי אוטומטי בשני המשחקים.

שעור 4:

- משחק בזוגות ב"משחק המשימות". הפעם ניתן להסביר ולתת להם לשחק גם ב"אחרון לבחירתך".
- שוב יש לתת לתלמידים לשחק רק ברמה 1 בשני המשחקים.
- פתרון דפי עבודה מספר 4 ו-5.



הצעה לשיעור ראשון עם הלומדה

- תדרוך קצר בהפעלת הלומדה.
כאן יש מקום להסביר כיצד בוחרים מתוך התפריטים ומהן האפשרויות העומדות לבחירה.
התדריך לקראת המשחק תרגיל טיל יכול להיעשות בעזרת שקף מספר 1 להדגמה, או אם יש אפשרות טכנית, על צג גדול המחובר למחשב.
חשוב להדגיש כי ההסבר, הוא על כללי המשחק בלבד ולא רצוי לפתור תרגילים תוך כדי ההסבר. רצוי שהתדריך יהיה קצר וענייני (3-5 דקות).
- כהכנה לתרגיל טיל יש לציין את הנקודות הבאות:
(א) מותר בכל המשחקים לבחור במספר מסויים יותר מפעם אחת!
(ב) המספרים שנרשמים על הבתים בתרגיל הם תוצאות מעוגלות. אף על פי כן, ה"ציון" על התרגיל לוקח בחשבון רק את התוצאה המדוייקת. העיגול הוא למספר השלם הקרוב ביותר. יש להדגיש זאת בפני התלמידים.
- לאחר ההסבר, התלמידים ישחקו בזוגות במשחק המדורג בתרגיל הטיל כ- 30 דקות. תלמידים מצליחים יכולים לעבור לאחר מכן לשחק בשלב ב' של המשחק לפי הפניית המורה.
- לקראת סוף השיעור, התלמידים שסיימו יכולים להתחיל לפתור בכיתה את דף עבודה מס' 2 בחוברת למורה ולתלמיד ולסיימו בבית.



שקף מספר 1

(תמונה 1)

תוצאה קטנה:

05 - 05 - 04 - 03 - 02 - 11 : מתי: 05

תוצאה גדולה:

05 - 05 - 04 - 03 - 02 - 11 : מתי: 05

המבחן

המבחן

☐ x 4 - ☐

1

5

6

7

9

המבחן לבחון תוצאה קטנה בכל המבחנים והמבחנים

המבחן

המבחן



תפקיד המורה

המורה צריך להיות פעיל בהפעלת הלומדה. בסיוע ה"שקיפות" שבלומדה המורה יכול לאתר, לאבחן ולטפל בבעיות אם וכאשר הן מתעוררות. אם הבעיה היא אינדיווידואלית, הטיפול יכול להיעשות אחד לאחד, בעזרת הסבר או תרגול ואם רצוי, באמצעות הלומדה עצמה. אם מתעוררת בעיה אצל מספר גדול של תלמידים, הטיפול יכול להיעשות במסגרת דיון כיתתי כדוגמת הדיונים שמופיעים בהמשך או במדריך למורה.

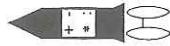
כהכנה לשימוש יעיל בכלי "השקיפות" המורה מוזמן לצפות בזוג תלמידים המשחקים בתרגיל הטיל ולמלא את דפי התצפית המצורפים.

מצורפים שני דפי תצפית המיועדים לצפיה של מורים בזוג תלמידים. על המורה לצפות כ- 20 דקות בזוג תלמידים המשחקים בלומדה ולמלא את הטבלאות.

דף א' מיועד לצפיה באספקטים ההתנהגותיים של התלמידים: מהערכה על רמת הידע של התלמידים עד להתייחסות לתגובות התלמידים על הרמזים שהם מקבלים מהמחשב, ועל ההתערבות והייעוץ של המורה, במקרה שהם דרושים. על המורה למלא את התרשמויותיו בפרקי זמן של 5 דקות.

דף ב' מיועד לצפיה קוגניטיבית ובו מתבקש המורה להעיר על אספקטים הקשורים לבעיות מתמטיות שבתרגילים. כאן מתבקש המורה לרשום את התייחסות התלמידים לחמישה שיקולים מתמטיים עקרוניים שעשויים להופיע תוך כדי המשחק, ולפרט את התוכן המתמטי של התרגיל אותו הם פותרים.

לאחר שהמורה מלא את הטבלאות רצוי שהוא ישווה את תוכן עם דוחות השקיפות החיצונית והפנימית של אותו זוג תלמידים, אחרי שהוא מיומן בהבנת הדוחות, על מנת להתרשם שהאינפורמציה המפורטת שמכילות הטבלאות קיימת כבר בדוחות השקיפות.



אחרון לבחירתך

דף תצפית למורה – טבלה א

אחרי 20 דקות	אחרי 15 דקות	אחרי 10 דקות	אחרי 5 דקות	
				(1) הבנת כללי המשחק (מותר להסביר אם יש קשיים, האם זה עוזר?)
				(2) מידת הידע של התלמידים בנושא חישוב בעזרת ארבע פעולות החשבון וסוגריים
				(3) שיפור אחרי רמז מהמחשב
				(4) (במקרה הצורך, מותר להתערב ולייעץ) שיפור אחרי התערבות מורה.
				(5) התייעצות בין השחקנים
				(6) מידת ההנאה והעניין של התלמידים בלומדה



אחרון לבחירתך

יש לצפות במשך כ 20 דקות בזוג תלמידים המשחקים בלומדה.
התיחס/י לשיקולים המתמטיים בהם משתמשים התלמידים תוך כדי המשחק.
לנוחות הרישום קבענו מיספור לחמישה סוגי שיקולים. **בטבלה ב** יש לרשום את
השיקולים, לפי המספרים שלהלן, במשך הצפיה.

- | | | | |
|-----|------------------------|-----|-----------------------|
| (1) | שיקולי "גדול" או "קטן" | (4) | שימוש בסוגריים |
| (2) | בניית תוצאה שלילית | (5) | בניית ביטוי עם כפל או |
| | חילוק | | |
| (3) | אסור לחלק ב 0 | | ב (+ 1) או ב (- 1) |

דף תצפית למורה – טבלה ב

השיקולים המותמטיים בהם השתמש התלמיד	תאור התרגיל		
	גדולה/קטנה	רמה	פעולות חשבון



איתור ואיבחון בעיות באמצעות "השקיפות" שלומדה

שקיפות חיצונית בתרגיל טיל

השקיפות מופיעה בשורה העליונה על המסך בצורת קוד המבצע. המורה יכול לשפוט את מצב התלמיד בהתאם.

דוגמא לשורת הקוד: 06 - 05 - 04 - 43 - 72 - 21

הספרה הימנית בכל זוג של ספרות היא רמת המשחק. הספרה השמאלית היא מספר המשחקים ברמה זו.

פירוש הקוד בדוגמא מצביע על כך שרצויה התערבות מצד המורה:

התלמידים שיחקו פעמיים ברמה 1 בהצלחה, אך ברמה 2 שיחקו 6 פעמים ללא הצלחה. במקרה כזה, המחשב ירשום את הספרה 7 ליד רמה 2 ויעביר את התלמידים לרמה 3. בדוגמא זו התלמידים לא הצליחו גם בתרגילים ברמה 3 וכעת עומדים לפתור תרגיל רביעי ברמה זו. במקרה כזה, רצוי שהמורה יברר במה התלמידים טועים בפתרון התרגילים, ויודריך אותם בהתאם.

לעומת זאת, אם נראה שהתלמידים הגיעו לרמות המתקדמות לאחר מספר קטן של משחקים בכל רמה, נדע שהם מצליחים באופן עקבי. למשל במקרה שהקוד הוא:

16 - 05 - 24 - 23 - 22 - 21

המורה המיומן יכול לאתר בעיה עפ"י קוד השקיפות החיצונית. האיבחון יכול להיעשות דרך השקיפות הפנימית.

שקיפות פנימית בתרגיל טיל

זהו מסך שהמורה יכול לקבל בכל עת ע"י לחיצה על F6. רצוי מאד כי במקרה שהמורה רואה לפי השקיפות החיצונית שהתלמיד אינו מצליח לפתור את התרגילים, שיבדוק את השקיפות הפנימית של מהלך המשחקים.

