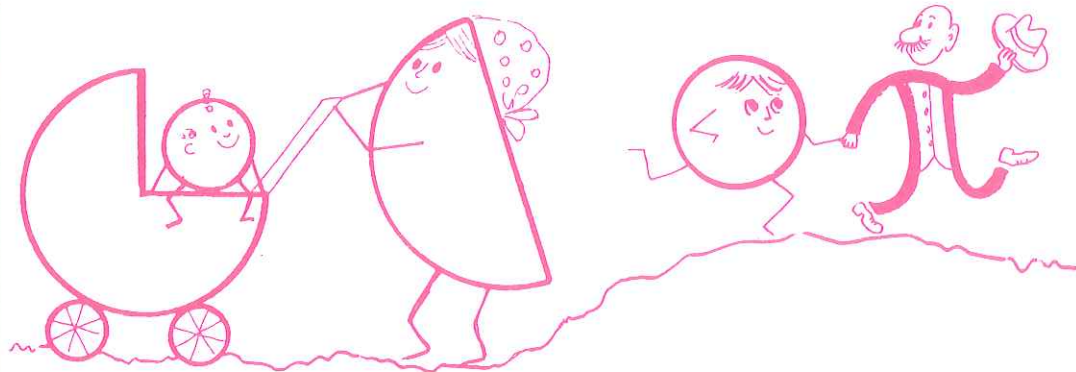


חוליות

הנדסה ב'
המעגל והעיגול



המחלקה להוראת המדעים

חובר על ידי:

גרשון רוזן
נוגה אברהמי

ייעוץ:

רינה הרשקוביץ
מקסים ברוקהיימר

גרפיקה ושרטוט:

נחמה בר
רחל בוקשפן

הדפסה:

יעל עמנואל
רחל נמרודי

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם.
לאחסן במאגר מידע. לשדר או לקלוט
בכל דרך או בכל אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני
או אחר - כל חלק שהוא מהחומר שבספר זה.
שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בספר זה
אסור בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא לאור.



כל הזכויות שמורות

נדפס בישראל, תשמ"ד 1984

מהדורה חוזרת 1996

הדפסה וכריכה: כריכית מאירי בע"מ



1. קח פיסת נייר. סמן על שוליה שתי נקודות A ו B במרחק של כ-3 ס"מ זו מזו (ראה שרטוט).



2. לפניך נקודה O.

O

- הנח את הנקודה A על הנקודה O וסמן את מקום הנקודה B על הדף.
3. סובב קצת את פיסת הנייר (כאשר A קבועה על O) וסמן את מקומה החדש של הנקודה B.
4. חזור על ההוראה הקודמת לפחות 30 פעם.

קיבלת אוסף של נקודות אשר מרחקן מהנקודה O קבוע ושווה לאורך הקטע AB

אוסף כל הנקודות שמרחקן מהנקודה O שווה לקטע AB, יוצר מעגל. לנקודה O קוראים מרכז המעגל.

5. העבר קטע ממרכז המעגל אל אחת הנקודות ששרטטת בעמוד הקודם.
קטע זה הוא **רדיוס** במעגל.

ענה

כמה רדיוסים תוכל לשרטט במעגל? _____
האם יש נקודה משותפת לכל הרדיוסים? _____ מהי? _____

מקובל לסמן את אורך הרדיוס באות r

6. (א) סמן בצבע כחול 10 נקודות שמרחקן ממרכז המעגל O
(ראה הדף הקודם) קטן מהקטע AB.
- (ב) סמן בצבע אדום 10 נקודות שמרחקן ממרכז המעגל O גדול
מהקטע AB.
- (ג) סמן ב $\sqrt{}$ פסוקי אמת.
- חלק מהנקודות הכחולות נמצאות בתוך המעגל וחלק מחוץ
למעגל.
 - כל הנקודות הכחולות נמצאות מחוץ למעגל.
 - כל הנקודות האדומות נמצאות מחוץ למעגל.
 - אין אף נקודה צבעונית על המעגל.
 - חלק מהנקודות האדומות נמצאות בתוך המעגל וחלק מחוץ
למעגל.



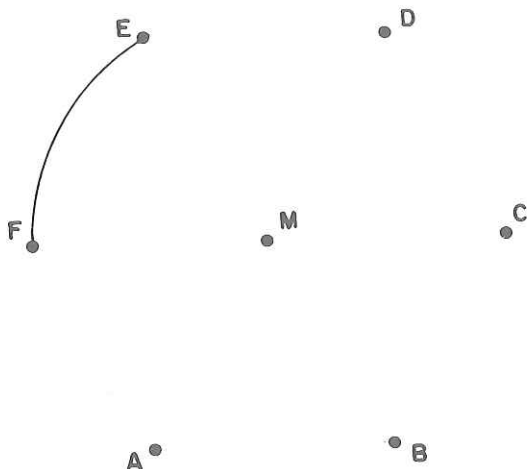
1. גזור מהדף השקוף מס' I את ה"מחוגה".
2. העבר בעזרת סרגל את הקטעים הבאים OS , OR , OQ , OP .
3. בעזרת נעץ נקב חורים בכל הנקודות המסומנות וכן בנקודה O בדף זה.

•
O

4. הנח את הנעץ הפוך על השולחן, והשחל עליו דף זה בנקודה O , וכן את השקף בנקודה O .
5. הכנס עפרון לאחת הנקודות בשקף, סובב ושרטט מעגל.
6. חזור ושרטט מעגלים מנקודות שונות של המחוגה.
7. שרטט רדיוס אחד בכל מעגל.
8. מה משותף לכל המעגלים ששרטטת?

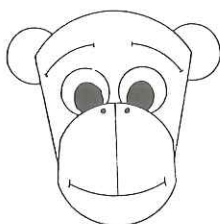
לפניך שש נקודות A, B, C, D, E, F, הנמצאות על המעגל שמרכזו בנקודה M, במרחקים שווים אחת מהשניה. בנוסף לכך נתונה הקשת FE שהיא חלק מהמעגל.

חלק המעגל נקרא קשת

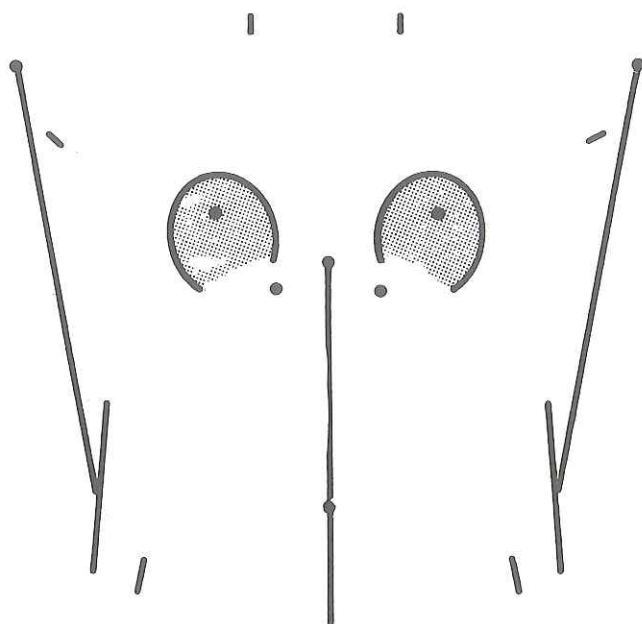


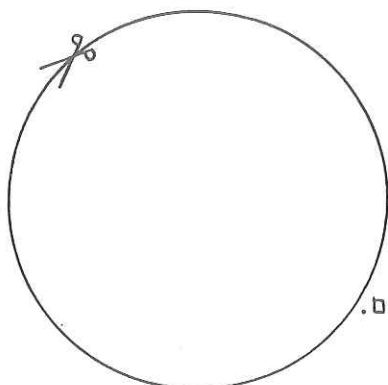
1. שרטט סביב הנקודה M (בעזרת ה"מחוגה") קשת המשלימה את המעגל.
2. הרדיוס המתאים לשרטוט המעגל M הוא הקטע _____ ב"מחוגה".
3. סביב הנקודה A כמרכז, ברדיוס FA שרטט את הקשת FB (בתוך המעגל M).
4. חזור על אותה פעולה בנקודות B (קשת AC), C (קשת BD), D (קשת CE), E (קשת DF), F (קשת EA).
5. אם עבדת בדיוקנות קיימת נקודה משותפת לכל הקשתות ששרטטת, מהי? _____

לפניך קופיקו קטן



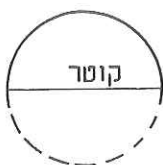
נסה לשרטט את קופיקו הגדול על ידי שרטוט קשתות בעזרת ה"מחוגה",
והנקודות המסומנות.
שים לב: כל נקודה היא מרכז של קשת אחת לפחות.





(א) לפניך מעגל, גזור אותו.

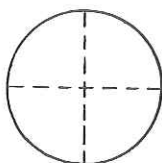
(ב) קפל את המעגל שגזרת בדיוקנות לשניים.



הקטע הנוצר על ידי הקיפול נקרא קוטר המעגל.



(ג) קפל שנית בדיוקנות.



(ד) פתח את הקיפולים. סמן את מרכז המעגל.

קטע המחבר שתי נקודות על המעגל ועובר דרך מרכז המעגל נקרא קוטר. מקובל לסמן את אורך הקוטר באות d .

(ה) שרטט מספר קטרים במעגל.

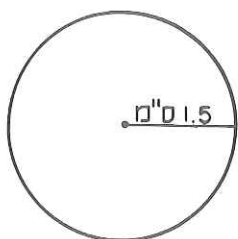
(ו) כמה קטרים ישנם במעגל? _____

(ז) אורך הקוטר שווה ל _____ רדיוסים.

$$d = 2 \cdot r$$

רושמים

התאם קוטר למעגל שלו.



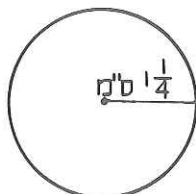
1.6 ס"מ



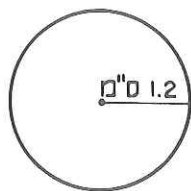
2.5 ס"מ



2.4 ס"מ

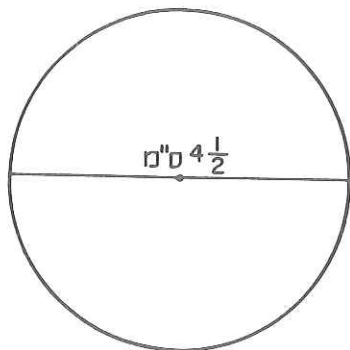


3 ס"מ

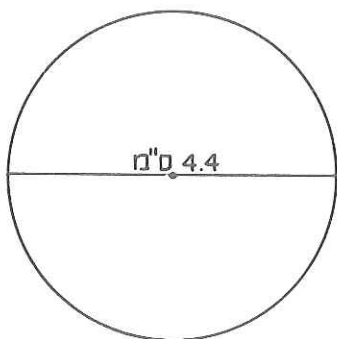


1.2 ס"מ

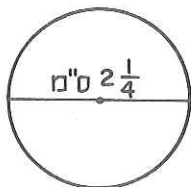
התאים רדיוס למעגל שלו.



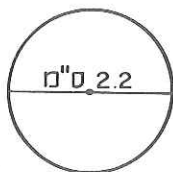
$\overline{\text{ר\"ס } 2\frac{1}{5}}$



$\overline{\text{ר\"ס } 1\frac{1}{8}}$



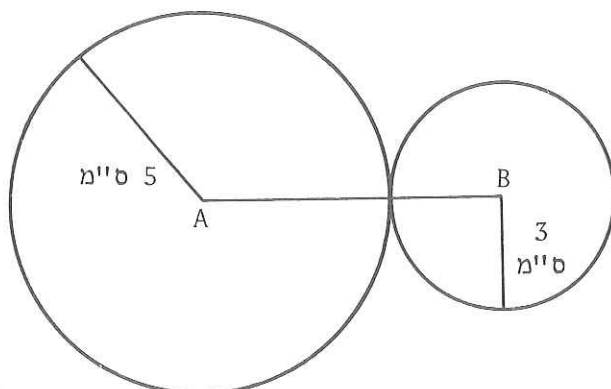
$\overline{\text{ר\"ס } 1.1}$



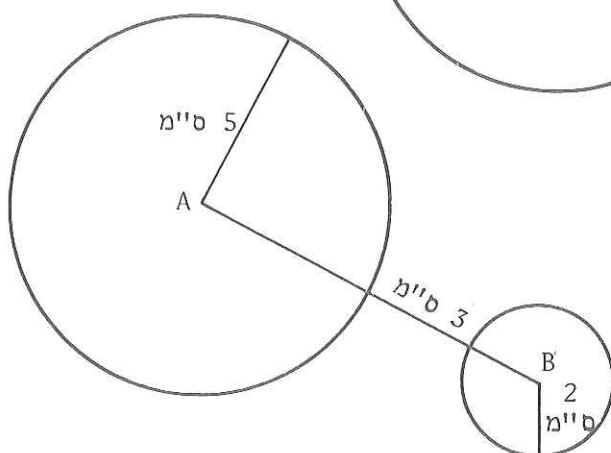
$\overline{\text{ר\"ס } 2.25}$



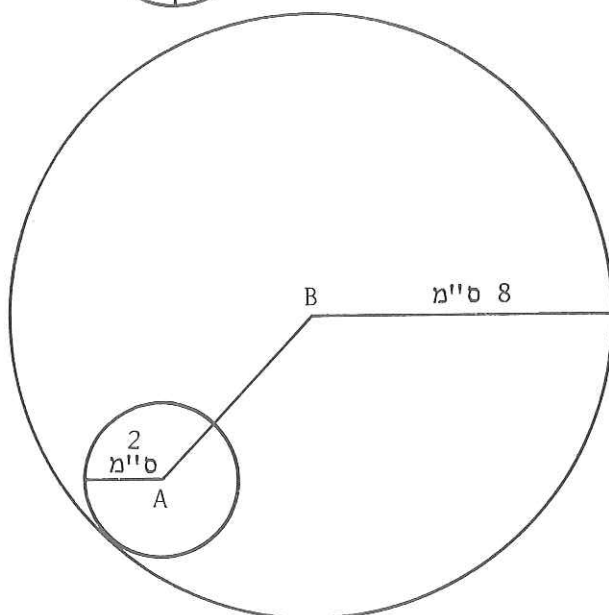
1. מה המרחק בין A ל B בשרטוטים הבאים:



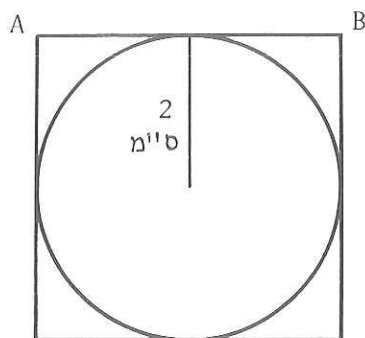
(א) $AB =$ _____ ס"מ



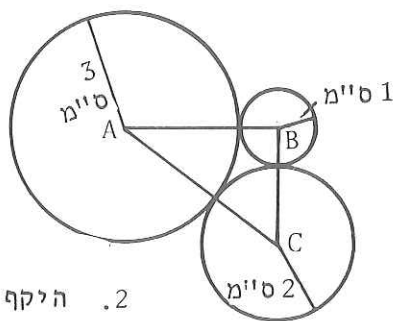
(ב) $AB =$ _____ ס"מ



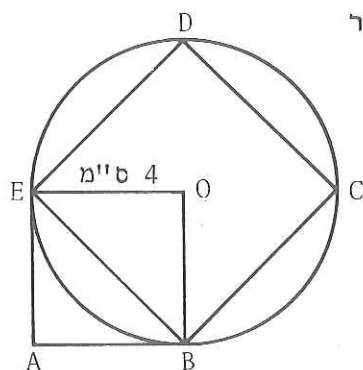
(ג) $AB =$ _____ ס"מ



AB = _____ ס"מ (ד)



2. היקף המשולש $\triangle ABC$ הוא: _____ ס"מ.



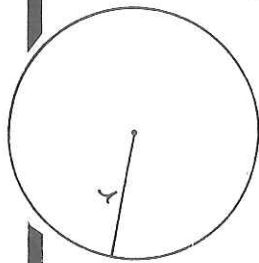
3. א) שטח הריבוע OEAB הוא _____ סמ"ר.

ב) שטח המשולש $\triangle EOB$

הוא _____ סמ"ר.

ג) שטח הריבוע EBCD

הוא _____ סמ"ר.



2. ב"רשת" המעגלים ניתן להעביר קטעים המורכבים מרדיוסים.

לדוגמא: הקטע $CA = x$ והקטע $DH = 2x$

(שים לב: לא כל קטע יהיה מורכב מרדיוסים, לדוגמא: הקטע CI).

רשום קטע נוסף שאינו מורכב מרדיוסים _____ .

בטא את היקפי הצורות הנאות בעזרת x .

