

תכון לינארי

מהדורה אינטרנטית מעודכנת 2016



המחלקה לחקר המדעים

אין להפיץ, לשכפל, להעתיק, למכור, לשדר, לפרסם, או לאפשר לאחרים לעשות כן בכל דרך אחרת בתכנים
נשוא תקליט/or/אתר זה לרבות באתר אינטרנט אחרים, בפרסומים אלקטרוניים, בפרסומים מודפסים
וכדומה, לכל מטרה בין שהיא מסחרית ובין שאינה מסחרית שאינה לצורך שימוש אישי ופרטי, אלא אם
ניתנה רשות כתובה וחותומה לכך בכתב על ידי המחלקה להוראת המדעים במכון ויצמן למדע.

© כל הזכויות שמורות

מכון ויצמן למדע ולטchnology

אדר א תשע"ו

מרץ 2016

חומר על-ידי:

יוני עמיר

נורית הדס

יעוץ:

אברהם הרכבי

מקסים ברוקה היימר

מייכאל קורן

עריכה לשונית:

נגה ואן דורמלן - אברהםי

הדפסה ועריכה במחשב:

אבי טל

شرطוטים ועיצוב גרפי:

זיו אריאלי

איורים:

נדב עמיר

لتלמידים

בחוברת זו תינתן לכם ההזדמנויות להרחב חלק מהנושאים שנלמדו בהנדסה אנגלית. בעברו ממשוואות ישרים לאי-שוויונים וטיאורם הגראפי. בעזרת הכלים האלה תוכל פתר בעיות כלכליות. אנו מקווים שהלימוד יהיה מעניין וכהנה.

תודתנו לכיתה י"א תשנ"ב בבית-הספר אורט תל נוף, לכיתה י' תשנ"ג בבית-הספר המקיף ברנר, ולכיתה י"א תשנ"ג בבית-הספר עמל א' רמלה, על שיתופ הפעולה שגילו בעת לימוד מהדורתה הניסוי.

תוכן העניינים

7	נגעה קלה בכלכלה
9	בין מקבילים
17	"הفرد ומושל" במישור
21	شرطוט ישרים (חזרה)
23	עוד על הפרדה במישור
29	"טוביים השניים מן האחד"
37	קוד לחישוב קדקוד
40	התחום האפשרי
44	"אל המטרה"
48	"על הגובה"
52	"אל הקודקוד"
57	"חלוצים ואילוצים" - שאלות לסייע
60	מי ירוויח יותר? עוד שאלות לסייע
63	ארגון נתונים בתכנון לינארית
70	"הכל פתוח"
73	ומה אם מתעניינים רק בנקודות שלמות?
75	בעיות שלמות.

ביאור סמלים

תרגיל "מפתח"



עבודה עצמית



מחשבון



תרגיל אתגר



סיכום



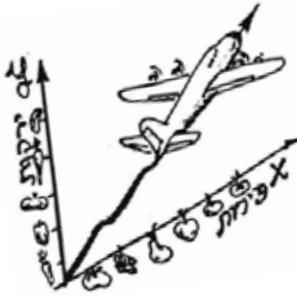
הכנה



גנעה קלה בכלכלה

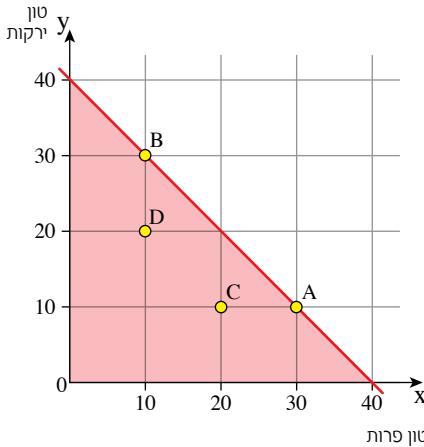


1. מטוסי תובלה מוגבלים לירקوت ופירות. הנהל חברת "שחף" נתן למנהל הייצור דף וגוף הבא. השטח הצבוע מותאר את כל המשלוחים האפשריים. עוזר לו לפענח את הגוף.



א. כמה טון פירות וכמה טון ירקות יש לשלווח, אם הממשלה הוא:

- לפני הנקודה A?
- לפני הנקודה B?
- לפני הנקודה C?
- לפני הנקודה D?



ב. סמננו נקודות המתארות הובלה של: 30 טון פירות ו- 5 טון ירקות,
20 טון פירות ו- 20 טון ירקות,
20 טון פירות, ללא ירקות.

ג. האם אפשר לשלווח 30 טון פירות ו-20 טון ירקות? נמקו.

ד. היכן נמצאות כל הנקודות, המתארות משלוח של ירקות בלבד?

ה. היכן נמצאות נקודות, המתארות משלוח של פירות בלבד?

ו. אם הממשלה הוא על-פי נקודה C, האם לדעתכם יש עוד מקום בטיסה?

ז. רשמו שיעורים של שלוש נקודות, המתארות מטוס מלא.

ח. היכן בתחום המשורטט ימצאו המשלוחים הנ"ל? נמקו!

ט. האם ניתן לשלווח 50 טון של פירות וירקות ביחד?

המשן

י. ידוע שהרווח ממשלווח טון אחד של פירות הוא 700 ש"ח ומטען אחד של ירקות 500 ש"ח.

יא. מה יהיה הרווח:

- לפני נקודה A?
- לפני נקודה B?
- לפני נקודה C?
- לפני נקודה D?

יב. באיזה מקרה ממהקרים שחייבתם, הרווח של החברה יהיה הגדל ביותר?

יג. סמנו במערכת הצירים נקודה, המייצגת רוח גדור יותר מלאה שמצוות עד כה.

בהמשך הפרק תלמדו לפתור בעיות מן הסוג זהה, ותחפשו בשאלות מורכבות את הרווח הגדל ביותר.

יד. נסו למצוא בגרף נקודה המייצגת את הרווח הגדל ביותר.

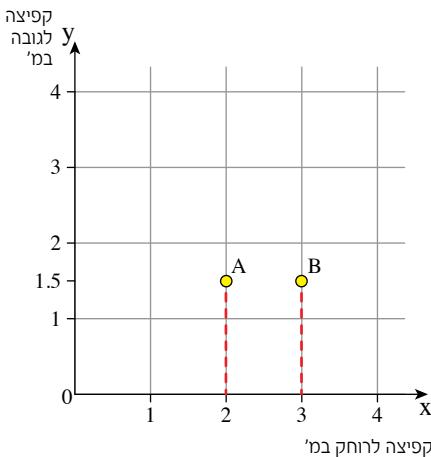
בין מקבילים



1. ביום ספורט נרשמו תוצאות של תחרויות בקפיצה לרוחק ולגובה. המורה לספורט תיאר את התוצאות באמצעות נקודות, במערכת צירים.



אחת הטיעות שלו הוגלה לידי התלמידים. ההישגים של דן מיוצגים על-ידי הנקודה A ושל שירה על ידי B.

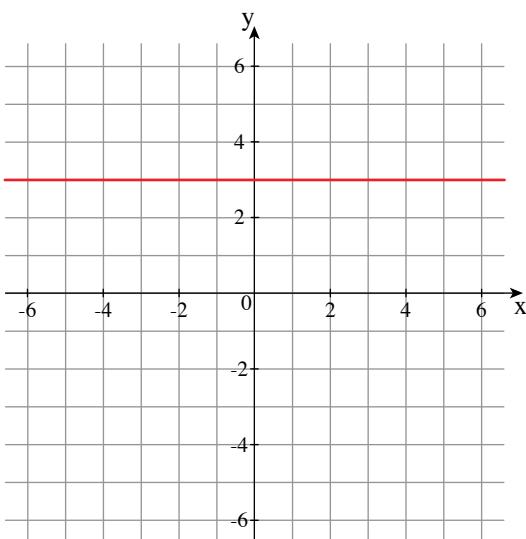


א. מה ההישגים של דן ושירה בכל אחת מהקפיצות?

ב. רשמו וסמןנו נקודות נוספות, המתאימות לתלמידים שקבעו **גובה** כמו דן ושירה.

ג. מהי **משוואת הישר** העובר דרך הנקודות A, B?

ד. אילו תוצאות מיוצגות על-ידי הנקודות על הישר AB?



2. א. רשמו את משוואת הישר המשורטט.

ב. סמןו ורשמו שיעורים של ארבע נקודות, ששיעור y שלهن גדול מ-3.