אחרון לבחירתך



מסך השקיפות הפנימית הוא ניתוח מפורט של כל המשחקונים ששוחקו עד כה ומאפשר למורה לראות איפה וכיצד טעה התלמיד.

דוגמא למסך שקיפות פנימית:

תוצאה קטנה			תוצאה גדולה		
$ק * 7 + ק$	1, 4, 6, 8, 9	ראובן	$ג * (7 + ג)$	1, 4, 6, 8, 9	נפתלי
$ק * ק + 9$	1, 5, 6, 7, 8	ראובן	$ג * (ג + 9)$	1, 5, 6, 7, 8	נפתלי
$2 - ג * ג$	1, 4, 5, 8, 9	נפתלי	$(\quad)$		
$(\quad)$			$ג * (2 - ק)$	1, 4, 5, 8, 9	ראובן
$6 * (ק - ג)$	2, 3, 5, 7, 8	נפתלי	$ק - ג * 6$	2, 3, 5, 7, 8	ראובן
$(\quad 2 \quad 8)$					
$ג / (ש - 5)$	2, 3, 4, 6, 8	נפתלי	$ג / (ש - 5)$	2, 3, 4, 6, 8	ראובן

מקרא: תחילה מופיע בצורה כללית הפתרון הנכון של כל תרגיל. למשל, אם התבנית בתרגיל הראשון של נפתלי היתה:

$$\square \times 7 + \square$$

ויש לחשב תוצאה גדולה ככל האפשר, יופיע במסך השקיפות הפנימית הפתרון הנכון יחד עם המספרים שעמדו לבחירה:

$$ג = \text{גדול} \quad ג * (7 + ג) \quad 1, 4, 6, 7, 8$$

תבנית התרגיל הרביעי של נפתלי היתה:

$$6 \times \square - \square \quad 2, 3, 5, 6, 8$$

כאן ניתן לקבל תוצאה שלילית ולכן עליו לבחור במספר הקטן ביותר במקום שני ולאחר מכן במספר הגדול ביותר במקום האחרון ולמקם סוגריים אחרי סימן הכפל:



אחרון לבחירתך

במסך הניתוח של השקיפות הפנימית הדבר יסומן כך:

$$(g - k) * 6 \quad 2, 3, 5, 7, 8$$

$$g = \text{גדול} \quad k = \text{קטן}$$

נשים לב כי אלה למעשה אבות טיפוס של התבניות הפותרות את הבעיה הנתונה במקרה שניתן לקבל תוצאה שלילית.

השימוש ב-ש

לפעמים יש מקרים בהם הבחירה המוצלחת ביותר איננה לבחור דווקא את המספר הגדול ביותר או את הקטן ביותר אלא במספר אחר. במקרה כזה מסומנת האפשרות ב- ש (שיקול).

לדוגמא, התרגיל החמישי של נפתלי (בתמונה לעיל):

$$\square : \square - 5$$

כאשר המספרים לבחירה הם מתוך: 2, 3, 4, 6, 8

התוצאה המכסימלית תהיה: (5 - 6) : 8 על מנת שהחלוקה תהיה במספר 1 + . בדו"ח השקיפות הדבר יסומן כך:

$$(s - 5) : g \quad 2, 3, 4, 6, 8$$

שכן, הבחירה ב 6 היא זאת שדורשת את השיקול שתארנו.

סימון הטעויות של התלמיד בשורה שמתחת לפתרון הנכון:

() מיקום שגוי של סוגריים.

אם יש טעות בבחירת מספר, המספר שנבחר בטעות יירשם במקום שבו הוא נבחר. למשל, בתרגיל הרביעי של נפתלי נראה בשורה מתחת לפתרון הנכון שהוא רשם תחילה: $8 - 2 * 6$.

זוהי שגיאה נפוצה שכן זהו הפתרון המינימלי שעדיין חיובי.



בעזרת השקיפות הפנימית המורה יכול לקבל את התמונה הכללית לגבי כל תלמיד ולקבוע את אופי התערבותו.

אם קורה מצב שהתלמיד טוען שהוא צדק והמחשב טעה (והתמונה כבר נעלמה), המורה יכול להסביר לו במקום בו מסומנת השגיאה בשקיפות הפנימית במה הוא טעה, ובמידת הצורך להאיר זאת ע"י דוגמאות נוספות מאותו הטיפוס.

בתמונה לעיל רואים כי בעמודה הראשונה בתרגיל השני, טעה נפתלי פעם אחת במיקום הסוגריים ואחר-כך תיקן את עצמו. לעומת זאת בתרגיל הרביעי באותה עמודה, רואים שראובן טעה פעמיים בבחירת אחד המספרים. בתרגיל הששי שוב באותה עמודה, טעה נפתלי פעם אחת הן בקביעת המספר במקום הראשון והן במיקום הסוגריים.

שקיפות חיצונית ופנימית במשחק המשימות

בחלק העליון של המסך מופיע דו"ח הבקרה. ליד השם של כל שחקן מופיע לוח משבצות עם 3 שורות ו-6 עמודות.

המשבצות מתמלאות לפי מספר הנקודות שקיבל השחקן. המשבצות המתרחקות לכל משימה מופיעות בצבע אחר. כל שורה מתייחסת למרכיב אחר של הניקוד: בשורה העליונה מופיע מספר הנקודות שקיבל השחקן עבור המשימה. בשורה השנייה מופיע מספר הנקודות שקיבל השחקן עבור השיקול בהצבת המספר או הפעולה האחרונים והן על הצבת הסוגריים. בשורה התחתונה מופיע מספר הנקודות שקיבל השחקן עבור החישוב בסיום התרגיל.

דו"ח השקיפות הפנימית מפרט את הניקוד שניתן לכל תלמיד על השיקולים ועל המשימות. כמו כן, מצויין באיזה סוג משחק ולפי איזה רמה התלמידים בחרו. בהתאם להישגיהם, המורה יכול להמליץ על בחירה שונה אם יש צורך בכך.



דפי עבודה ופתרונות

להלן מופיעים 8 דפי עבודה ופתרונותיהם. יש להשתמש בהם לפי ההדרכה שניתנה בהצעה לשילוב הלומדה בהוראה.

דף מספר 1 הינו דף הכנה לקראת השימוש בלומדה.

דפים 2 ו-3 הם תרגילים הדומים לתרגילי הטיל.

דפים 4 עד 7 הם תרגילים מהסוגים שניתנים במשחקי המשימות:

דפים 4 ו-5 הם תרגילים במספרים חיוביים בלבד, ואילו דפים 6 ו-7 הם תרגילים מתקדמים עם מספרים חיוביים ושליליים.

דף 8 מורכב משני תרגילים המחקים את המשחק אחרון לבחירתך - ומיועד לכיתות מתקדמות.

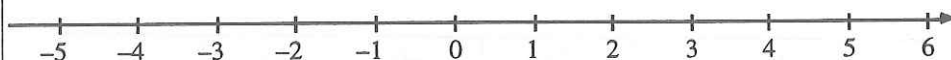


לתלמיד

דף עבודה 1

1. בטבלה רשומים 5 מספרים.

מקם אותם על ישר המספרים, ורשום במשבצת הריקה שמתחת לכל מספר את המספר השלם הקרוב ביותר למספר הנתון.