37 דוגמא: היקף המשולש ABC _____

היקף המעוין $ABDC$ _____

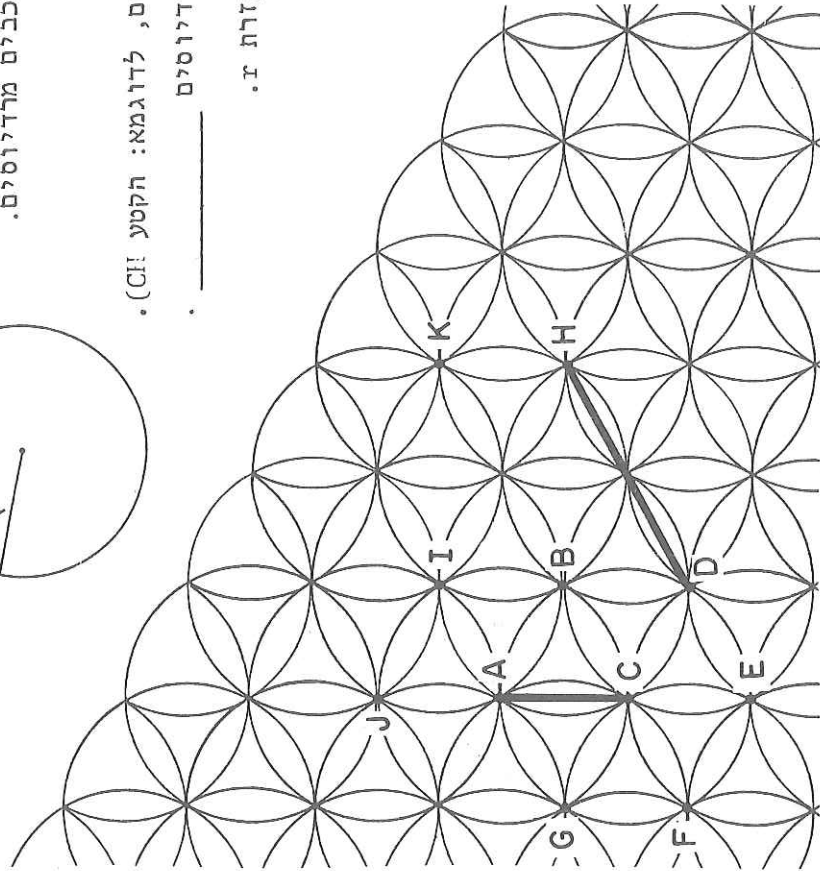
היקף המקבילית $BDHK$ _____

היקף הטרפז $ABDG$ _____

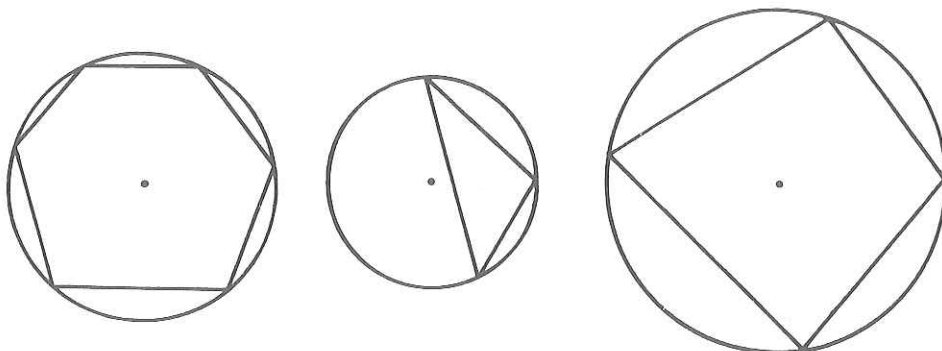
היקף המשושה $ABDEFG$ _____

היקף המשולש IDH _____

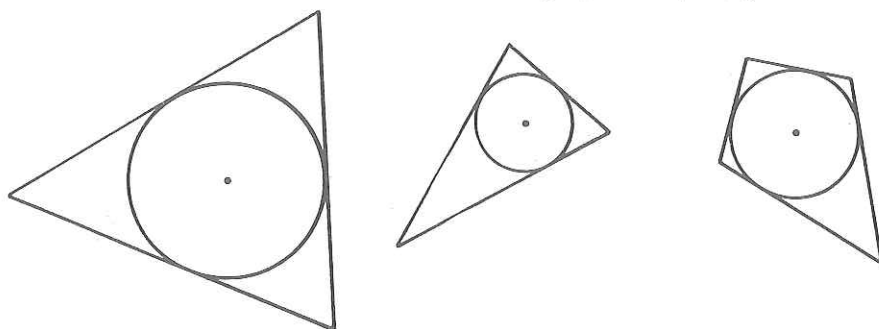
היקף המשולש JEH _____



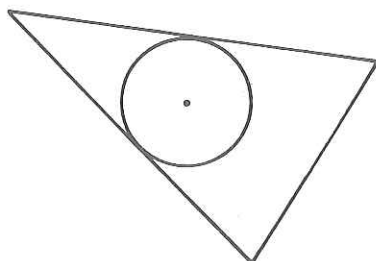
(א) במקרים הבאים המעגלים חוסמים את המצולעים.
שים לב: כל הקודקודים של המצולע נמצאים על המעגל.



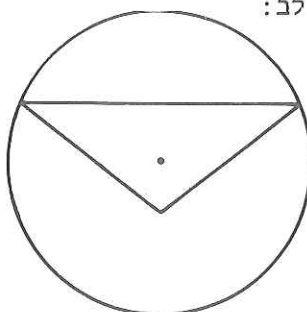
(ב) במקרים הבאים המעגלים חסומים בתוך המצולעים.
שים לב: כל הצלעות של המצולע נוגעות במעגל (משיקות למעגל).



(ג) שים לב:

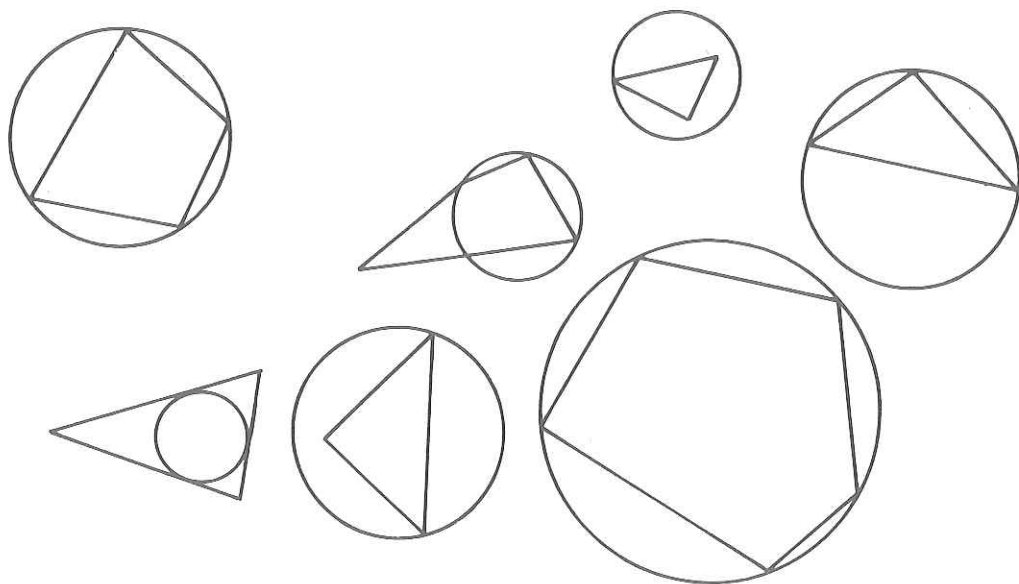


המשולש אינו חוסם.

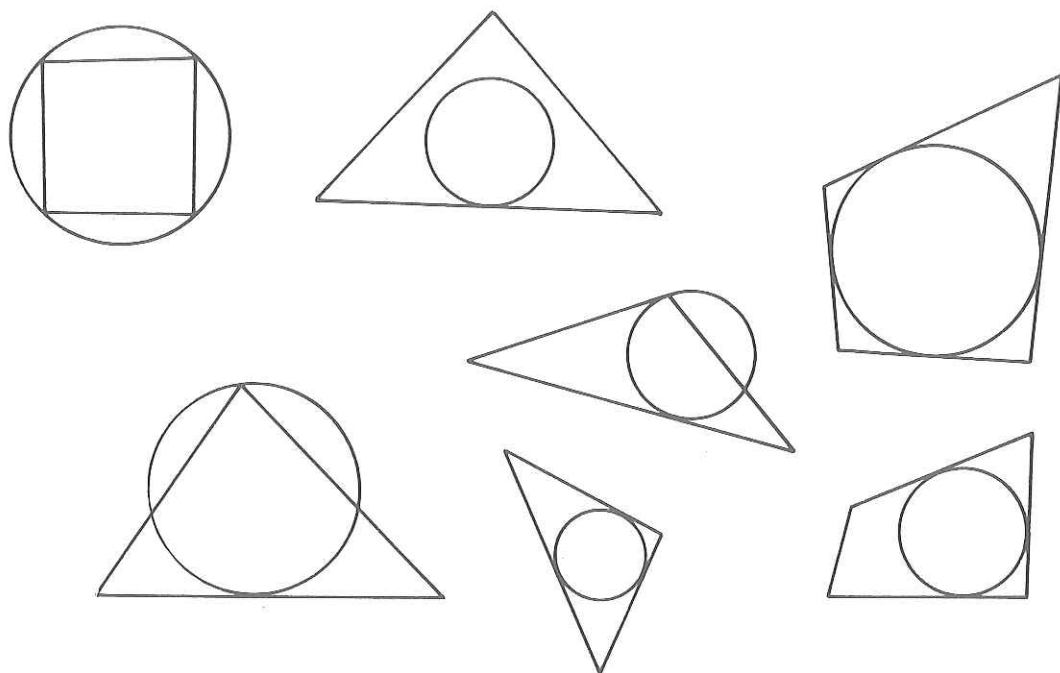


המשולש אינו חסום.

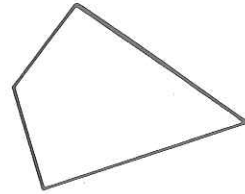
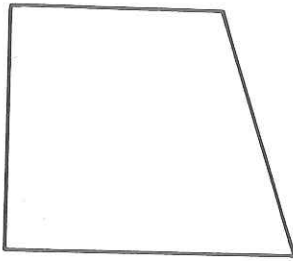
(א) סמן ב $\checkmark$ כל שרטוט בו המעגל חוסם מצולע.



(ב) סמן ב $\checkmark$ כל שרטוט בו המעגל חסום על-ידי מצולע.

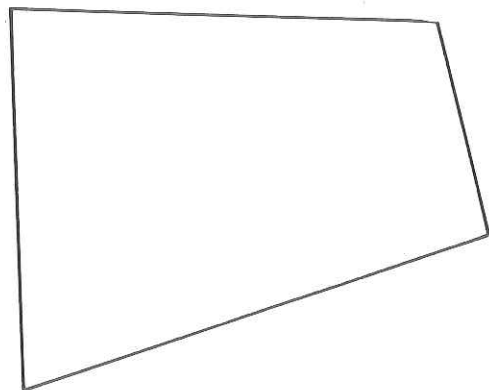
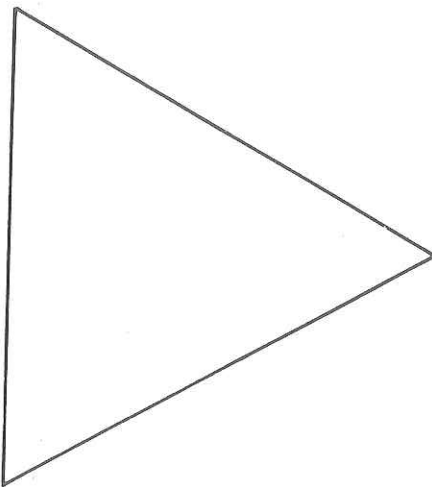


קח את הנייר השקוף II בו יש 4 מעגלים א-ד.
 התאם לכל מצולע מעגל חסום ומעגל חוסם.
 שים לב: לא לכל המצולעים קיימים שני מעגלים כאלה.



_____ המעגל החוסם
 _____ המעגל החסום

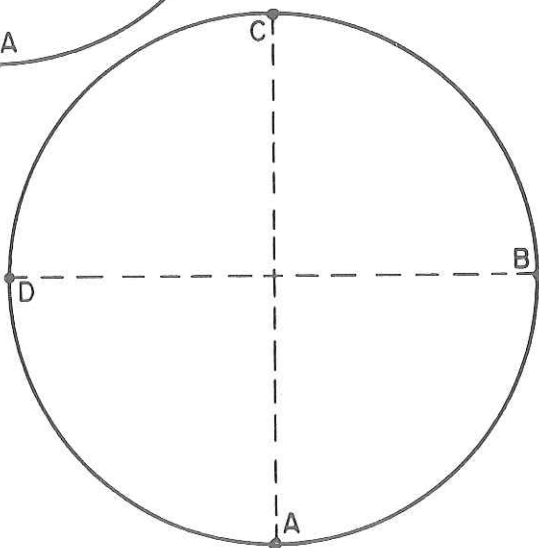
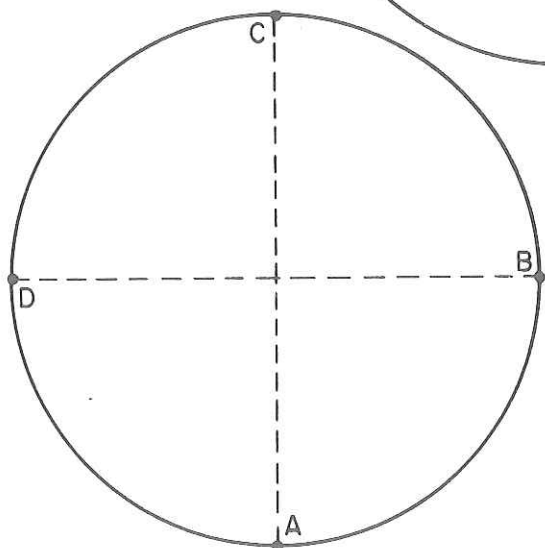
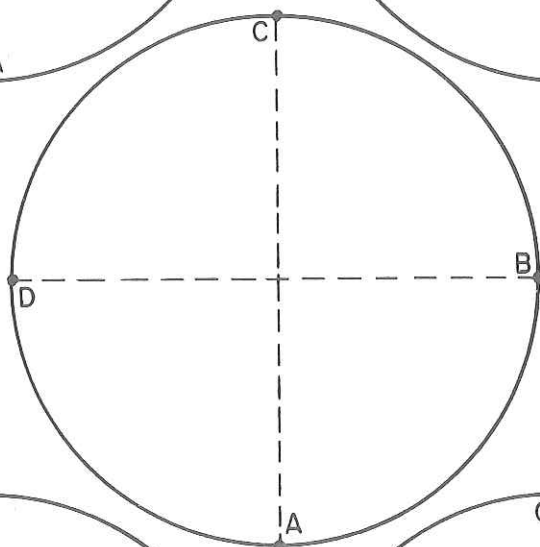
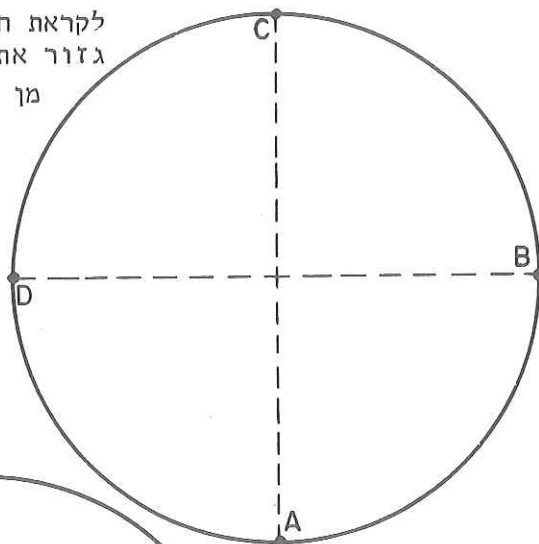
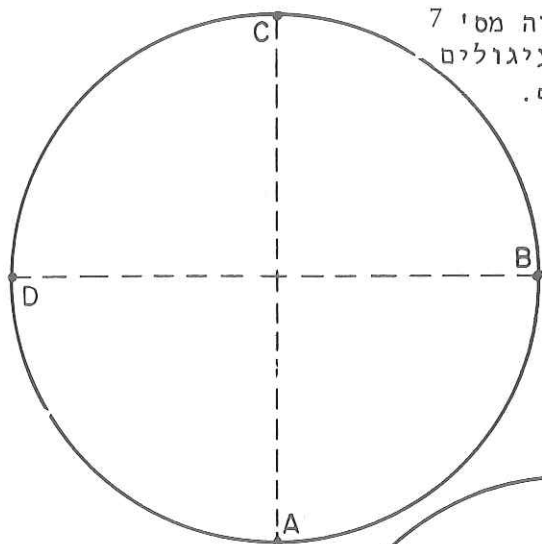
_____ המעגל החוסם
 _____ המעגל החסום



_____ המעגל החוסם
 _____ המעגל החסום

_____ המעגל החוסם
 _____ המעגל החסום

לקראת חוליה מס' 7
גזור את העיגולים
מן הדף.





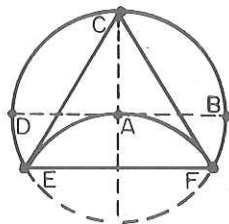
("אזני המן")

(א)

קח אחד העיגולים שגזרת, קפל כך שהנקודה A תהיה מונחת על המרכז.
פתח את הקיפול.

הקטע שהתקבל נקרא מיתר.

סמן את קצותיו באותיות E ו F.



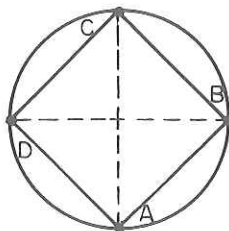
חבר את הנקודות E ו F על-ידי ישרים לנקודה C.

התקבל משולש AFCE.

קפל לאורך צלעות המשולש.

איזה משולש התקבל?

בדוק על ידי קיפול. (שמור לשימוש בחוליה מס' 10).



קח עיגול שני, שרטט את המיתרים

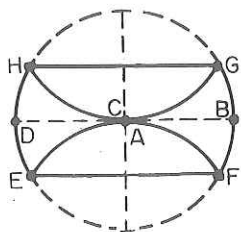
AB, BC, CD, DA.

קפל לאורך צלעות המרובע

איזה מרובע התקבל?

בדוק על ידי קיפול. (שמור לשימוש בחוליה מס' 10).

(ב)



קח עיגול שלישי קפל כך שהנקודה A

תהיה מונחת על מרכז המעגל.

פתח את הקיפול, סמן את קצותיו

באותיות E ו F.

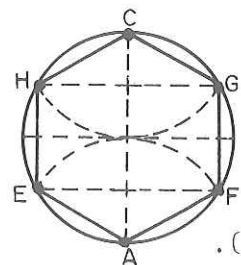
קפל כך שהנקודה C תהיה מונחת על מרכז המעגל.

פתח את הקיפול, סמן את קצותיו באותיות G ו H.

שרטט את המיתרים CH, HE, EA, AF, FG, GC.

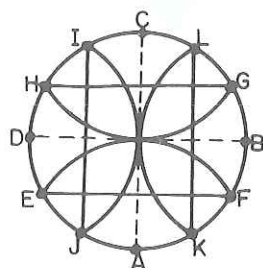
קפל לאורך צלעות המצולע.

איזה מצולע התקבל?



(שמור לשימוש בחוליה מס' 10).

(ג)

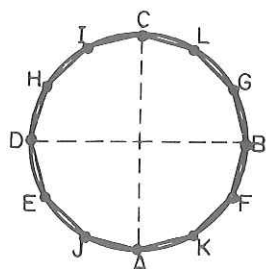


(ד) מתרוסר

קח עיגול רביעי קפל ארבע פעמים כך שהנקודות A, B, C, D תהיינה מונחות על מרכז המעגל.