ג. צבעו את כל האזורי המתאים לנקודות, ששיעור y שלهن **גדול מ-3**.

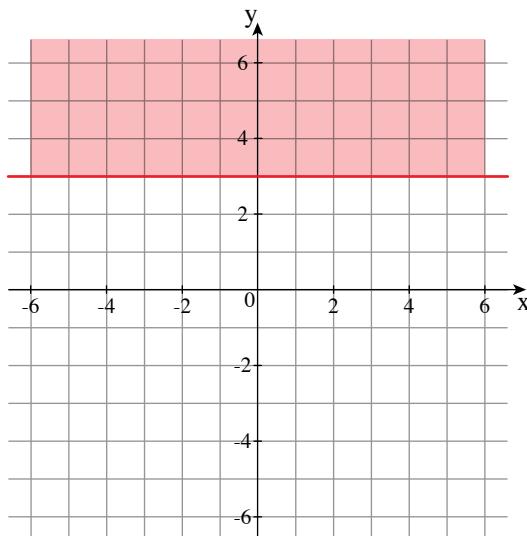


אי השווין המתאים לאזור הצבוע, כולל הישר, הוא $y \geq 3$.

3. א. מהי משוואת הישר בגבול האזור הצבוע?



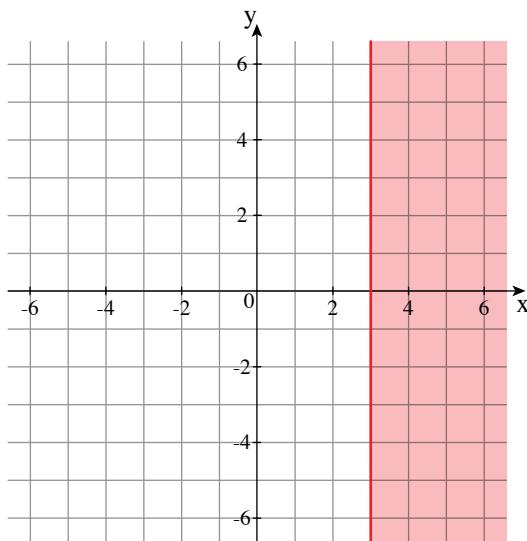
ב. נסו לאפיין בעזרת אי שוויון מותאים את האזור הצבוע.



כשמדובר באזור צבוע, הכוונה לאזור כולל הישר שבגבולו, ולכן סימני האי-שוויון המתאים הם \leq או \geq .

4. א. מהי משוואת הישר בגבול האזור הצבוע?

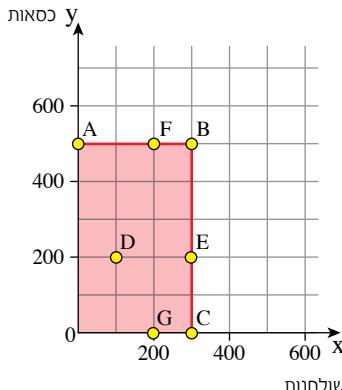
ב. רשמו אי שוויון מותאים לאזור הצבוע.



5. א. סמנו במערכת צירים נקודות, ששיעור x שלhn 5, ורשמו את משווהת הישר העובר דרכן.

ב. צבעו את האזור בו נמצאות כל הנקודות, ששיעור x שלhn קטן מ-5. רשםו אי-שוויון מתאים לאזור הצבוע.

6. יצרו מיצר שלוחנות וכיסאות. אפשרויות הייצור השבועי מתוארות בשרטוט.



א. כמה שלוחנות וכמה כיסאות מייצרים, אם הייצור השבועי הוא:

לפי הנקודה A ?

לפי הנקודה B ?

לפי הנקודה C ?

לפי הנקודה D ?

לפי הנקודה E ?

ב. סמנו נקודה המתארת ייצור של 100 שלוחנות בלבד.

ג. היכן נמצאות הנקודות, המתארות ייצור של שלוחנות בלבד?

ד. היכן נמצאות הנקודות, המתארות ייצור של כיסאות בלבד?

ה. ידוע שהרווח ממינית שלולחן 50 ש"ח, וממכירת כיסא 30 ש"ח.

מהו הרווח ממינית של: 200 שלוחנות ו-300 כיסאות?

150 שלוחנות ו-100 כיסאות?

300 שלוחנות בלבד?

200 כיסאות בלבד?

ו. האם ניתן ליצר רק כיסאות ולהרוויח לפחות 17,000 ש"ח? נמקו?

ז. כמה שלוחנות וכמה כיסאות אפשר ליצור, לפי המוגבלות, ולקבל רווח מקסימלי?

ח. מהי משווהת הישר AB?

ט. רשמו אי-שוויון מתאים לנקודות מתחת לישר AB.

י. רשמו אי-שוויון מתאים לנקודות משמאלי לישר BC.

יא. נסו להסביר מה מותאר האזור הצבוע.





.7. א. שרטטו ישר מותאים לנקודות, ששיעור x שלhn שווה ל-2.

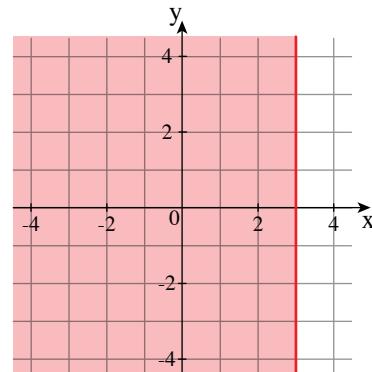
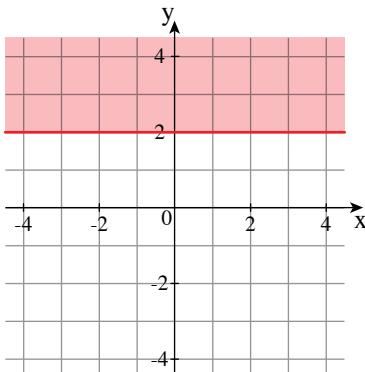
ב. צבעו את האזור בו נמצאות כל הנקודות, ששיעור x שלhn גדול מ-2.

ג. רשםו אי-שוויון מתחאים.

בסעיף זה למדתם לתאר אי שוויונות בצורות שונות,

דוגמה

לאוסף הנקודות, ששיעור x שלhn קטן או שווה ל-2, מתחאים האי-שוויון $2 \geq y$ והגרף:



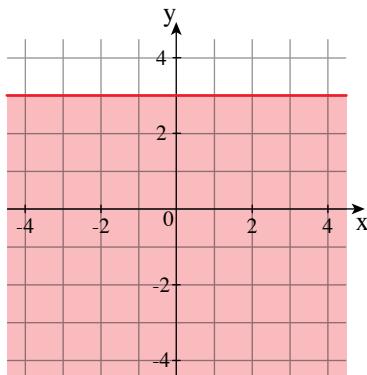
כמו כן רואיתם, שכדי לשרטט גרף של אי-שוויון, שהישר בגביו מקביל לאחד הצירים, יש לשרטט תחילה את הישר.

תרגילים

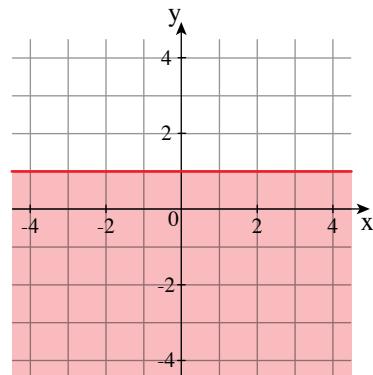
8. רשמו את **משוואת** הישר המודגש.

רשמו את **הא-השוויון** המתאים לאזור הצבע.

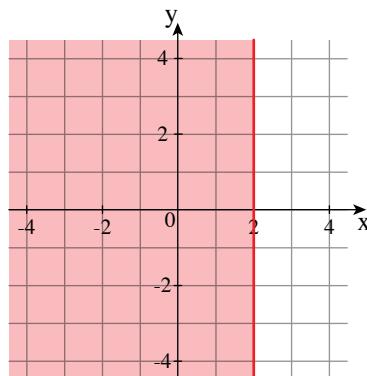
ב.



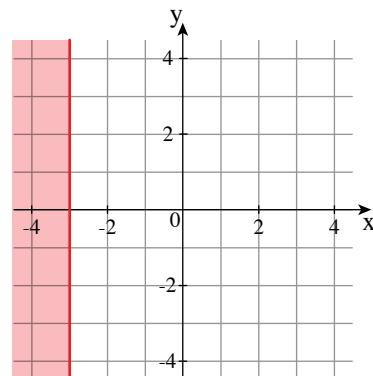
ג.