$\frac{-1}{10}$	$\frac{17}{3}$	$\frac{21}{24}$	$\frac{-6}{2}$	$\frac{23}{-5}$	המספר
					המספר

2. חשב:

(i) $7 \cdot (-1) =$

(ii) $7 : (-1) =$

(iii) $0 : (-1) =$

(iv) $18 : (-18) =$

(v) $7 \cdot 0 =$

3. חשב:

(i) $3 \cdot (5 - 7) =$

(v) $14 : 2 \cdot 3 =$

(ii) $3 \cdot 5 - 7 =$

(vi) $(3 : 4) : 2 =$

(iii) $(14 : 2) \cdot 3 =$

(vii) $3 : (4 : 2) =$

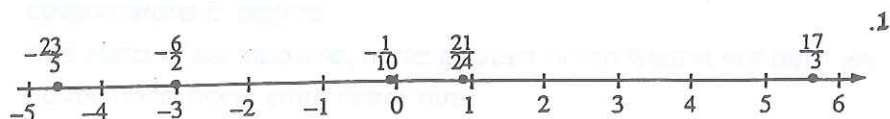
(iv) $14 : (2 \cdot 3) =$

(viii) $3 : 4 : 2 =$



פתרונות

דף עבודה 1



$\frac{-1}{10}$	$\frac{17}{3}$	$\frac{21}{24}$	$\frac{-6}{2}$	$\frac{23}{-5}$	המספר
0	6	1	-3	-5	המספר

- מטרת תרגיל זה היא להמחיש לתלמידים שכל מספר שאינו שלם נמצא בין שני מספרים שלמים.

(i) $7 \cdot (-1) = -7$ 2.

(ii) $7 : (-1) = -7$ חילוק ב (-1) מביא לאותה תוצאה כמו כפל ב (-1)

(iii) $0 : (-1) = 0$

(iv) $18 : (-18) = -1$

(v) $7 \cdot 0 = 0$

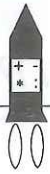
(i) $3 \cdot (5 - 7) = -6$ (v) $14 : 2 \cdot 3 = 21$ 3.

(ii) $3 \cdot 5 - 7 = 8$ (vi) $(3 : 4) : 2 = \frac{3}{8}$

(iii) $(14 : 2) \cdot 3 = 21$ (vii) $3 : (4 : 2) = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

(iv) $14 : (2 \cdot 3) = \frac{14}{6} = 2\frac{1}{3}$ (viii) $3 : 4 : 2 = \frac{3}{8}$

יש להעיר לתלמידים שבמצבים (v) ו (viii) כדאי להשתמש בסוגריים על-מנת להקל על קריאתם.



לתלמיד

דף עבודה 2

(I) הכנס סוגריים על-מנת שאי-השוויונים הבאים יהיו נכונים:

$$2 : 1 + 4 < 2 : 1 + 4 \quad (1)$$

$$3 \cdot 2 + 5 > 3 \cdot 2 + 5 \quad (2)$$

(II) בחר מספרים, רשום אותם במשבצות וקבע סוגריים במידת הצורך, כך שהמשימה הנתונה תבוצע באופן הטוב ביותר. (מותר להשתמש באותו מספר פעמיים):

(1) התבנית: $5 \times \square + \square$
 המספרים לבחירה: 1, 5, 7, 8, 9
 המשימה: תוצאה גדולה ככל האפשר.

(2) התבנית: $9 \times \square : \square$
 המספרים לבחירה: 2, 3, 5, 7, 9
 המשימה: תוצאה גדולה ככל האפשר.

(3) התבנית: $\square + \square \times 8$
 המספרים לבחירה: 1, 4, 5, 7, 9
 המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.

(4) התבנית: $\square + \square : 3$
 המספרים לבחירה: 1, 2, 4, 5, 7
 המשימה: תוצאה גדולה ככל האפשר.



(III) בחר מספרים ורשום אותם במשבצות, וקבע סוגריים במידת הצורך, כך שהמשימה הנתונה תבוצע באופן הטוב ביותר (מותר להשתמש באותו מספר פעמיים):

(1) התבנית: $\square + 4 : \square$
 המספרים לבחירה: 3, 4, 6, 7, 8
 המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.

(2) התבנית: $\square + 6 : \square$
 המספרים לבחירה: 2, 5, 6, 7, 9
 המשימה: תוצאה גדולה ככל האפשר.

(3) התבנית: $\square : \square + 3$
 המספרים לבחירה: 2, 4, 5, 6, 8
 המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.

(4) התבנית: $2 : \square \times 5$
 המספרים לבחירה: 2, 4, 5, 7, 8
 המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.



פתרונות

דף עבודה 2

$$\frac{2}{5} = 2 : (1 + 4) < 2 : 1 + 4 = 6 \quad (1) \quad (I)$$

$$21 = 3 \cdot (2 + 5) > 3 \cdot 2 + 5 = 11 \quad (2)$$

$$5 \cdot (9 + 9) = 90 \quad (1) \quad (II)$$

$$9 \cdot 9 : 2 = \frac{81}{2} = 40\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$1 + 1 \cdot 8 = 9 \quad (3)$$

$$7 + 7 : 3 = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$(3 + 4) : 8 = \frac{7}{8} \quad (1) \quad (III)$$

$$9 + 6 : 2 = 12 \quad (2)$$

$$2 : (8 + 3) = \frac{2}{11} \quad (3)$$

$$2 : (8 \cdot 5) = \frac{1}{20} \quad (4)$$



לתלמיד

דף עבודה 3

(I) הכנס סוגריים על-מנת שאי-השוויונים הבאים יהיו נכונים:

$$1 - 8 \cdot 9 > 1 - 8 \cdot 9 \quad (1)$$

$$9 : 1 - 2 < 9 : 1 - 2 \quad (2)$$

(II) בחר מספרים ורשום אותם במשבצות, וקבע סוגריים במידת הצורך, כך שהמשימה הנתונה תבוצע באופן הטוב ביותר (מותר להשתמש באותו מספר פעמיים):

(1) התבנית: $\square - \square \times 2$
המספרים לבחירה: 1, 3, 4, 6, 9
המשימה: תוצאה גדולה ככל האפשר.

(2) התבנית: $\square - \square : 6$
המספרים לבחירה: 1, 4, 6, 8, 9
המשימה: תוצאה גדולה ככל האפשר.

(3) התבנית: $\square \times \square - 7$
המספרים לבחירה: 2, 3, 4, 7, 9
המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.

(4) התבנית: $\square : \square - 4$
המספרים לבחירה: 1, 3, 4, 5, 9
המשימה: תוצאה גדולה ככל האפשר.

אחרון לבחירתך



(III) בחר מספרים ורשום אותם במשבצות, וקבע סוגריים במידת הצורך, כך שהמשימה הנתונה תבוצע באופן הטוב ביותר (מותר להשתמש באותו מספר פעמיים):

(1) התבנית: $4 - \square : \square$
 המספרים לבחירה: 4, 5, 6, 7, 8
 המשימה: תוצאה גדולה ככל האפשר.

(2) התבנית: $\square : 7 - \square$
 המספרים לבחירה: 1, 3, 5, 8, 9
 המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.

(3) התבנית: $7 \times \square - \square$
 המספרים לבחירה: 3, 4, 5, 8, 9
 המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.

(4) (רשות)

התבנית: $\square : 4 - \square$
 המספרים לבחירה: 1, 2, 4, 5, 9
 המשימה: תוצאה גדולה ככל האפשר.



פתרונות

דף עבודה 3

$$-63 = (1 - 8) \cdot 9 > 1 - 8 \cdot 9 = -71 \quad (1) \quad (I)$$

$$-9 = 9 : (1 - 2) < 9 : 1 - 2 = 7 \quad (2)$$

$$(9 - 1) \cdot 2 = 16 \quad (1) \quad (II)$$

$$9 - 1 : 6 = 8\frac{5}{6} \quad (2)$$

$$9 \cdot (2 - 7) = -45 \quad (3)$$

$$9 : (5 - 4) = 9 \quad (4)$$

תרגיל 4 שונה מקודמיו בכך שהבחירה הטובה ביותר עבור אחד מהמספרים אינה דוקא הגדול או הקטן מבין המספרים. השיקול הוא שחילוק ב 1 יתן תוצאה מכסימלית ועל כן בוחרים ב 5 כדי ליצור את ההפרש (5 - 4) שהוא המכנה המינימלי האפשרי במקרה זה.

$$4 - 4 : 8 = 3\frac{1}{2} \quad (1) \quad (III)$$

$$9 : (7 - 8) = -9 \quad (2)$$

זהו מצב דומה לתרגיל 4 בחלק (II). בוחרים ב 8 על מנת ליצור הפרש השווה ל (-1) במכנה.

$$7 \cdot (3 - 9) = -42 \quad (3)$$

$$9 : (4 - 2) = 4\frac{1}{2} \quad (4)$$

נשים לב כי הבחירה ב 2 נותנת $4 - 2 = 2$ והוא המכנה הקטן ביותר מבין האפשרויות העומדות לבחירתנו.