פתח את הקיפולים.

סמן את קצות הקיפולים באותיות הבאות E, F, G, H, I, J, K, L



שרטט את שנים עשר המיתרים כדי ליצור מתרוסר (העזר בשרטוט).

(מתרוסר - מצולע בעל 12 צלעות.)

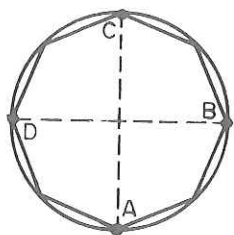
קפל לאורך צלעות המתרוסר. (שמור לשימוש בחוליה מס' 10).

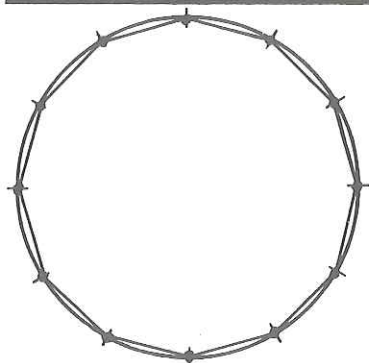
(ה) שטחו של איזה מהמצולעים שקיפלת קרוב ביותר לשטח העיגול?

שיעורי בית: לפי דוגמת המצולעים שקיפלת,

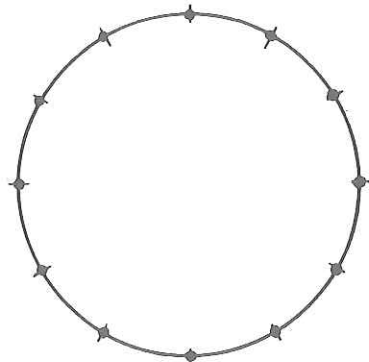
נסה בעצמך, ליצור על ידי קיפול העיגול

הנותר, מתומן (מצולע בעל 8 צלעות).

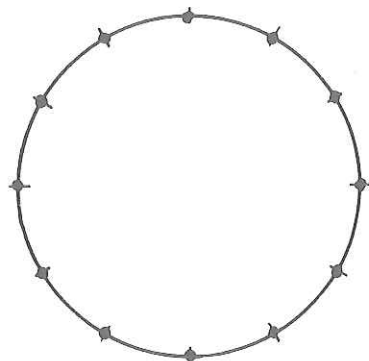




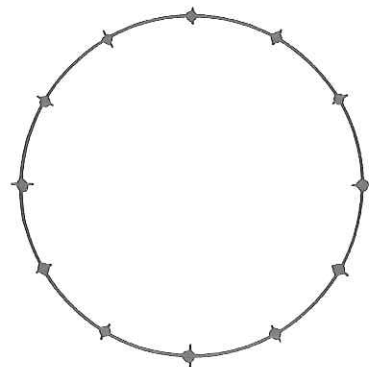
לפניך 12 נקודות על היקף המעגל.
המרחקים בין הנקודות שווים.
במעגל משורטט מתרוסר.



(א) בחר על המעגל שש נקודות
ושרטט משושה.
שרטט עוד משושה על-ידי
חיבור הנקודות הנותרות.



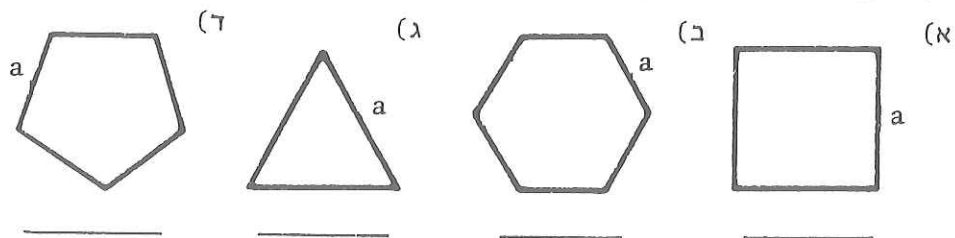
(ב) בחר 4 נקודות כדי לשרטט
ריבוע.
כמה ריבועים ניתן
לשרטט בעזרת 12 הנקודות
על המעגל?
שרטט אותם.



(ג) בחר שלוש נקודות כדי לשרטט
משולש שווה צלעות.
כמה משולשים שווי צלעות
ניתן לשרטט בעזרת 12 הנקודות
על היקף מעגל זה?
שרטט אותם.

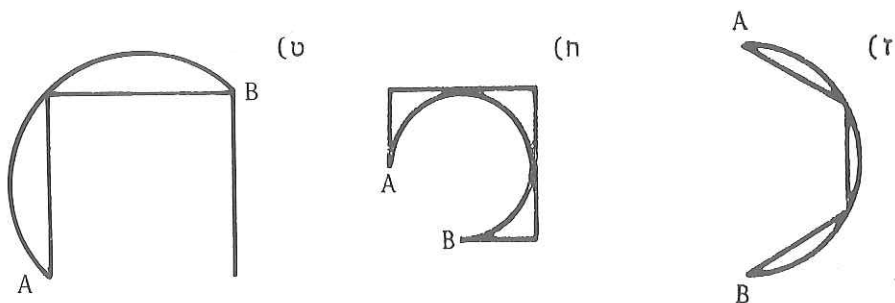
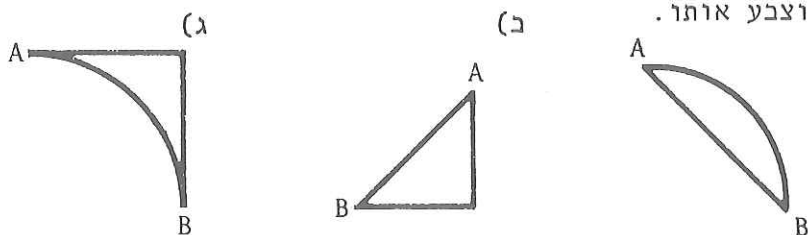
היקף של איזה מן המצולעים ששרטטת, קרוב ביותר לאורך היקף המעגל?

1. כתוב מתחת לכל מצולע, תבנית מספר להיקפו.



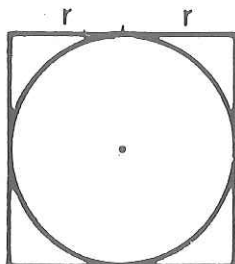
2. בחר את ה"קו הקצר" ביותר בכל שרטוט המחבר את A עם B,

(א) וצבע אותו.

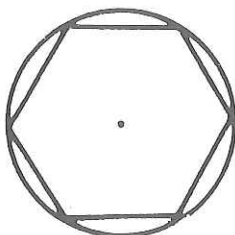


3. מחק את המיותר

(א) היקף המעגל שווה, קטן, גדול מהיקף הריבוע.



(ב) אורך המעגל שווה, קטן, גדול מהיקף המצולע.



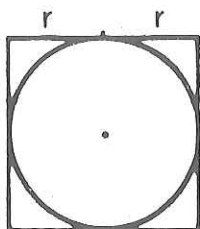
4. השלם.

(א) אורך כל צלע $2r$ ס"מ.

היקף הריבוע הוא _____

רדיוס המעגל הוא _____

היקף המעגל קטן מ _____

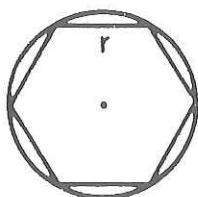


(ב) אורך כל צלע הוא r ס"מ.

היקף המצולע הוא _____

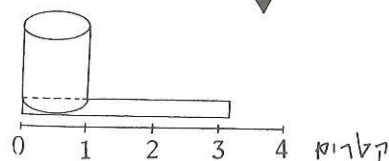
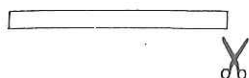
רדיוס המעגל הוא _____

היקף המעגל גדול מ _____



(ג) היקף המעגל קטן מ _____ וגדול _____

חוליה מספר 10 בסוף החוברת.



תזכורת: בחוליה הקודמת הגענו למסקנה כי
 4 קטרים < היקף מעגל < 3 קטרים
 $3d < 4d$ < היקף מעגל
 השלם: $r < \text{היקף מעגל} < r$

הקף בעיגול את התשובה הנכונה.

1. אם הקוטר 7 ס"מ;

אז ההיקף קרוב ביותר ל (א) 22 ס"מ

(ב) 22 מ'

(ג) 2.2 מ'

2. אם הקוטר 2.1 מ';

אז ההיקף קרוב ביותר ל (א) 6.6 ס"מ

(ב) 6.6 מ'

(ג) 6.6 ק"מ

3. אם הרדיוס 14 ק"מ,

אז ההיקף קרוב ביותר ל (א) 44 ק"מ

(ב) 88 ק"מ

(ג) 88 ס"מ

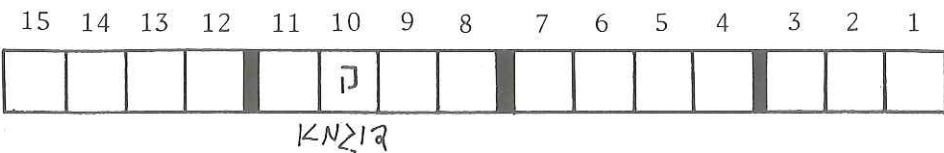
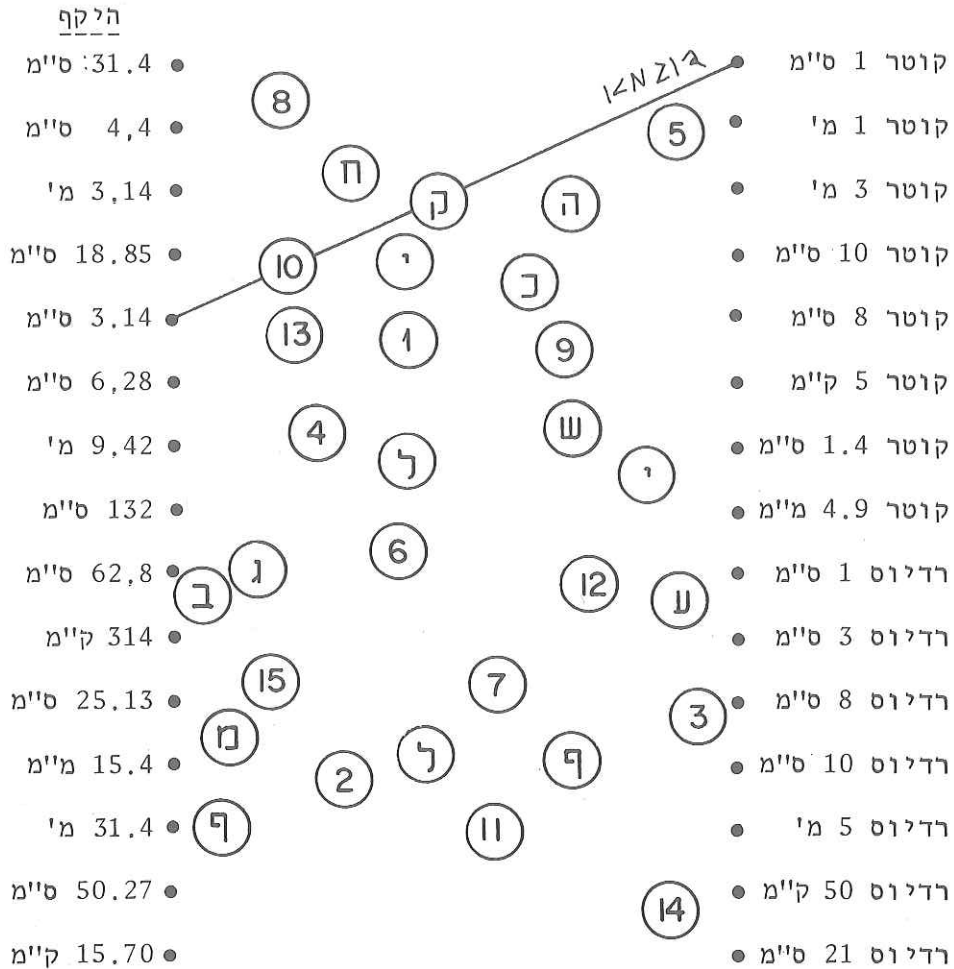
4. אם הרדיוס 1 ק"מ;

אז ההיקף קרוב ביותר ל (א) 3.14 ס"מ

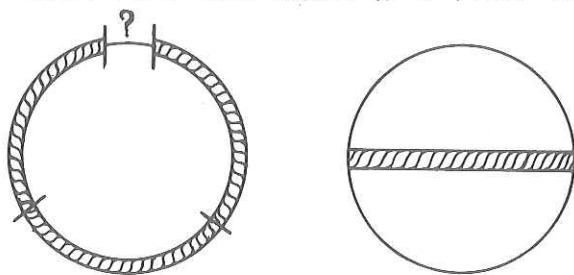
(ב) 3.14 ק"מ

(ג) 6.28 ק"מ

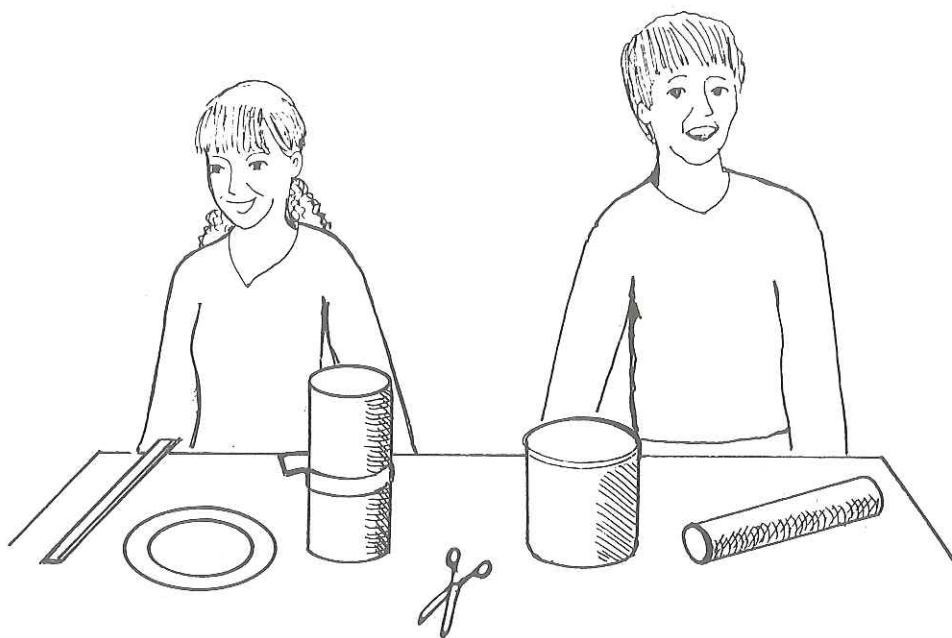
חבר בקו ישר קוטר או רדיוס (בצד ימין) עם ההיקף המקורב המתאים לו (בצד שמאל), ורשום במשבצת המתאימה אות המופיעה על הישר המחבר (ראה דוגמא). שים לב ליחידות השונות.



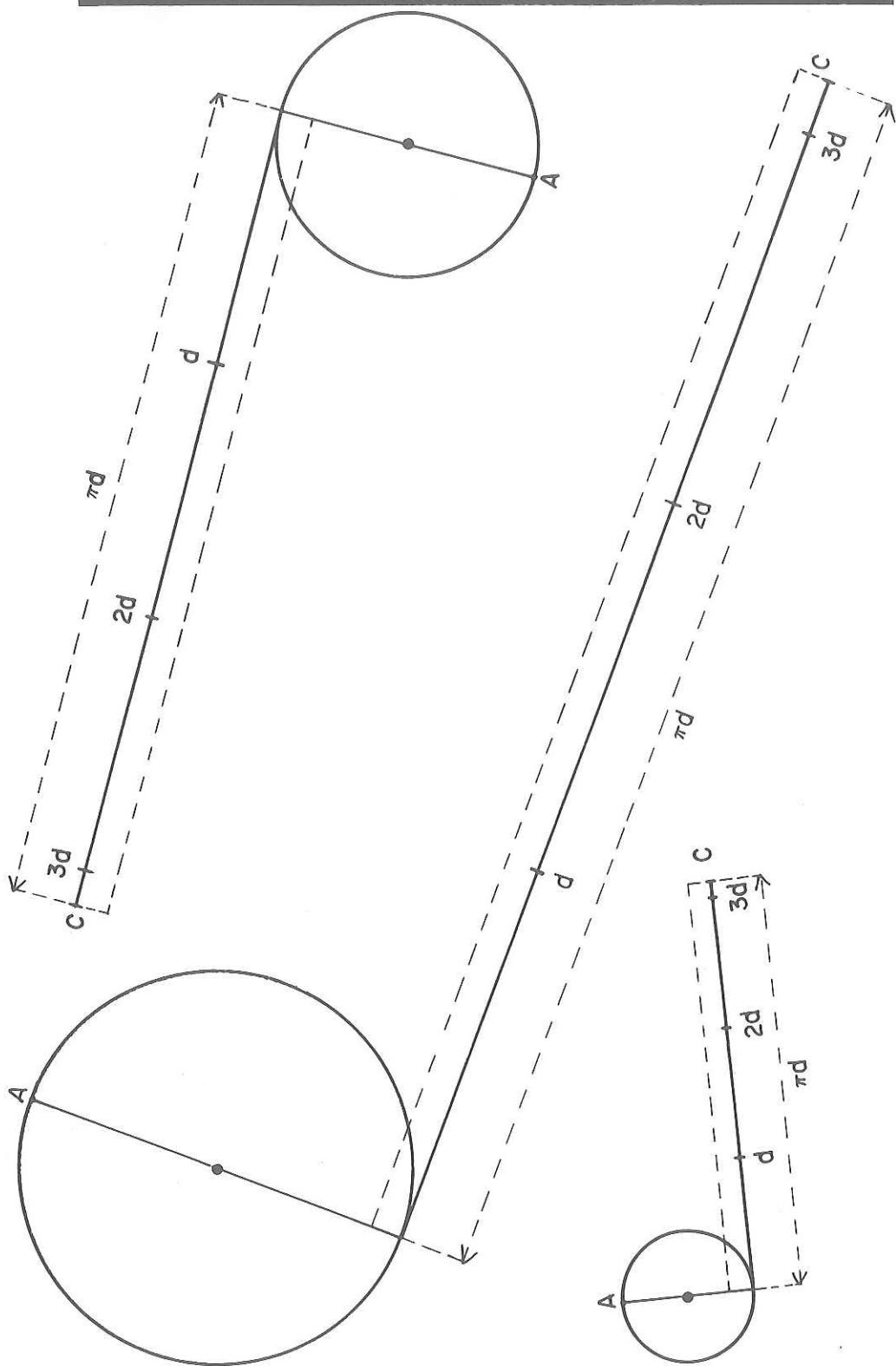
לאה וצבי למדו בבית הספר שאורך היקף המעגל הוא "שלוש וקצת"
פעמים קוטר המעגל.