ד.



ג.

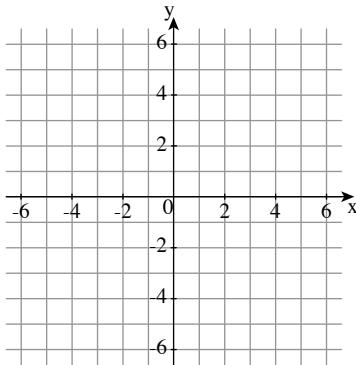


9. שרטטו גרפים מותאימים.

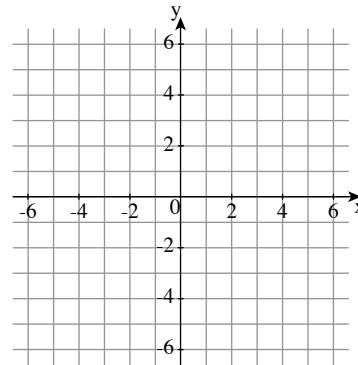
א. $x \geq 5$

ב. כל הנקודות שישוור x גדול או שווה

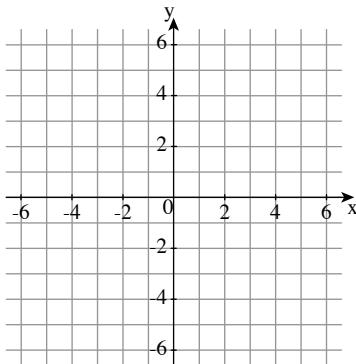
$$L-1, -(x \geq -1)$$



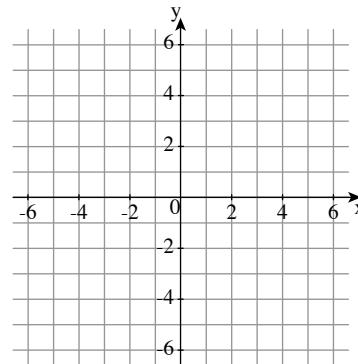
$$x \leq 0$$



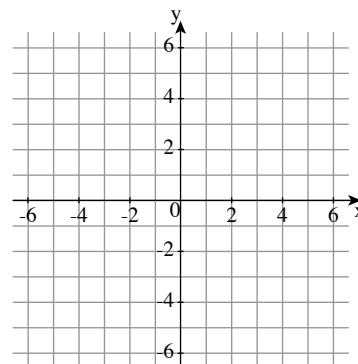
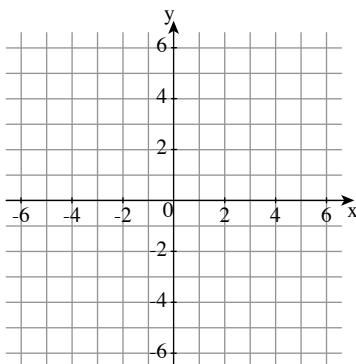
ג. כל הנקודות, שישוור y שלhn גדול או
שווה $L-5$.



ד. כל הנקודות שישוור y שלhn גדול או
שווה $L-1$.

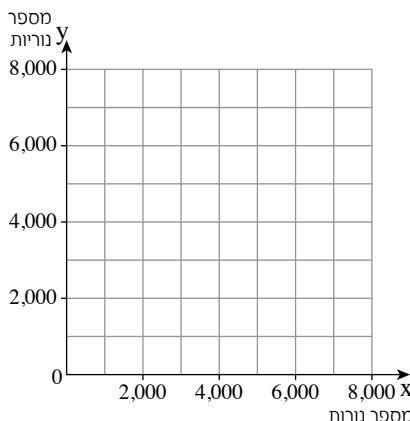


$$y \leq 0$$



10. בפעולת מייצרים נורות ונוריות.

א. סמנו נקודות, המתאימות לייצור של 5000 נורות. העבירו את הישר המתאים ורשמו את משוואתו.



- צבעו איזור מתאים לייצור של לא יותר מ-5000 נורות.

- רשמו אי-שוויון מתאים לאיזור הצבוע.

ב. - סמנו נקודות המתאימות לייצור של 7000 נורות, העבירו את הישר המתאים ורשמו את משוואתו.

- צבעו איזור מתאים לייצור של לא יותר מ-7000 נורות.

- רשמו אי-שוויון מתאים לאיזור הצבוע.

ג. מוגבלות הייצור מתוארות בתחום הצבוע פעמיים. רשמו אותן.

ד. היכן נמצאות הנקודות המתאזרות ייצור של נורות בלבד?

ה. ידוע שהפעולת מרוויח 0.30 ש"ח מנורה ו-0.20 ש"ח מנורית.

מה יהיה רווח הפעול:

- מכירה של 2000 נורות ו-1000 נוריות?

- מכירה של 5000 נורות ללא נוריות?

- מכירה של 7000 נורות ללא נוריות?

ו. כמה נורות ונוריות אפשר לייצר, כדי להגיע לרווח מקסימלי?



11. מנהל חברת "שחף" עסוק מאוד. מחוסר זמן נתן למנהל הייצור שלו את הדף הבא, כדי שישרטט גרפ.

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ y \leq 3 \end{cases}$$

x - משקל פרחים בטונוגות

y - משקל פירות בטונוגות

א. שרטטו גרפ של שני האי-השווונות, באוותה מערכת צירים, ברביע הראשון.

(شرطטו תחילת את הישרים).

ב. מה מייצגות הנקודות ?B(5, 3) , A(2, 4)

ג. סמנו במערכת הצירים נקודות המתארות משלוח של:

3 טון פרחים ו- 2 טון פירות.

5 טון פרחים ו- 2 טון פירות.

2 טון פרחים ו- 3 טון פירות.

ד. השטח הצבוע בגרף שشرطתם מתאר את אפשרות הייצור השונות.

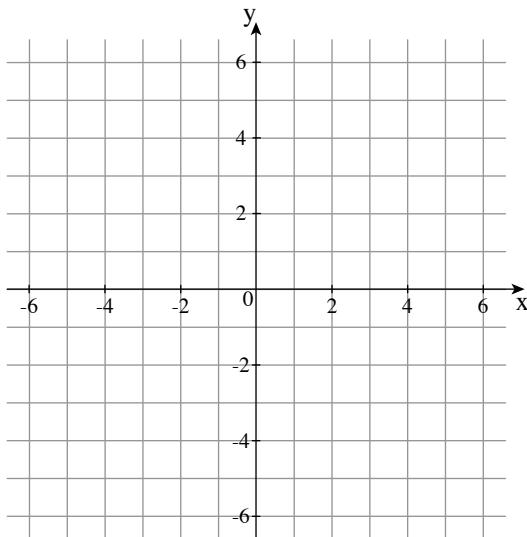
רשמו 3 דוגמאות למשלוחים אפשריים.

"הפרד ומשול" במישור



עד כה שרטטתם גרפ של אי-שוויון, כשה髮ר המתאים מקביל לאחד הצירים. עתה תלמדו לשרטט גראפים של אי-שוויונות נוספים. לשם כך נחזר על שרטוט ישרים.

1. א. שרטטו במערכת הצירים את הישר שמשוואתו $y = x + 2$.



- ב. - היכן, לדעכם, יימצאו הנקודות המקייםות $y \geq x + 2$?
 - צבעו אזור מתחאים.
 - סמנו שלוש נקודות באזור זהה, רשמו את שיעוריה.
 - הצביעו ובדקו אם שיעוריין מקיימים את האי-שוויון הנ"ל.
 - סמנו שתי נקודות באזור שאינו צבוע, ובדקו אם שיעורי הנקודות אינם מקיימים את האי-שוויון.



.2

-

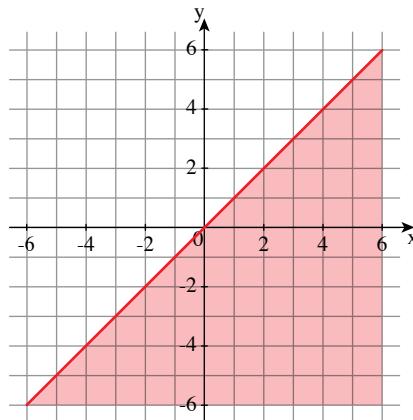
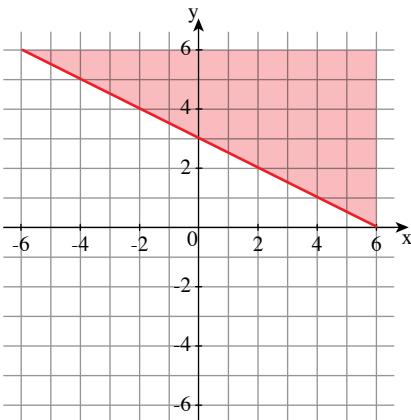
-

ג.