לתלמיד

דף עבודה 4

(I) קבע זוג אחד של סוגריים כך שהמשימה תבוצע באופן הטוב ביותר.

התרגיל: $4 \cdot 5 + 6 : 2$

המשימה: קרוב ל 15

(II) בחר פעולה מתוך $\times, :, +$

רשום אותה במשבצת, וקבע זוג אחד של סוגריים לכל היותר, כך שהמשימה הנתונה תבוצע באופן הטוב ביותר.

(1) התבנית: $3 : 9 \square 6 + 5$

המשימה: קרוב ל 10

(2) התבנית: $9 \times 2 \square 7 + 6$

המשימה: קרוב ל 16

(III) בחר מספר שלם מבין: 0, 1, ..., 9

רשום אותו במשבצת וקבע זוג אחד של סוגריים לכל היותר, כך שהמשימה הנתונה תבוצע באופן הטוב ביותר.

(1) התבנית: $8 + 6 + 9 : \square$

המשימה: קרוב ל 6

(2) התבנית: $0 : \square \times 1 \times 6$

המשימה: קרוב ל 5



פתרונות

דף עבודה 4

$$(4 \cdot 5 + 6) : 2 = 13 \quad (I)$$

$$3 : 9 + 6 + 5 = 11\frac{1}{3} \quad (1) \quad (II)$$

$$9 \cdot 2 : 7 + 6 = 8\frac{4}{7} \quad (2)$$

נשים לב שאם עמדה לרשותנו הבחירה בפעולת החיסור היינו רושמים

$$9 \cdot 2 - 7 + 6 = 17 \quad \text{שקרוב יותר ל } 16.$$

$$(8 + 6 + 9) : 4 = 5\frac{3}{4} \quad (1) \quad (III)$$

$$\text{כל הצבה נותנת את התוצאה } 0. \quad (2)$$



אחרון לבחירתך

לתלמיד

דף עבודה 5

(I) קבע זוג אחד של סוגריים כך שהמשימה תבוצע באופן הטוב ביותר.

התרגיל: $6 : 1 \cdot 3 \cdot 7$

המשימה: רחוק מ 23

(II) בחר פעולה מתוך $\times, :, +$

רשום אותה במשבצת, וקבע זוג אחד של סוגריים לכל היותר, כך שהמשימה הנתונה תבוצע באופן הטוב ביותר.

(1) התבנית: $4 \times 7 \times 2 \square 9$

המשימה: רחוק מ 6

(2) התבנית: $2 \square 6 \times 9 : 7$

המשימה: רחוק מ 7

(III) בחר מספר שלם מבין: 0, 1, ..., 9

רשום אותו במשבצת וקבע זוג אחד של סוגריים לכל היותר, כך שהמשימה הנתונה תבוצע באופן הטוב ביותר.

(1) התבנית: $4 + 7 \times 6 \times \square$

המשימה: רחוק מ 18

(2) התבנית: $7 : 2 + \square \times 6$

המשימה: רחוק מ 4



פתרונות

דף עבודה 5

$$(I) \quad 126 = 7 \cdot 3 \cdot (6 : 1) \quad \text{או} \quad \text{בלי סוגריים או סוגריים חיצוניים}$$

$$(II) \quad (1) \quad 504 = 9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 4$$

$$(2) \quad 15 \frac{3}{7} = 7 : 9 \cdot 6 \cdot 2$$

נשים לב כי אם הבחירה בפעולה $(-)$ היתה אפשרית, היינו יכולים להשיג תוצאה שלילית:

$$-5 \frac{5}{7} = 7 : 9 \cdot 6 - 2 \quad \text{שרחוקה יותר מ} 7. \quad (\text{ראה דף עבודה 7})$$

$$(III) \quad (1) \quad 594 = 9 \cdot 6 \cdot (4 + 7)$$

ההגבלה לבחירה מתוך מספרים חיוביים מחייבת אותנו לחפש מספר גדול ככל האפשר כדי להתרחק מ 18, וכנ"ל גם במקרה הבא.

$$(2) \quad 75 = 6 \cdot (9 + 2 : 7)$$



לתלמיד

דף עבודה 6

(I) קבע זוג אחד של סוגריים, כך שהמשימה תבוצע באופן הטוב ביותר.

התרגיל: $(-4) + 7 : (-6) + 9$

המשימה: קרוב ל 10

(II) בחר פעולה מתוך $\times, :, +, -$

רשום אותה במשבצת, וקבע זוג אחד של סוגריים לכל היותר, כך שהמשימה הנתונה תבוצע באופן הטוב ביותר.

התבנית: $8 \square 0 + 6 \times 5$

המשימה: קרוב ל 25

התבנית: $2 - 5 : 9 \square 3$

המשימה: קרוב ל 2

(III) בחר מספר, רשום אותו במשבצת, וקבע זוג אחד של סוגריים לכל היותר, כך שהמשימה הנתונה תבוצע באופן הטוב ביותר.

התבנית: $5 : 8 - 2 + \square$

המספרים לבחירה: 1, 2, ..., 9

המשימה: קרוב ל 6

התבנית: $(-3) \times (-6) + \square - 8$

המספרים לבחירה: -9, -8, -1, 0, 1, ..., 8, 9

המשימה: קרוב ל 30



פתרונות

דף עבודה 6

$$(-4 + 7) : (-6) + 9 = 8\frac{1}{2} \quad (I)$$

$$8 \cdot 0 + 6 \cdot 5 = 30 \quad (1) \quad (II)$$

$$(8 \cdot 0 + 6) \cdot 5 = 30 \quad \text{או}$$

$$2 - 5 : (9 \cdot 3) = 1\frac{22}{27} \quad (2)$$

$$5 : (8 - 2) + 5 = 5\frac{5}{6} \quad (1) \quad (III) \quad \text{הפתרון הטוב ביותר:}$$

$$5 : 8 - 2 + 7 = 5\frac{5}{8} \quad \text{פתרון נוסף שטוב קצת פחות:}$$

$$(-3) \cdot (-6 + 4 - 8) = 30 \quad (2)$$



אחרון לבחירתך

לתלמיד

דף עבודה 7

(I) קבע זוג אחד של סוגריים, כך שהמשימה תבוצע באופן הטוב ביותר.

התרגיל: $9 - 2 : 1 \cdot 6$

המשימה: רחוק מ 16

(II) בחר פעולה מתוך $\times, :, +, -$

רשום אותה במשבצת, וקבע זוג אחד של סוגריים לכל היותר, כך שהמשימה הנתונה תבוצע באופן הטוב ביותר.

(1) התבנית: $2 \square 6 \times 9 : 7$

המשימה: רחוק מ 7

(2) התבנית: $8 - 9 \square 5 + 7$

המשימה: רחוק מ 4

(III) בחר מספר, רשום אותו במשבצת, וקבע זוג אחד של סוגריים לכל היותר, כך שהמשימה הנתונה תבוצע באופן הטוב ביותר.

(1) התבנית: $0 - 4 + \square \times 9$

המספרים לבחירה: 0, 1, ..., 9

המשימה: רחוק מ 23

(2) התבנית: $2 - 7 - 3 \times \square$

המספרים לבחירה: 0, 1, ..., 9

המשימה: רחוק מ (-10)



פתרונות

דף עבודה 7

$$(9 - 2) : 1 \cdot 6 = 42 \quad (I)$$

$$2 - 6 \cdot 9 : 7 = \frac{-40}{7} = -5 \frac{5}{7} \quad (1) \quad (II)$$

זהו התרגיל (II) (2) שניתן בדף עבודה 5, אך הפעם אפשר להשתמש בפעולת חיסור.

ראה הערה בדף הפתרון לאותו תרגיל.

$$8 - 9 \cdot (5 + 7) = -100 \quad (2)$$

$$0 - (4 + 9) \cdot 9 = -117 \quad (1) \quad (III)$$

$$(2 - 7 - 3) \cdot 9 = -72 \quad (2)$$

אין אפשרות למצוא מספר גדול מ (-10) העולה על 2. לכן מחפשים מספר הקטן מ (-10) .