הם החליטו למצוא דרך שתעזור להם למצוא את אורך היקף המעגל,
לכל מעגל.
לשם כך אספו חפצים עגולים ובעזרת סרט דק מדדו היקף כל אחד מהם.



הם גזרו עיגול בגודל כל בסיס וסרט באורך ההיקף של כל בסיס,
והצמידו כל זוג יחד. ראה שלוש דוגמאות בעמוד הבא.



1. קח את הדף השקוף מס' III. הנח את הנקודה A על נקודה A בעיגול הגדול כך שהקטע AB מונח על הקוטר המסומן.

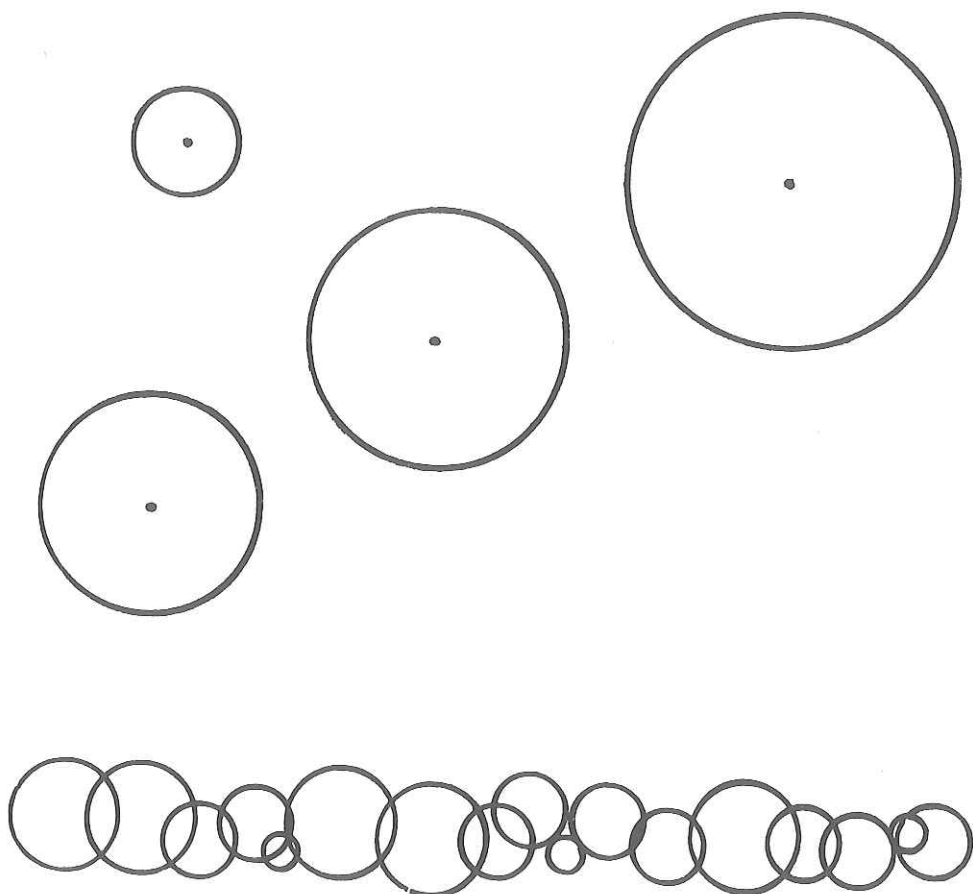
2. סמן על הדף השקוף את קצה הסרט (הנקודה C) הצמוד לעיגול הגדול.

3. חזור על כך גם לגבי שני העיגולים והסרטים האחרים.

4. חבר את הנקודות שסימנת אל A.

אם עבדת בדיקנות, קיבלת _____.

5. לפניך מספר עיגולים. היעזר במה שעשית קודם כדי לסמן על הדף השקוף את אורך היקפם.





צרה לוקי,
אתנו האופען הארע
המספר המפורסם אפיון פאי
אפיון פאי, איז זה מין מספר אתה?

אני מייצג את מספר הקטרים
האורך היקף המעגל



גאומטרי:

$$\left(\begin{matrix} \text{אורך קוטר} \\ \text{המעגל} \end{matrix} \right) = \pi \times \left(\begin{matrix} \text{אורך היקף} \\ \text{המעגל} \end{matrix} \right)$$

אנו כותבים:

$$C = \pi d$$

המשק מאות פורות אנשים ניסו למצוא ואלהם קירורם
למספר הקטרים האורך היקף המעגל

הם הצליחו להגיע מהקירור $3 \times \text{היקף} = \text{קוטר}$ (בימי שלמה המלך)
אז חישוב מקוויק: (הולר) $3.1417 \dots = \text{היקף}$
למספר זה אינסוף ספרות אחר הנקודה.

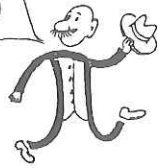
המקום הראשון של פאס $3.1417 \dots$

אנו רושמים את הסמל π

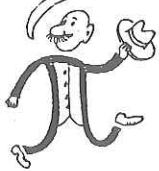
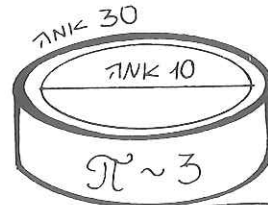
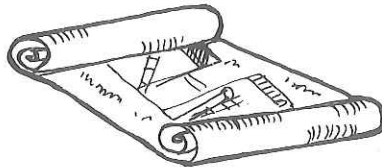
הראשון שהשתמש בסמל π היה המתמטיקאי
צ'ארלס אוילר (Euler 1707-1769)



קובץ נראה
מה ששמה המצק חשק
1000 שנה לפני הספירה



הספר מלכית א' נאמר על שמה המצק:
ויעש את-הים... עשר באמה משפתו עד-שפתו
עגל סביב... וקורה שלשים באמה לסב אתו....



וביוון, 250 שנה לפני הספירה, ארכימדס חסם
מחצית המצוץ באמצע 96 מצאות ומצא:
 $3 \frac{10}{71} < \pi < 3 \frac{1}{7}$



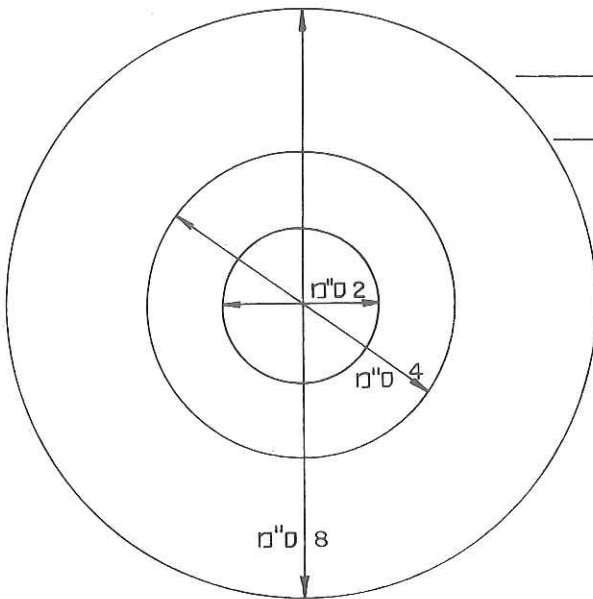
הסין, 435 שנה אחרי הספירה,
הסו צ'ינג צ'ו ג'צה ש
קדור 355 113 16 113 3



חשובים ב- π

$\pi \sim 3.14159\ 26535\ 89793\ 2\dots$

1. השתמש בערך של π מתקופת המלך שלמה וחשב קירוב להיקפי המעגלים שבשרטוט:



קוטר 2 ס"מ, היקף מקורב _____

קוטר 4 ס"מ, היקף מקורב _____

קוטר 8 ס"מ, היקף מקורב _____

פי כמה גדול כל קוטר מהקוטר הקודם לו _____

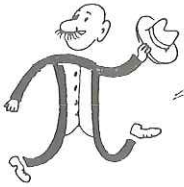
פי כמה גדול כל היקף מההיקף הקודם לו _____

2. השתמש בערך של π מתקופת ארכימדס וחשב את היקפי המעגלים הבאים:

א. קוטר 2100 מ', היקף מקורב _____

ב. רדיוס 35 ס"מ, היקף מקורב _____

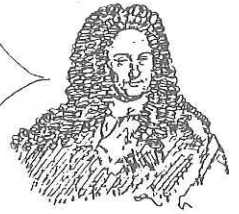
ג. רדיוס 1.4 ק"מ, היקף מקורב _____



האמצע המאה ה-17 גילו שני מתמטיקאים
שיטות חדשות לחישוב π .

שני צ'יניז. נולדתי בגרמניה,
והוכחתי ש- π שווה לסכום

$$\pi = 4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} \dots \right)$$

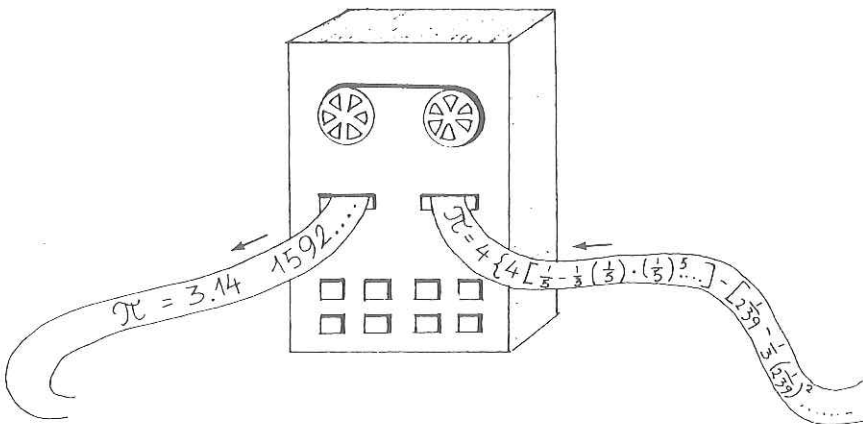
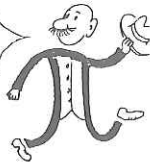


ואני סיר אייזאק ניוטון. נולדתי באנגליה,
והוכחתי שהסכום הזה גם הוא ניתן
את צרכו של π :

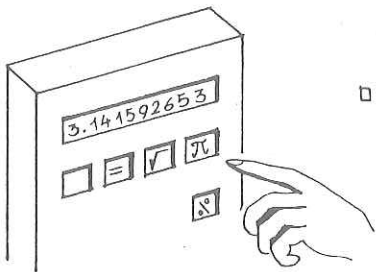
$$\pi = 6 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \right)^3 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 1}{2 \cdot 4 \cdot 5} \left(\frac{1}{2} \right)^5 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} \left(\frac{1}{2} \right)^7 + \dots \right]$$



וריום, הצגת מחשבים וסכומים כמו אלה של צ'יניז
וניוטון, ניתן להעלה את π עם מחסור התחומות
הרצוי אחרי הנקודה העשרונית, אצ...



2 הנ קירוב π בעזרת מחשבון כיס 14



במסגרת למטה רשום קירוב של π ל-310 מקומות אחרי הנקודה העשרונית, ובעיגולים קירובים שונים בצורה של שברים פשוטים, (כאשר במחשבון לא נמצא "כפתור" לערך π משתמשים באחד מהקירובים ל π).

- (א) הפוך כל שבר פשוט לשבר עשרוני בעזרת מחשבון, ורשום את התוצאה במסגרת שמתחת לשבר הפשוט.
- (ב) השווה את התוצאות שקיבלת עם קירוב ל π שבמסגרת מסביב, איזה שבר פשוט הוא הקרוב ביותר ל π ?

$\pi = 3.1415926535897932384626433832795028841971$			
84102 70193 85211 05559 64462 29489 54930 38196			
69399 37510 58209 774944 59230 78164 06286 20899	$\frac{22}{7}$ 		$\frac{754}{240}$
44288 10975 66593 34461 28475 64823 37867 83165	$3\frac{1}{8}$ 		3.125
83165 27120 19091 45648 56692 34603 48610 45432	$\frac{3927}{1250}$ 		$\frac{355}{113}$
86280 34825 34211 70679 82148 08651 32823 06647	$\frac{256}{81}$ 		$\frac{1964}{625}$
09384 6095 0582 23172 53594 08128 48111 74502	$\frac{4320}{1375}$ 		$3\frac{10}{71}$

$$(\text{קוטר}) \cdot \pi = (\text{היקף מעגל})$$

$$(\text{היקף מעגל}) = \pi \cdot d$$

$$(\text{היקף מעגל}) = \pi \cdot 2r \quad (\text{בספרי המתמטיקה נוהגים לרשום תבנית מספר זאת כ- } 2\pi r).$$

ראינו כי π הוא מספר אינסופי. לצרכי חישובים יום יומיים, מספיק להשתמש בקירובים ל π .

לפעמים נשתמש ב π כ 3

או 3.1

או 3.14

או $\frac{22}{7}$ שהוא $3\frac{1}{7}$



בחר ערך כלשהו של π (ניתן להשתמש במחשבון כיס) וחשב:

1. קוטר של גלגל מרכבה הוא 113 ס"מ.

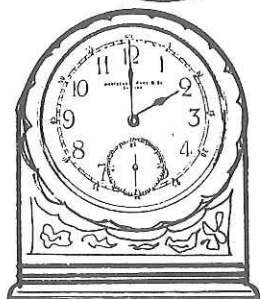
מה היקפו? _____

איזה מרחק עברה המרכבה כאשר הגלגל התגלגל 100 סיבובים?



2. רדיוס כדור הארץ הוא 6400 ק"מ.

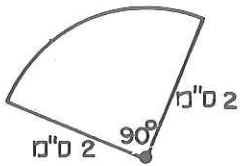
מה אורך הי המשווה? _____



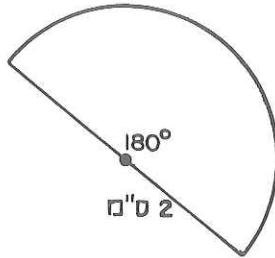
3. אורך מחוג השניות של שעון הוא 10 ס"מ.

איזה מרחק עובר קצה המחוג במשך דקה אחת?

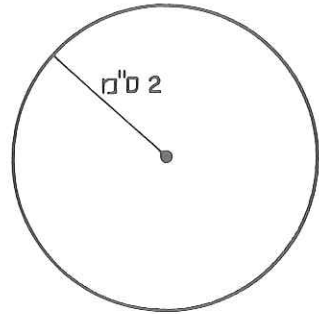
4. הצורות הבאות הן גזרות של מעגל שרדיוסו הוא 2 ס"מ.
חשב את היקפן. (התחל בחישוב היקף המעגל).



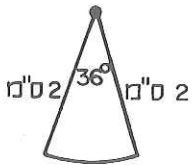
ג. _____



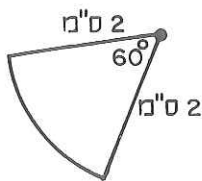
ב. _____



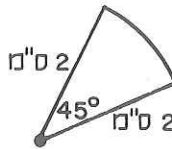
א. _____



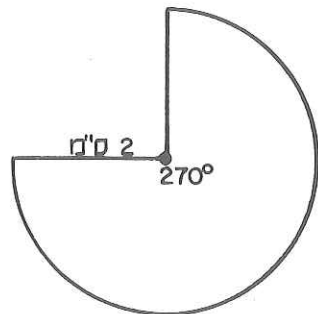
ז. _____



ו. _____



ה. _____



ד. _____

5. לפניך ה"פני פרטינג" אחד מסוגי האופניים הראשונים,

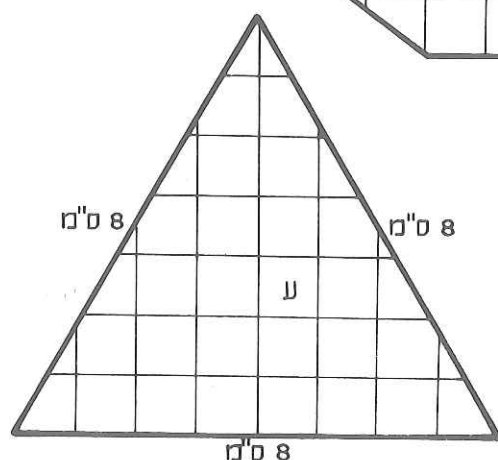
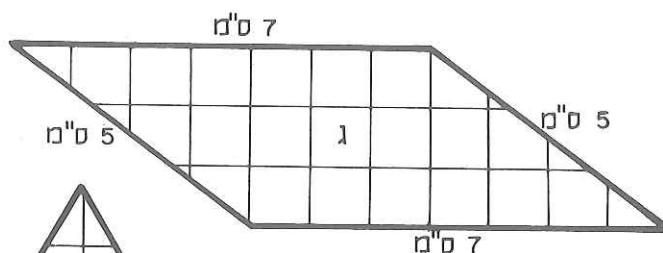
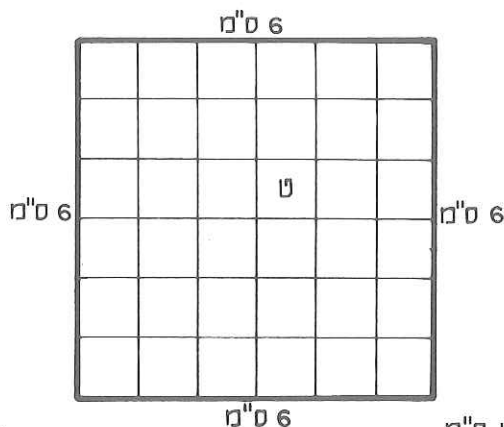
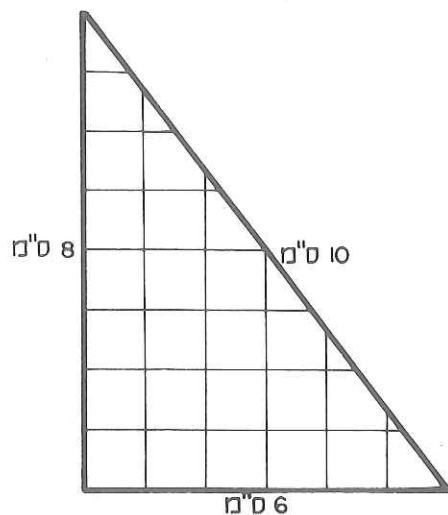