רשמו את משוואת הישר המודגש.

רשמו אי-שוויון המתאים לאזור הצבוע.

ב.



.3

שרטו את הישר שמשוואתו $y = \frac{1}{2}x + 3$ א. צבעו את חלק המשור, המתאים את האי-שוויון $y \geq \frac{1}{2}x + 3$.

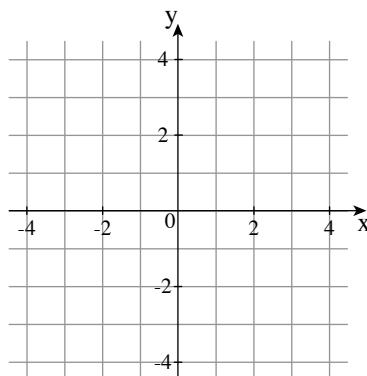
ב. בחרו 2 נקודות באזור הצבוע, ובדקו על ידי הצבה אם הן מקיימות את האי-שוויון.

ג. רשמו אי-שוויון, המתאים לאזור **שאיון** צבוע.

ראינו שהישר מפריד בין שני "חצאי מישור", שכל אחד מהם מתאים אי-שוויון מהצורה
ג. $y \geq$ או $y \leq$. (האזורים כוללים את הישר המפריד).

4. א. שרטטו את הישר שמשוואתו $y = -3x + 2$.

ב. צבעו את האזור, המתאים לאי-שוויון $y \leq -3x + 2$.



ב. שרטטו את הישר שמשוואתו $y = 2x - 1$.

ג. צבעו את האזור המתאים לאי-שוויון $y \geq 2x - 1$.

5. שרטטו במערכת צירים נפרדת גרף מתחאים לכל אי שווין (שרטטו תחילה את הישר שבגבול האזור).

א. $x \leq 5$ ב. $y \leq \frac{1}{2}x + 3$ ג. $y \geq -\frac{1}{2}x + 1$

6. מקיים מפעל, שבו יעבדו מהנדסים וטכנאים.
האפשרויות השונות מותוארות בשרטוט.

א. כמה מהנדסים, לכל היותר, יוכל לעבוד במפעל זה?

ב. רשמו את משוואת הישר AB.

ג. רשמו אי שיוונונות מתחאים לבעה.

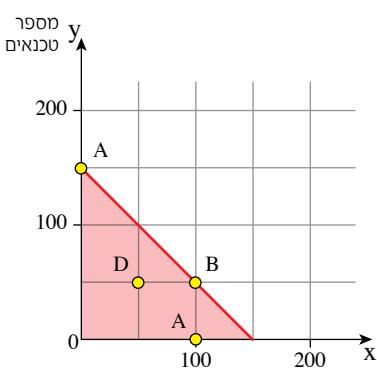
ד. מה מייצגת כל אחת מהנקודות A, B, C ו-D?

ה. אילו מהנקודות הנ"ל אין אפשרות תוספת עובדים?

ו. מהו המספר הגדול ביותר של עובדים שאפשר להעסיק?

ז. האם הנקודה (52.5, 70) נמצאת בתחום הצבע?

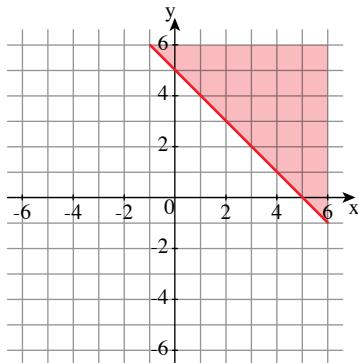
ח. האם כל הנקודות בתחום הצבע אכן מתאימות לאפשרויות ההעסקה? נמקן!



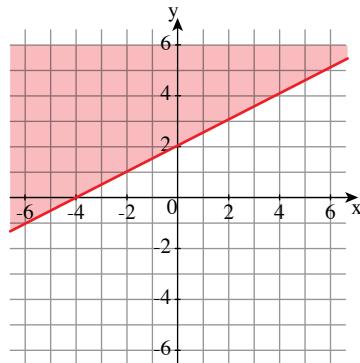
.7 רשמו את משווהת הישר המודגש.

.8 רשמו אי שוויון, המתאים לאיזור הצבוע.

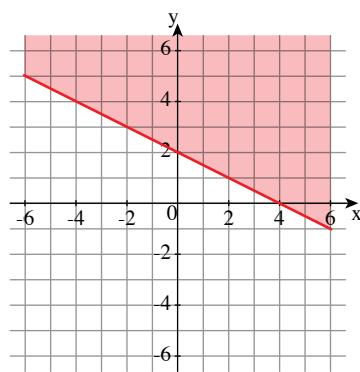
.ב.



.א.



.ג.



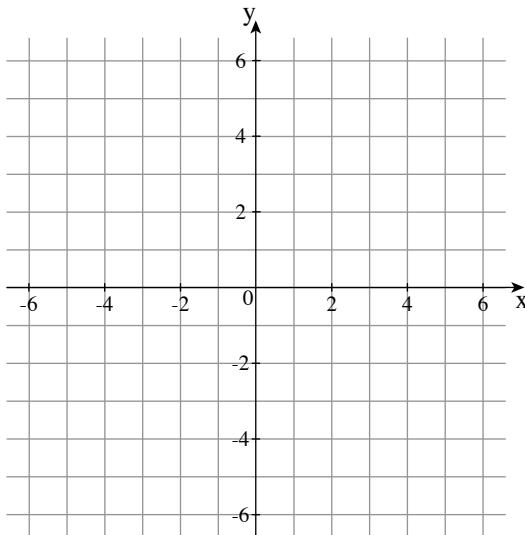
שרטוט ישרים (חוזה)

כדי לשרטט גрафים של אי שוויונות, שאינם רשומים בצורה $y \geq u$ או $y \leq u$, נחזיר על שרטוט ישרים לפי נקודות.



1. כדי לשרטט ישר שמשווואתו $6 = -3y$, אפשר לבחור שתי נקודות (ושילישית לביקורת) הנמצאות על הישר, לסמן ולהעביר את הישר.

השלימו את הטבלה ושרטו.



x	0	0	-3
y			

2. שרטו את היסרים שימושוותיהם נתונות (אפשר באותה מערכת צירים).

$$\frac{x-y}{2} = 3$$

$$x - 2y = 1$$

$$2x - y = 5$$

x	-1	0	-3
y			

x	0	0	-1
y			

x	0	0	-3
y			

כפי שראיתם, נוח לבחור נקודות על הצירים.



3. שרטטו את היסרים.

$$\frac{y-x}{2} = 0 \quad \text{ג.}$$

$$y - 3x = 5 \quad \text{א.}$$

$$2x - 3y = 6 \quad \text{ט.}$$

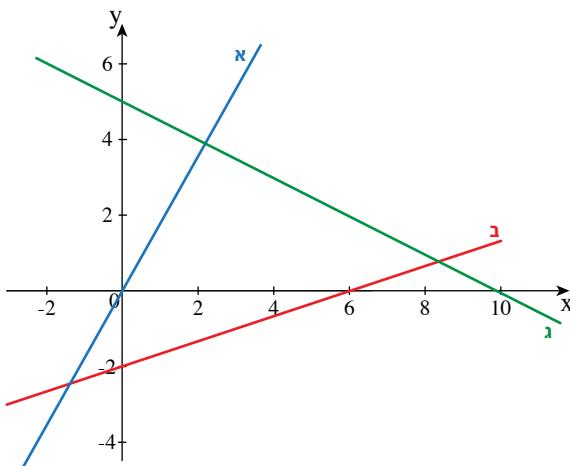
$$2y + x = 10 \quad \text{ב.}$$

4. התאיםו לכל ישר את משוואתו.