8. לתלמיד

דף עבודה 8

(I) נתונות שתי תבניות.

משימתך: להשיג תוצאה קרובה ככל האפשר ל 8.

בחר את התבנית המתאימה ביותר למשימה, והשלם אותה על-ידי הצבת אחת מהפעולות $+$, $-$, $:$, $\times$ במשבצת הריקה והכנסת זוג אחד של סוגריים לכל היותר, כדי לבצע את המשימה בצורה הטובה ביותר.

תבנית ב

$$8 + 2 \quad \square \quad 7 \cdot 6$$

תבנית א

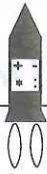
$$8 \quad \square \quad 2 - 7 + 6$$

(II) נתונה תבנית עם שתי משבצות ריקות.

משימתך: להשיג תוצאה רחוקה ככל האפשר מ 18.

רשום את המספר 6 באחת מהמשבצות הריקות, מלא את המשבצת הנותרת במספר שלם מבין: $+9$, -8 , $\dots$, -9 והכנס זוג אחד של סוגריים לכל היותר, כדי לבצע את המשימה בצורה הטובה ביותר.

$$\square - 7 : (-5) \cdot \square$$



אחרון לבחירתך

פתרונות

דף עבודה 8

(I) יש לבחור בתבנית א, שכן הפתרון הטוב ביותר הוא:

$$8 : (2 - 7 + 6) = 8$$

ואילו אם בוחרים בתבנית ב, הפתרון הקרוב ביותר ל-8 הוא:

$$8 + 2 : (7 \cdot 6) = 8\frac{1}{21}$$

(II) יש להציב 6 במשבצת השנייה להכניס (-9) למשבצת הראשונה ולקבוע סוגריים כך שמקבלים:

$$\boxed{-9} \cdot (-5) : (\boxed{6} - 7) = -45$$

אם מציבים 6 במשבצת הראשונה, התוצאה האופטימלית היא:

$$\boxed{6} \cdot (-5) : \boxed{1} - 7 = -37$$



דיונים כיתתיים

דף לדיון כיתתי 1- תרגיל טיל מיועד לטפל בבעיות שעשויות להופיע ברמה 3 של המשחק, ולגיבוש אסטרטגיה נכונה ולניתוח והרחבה של הבעיה. ניתן להשתמש בשקף מס' 2 (עמ' 54) בדיון בכיתה.

דף לדיון כיתתי 2 – תרגיל טיל מיועד לטפל בשיקולים המורכבים שמופיעים ברמה 4 של המשחק, ולגיבוש אסטרטגיה מתאימה. ניתן להשתמש בשקף מס' 3 (עמ' 58) בדיון בכיתה.

סרטון מס' 2 בקלטת הווידאו מדגים ניהול דף דיון כיתתי עם קבוצת תלמידים מכיתה ז' שעבדו כשעה וחצי עם תרגיל טיל.

דף לדיון כיתתי - משחק משימות מיועד לעזור במיצוי התועלת הפדגוגית של הגירסה סיום חצי אוטומטי. הכוונה כאן לחנך את התלמיד לעקוב אחרי שיקולי המחשב ומתוך כך ללמוד ליישם שיקולים דומים לפי הצורך, בהשלמת המשימות.

דף ההעשרה נועד לניתוח והכללה של בעיית בניית תוצאה רחוקה ככל האפשר ממספר נתון במשחק המשימות.

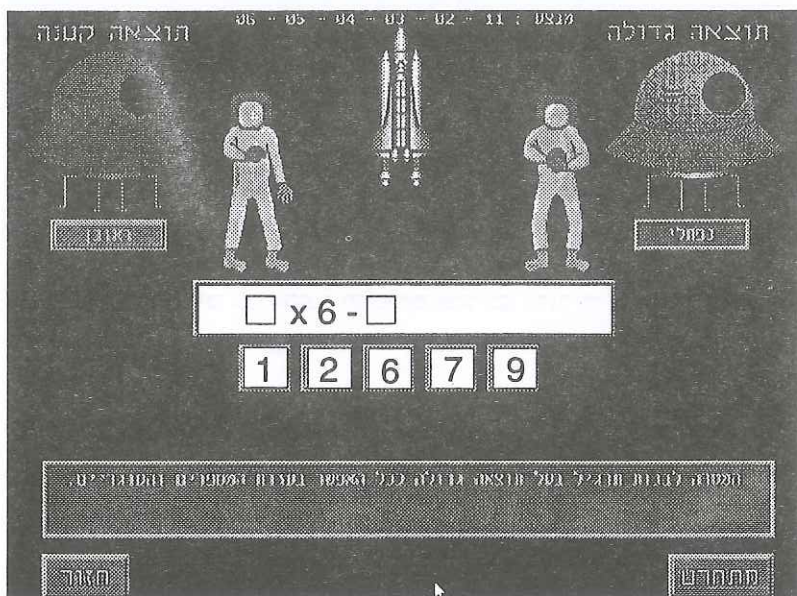
שקף מס' 4 (עמ' 68) נועד לסיכום הדיון בדף ההעשרה.



אחרון לבחירתך

דף לדיון כיתתי 1 – תרגיל טיל לתלמיד

לפניך תמונה של מצב מתוך תרגיל טיל:



1. נא לפתור את התרגיל המוצג בתמונה.
2. באילו שיקולים השתמשת?
3. כיצד ניתן לרשום פתרון כללי שיהיה טוב גם אם יעמדו לבחירה מספרים אחרים?

תרגילי רשות:

4. יש לבנות תרגיל בעל תוצאה קטנה שאינה שלילית בעזרת זוג סוגריים והמספרים המופיעים בתמונה.
5. יש לבנות תרגיל בעל תוצאה קטנה אך חיובית ממש בעזרת זוג סוגריים והמספרים המופיעים בתמונה.



דף לדין כיתתי 1 – תרגיל טיל פתרונות

1. בקש מהתלמידים לפתור את התרגיל. במידת הצורך, יש להעיר כי ניתן פה להשיג תוצאה שלילית ולאפשר להם שוב לנסות את כוחם.

הפתרון הנכון: $9 \times (6 - 9) = -27$

2. כאן בוחרים במקום השלישי את המספר הגדול ביותר כדי ליצור הפרש שלילי בעל ערך קטן ככל האפשר (-3) וקובעים סוגריים סביב ביטוי זה. במקום הראשון בוחרים את המספר הגדול ביותר כך שהמכפלה בביטוי השלילי שנבנה תהיה קטנה ככל האפשר.

3. נניח עכשיו שעומדים לבחירתנו מספרים אחרים. ברור כי במקרה שעומד לבחירה מספר שגדול מ 6, נוכל תמיד להשיג תוצאה שלילית. מהי האסטרטגיה הטובה ביותר?

הפתרון הכללי למקרה זה: $\lambda \times (6 - \lambda)$

באשר λ מציין את המספר הגדול ביותר העומד לבחירה.

מה קורה אם המספרים העומדים לבחירה כולם קטנים מ 6?

הפתרון הכללי למקרה זה הוא: $q \times (6 - q)$

באשר q הוא המספר הקטן ביותר העומד לבחירה.

תרגילי רשות:

4. כעת נחזור לתרגיל המקורי ונשנה את השאלה: יש לבנות תרגיל בעל תוצאה קטנה אך גדולה או שווה לאפס בעזרת זוג סוגריים והמספרים הנתונים.

במקרה זה הפתרון הטוב ביותר הוא: $\square \times (6 - 6) = 0$

5. מצב יותר מעניין עולה בשאלה הבאה:

יש לבנות תרגיל בעל תוצאה קטנה אך חיובית ממש בעזרת זוג סוגריים והמספרים הנתונים.