קוטר הגלגל הגדול, גדול פי שלושה מקוטר הגלגל הקטן,
כמה סיבובים עושה הגלגל האחורי כאשר הגלגל הקדמי עושה
סיבוב אחד? _____

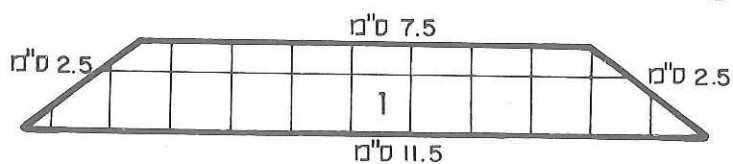
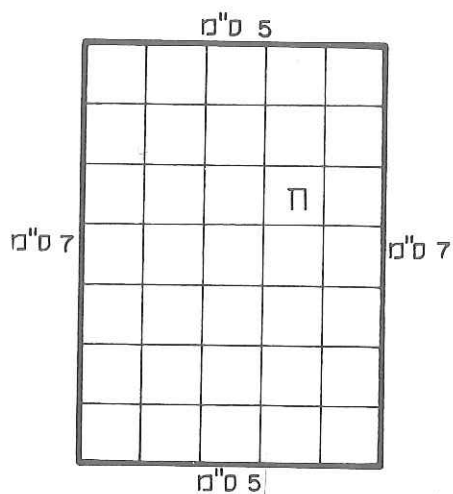
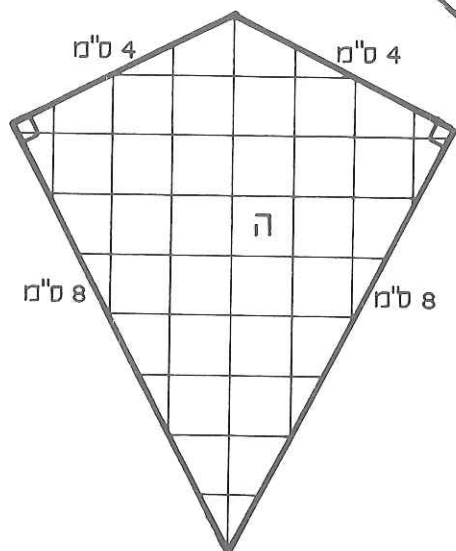
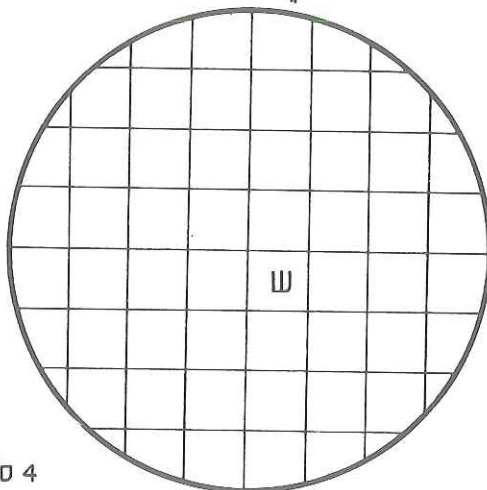


יוסי שיחק בלולאה של חוט באורך של 24 ס"מ.

הוא הניח את החוט על נייר משובץ ויצר בעזרתו את 9 הצורות הבאות:
בטבלה שבעמוד הבא רשומים שטחי הצורות. רשום מעל לכל שטח את האות
הרשומה בתוך הצורה המתאימה.

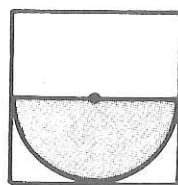
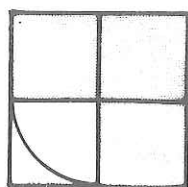
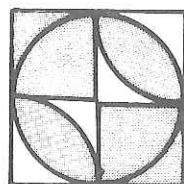
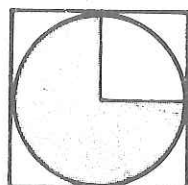
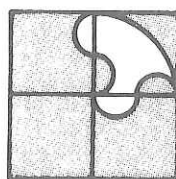
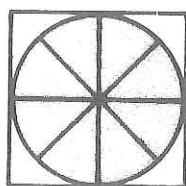
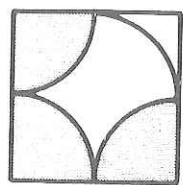
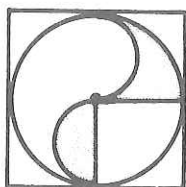
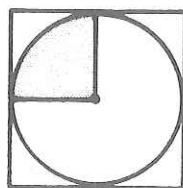
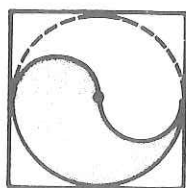


היקף 24 ס"מ

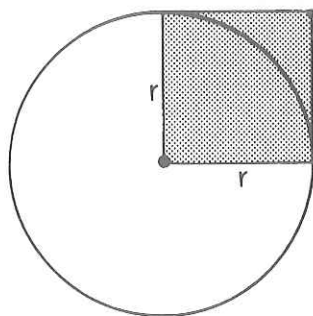


									האות
11 סמ"ר	14 $\frac{1}{4}$ סמ"ר	21 סמ"ר	24 סמ"ר	28 סמ"ר	32 סמ"ר	35 סמ"ר	36 סמ"ר	46 סמ"ר	השטח

חבר בקו את הצורות בהן השטח המושחר שווה.



שחק במשחק התאמה (מהדורה שנייה): איזה חלק?

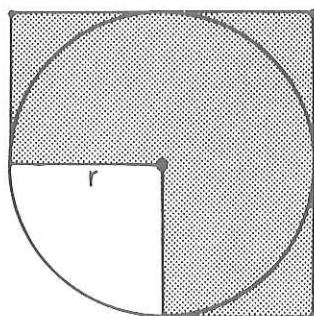


נבנה ריבוע שאורך צלעו שווה לרדיוס המעגל.

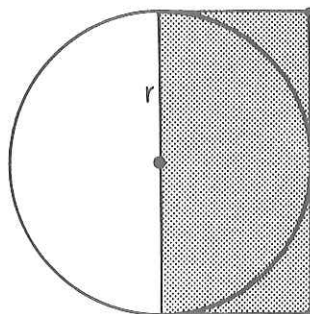
שטח הריבוע הוא $r^2 = r \cdot r$

נשתמש בריבוע זה כיחידת שטח ונקרא לה **ריבוע הרדיוס**.

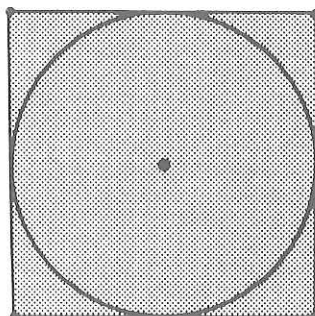
חשב בכל אחד מהשרטוטים בשלושת העמודים הבאים את שטח הצורה הכהה. השתמש ביחידת השטח r^2 .



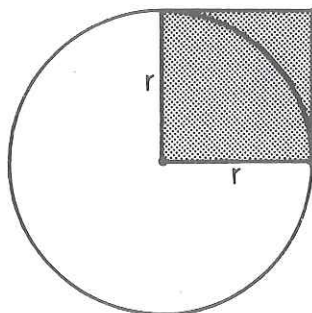
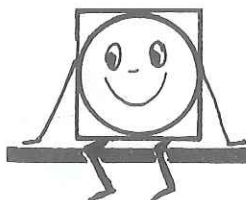
_____ : השטח



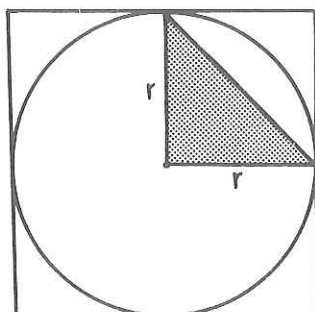
_____ : השטח



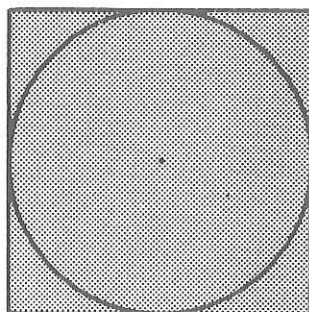
_____ : השטח



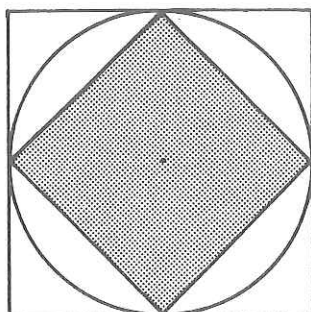
_____ :השטח



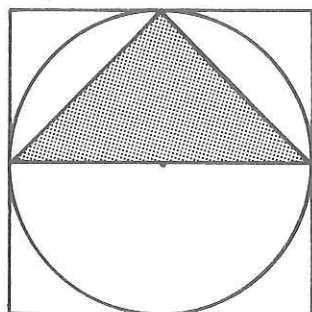
_____ :השטח



_____ :השטח



_____ :השטח



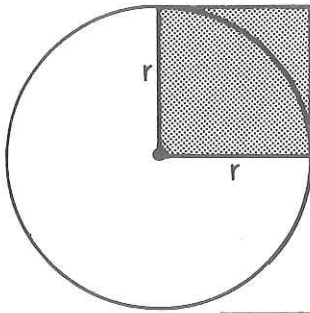
_____ :השטח

נסכם:

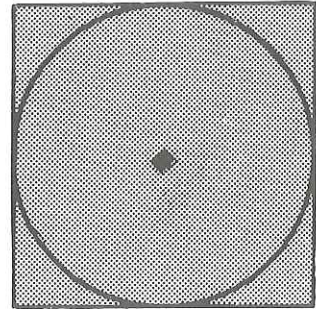
שטח הריבוע החוסם < שטח העיגול < שטח הריבוע החסום

_____ < שטח העיגול < $4r^2$

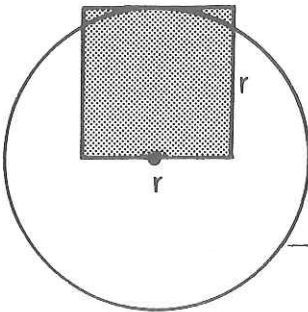
ננסה להתקרב יותר לשטח העיגול.
גם פה חשב את שטח הצורה הכהה.



השטח: _____

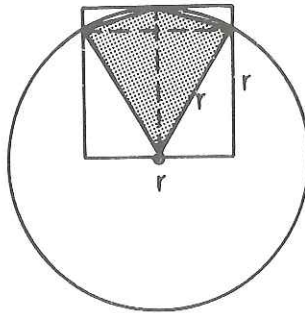


השטח: _____

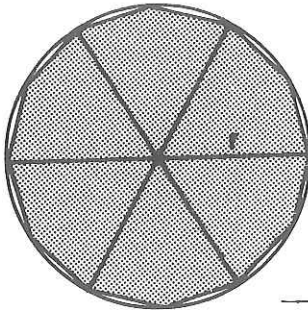


השטח: _____

(הקווים המרוסקים הם
קווי עזר לחישוב).



השטח: _____



השטח: _____

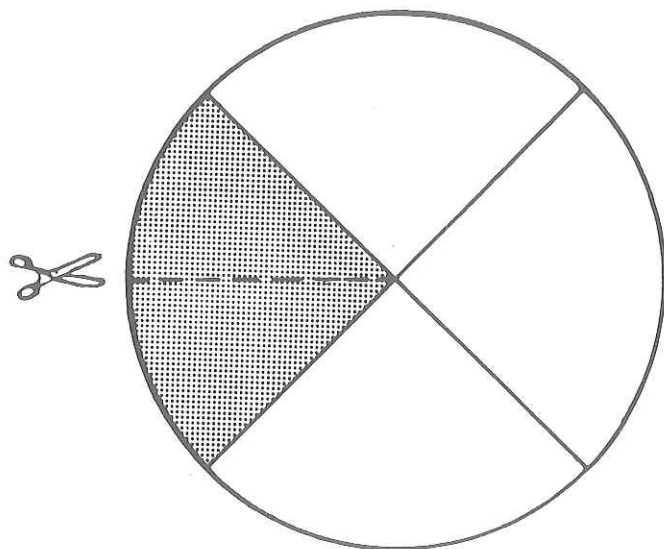
נסכם:

שטח הריבוע החוסם < שטח העיגול < שטח המתרוסר החסום

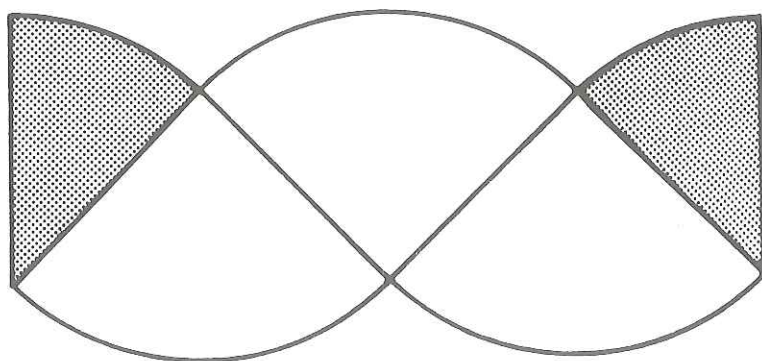
_____ < $4r^2$ < שטח העיגול

שיטת ה"גב'נה"

סמן בצבע אדום את היקף המעגל.
אפשר למצוא את שטח העיגול ע"י חלוקתו ל"משולשים".

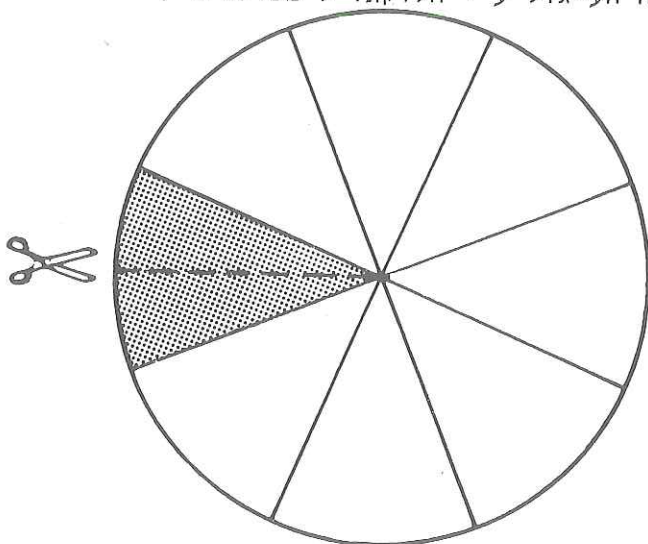


מה"משולשים" נרכיב "מלבן" ששטחו שווה לשטח העיגול.

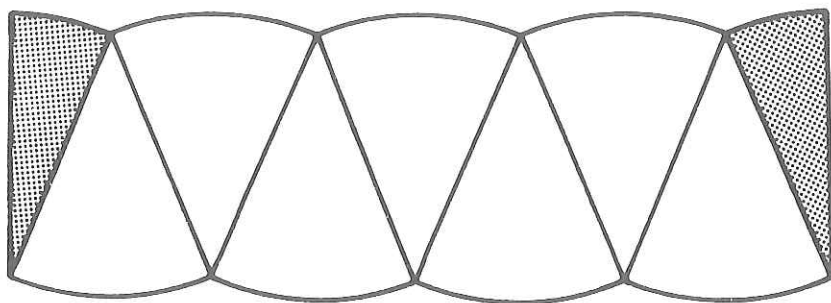


סמן בצבע כחול כחול ב"מלבן" את הקטעים שהם רדיוסים במעגל.

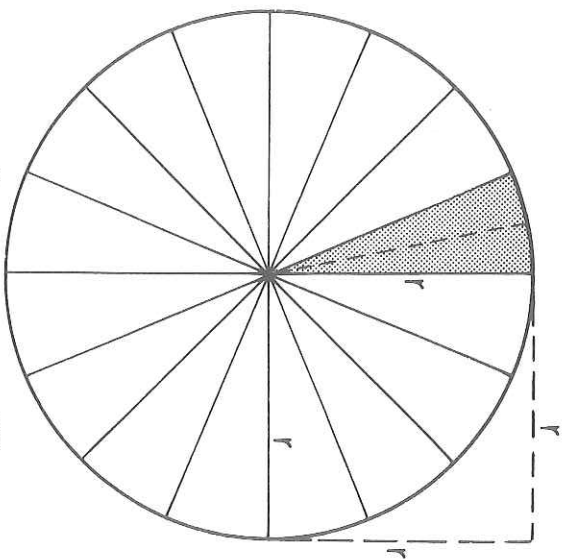
סמן בצבע אדום את היקף המעגל.
אפשר למצוא את שטח העיגול ע"י חלוקתו ל"משולשים".



מה"משולשים" נרכיב "מלבן" ששטחו שווה לשטח העיגול.

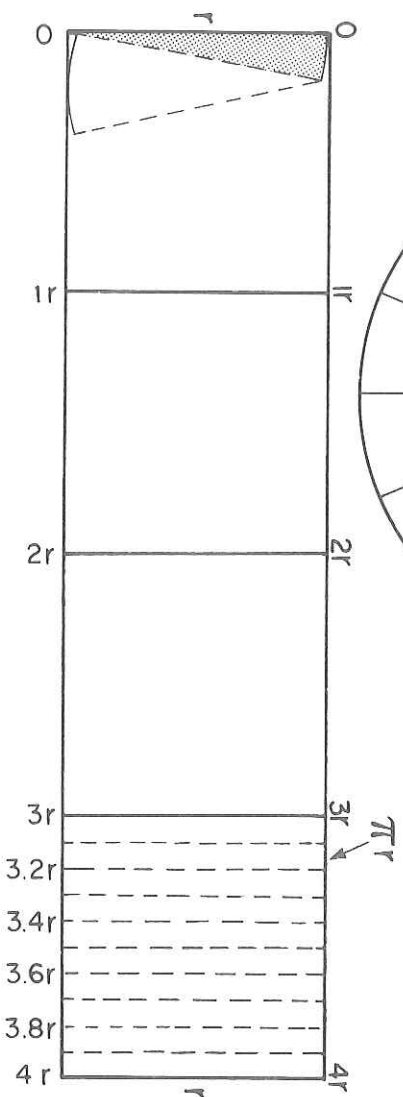


סמן בצבע כחול כחול ב"מלבן" את הקטעים שהם רדיוסים במעגל.