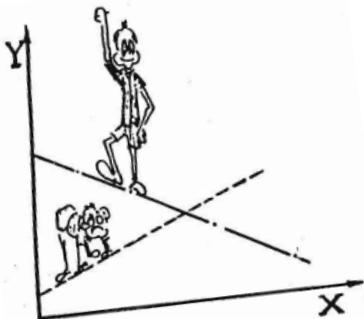
$$2x - y = 0 \quad (3)$$

$$x - 3y = 6 \quad (2)$$

$$x + 2y = 10 \quad (1)$$



עוד על הפרדה במישור



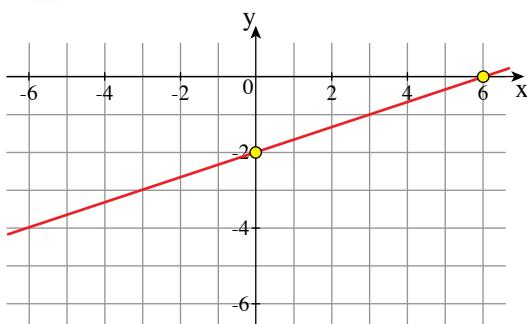
נתון ישר שמשוואתו $6 = 3y - x$. הציבו את שיעורי

הנקודה $(-1, 5)$ בביטוי $3y - x$.

אם היא מקיימת $6 > 3y - x$,

סמן אותה במערכת הצירים בצלב
כלשהו.

אם היא מקיימת $6 < 3y - x$, סמן
אותה בצלב אחר.



חזרו על הפעולה לנבי כל אחת מהנקודות הבאות.

$(6, 1)$

$(5, 1)$

$(0, 0)$

$(3, 2)$

$(\frac{1}{2}, -2)$

$(-2, -1)$

$(-5, -4)$

$(3, -2)$

$(0, -4)$

אם לא טעיתם, קיבלתם, כפי שראינו בסעיף הקודם, שהישר מפריד בין שתי הקבוצות של

הנקודות:

ала שמתאימות לאי-שוויון $6 > 3y - x$

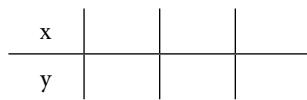
ואלה שמתאימות לאי-שוויון $6 < 3y - x$

לכן מספיק לבחור נקודה אחת, ולבדוק בעזרתיה איזה אזור מתאים לכל אי שוויון.

כשנתון האי שוויון $6 \geq 3y - 2x$, לא נכון לעבור לצורה $y \geq \frac{1}{3}x + 2$, שכן נשרטט את הישר המפריד על פי נקודות, ולאחר מכן נקבע את האזור המתאים על ידי בדיקת נקודה.



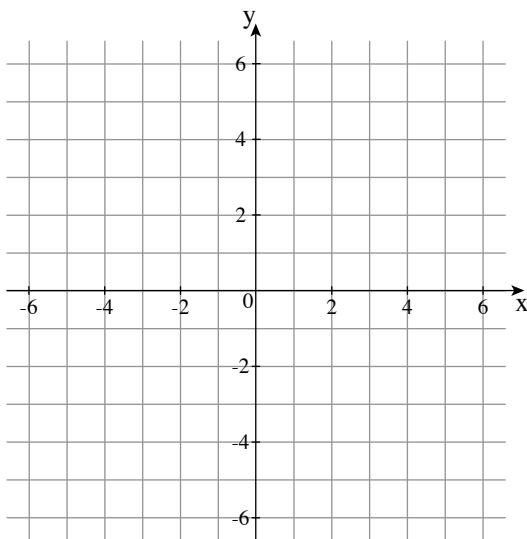
.2. א. שרטטו תחילה את הישר $6 - 3y = 2x$.



ב. שערו איזהו האזור המתאים לאי שוויון

$$2x - 3y \geq 6$$

בחרו נקודה באזור זה, הציבו
שיעוריה, ובדקו אם היא מקיימת
האי שוויון $6 - 3y \geq 2x$. אם כן, צבעו
את האזור. אם לא, צבעו את ה"אזור
השני".

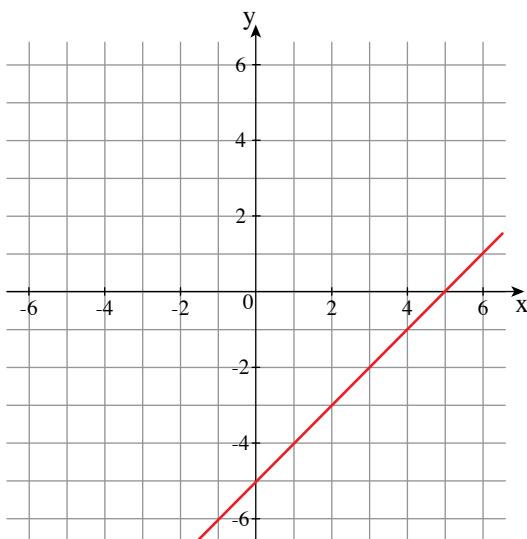


.3. נתון ישר שמשוואתו $5 = y - x$ (ראו שרטוט).

א. סמן נקודה כלשהי **מעל** הישר ורשמו
את שיעוריה.

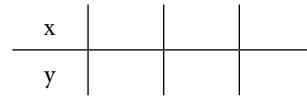
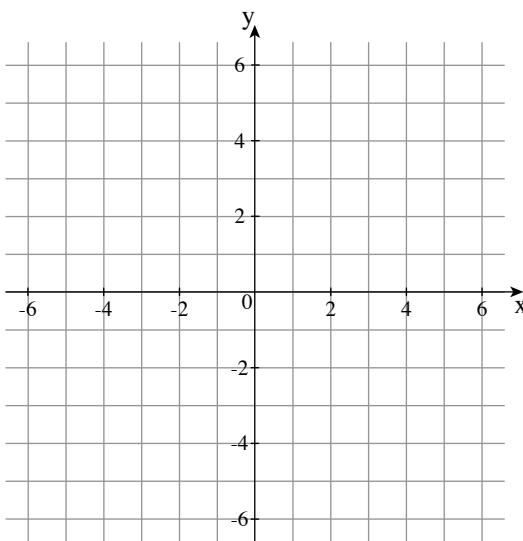
ב. הציבו ובדקו איזה אי שוויון מתאים
לאזור שמעל הישר.

ג. הנקודות $(0, 5)$, $(3, 0)$ נמצאות באזור
הצבע. הציבו ובדקו אם שיעוריהן
מקיימים את האי שוויון שרשמתם.





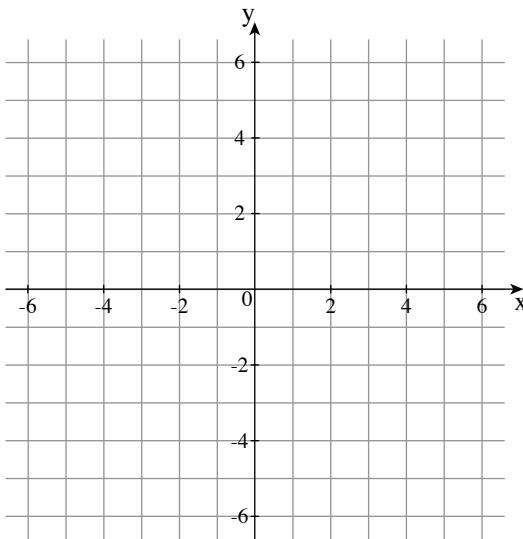
4. א. שרטטו תחילה את הישר $6 - 3y = 2x$ במערכת הצירים.



בחרו נקודה באחד משני האזוריים,
ובדקו אם היא מקיימת את האיז
 $6 - 3y \geq 2x - y \geq 6$.
צבעו את האיזור המתאים לאוי שווין.

ביקורת: בחרו נקודה נוספת באיזור
הצבוע, ובדקו אם שיעוריה מקיימים
את האיז שווין.

ב. שרטטו את הישר שמשוואתו $6 - 2y \leq x$.
בחרו נקודה מעל או מתחת לישר,
והשלימו שרטוט גраф מתאים לאוי
 $6 - 2y \leq x$.





5. רשמו את משווהת הישר "המפריד" בין האי שוויונות.

$$y - x \leq 3$$

$$y - x \geq 3$$



6. רשמו לכל אי שווין את משווהת הישר "המפריד".

$$2y - x \leq 5$$

ב.

$$2y - x \geq 5$$

א.



7. שרטטו גרפים מתאימים לאי שוויונות הבאים.

(شرطו תחילת הישר המפריד, בחרו נקודה באחד האזוריים, בדקו Ai זה Ai שווין היה מקיים, ואחר כך צבעו את האזור המתאים לאי שווין הנתון).

$$y \geq -1$$

ג.

$$x + 2y \geq 2$$

א.

$$2x - 5y \leq 10$$

ד.