נשים לב כי בחירה טבעית היא לבחור במספר הקטן ביותר במקום הראשון, ובמספר הגדול ביותר שעדיין יתן תוצאה חיובית במקום השני - כלומר:

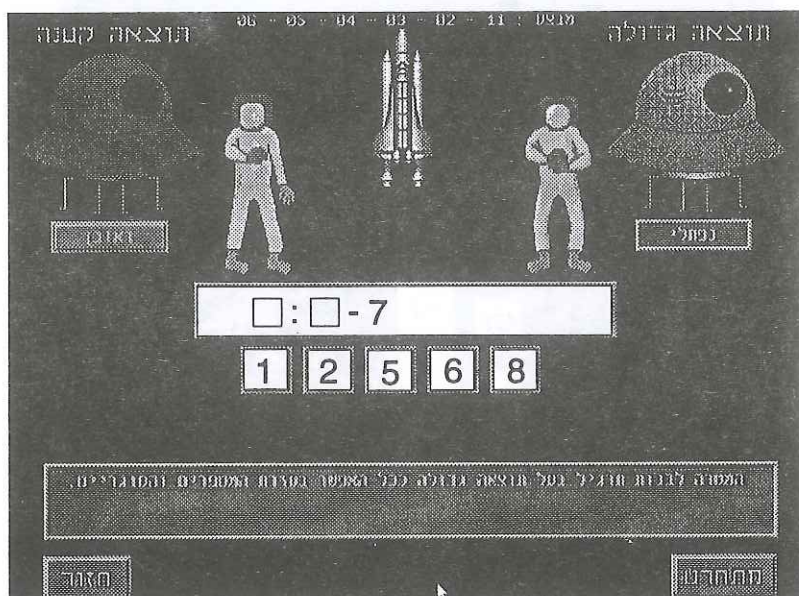
$$1 \times 6 - 2 = 4$$

אבל: $2 \times 6 - 9 = 3$ הוא יותר קטן, ואמנם זהו הפתרון הטוב ביותר.



לתלמיד

דף לדיון כיתתי 2 – תרגיל טיל



1. נא לפתור את התרגיל שבדף.
2. יש לבנות תרגיל בעל תוצאה קטנה ככל האפשר בעזרת המספרים הנתונים וסוגריים.
3. כיצד תשתנה תשובתך לשאלה 2 אם המספרים העומדים לבחירה הם:

1, 2, 5, 8, 9



שקף מספר 3

תוצאה קטנה

06 - 05 - 04 - 03 - 02 - 01 : 00

תוצאה גדולה

06 - 05 - 04 - 03 - 02 - 01 : 00

שקף מספר 3

□ : □ - 7

1 2 5 6 8

המספרים לבחירה חוזרים וניתן לבחור אותם בכל המספרים המופיעים.

תוצאה **מספרים**



דף לדיון כיתתי 2 – תרגיל טיל פתרונות

1. תרגיל זה מופיע במהלך הפעילות בלומדה לעיתים רחוקות. כאן כדאי לבחור מספר במטרה ליצור הפרש במכנה שיהיה שווה ל 1. לכן בוחרים ב 8 במקום השני, על אף שהוא המספר הגדול ביותר, וקובעים את הסוגריים סביב לביטוי 8 – 7 שהוא המכנה. בוחרים במקום הראשון שוב ב 8 ומקבלים:

$$8 : (8 - 7) = 8$$

2. במקרה זה ניתן לעשות דבר דומה למה שעשינו בשאלה 1. בחירה במספר 6 במקום השני יוצר את ההפרש 6 – 7 במכנה. אם נציב סוגריים סביב ביטוי זה ונבחר ב 8 במקום הראשון, נקבל:

$$8 : (6 - 7) = -8$$

3. אם המספר 6 אינו עומד לבחירה, נוכל ליצור הפרש שלילי השווה ל -2 על-ידי בחירה ב 5 במקום השני. אולם בחירה זו אינה טובה כי בחירת המספר הגדול ביותר, כלומר 9 במונה נותן לנו את התוצאה:

$$9 : (5 - 7) = -4\frac{1}{2}$$

לכן יש להשתמש באסטרטגיה שונה .
הפתרון הנכון במקרה זה הוא:

$$1 : 9 - 7 = -6\frac{8}{9}$$



אחרון לבחירתך

דף לדיון כיתתי – משחק משימות לתלמיד

בעיה א

נתונה תבנית מתרגיל משימות במשחק המספרים בגירסת סיום חצי אוטומטי:

$$8 + 4 : \square : 5$$

המספרים לבחירה: 0, 1, ..., 9

המשימה: רחוק מ (-5)

המחשב בחר להציב את המספר 1:

$$8 + 4 : \square : 5$$

1. קבע זוג סוגריים על-מנת לבצע את המשימה בצורה הטובה ביותר.

2. מדוע בחר המחשב ב 1?

3. כיצד משתנה הפתרון אם מותר להציב כעת שני זוגות סוגריים?

בעיה ב

נתונה תבנית מתרגיל משימות במשחק המספרים בגירסת סיום חצי אוטומטי:

$$2 - 7 - 3 \times \square$$

המספרים לבחירה: 0, 1, ..., 9

המשימה: רחוק מ (-10)

המחשב בחר למקם את הסוגריים כך:

$$(2 - 7 - 3) \times \square$$

1. השלם את המספר החסר בצורה הטובה ביותר.

2. מדוע קבע המחשב את הסוגריים בצורה זאת?



אחרון לבחירתך

דף לדיון כיתתי – משחק משימות פתרונות

בעיה א

נתונה תבנית מתרגיל משימות במשחק המספרים בגירסת סיום חצי אוטומטי:

$$8 + 4 : \square : 5$$

המספרים לבחירה: 0, 1, ..., 9

המשימה: רחוק מ (-5)

המחשב בחר להציב את המספר 1:

$$8 + 4 : \square : 5$$

1. קבע זוג סוגריים על-מנת לבצע את המשימה בצורה הטובה ביותר.

2. מדוע בחר המחשב ב-1?

3. כיצד משתנה הפתרון אם מותר להציב כעת שני זוגות סוגריים?

– מה תהיה האסטרטגיה הנכונה להשיג תוצאה רחוקה מ (-5) ככל האפשר?

נשים לב כי התוצאה חייבת לצאת חיובית. לכן עלינו לבנות תרגיל בעל תוצאה גדולה ככל האפשר.

בגירסת סיום חצי אוטומטי המחשב מציב את המספר 1:

$$8 + 4 : 1 : 5$$

$$8 + 4 : (1 : 5) = 28 \quad \text{הפתרון:}$$

כל בחירה אחרת של סוגריים תגרום לחילוק ב 5 במקום חילוק ב $1/5$ שכמוכן עדיף.

– מדוע בחר המחשב ב-1?



אחרון לבחירתך

אסור להציב 0 בגלל החילוק. אם 4 יחולק במספר שבמשבצת, ברור כי החילוק ב 1 נותן תוצאה מכסימלית. אם הסוגריים יוצבו כמו בפתרון, זאת אומרת מחלקים במספר-שבמשבצת-חלקי-5, גם אז הכנסת 1 נותנת תוצאה מכסימלית.

הערה: כדאי לשים לב איך שיקולי בחירת המספר ומיקום הסוגריים משולבים זה בזה.

– כיצד משתנה הפתרון אם מותר להציב כעת שני זוגות סוגריים?

הפתרון הטוב ביותר: $(8 + 4) : (1 : 5) = 60$

הערה: סעיף זה נכלל בדיון, גם בשל השיקול המתמטי שבו וגם משום שבמהלך המשחקים התלמידים נוטים להכניס שני זוגות סוגריים כדי לבצע את המשימה בצורה הטובה ביותר (אך חוקי המשחק מגבילים לזוג סוגריים אחד).

בעיה ב

נתונה תבנית מתרגיל משימות במשחק המספרים בגירסת סיום חצי אוטומטי:

$$2 - 7 - 3 \times \square$$

המספרים לבחירה: 0, 1, ..., 9

המשימה: רחוק מ (-10)

המחשב בחר למקם את הסוגריים כך:

$$(2 - 7 - 3) \times \square$$

1. השלם את המספר החסר בצורה הטובה ביותר.
2. מדוע קבע המחשב את הסוגריים בצורה זאת?