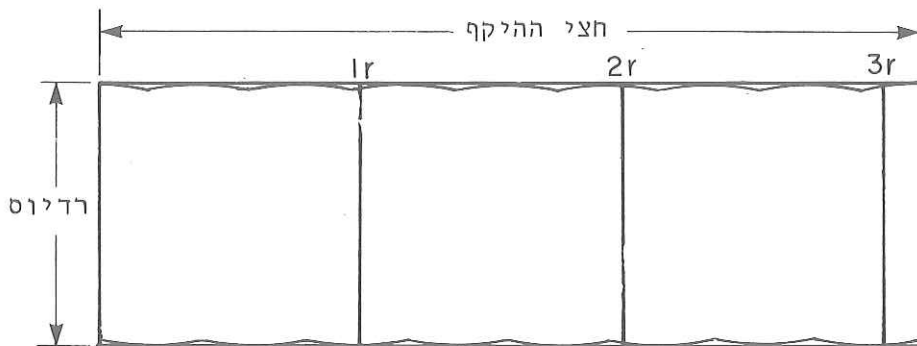


לפניך עיגול המחולק ל 16 "משולשים" ומלבן המורכב מ 4 ריבועים שאורך צלעם r (ריבועי רדיוס).

גזור את ה"משולשים" ו"כסה" בהם את המלבן, כמה ריבועים בעלי צלע r "כיסיתו"? _____



בחלוקה מספיק עדינה, מידות המלבן יהיו בערך כדלקמן:



השלם: היקף המעגל $2\pi r$

_____ = חצי היקף המעגל

שטח המלבן = _____ $\times$ חצי היקף

_____ $\times$ _____ r = שטח המלבן

ומכאן: שטח העיגול πr^2

שטח	r^2	r
$\pi \cdot 1$	1	1
		2
		4
		8

השלם:

_____ פי כמה גדל הרדיוס בכל פעם?

_____ פי כמה גדל השטח בכל פעם?

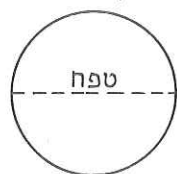




בגמרא, במסכת עירובין דף נ"ו (56) עמוד ב' דנים בנושא של שטח העיגול.

נושא הדיון הוא קביעת תחומה של עיר וכיצד אפשר לחשבו כאשר העיר משתרעת על שטח עגול. בפרוש רש"י למשנה זו נמצא הקטע הבא: (המקור כתוב בארמית).

"... כבר בים שעשה שלמה אפשר להוכיח כי לגבי היקפו, כל שרוחבו (קוטר) טפח, יש בהיקפו ג' טפחים, ועל הקרקע שבפנים (שטחו), אפשר להוכיח שאם תקיף טפח עגול (עגול שקוטרו טפח).

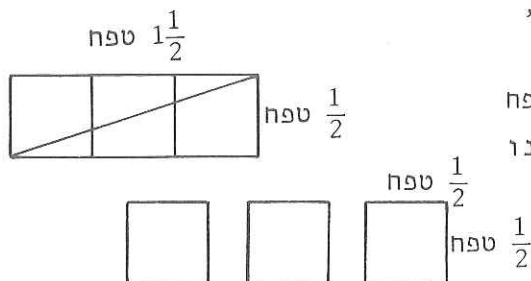


סביב סביב בחוטים דקים, עד הנקודה האמצעית שבעגול, (מרכז העגול) ותחתון (לאורך הרדיוס) מן הנקודה ולמטה כל החוטים לשניים, ותפשטם. יהיה העליון

ארוך ג' טפחים והאחרים מתקצרים והולכים עד הנקודה שהיא חצי טפח (רדיוס העגול) מהחוט העליון.

תחתון שוב כל החוטים לשניים, ושים הארוך בצד הקצר.

נמצא מרובע (מלבן) שאורכו טפח וחצי ורוחבו חצי טפח. דהיינו שטחו שלש חתיכות של חצי טפח על חצי טפח..."



הערה: לפי הסברו של רש"י שטח העיגול יהיה שווה לשטחם של שלושה

ריבועים שאורך צלעם $\frac{1}{2}$ טפח. $\frac{1}{2}$ טפח הוא אורך רדיוס

העיגול, ומכאן שטח ריבוע אחד $r \cdot r = r^2$

שטח שלושת הריבועים

בימיו של רש"י עדיין לא השתמשו בגודל π . "נשפר" את שיטתו של רש"י ונחליף את המספר 3 ב π .

שטח ה"משולש" שווה לשטח העיגול.



השלם: בסיס ה"משולש" = היקף העיגול

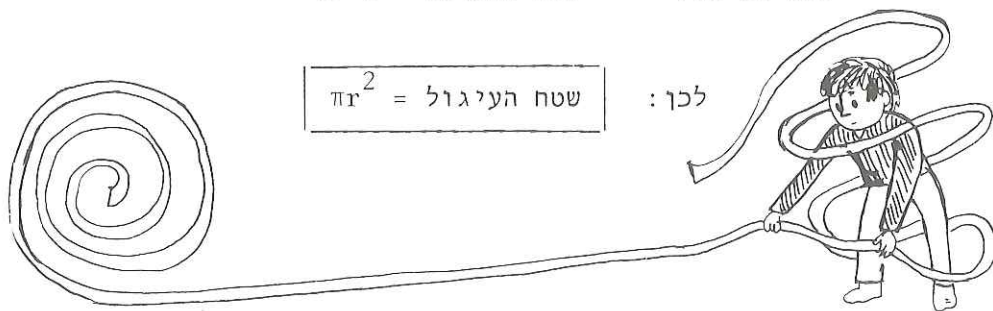
$$2\pi r = \text{היקף העיגול}$$

$$\text{גובה ה"משולש" = } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{\text{גובה} \times \text{בסיס}}{2} = \text{שטח ה"משולש"}$$

$$\text{שטח ה"משולש" = } \frac{2\pi r \times r}{2} = \text{(צמצום המונה והמכנה ב-2)}.$$

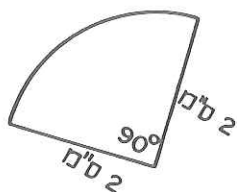
$$\text{שטח העיגול} = \text{שטח המשולש} = \pi r \cdot r$$



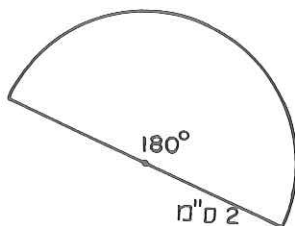


1. חשב את שטחי הגזרות הבאות:

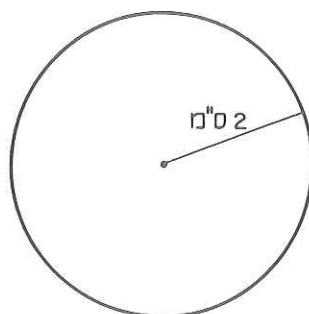
תזכורת: שטח העיגול $= \pi r^2$



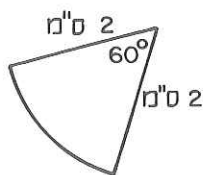
ג. _____



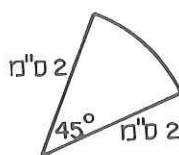
ב. _____



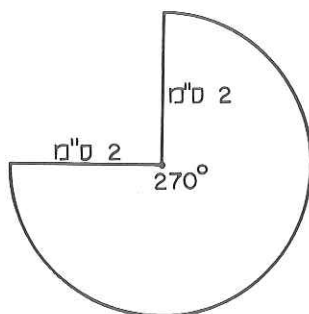
א. 4π סמ"ר דוגמא: _____



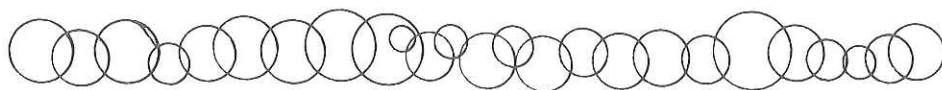
ו. _____



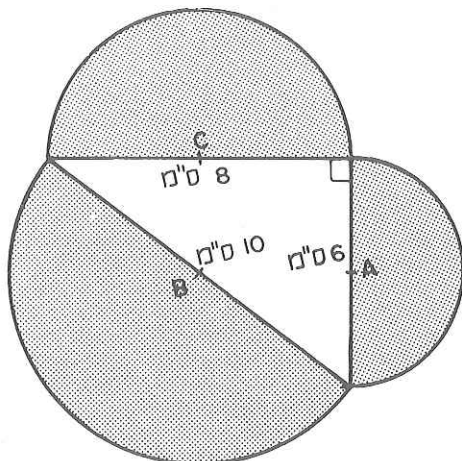
ה. _____



ד. _____



2. לפניך משולש ישר זווית, על כל אחת מצלעותיו משורטט חצי עיגול.

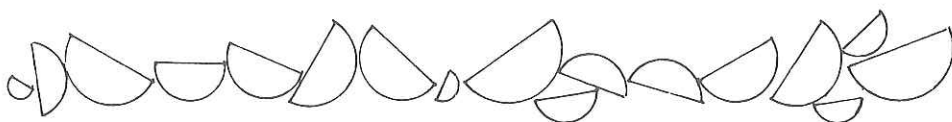


השלם:

- שטח חצי עיגול A _____
 שטח חצי עיגול B _____
 שטח חצי עיגול C _____

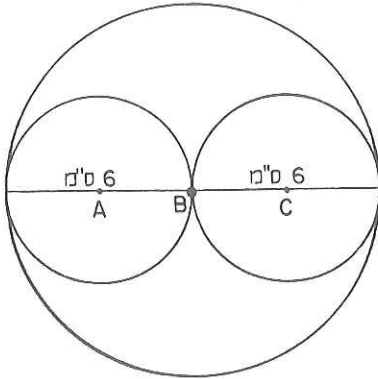
סמן ב $\checkmark$ את המשפט הנכון:

- סכום שטחי חצאי העיגולים A ו C קטן משטח חצי העיגול B.
 - סכום שטחי חצאי העיגולים A ו C שווה לשטח חצי העיגול B.
 - סכום שטחי חצאי העיגולים A ו C גדול משטח חצי העיגול B.



(א) בשרטוט שלפניך נתון מעגל גדול שמרכזו בנקודה B, ובתוכו שני מעגלים קטנים, שמרכזיהם בנקודות A ו C.

השלם: היקף המעגל A _____
 היקף המעגל B _____
 היקף המעגל C _____

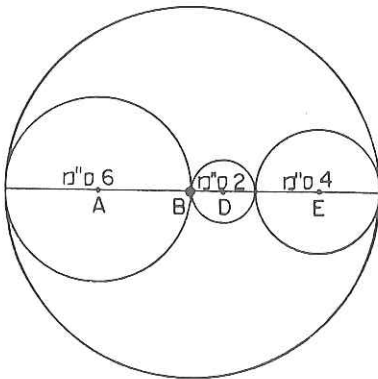


נסה למצוא קשר בין היקפי המעגלים הקטנים להיקף המעגל הגדול.
 סמן את המשפט הנכון:

- סכום היקפי המעגלים A ו C שווה להיקף המעגל B.
- סכום היקפי המעגלים A ו C קטן מהיקף המעגל B.
- סכום היקפי המעגלים A ו C גדול מהיקף המעגל B.

(ב) בשרטוט שלפניך נתון מעגל גדול שמרכזו בנקודה B, ובתוכו שלושה מעגלים קטנים שמרכזיהם בנקודות A, D ו E.

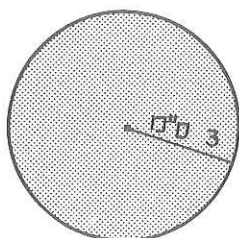
השלם: היקף המעגל A _____
 היקף המעגל B _____
 היקף המעגל D _____
 היקף המעגל E _____



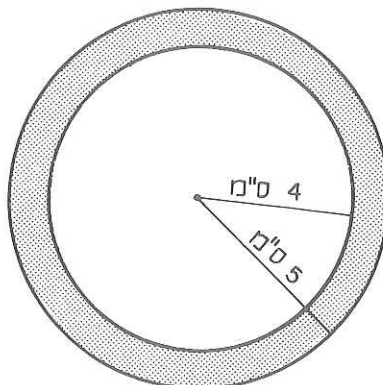
בדוק האם גם כאן סכום היקפי המעגלים הפנימיים שווה להיקף המעגל החיצוני.

א. לפניך עיגול שרדיוסו 3 ס"מ וטבעת בין שני עיגולים, הפנימי ברדיוס של 4 ס"מ והחיצוני ברדיוס של 5 ס"מ.

עיגול



טבעת



נסה לשער איזה שטח גדול יותר, של העיגול או של הטבעת?
בדוק את השערתך ע"י חישוב.

שטח העיגול: _____

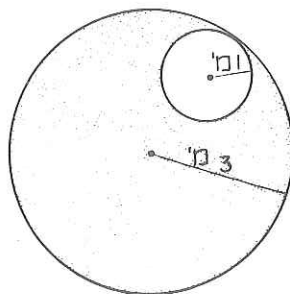
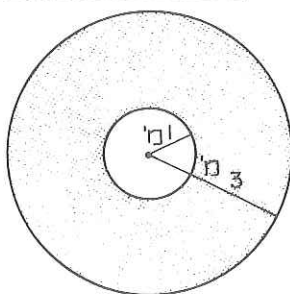
שטח הטבעת

שטח העיגול החיצוני: _____

שטח העיגול הפנימי: _____

שטח הטבעת: _____

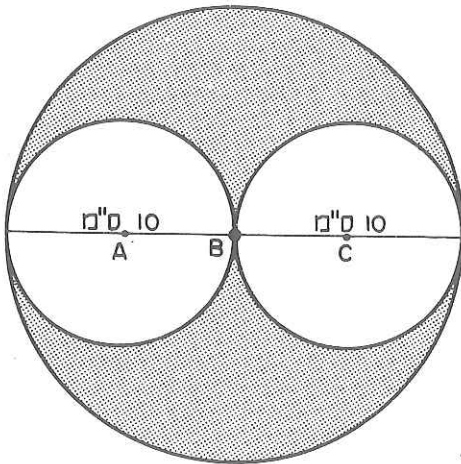
ב. באיזה ציור השטח המושחר גדול יותר? _____



ג. חשב את שטח העיגולים לפי הנתונים בשרטוט שלפניך.
השלים:

- שטח העיגול A _____
- שטח העיגול B _____
- שטח העיגול C _____
- שטח החלק הכהה _____

נסה למצוא קשר בין שטחי
העיגולים הקטנים לשטח
העיגול הגדול.

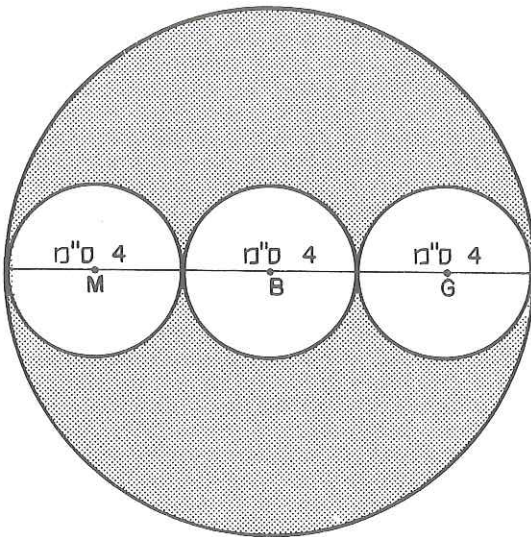


סמן את המשפטים הנכונים ב $\checkmark$.

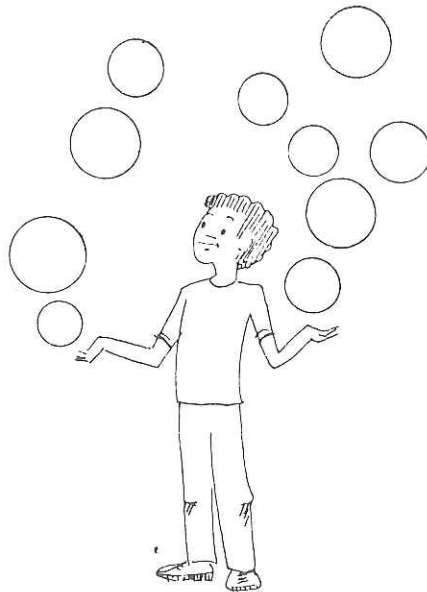
- סכום השטחים של שני העיגולים הקטנים גדול מהשטח הכהה.
- סכום השטחים של שני העיגולים הקטנים שווה לשטח הכהה.
- סכום השטחים של שני העיגולים הקטנים קטן מהשטח הכהה.
- סכום השטחים של שני העיגולים הקטנים שווה לשטח העיגול הגדול.
- סכום השטחים של שני העיגולים הקטנים שווה למחצית השטח של העיגול הגדול.
- סכום השטחים של שני העיגולים הקטנים שווה לרבע השטח של העיגול הגדול.
- שטח עיגול אחד קטן, שווה לרבע השטח של העיגול הגדול.

ד. נסה למצא קשרים בין
שטחי העיגולים הקטנים
לשטח הכהה ולשטח העיגול
הגדול.
(היעזר בהוראות של
סעיף ג').

מה מצאת? _____

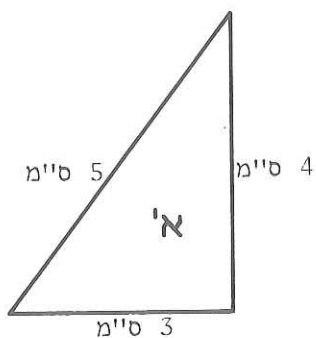


ה. בתרגילים ג' ו-ד' "מסתתר" חוק מסוים. נסה למצוא אותו.