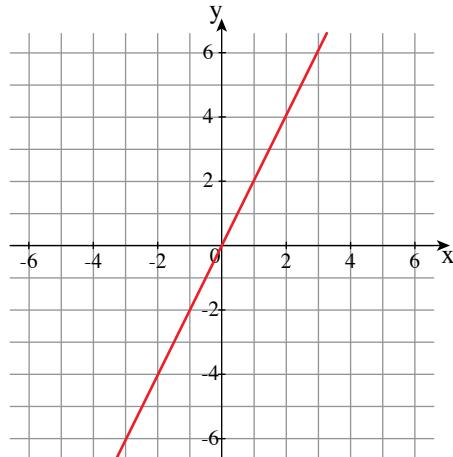
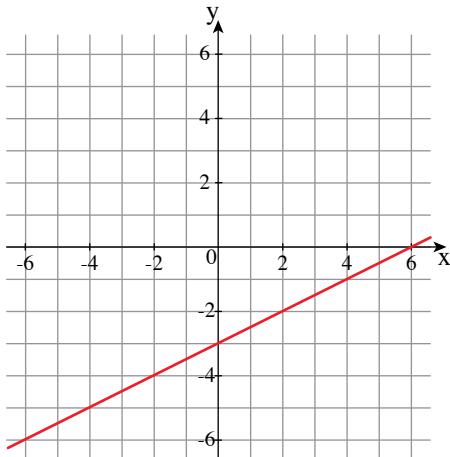
$$2x - y \leq 0$$

ב.

8. סמןו נקודה באחד משני האזורי, רשםו את שיעוריה, ובדקו אם היא מקיימת את האי שווון. אחר כך צבעו את האזור המתאים לאי שווון.

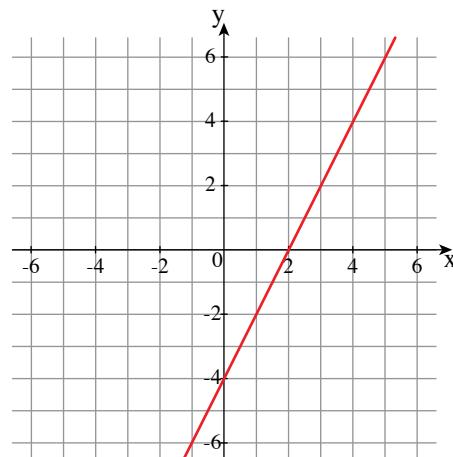
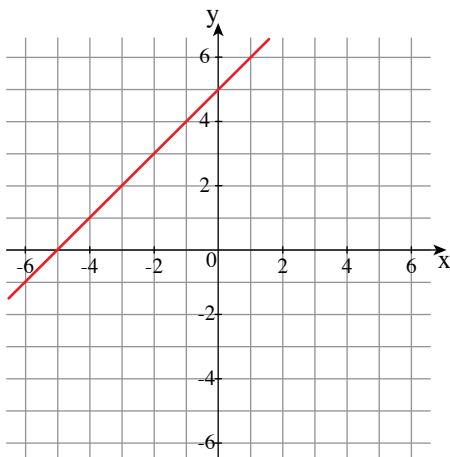
$$x - 2y \leq 6 \quad \text{ג.}$$

$$y \geq 2x \quad \text{ה.}$$



$$y - x \leq 5 \quad \text{ט.}$$

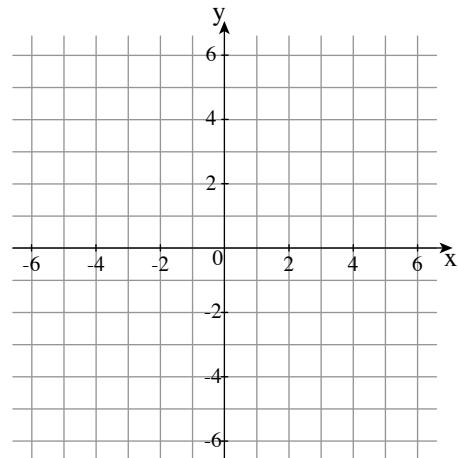
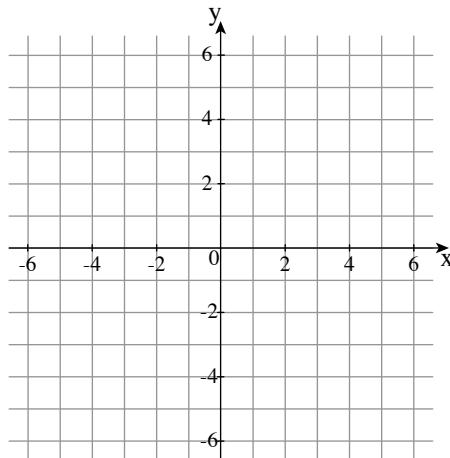
$$2x - y \leq 4 \quad \text{ו.}$$



.9. שרטטו את הישר המפריד, וציבו את האזור המתאים לאוי שווין.

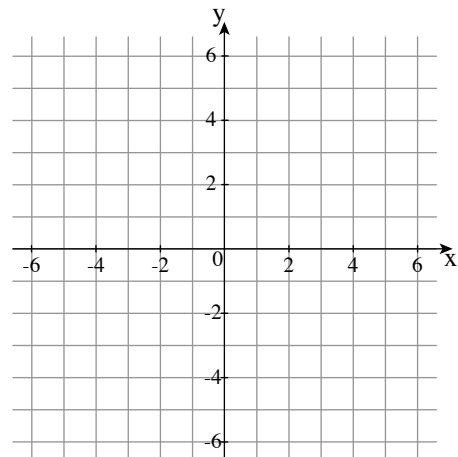
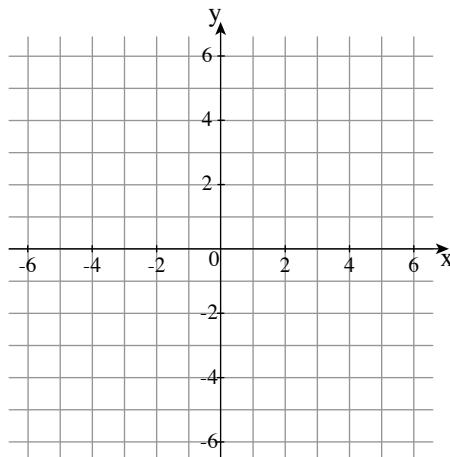
$$x + 2y \geq -6 \quad .\lambda$$

$$x + y \leq 5 \quad .\aleph$$

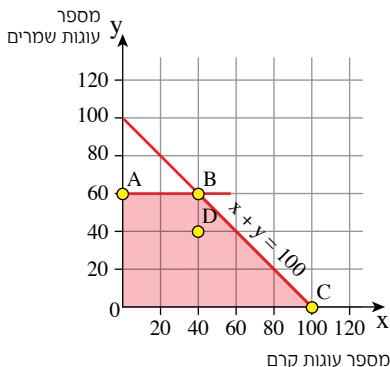


$$y \leq \frac{1}{2}x + 3 \quad .\tau$$

$$2x + 3y \geq 12 \quad .\tau$$



"טובי השניהם מן האחד"



- .1. קונדיטוריה מייצרת עוגות שמרים ועוגות קרם, בסך-הכל לא יותר מ- 100 עוגות ביום.
מספר עוגות השמרים אינו עולה על 60 (ראה שרטוט).



- רשמו מה מתארת כל אחת מהנקודות A, B ו-C.
- רשמו אי שוויונות מתאימים לבעה.
- ידוע שהרווח מעוגת קרם הוא 10 ש"ח, והרווח מעוגת שמרים 5 ש"ח.
מהו הרוחן על פי הנקודות A, B ו-C?
היכן, לדעתכם, יהיה הרוחן גדול יותר, בנקודה B או ?D

בפרק הקודם רأיתם כיצד לתאר גраф של אי שווון בודד. בסעיף זה תלמדו לשרטט גраф משותף לשני אי שוויונות.

- .2. א. שרטטו את הישר שמשוואתו $y = 2x + 5$.



- ב. צבעו את האזור המתאים לאי שווון $y \leq 2x + 5$.

- ג. שרטטו באותה מערכת צירים גраф מתאים לאי שווון $y \leq -x + 5$
(شرطו תחילת את הישר המפוזר)

- ד. רשמו שיעורי נקודה, הנמצאת באזור המשותף לשני האי שוויונות.