אחרון לבחירתך

הפתרון הטוב ביותר $(2 - 7 - 3) \times 9 = -72$
יש 5 אפשרויות אחרות להכנסת זוג אחד של סוגריים:

$$(2 - 7 - 3 \times \square)$$

$$(2 - 7) - 3 \times \square$$

$$2 - 7 - (3 \times \square)$$

$$2 - (7 - 3 \times \square)$$

$$2 - (7 - 3) \times \square$$

שלוש האפשרויות הראשונות נותנות אותה תוצאה – שהיא שלילית לכל הצבה במשבצת, לכן כדי לקבל תוצאה רחוקה ככל האפשר מ -10 – כדאי להחסיר מספר גדול ככל האפשר וכך נקבל:

$$2 - 7 - 3 \times 9 = -35$$

במקרה הרביעי, ערכי הביטוי שנוכל לבנות הם

$$2 - (7 - 3 \times 0) = -5 \quad \text{בין}$$

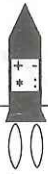
$$2 - (7 - 3 \times 9) = 22 \quad \text{לבין}$$

במקרה החמישי, ערכי הביטוי שנוכל לבנות הם

$$2 - (7 - 3) \times 0 = 2 \quad \text{בין}$$

$$2 - (7 - 3) \times 9 = -34 \quad \text{לבין}$$

כל המקרים האלה נותנים תוצאות קרובות יותר ל -10 מאשר -72 .



לתלמיד

דף העשרה

לפניך תבנית כמו במשחק המספרים:

$$9 + \square : (-3) \times 5$$

המספרים לבחירה: $-9, -8, \dots, +8, +9$

(1) הצב מספר והכנס זוג אחד של סוגריים על-מנת להשיג תוצאה רחוקה מ 40 ככל האפשר. האם הפתרון שקבלת הוא יחיד?

(2) הצב מספר והכנס זוג אחד של סוגריים על-מנת להשיג תוצאה רחוקה מ 70 ככל האפשר.

(3) הצב מספר והכנס זוג אחד של סוגריים על-מנת להשיג תוצאה רחוקה מ 10 ככל האפשר.

(4) הראה כי אם המשימה היא להשיג תוצאה רחוקה מ k ככל האפשר (k מספר כלשהו) תמיד נקבל את אחת התשובות שקבלת בסעיפים הקודמים. מדוע?

(5) וודא שקיים k כך שאם המשימה היא למצוא תוצאה רחוקה מ k ככל האפשר, אז שתי התשובות שקבלת קודם רחוקות ביותר. מהו הערך של k ? האם יש ערכים נוספים של k עבורם מתקבלות שתי תשובות שונות?

(6) עבור איזה k נקבל את התשובה שקיבלת ב (1) ו (2), ועבור איזה k נקבל את התשובה שקבלת ב (3)?

(7) (הכללה – רשות)

נניח שבדומה לדוגמא שלמעלה, נתון ביטוי אריתמטי יחד עם קבוצת מספרים שניתן לבחור מתוכה ולהכניס זוג סוגריים, כאשר המשימה היא להשיג תוצאה רחוקה ככל האפשר ממספר k נתון. נסמן את הערך המכסימלי הניתן לקבל ב M ואת הערך המינימלי שניתן לקבל ב m .

(א) הראה כי התוצאה הטובה ביותר תהיה M או m .

(ב) עבור איזה k תהיה התשובה לשאלה M , עבור איזה k תהיה התשובה m ועבור איזה k נקבל שתי תשובות, גם M וגם m ?



אחרון לבחירתך

פתרונות

דף העשרה

לפניך תבנית כמו במשחק המספרים:

$$9 + \square : (-3) \times 5$$

המספרים לבחירה: $-9, -8, \dots, +8, +9$

(1) הצב מספר והכנס זוג אחד של סוגריים על-מנת להשיג תוצאה רחוקה מ 40 ככל האפשר.

אם ננסה להתרחק מ 40 ע"י בניית ביטוי גדול ככל האפשר נוכל ליצור לכל היותר את הביטוי:

$$(9 + (-9)) : (-3) \times 5 = 60$$

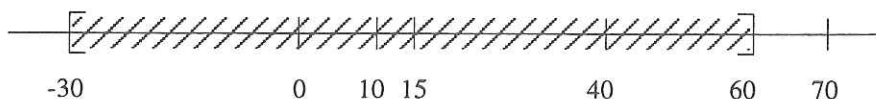
הבחירה ב -9 הופכת את סימן המחובר השני לחיובי ונותנת לביטוי בתוך הסוגריים ערך מכסימלי.

לעומת זאת, אם ננסה להתרחק מ 40 ע"י בניית ערך קטן ככל האפשר ניצור את הביטוי:

$$(9 + 9) : (-3) \times 5 = -30$$

כאן בוחרים במספר הגדול ביותר כדי ליצור סכום מכסימלי $9 + 9$ שאותו נכפול ב $5 \times (-3)$, על מנת לקבל את התוצאה הקטנה ביותר.

נראה איפוא שערכי הביטוי יימצאו תמיד בין 60 ו- -30 .
נמחיש זאת על ישר מספרים:



ברור כי התשובה השניה היא הרחוקה ביותר מ 40.

(2) הצב מספר והכנס זוג אחד של סוגריים על-מנת להשיג תוצאה רחוקה מ 70 ככל האפשר.



אחרון לבחירתך

ברור כי אותם השיקולים שהביאו לבחירה של 30- בשאלה הקודמת עדיין תקפים. זאת משום ש 70 גדול מ 40 ולכן נמצא קרוב יותר ל 60 מאשר ל 30-. ראה שוב את ישר המספרים.

(3) הצב מספר והכנס זוג אחד של סוגריים על-מנת להשיג תוצאה רחוקה מ 10 ככל האפשר.

כפי שנראה על ישר המספרים, המספר הגדול ביותר שניתן ליצור, כלומר 60, הפעם רחוק יותר מ 10 מאשר 30-. לכן נבחר הפעם דווקא ב 60.

(4) הראה כי אם המשימה היא להשיג תוצאה רחוקה מ k ככל האפשר (k מספר כלשהו) תמיד נקבל את אחת התשובות שקבלת בסעיפים הקודמים. מדוע?

הערכים האפשריים של הביטוי נמצאים בין 30- ו 60. לכן בהנתן k כלשהו, נוכל להשיג מרחק מכסימלי ממנו ע"י בריחה לאחד הקצוות האלה.

(5) הראה שקיים k כך שאם המשימה היא למצוא תוצאה רחוקה מ k ככל האפשר אז שתי התשובות שקבלת קודם רחוקות ביותר. מהו ה k ?

אם k היא הנקודה האמצעית בקטע שבין 30- ל 60 אז שני הערכים יהיו רחוקים

$$\text{ביותר. } k \text{ במקרה זה יהיה שווה ל } 15, \text{ שכן } \frac{-30 + 60}{2} = 15$$

(6) עבור איזה k נקבל את התשובה שקבלת ב (1) ו (2), ועבור איזה k נקבל את התשובה שקבלת ב (3)?

אם k קרוב יותר ל 60 מאשר 30- הרי שתשובתנו תהיה 30- ולהיפך, אם הוא קרוב יותר ל 30- התשובה היא 60. לכן, אם k גדול מ 15 שהיא הנקודה האמצעית בין 30- לבין 60 תשובתנו תהיה 30- ואם k קטן יותר תהיה תשובתנו 60.



אחרון לבחירתך

(7) (הכללה – רשות)

נניח שבדומה לדוגמא שלמעלה, נתון ביטוי אריתמטי יחד עם קבוצת מספרים שניתן לבחור מתוכה ולהכניס זוג סוגריים כאשר המשימה היא להשיג תוצאה רחוקה ככל האפשר ממספר k נתון. נסמן את הערך המכסימלי הניתן לקבל ב M ואת הערך המינימלי שניתן לקבל ב m .

- (א) הראה כי התוצאה הטובה ביותר תהיה M או m .
(ב) עבור איזה k תהיה התשובה לשאלה M , עבור איזה k תהיה התשובה m ועבור איזה k תהיה התשובה M או m ?