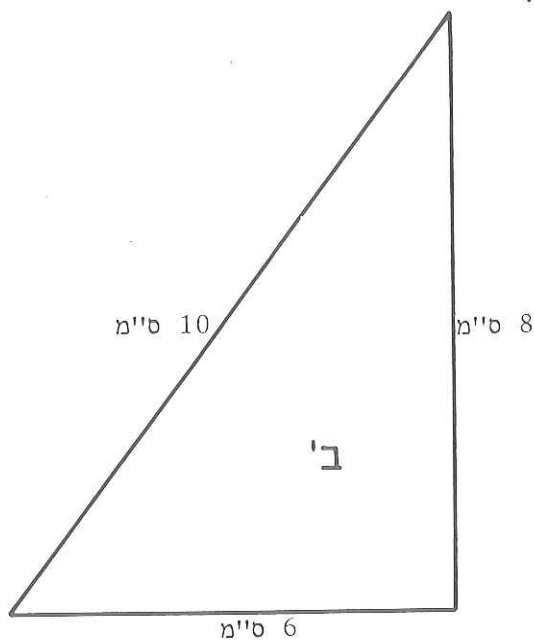


חשב את ההיקף ואת השטח של הצורות הבאות:

1.



היקף א' _____ ס"מ
שטח א' _____ סמ"ר



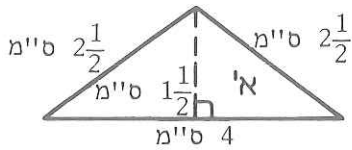
היקף ב' _____ ס"מ
שטח ב' _____ סמ"ר

א) פי כמה גדולה כל צלע במשולש ב', מהצלע "הנמצאת באותו הצד" במשולש א'? _____

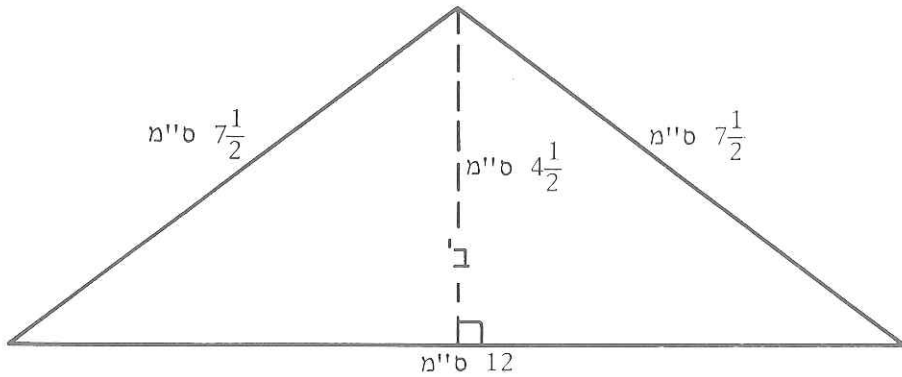
ב) פי כמה גדול ההיקף של משולש ב', מההיקף של משולש א'? _____

ג) פי כמה גדול השטח של משולש ב', מהשטח של משולש א'? _____

2.



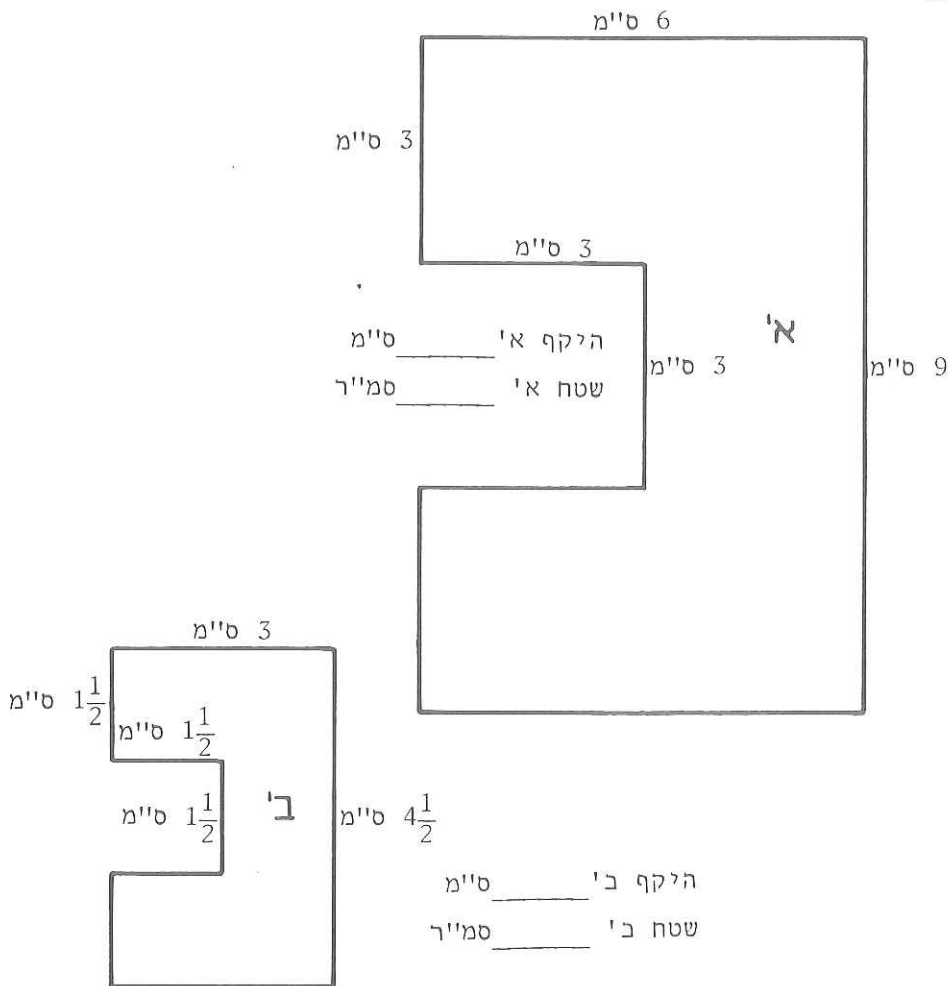
היקף א' _____ ס"מ
שטח א' _____ סמ"ר



היקף ב' _____ ס"מ
שטח ב' _____ סמ"ר

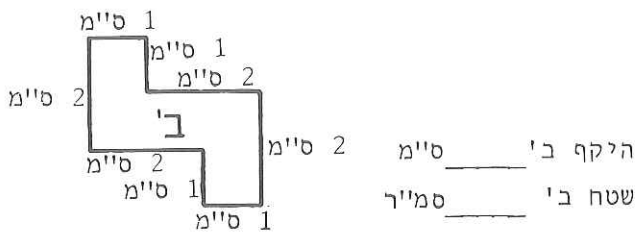
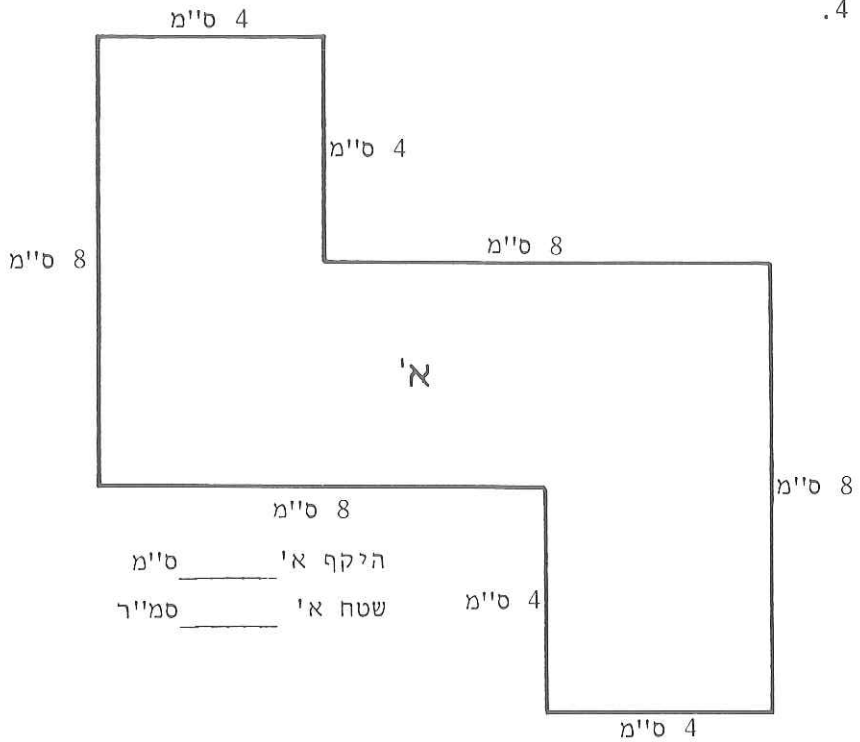
- (א) פי כמה גדולה כל צלע בצורה ב', מהצלע המתאימה לה
בצורה א' ? _____
- (ב) פי כמה גדול ההיקף של צורה ב' מההיקף של
צורה א' ? _____
- (ג) פי כמה גדול השטח של צורה ב' מהשטח של
צורה א' ? _____

3.



- (א) פי כמה גדולה כל צלע בצורה א', מהצלע המתאימה לה בצורה ב' ? _____
- (ב) פי כמה גדול ההיקף של צורה א', מההיקף של צורה ב' ? _____
- (ג) פי כמה גדול השטח של צורה א', מהשטח של צורה ב' ? _____

4.



א) פי כמה גדולה כל צלע בצורה א', מהצלע המתאימה לה

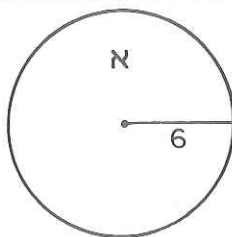
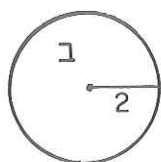
בצורה ב'?

ב) פי כמה גדול ההיקף של צורה א', מההיקף של

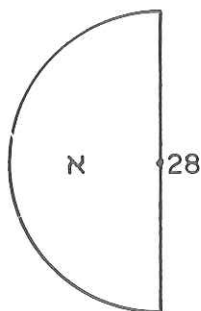
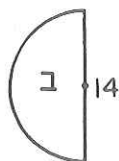
צורה ב'?

ג) פי כמה גדול השטח של צורה א', מהשטח של

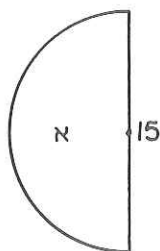
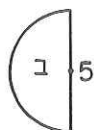
צורה ב'?



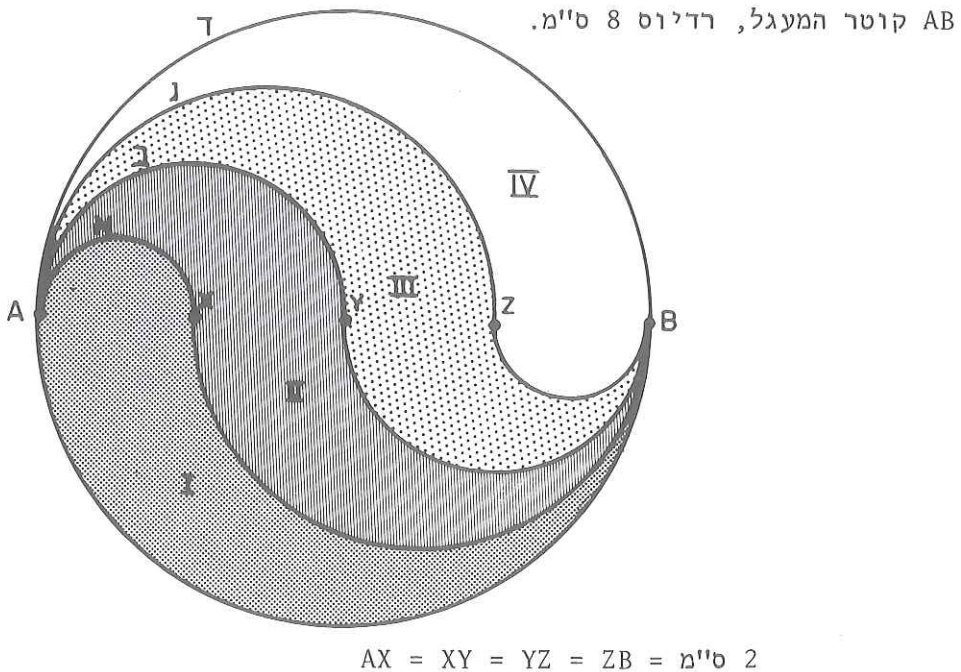
- (א) פי כמה גדול הרדיוס של מעגל א' מהרדיוס של מעגל ב'?
- (ב) פי כמה גדול ההיקף של מעגל א' מההיקף של מעגל ב'?
- (ג) פי כמה גדול השטח של עיגול א' מהשטח של עיגול ב'?



- (א) פי כמה גדול הקוטר של חצי עיגול א' מהקוטר של חצי עיגול ב'?
- (ב) פי כמה גדול ההיקף של חצי עיגול א' מההיקף של חצי עיגול ב'?
- (ג) פי כמה גדול השטח של חצי עיגול א' מהשטח של חצי עיגול ב'?



- (א) פי כמה גדול הקוטר של חצי עיגול א' מהקוטר של חצי עיגול ב'?
- (ב) פי כמה גדול ההיקף של חצי עיגול א' מההיקף של חצי עיגול ב'?
- (ג) פי כמה גדול השטח של חצי עיגול א' מהשטח של חצי עיגול ב'?



כל קו עקום בנוי מחצאי מעגלים.

1. חשב את אורכו של כל קו עקום שבין A ל B בשרטוט.

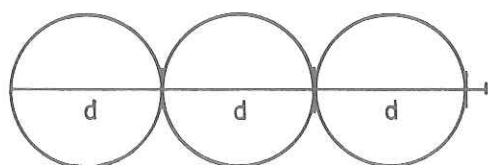
- (א) _____
 (ב) _____
 (ג) _____
 (ד) _____
 (ה) _____

2. חשב את שטחו של כל "איזור" בעיגול המשורטט.

- .I
 .II
 .III
 .IV

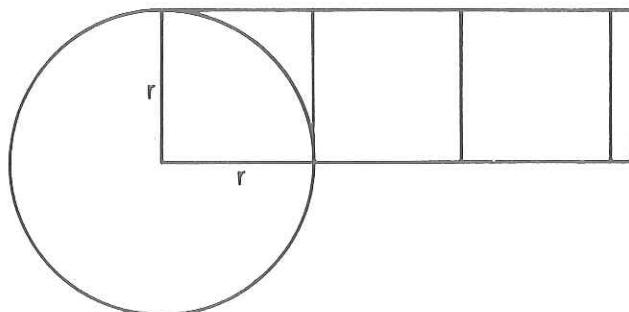
תזכורת :

היקף



$$\pi d = 2\pi r$$

שטח



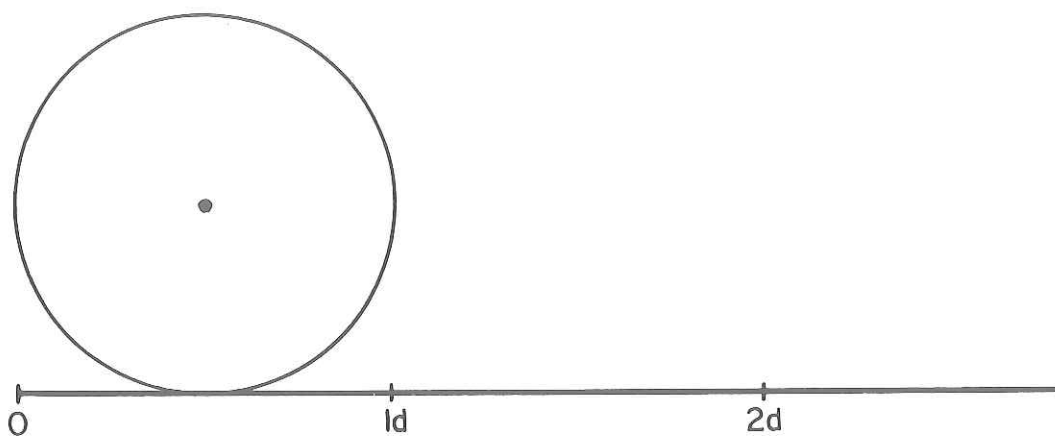
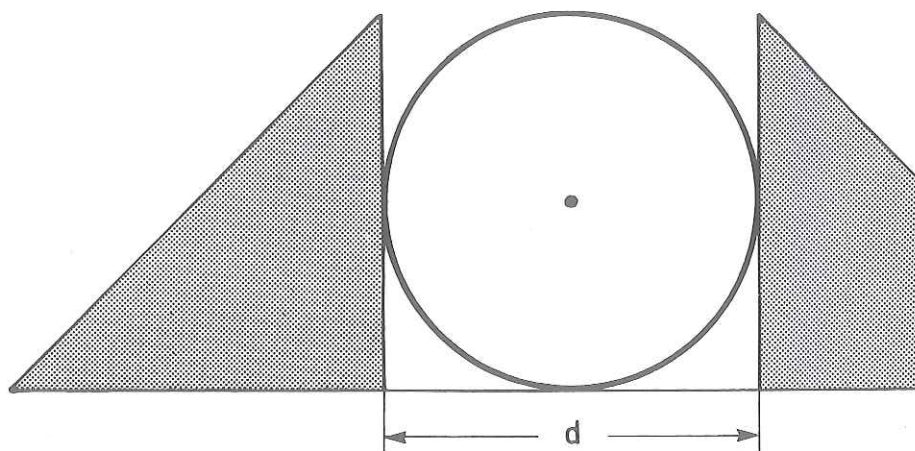
$$\pi r^2$$

פתור כל תרגיל. מצא את הפתרון בטור התשובות, רשום את האות שליד כל פתרון במשבצת המתאימה בתחתית העמוד. (אמוד או השתמש במחשבון).