- ה. הדגשו את האזור המשותף.

- .3. א. שרטטו את הגראף של האי שווון $y \leq 2x + 4$ (זכרו לשרטט תחילת את הישר המפוזר)



- ב. שרטטו באופן דומה, באותה מערכת צירים, גראף של האי שווון $y \leq x + 1$.

- ג. הדגשו את האזור המשותף.

- ד. מצאו נקודה באזור המשותף. רשמו את שיעוריה, ובדקו אם היא מקיימת את שני האי שוויונות.

4.

במערכת הצירים משורטטים הישרים

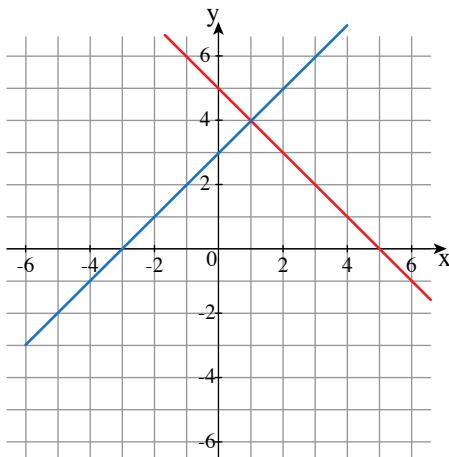


א. התאימו כל ישר למשוואתו.

ב. צבעו את הגרפים המתאימים לאו שווונות

$$y \leq x + 3 \quad y \geq -x + 5$$

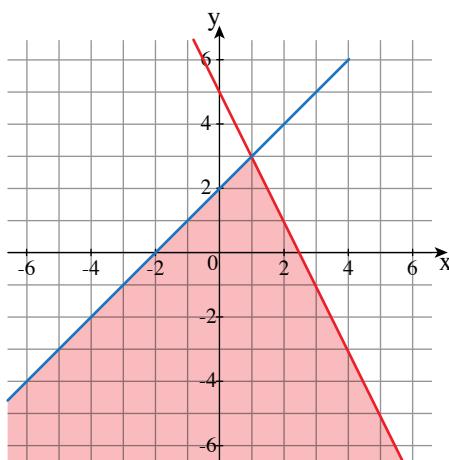
ג. הדגשו את האזור המשותף.



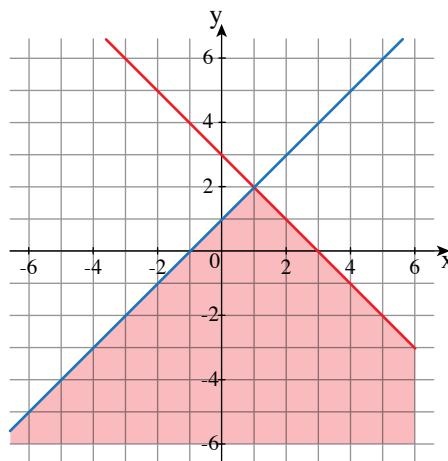
5. א. התאימו כל ישר למשוואתו.

$$y = x + 2 \quad (\text{I})$$

$$2x + y = 5 \quad (\text{II})$$

ב. רשמו אי שוויון מתאים לשטח הצבוע
ש"מתחת ל- I.רשמו אי שוויון מתאים לאזורי הצבוע
ש"מתחת" ל- II.ג. מצאו 3 נקודות באזורי המשותף, הציבו
ובדקו אם שיעורייה מקיימים את שני האי
שוויונות שרשמה.

כדי לשרטט גרף של מערכת אי שוויונות, יש לשרטט תחילה את הגרף של כל אי שווון בנפרד. האזורי **המשותף** של גрафים אלה הוא **גרף המערכת**.



לדוגמה: השטח הצבוע בשרטוטו שלפניך, מכיל את כל הנקודות **ש"מתוחת" לשני הישרים** $y = x + 1$ ו- $y = -x + 3$, ולכן מהו **פתרון למערכת אי שוויונות**:

$$\begin{cases} y \leq x + 1 \\ y \leq -x + 3 \end{cases}$$

6. א. סמנו במערכת הצבירם את הנקודות:
 C(0, 6) B(2, 5) A(-1, 3)
- שרטטו ישר, כר - 3 הנקודות יהיו **מעל**, ורשמו את משוואתו.
 שרטטו ישר נוסף, כר - 3 הנקודות יהיו מתחתיו, ורשמו את משוואתו.
- ב. צבעו אזור, הכלוא בין הישרים, באופן שיכיל את כל הנקודות הללו.
- ג. רשםו מערכת אי שוויונות, המותאמת לשטח הצבוע שנוצר.

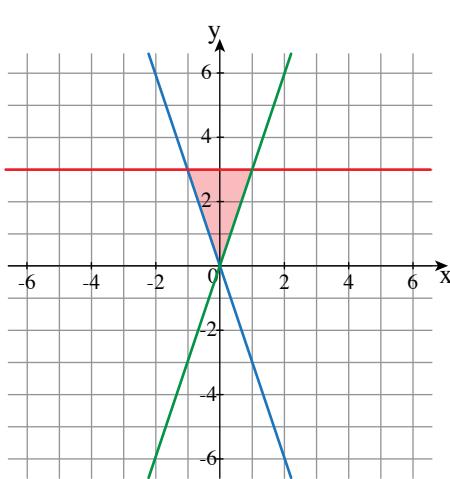
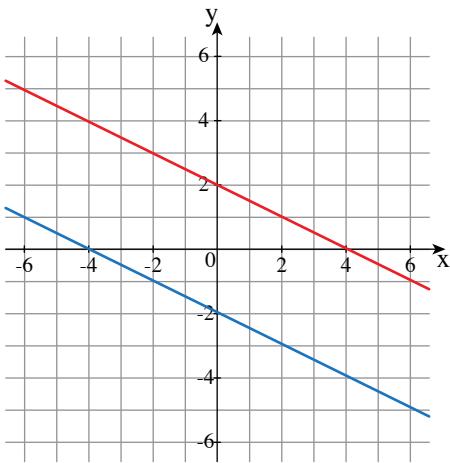




7. א. התאימו כל ישר למשוואה.

$$y = -\frac{1}{2}x + 2 \quad (\text{I})$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 2 \quad (\text{II})$$



8. א. רשמו את משוואות הישרים שבشرطוט.

ב. רשמו מערכת אי שוויונות, שפתרוננה הוא השטח הצבעי שבشرطוט.

ג. רשמו את שיעורי הקדקודים של המשולש שהתקבל.

ד. רשמו שיעוריה של 2 נקודות בתחום המשולש.

$$\begin{aligned} y &= x + 3 \\ y &= -2x + 3 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

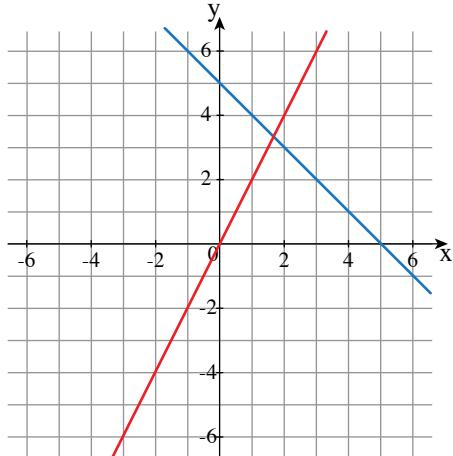
9. א. שרטטו את הישרים הבאים:



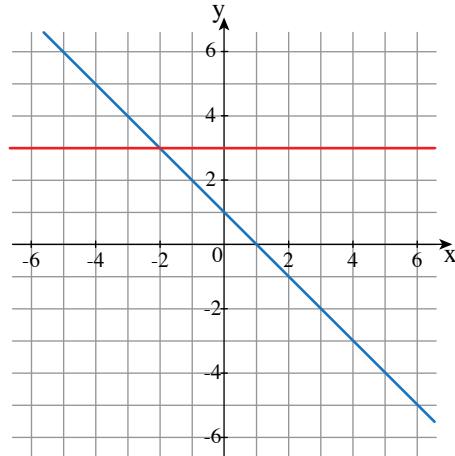
$$\begin{cases} y \leq x + 3 \\ y \leq -2x + 3 \\ y \geq 1 \end{cases} \quad \text{ב. צבעו את האזור המשותף לאי שוויונות:}$$

10. צבעו במערכת ה座רים את האזורים המתאימים, כך שיתארו את מערכות האי שוויונות.