א. כל ערך שהביטוי יכול לקבל נמצא בין m ל M . ולכן – אם המספר k קרוב יותר ל M מאשר ל m (יכול להיות גם $k > M$) אזי m היא התוצאה הרחוקה ביותר מ k ; ולהיפך.

ב. נקודת האמצע בין M ו m היא $\frac{M+m}{2}$.
לכן, מתשובתנו ל- (א) נובע כי:

עבור $k < \frac{M+m}{2}$ התוצאה הרחוקה ביותר היא M .

עבור $k > \frac{M+m}{2}$ התוצאה הרחוקה ביותר היא m .

עבור $k = \frac{M+m}{2}$ גם M וגם m הן רחוקות ביותר.



אחרון לבחירתך

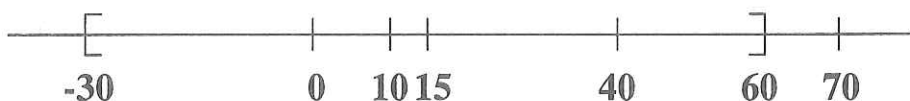
שקף מספר 4

דף העשרה

$$9 + \square : (-3) \times 5$$

המספרים לבחירה: $-9, -8, \dots, +8, +9$

משימה: תוצאה רחוקה ככל האפשר מ-40? מ-70?



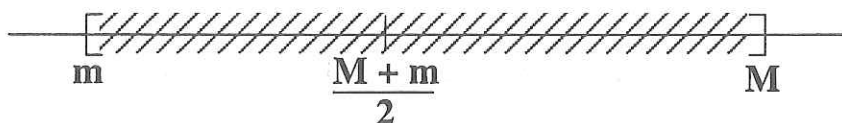
מינימום:

מכסימום:

$$(9 + 9) : (-3) \times = \underline{-30} \quad (9 + (-9)) : (-3) \times 5 = \underline{60}$$

60 ו-30 רחוקים באותה מידה מ-15

הכללת המשימה: תוצאה רחוקה מ- k , ככל האפשר.



אם $k = \frac{M + m}{2}$ אז M ו- m הן תשובות נכונות.

אם $k > \frac{M + m}{2}$ אז m התוצאה הרחוקה ביותר.

אם $k < \frac{M + m}{2}$ אז M התוצאה הרחוקה ביותר.



אחרון לבחירתך

הערכה וממצאים

בדקנו תחילה השגי תלמידים בשתי כיתות ז', הקבצה מעורבת א' - ב' באמצעות התרגילים המאפיינים הבאים:

(1) התבנית: $5 \times \square + \square$

המספרים לבחירה: 1, 5, 7, 8, 9
המשימה: תוצאה גדולה ככל האפשר.

(2) התבנית: $\square + 4 : \square$

המספרים לבחירה: 3, 4, 6, 7, 8
המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.

(3) התבנית: $\square \times \square - 7$

המספרים לבחירה: 2, 3, 4, 7, 9
המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.

(4) התבנית: $\square : 7 - \square$

המספרים לבחירה: 1, 3, 5, 8, 9
המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.

הפתרונות הנכונים:

(3) $9 \times (2 - 7) = -45$

(1) $5 \times (9 + 9) = 90$

(4) $9 : (7 - 8) = -9$

(2) $(3 + 4) : 8 = \frac{7}{8}$

תלמידים שעבדו בלומדה ענו על התרגילים האלה תוך כדי העבודה בלומדה או מיד לאחר מכן.

רוב התלמידים פתרו נכון את תרגיל 1. לאחר התנסות עם הלומדה, רמזים ותיקונים של המחשב, הצליחו לפתור נכון גם את תרגילים 2 ו-3. לעומת זאת, תרגיל 4 נשאר קשה לפתרון אפילו לאחר שראו פתרונות נכונים ורמזים של המחשב.



אחרון לבחירתך

שקף מספר 5

דף מסכם

(1) התבנית: $5 \times \square + \square$

המספרים לבחירה: 1, 5, 7, 8, 9
המשימה: תוצאה גדולה ככל האפשר.

(2) התבנית: $\square + 4 : \square$

המספרים לבחירה: 3, 4, 6, 7, 8
המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.

(3) התבנית: $\square \times \square - 7$

המספרים לבחירה: 2, 3, 4, 7, 9
המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.

(4) התבנית: $\square : 7 - \square$

המספרים לבחירה: 1, 3, 5, 8, 9
המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.



אחרון לבחירתך

מטרתנו בהמשך היתה לבדוק האם מצליחים תלמידים לפתור נכון את התרגילים הנ"ל אחרי פסק זמן של מספר שבועות. לפיכך, בקשנו מהם לפתור שוב את התרגילים ושוחחנו איתם.

ראינו כי תלמיד אשר גיבש אסטרטגית פתרון זכר אותה מאוחר יותר גם לאחר הפסקת שימוש בלומדה. לעומת זאת, תלמיד אשר פתר תרגיל נכון ע"י חיקוי התיקונים של המחשב לא היה מסוגל לשחזר פתרונות דומים במועד מאוחר יותר.

את הממצאים ניתן לראות בטבלה הבאה:

סוג תרגיל	פתרון נכון	אסטרטגיה
1	לבד	לבד
2	אחרי תיקונים והתנסות	אחרי תיקונים והתנסות
3	אחרי תיקונים והתנסות	לא
4	לא	לא

המסקנה היתה שלגבי תרגילים מטיפוס 3 ו-4 רצוי מאד לפנות לדף דיון המנתח בעיה דומה על מנת לגבש אסטרטגיה שכן, ללא אמצעי כזה, תלמידים רבים לא יצליחו להגיע לניתוח מתאים של הפתרון.

להלן דף הערכה, אשר באמצעותו יוכל המורה לבדוק את השגי תלמידיו ולתכנן את אופן הפעלת הלומדה בכיתות שונות.



אחרון לבחירתך

לתלמיד

דף הערכה

(I) בחר מספרים, רשום אותם במשבצות וקבע סוגריים במידת הצורך, כך שהמשימה הנתונה תבוצע באופן הטוב ביותר. (מותר להשתמש באותו מספר פעמים):

$$\square \times \square + 3$$

התבנית:

(1)

המספרים לבחירה: 1, 2, 4, 6, 7
המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.

$$\square \times \square + 5$$

התבנית:

(2)

המספרים לבחירה: 4, 6, 7, 8, 9
המשימה: תוצאה גדולה ככל האפשר.

$$8 + \square : \square$$

התבנית:

(3)

המספרים לבחירה: 2, 4, 5, 8, 9
המשימה: תוצאה גדולה ככל האפשר.

$$5 + \square : \square$$

התבנית:

(4)

המספרים לבחירה: 1, 2, 3, 7, 9
המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.



אחרון לבחירתך

(II) בחר מספרים ורשום אותם במשבצות, וקבע סוגריים במידת הצורך, כך שהמשימה הנתונה תבוצע באופן הטוב ביותר (מותר להשתמש באותו מספר פעמיים):

(1) התבנית: $\square \times \square - 8$
המספרים לבחירה: 1, 3, 5, 8, 9
המשימה: תוצאה גדולה ככל האפשר.

(2) התבנית: $\square - 1 \times \square$
המספרים לבחירה: 1, 2, 3, 7, 8
המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.

(3) התבנית: $\square - \square \times 3$
המספרים לבחירה: 1, 2, 5, 7, 9
המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.

(רשות)

(4) התבנית: $\square - \square : 2$
המספרים לבחירה: 1, 2, 5, 7, 9
המשימה: תוצאה קטנה ככל האפשר.



פתרונות

פתרון דף ההערכה

$$1 \cdot 1 + 3 = 4 \quad (1) \quad (I)$$

$$9 \cdot (9 + 5) = 126 \quad (2)$$

$$8 + 9 : 2 = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$(5 + 1) : 9 = \frac{2}{3} \quad (4)$$

$$9 \cdot 9 - 8 = 73 \quad (1) \quad (II)$$

$$1 - 1 \cdot 8 = -7 \quad (2)$$

$$1 - 9 \cdot 3 = -26 \quad (3)$$

$$(1 - 9) : 2 = -4 \quad (4)$$