1	קוטר מעגל שרדיוסו 14 ס"מ	ו	22 ס"מ
2	היקף מעגל שרדיוסו 14 ס"מ	ל	1385.44 סמ"ר
3	שטח עיגול שרדיוסו 7 ס"מ	י	92.5 ס"מ
4	קוטר מעגל שרדיוסו 13 ס"מ	ג	26 ס"מ
5	היקף מעגל שרדיוסו 13 ס"מ	ל	38.48 סמ"ר
6	שטח עיגול שרדיוסו 11 ס"מ	י	כ-81.68 ס"מ
7	קוטר מעגל שרדיוסו 3.5 ס"מ	ף	כ-153.94 סמ"ר
8	היקף מעגל שקוטרו 7 ס"מ	ה	14 ס"מ
9	שטח עיגול שרדיוסו 3.5 ס"מ	ן	59.69 ס"מ
10	רדיוס מעגל שקוטרו 185 ס"מ	ו	כ-87.96 ס"מ
11	רדיוס מעגל שקוטרו 28 ס"מ	ל	380.13 סמ"ר
12	היקף מעגל שקוטרו 14 ס"מ	ג	10.5 ס"מ
13	שטח עיגול שקוטרו 28 ס"מ	ס	28 ס"מ
14	רדיוס מעגל שקוטרו 21 ס"מ	ע	43.98 ס"מ
15	היקף מעגל שקוטרו 19 ס"מ	ג	7 ס"מ
16	שטח עיגול שקוטרו 42 ס"מ	י	615.75 סמ"ר

16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
															ט

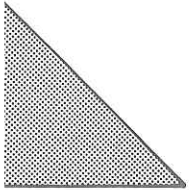
דוגמא:



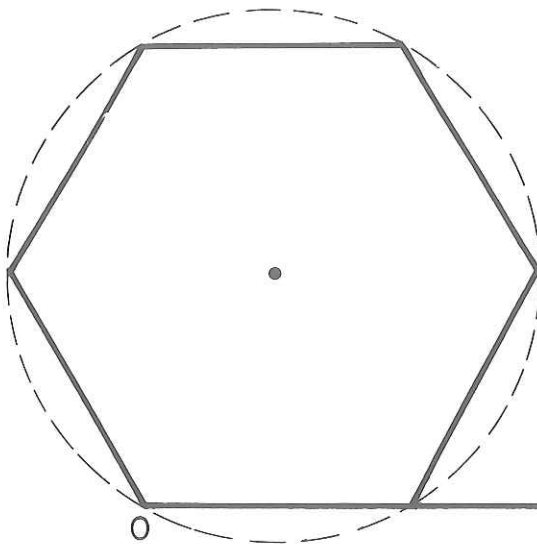
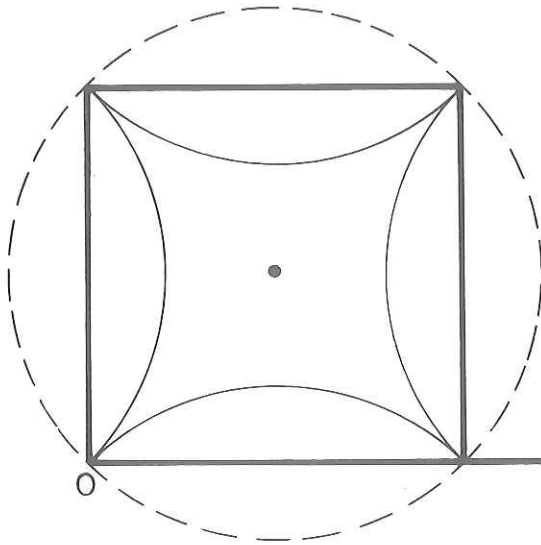
בבואנו לחשב את אורך היקף המעגל נהיה זקוקים ליחידת מידה מתאימה.
לכל מעגל קוטר משלו.
אנו נשתמש בקוטר המעגל כיחידת מידה.

סרגל מדידה למדידת אורך היקף המעגל יראה כך:

תזכורת: את אורך הקוטר במעגל מסמנים באות d .



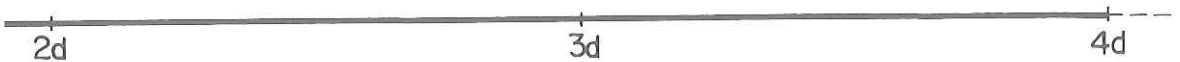
אשר קיפלת בחוליה 7).



ג) חזור על פעולת המדידה עם הריבוע

המשושה והמתרוסר החסומים בתוך המעגלים.

(השתמש במצולעין)

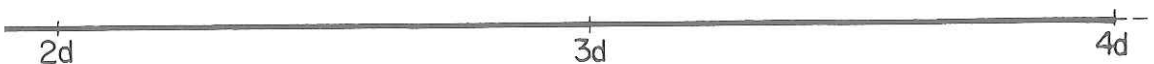


סמן את המשפט הנכון:

היקף הריבוע החסום קטן מ $3d$.

היקף הריבוע החסום שווה ל $3d$.

היקף הריבוע החסום גדול מ $3d$.



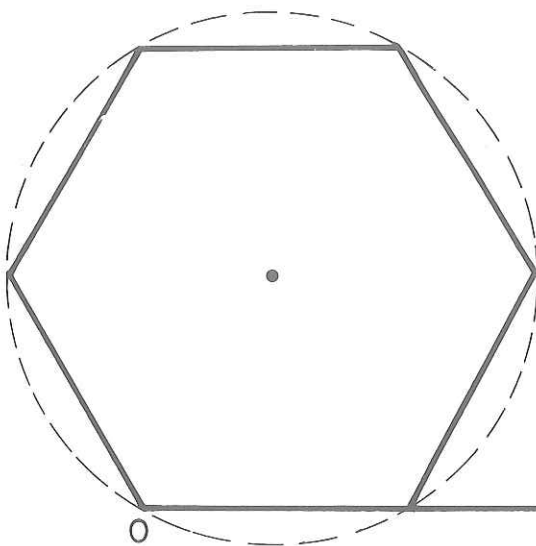
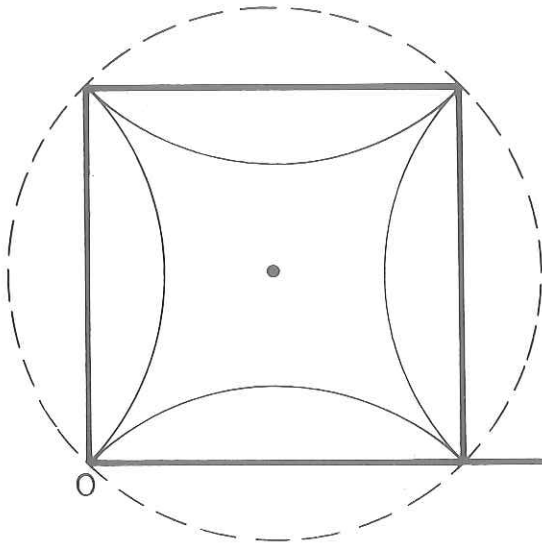
סמן את המשפט הנכון:

היקף המשושה החסום קטן מ $3d$.

היקף המשושה החסום שווה ל $3d$.

היקף הריבוע החסום גדול מ $3d$.

אשר קיפלת בחוליה 7).

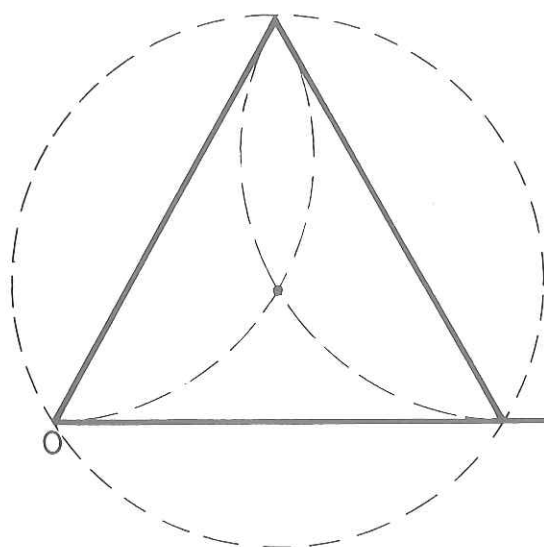


ב) בתוך המעגל הנ"ל חסמנו משולש שווה צלעות.

מדוד את היקף המשולש ע"י "גילגולו" על גבי סרגל המדידה. סמן בכל פעם את קצה הצלע המונחת על הסרט.

3d

4d

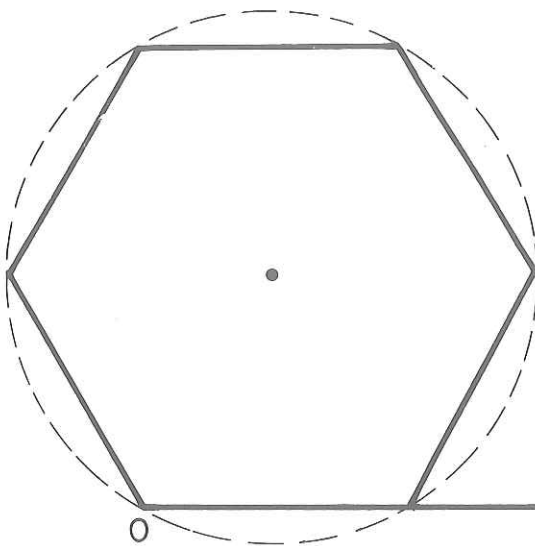
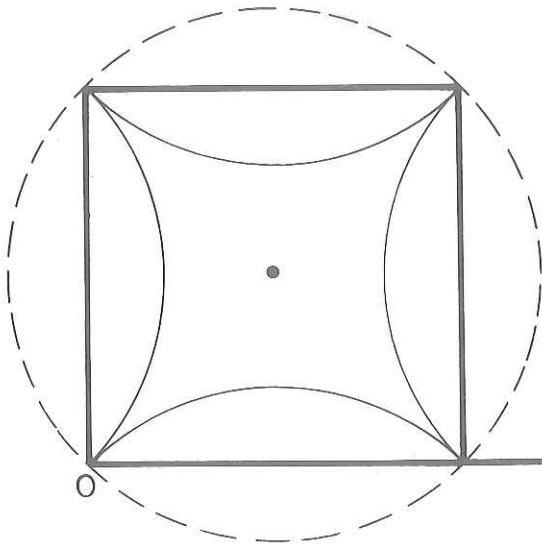


(במדידה השתמש
במשולש החסום בתוך
מעגל שקיפלת בחוליה 7).

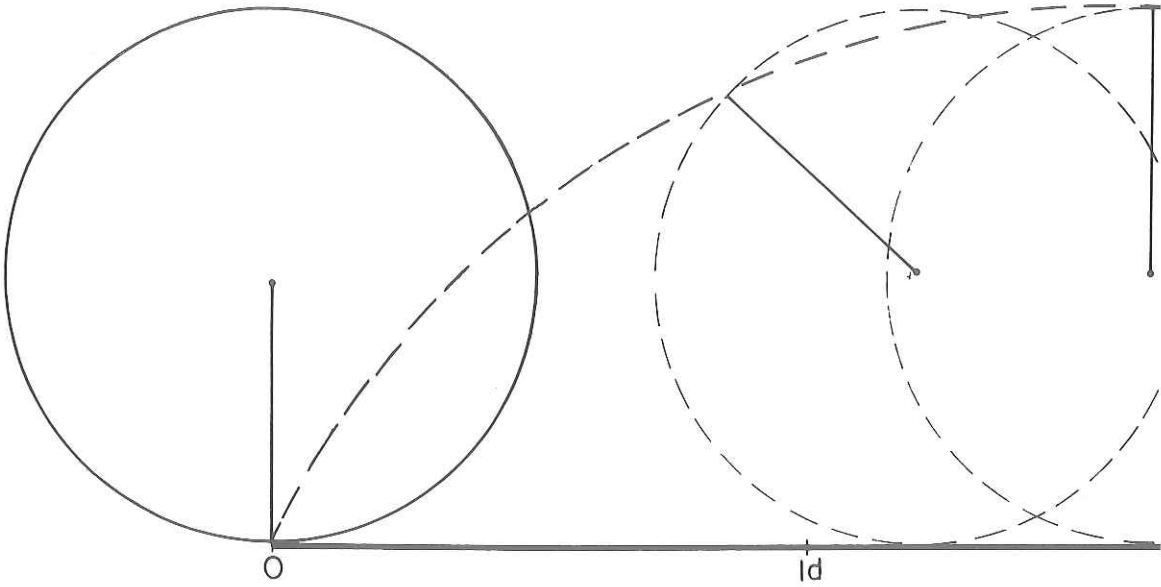
סמן את המשפט הנכון:

- .3d היקף המשולש החסום קטן מ
- .3d היקף המשולש החסום שווה ל
- .3d היקף המשולש החסום גדול מ

אשר קיפלת בחוליה 7).



שרטוט המדגים את הפעולה.



ושרטטנו לדוגמא שני מצבים של

קטרים.

סמן את המשפט הנכון:

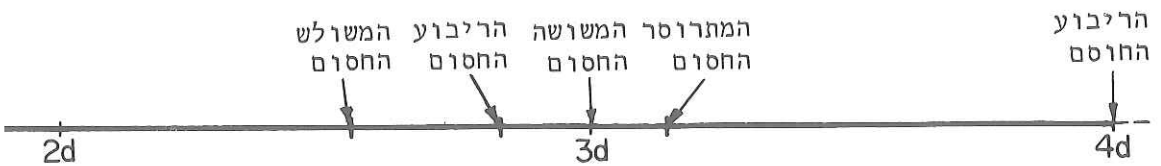
היקף המתרוסר החסום קטן מ $3d$.

היקף המתרוסר החסום שווה ל $3d$.

היקף המתרוסר החסום גדול מ $3d$.

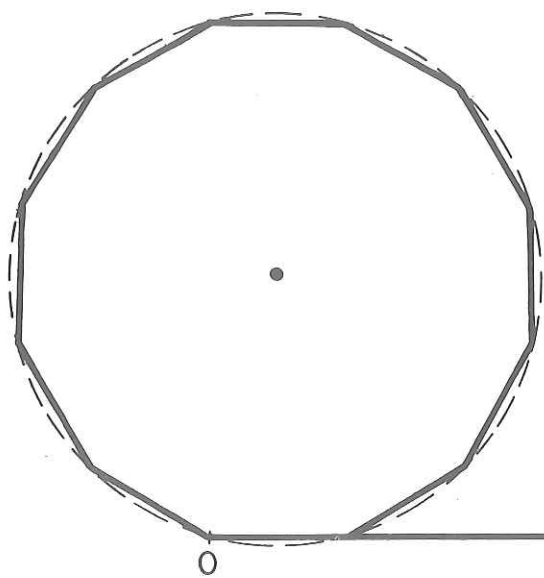


(ד) אם נאחד את כל סרגלי המדידה נקבל,



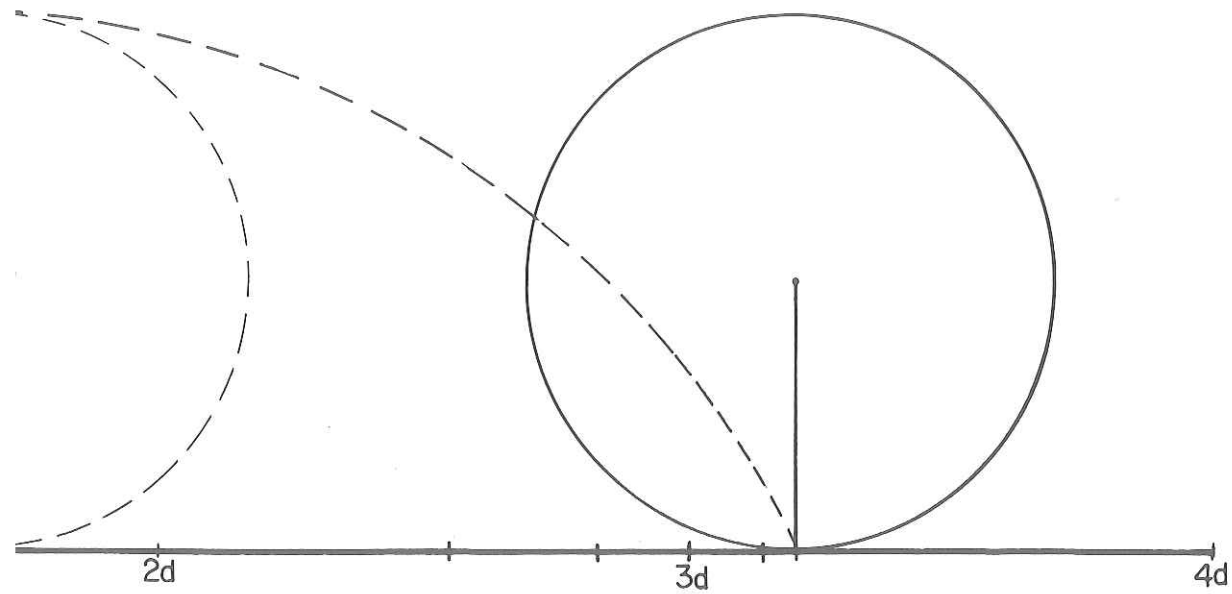
השלם: המצולע שהיקפו הוא הקרוב ביותר להיקף המעגל הוא _____

אם נמדוד את היקף המעגל בקטרים נוכל לומר: _____ קטרים $<$ היקף π



גל < _____ קטרים.

על גבי אותו סרט מדידה גלגלנו מעגל, סיבוב אחד שלם, מהנקודה 0. לפניך



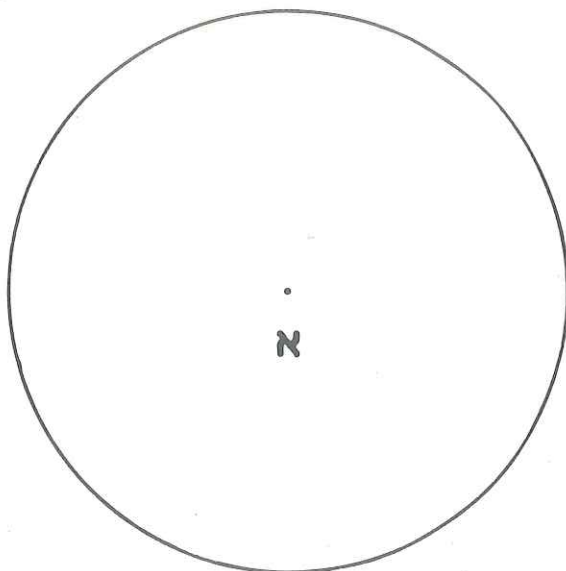
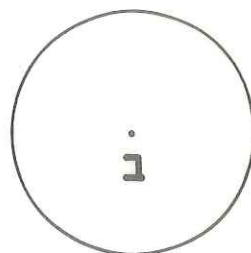
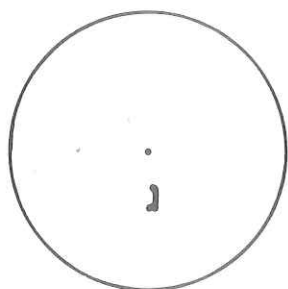
סימנו את סוף הסיבוב על סרגל המדידה (כאשר הנקודה 0 נוגעת שנית בסרט), גלגל המעגל.

כאשר נתבונן בסרגל המדידה נראה כי אורך היקף המעגל שווה ל"שלושה וקצת"

דף מס' I



דף מס' II



דף מס' III

A ————— B