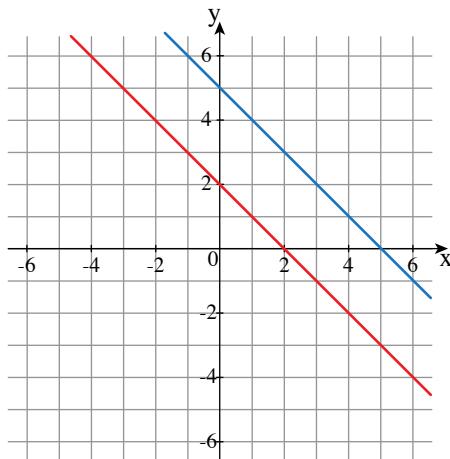
$$\begin{cases} y \geq 2x \\ y \leq -x + 5 \end{cases} . \text{ ב.}$$



$$\begin{cases} y \leq 3 \\ y \leq -x + 1 \end{cases} . \text{ ג.}$$



$$\begin{cases} y \leq -x + 5 \\ y \geq -x + 2 \end{cases} . \text{ ד.}$$



11. שרטטו גרפים מותאימים, והדגישו את האזור המשותף (אם קיים אזור צהה).

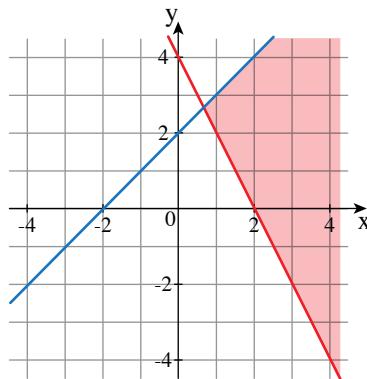
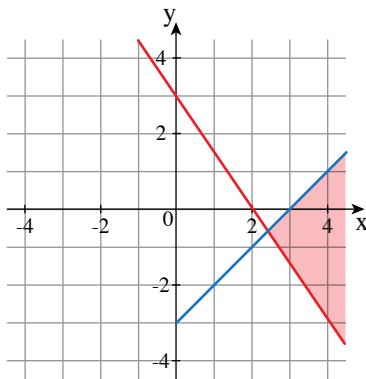
$$\begin{cases} x + 2y \leq 10 \\ y \geq x - 5 \end{cases} . \text{ ב.}$$

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} \geq 0 \\ y \leq x + 5 \end{cases} . \text{ א.}$$

$$\begin{cases} 3x + y \geq 5 \\ y \leq -3x \end{cases} . \text{ ג.}$$

12. רשמו מערכות של אי שוויונות, המותאים לגרף.

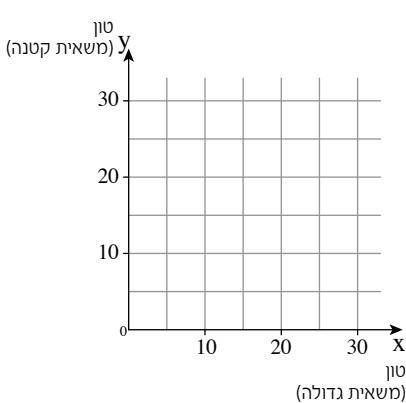
.ב. .א.



13. משאיות גדולות מסוגלות להוביל בכל הובלה x טון ברזל, ומשאיות קטנות - y טון ברזל.

לפניך אי שוויונות, המתארים את האילוצים של הבעה.

.א. שרטטו גרף מותאים לבעה, ורשמו במילים את אילוצי הבעה (בהקשר לסיפור).



$$\begin{cases} x + y \leq 20 \\ y \leq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

← המשה

ב. בדקו לגבי כל אחת מהנקודות הבאות, אם שיעוריה מותאים הובלה אפשרית

$$C(-3, 10), D(18, 5), A(20, 0), B(9, 6)$$

ג. סמןו שתי נקודות בתחום המתאימים לבועה, ורשמו מה מותאים שיעוריה.

ד. רשםו שיעורי נקודה, הנמצאות על אחת מהצלעות של הצורה שהתקבלה, ורשמי מה מותאים
שיעוריו הנקודה.

ה. היכן נמצאות הנקודות, המתארות משלוח של 20 טון ברזל בסך הכל?

14. שרטטו במערכת צירים את הגרפים של מערכות האי שוווננות.
צבעו את האזור המשותף (אם קיים צה), ורשמי עבورو את שיעורי הקזקוזים.

$$\begin{cases} x + y \geq 0 \\ y \leq -2x \\ x \geq -2 \end{cases} .ג$$

$$\begin{cases} y \geq 2x \\ y + x \leq 5 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} .א$$

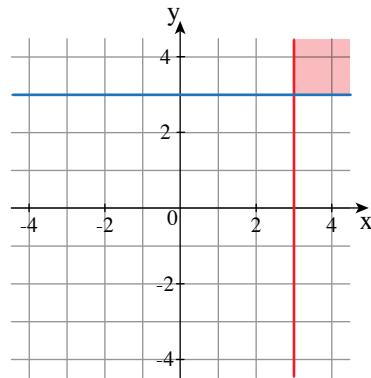
$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq x \end{cases} .ט$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq x + 2 \\ 2x + y \leq 4 \end{cases} .ב$$

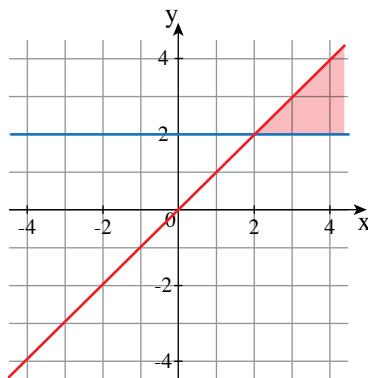
$$\begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq 2x + 1 \\ x - y \leq 5 \end{cases} .ג$$

15. רשםו מערכת אי שוויונות, המתאימה לאזור הצבוע.

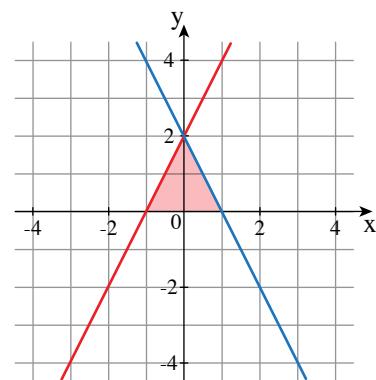
.א



.ב



.ג



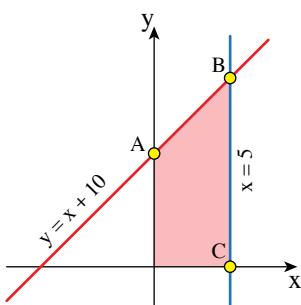
קוד לחישוב קדקוד



עד כה קראנו מתוך הشرطות את שיעורי הקדקודים של התחום המשורטטו.
בסעיף זה נוחזר על מציאת שיעורי הקדקודים כאשר ייחידות בشرطות, כפי
שעשינו בגיאומטריה אנליטית.

1. א. רשמו מערכת אי שוויונות, שתתאר את התחום הצבוע.

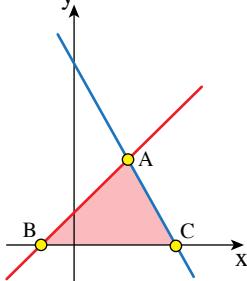
ב. מצאו את שיערי A, B, C, (רשמו את השיעור הידוע, ולאחר מכן
חשבו את השיעור הנוסף).



2. א. התאימו כל ישר למשוואתו.

$$y = x + 1$$

$$y = -2x + 10$$



ב. רשמו מערכת אי שוויונות, המתאימה לאזור הצבוע.

ג. חשבו את שיעורי הנקודות C, B.

ד. חשבו את שיעורי הנקודה A.

3. א. רשמו מערכת אי שוויונות, שתתאר את האזור הצבוע.

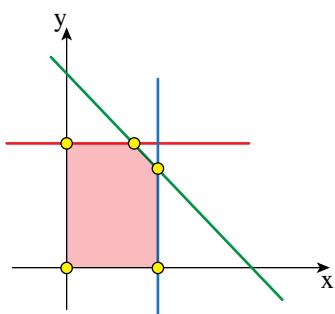
משוואות הישרים:

$$y = 5$$

$$y + x = 8$$

$$x = 4$$

ב. מצאו את קדקוד הצורה שהתקבלה.

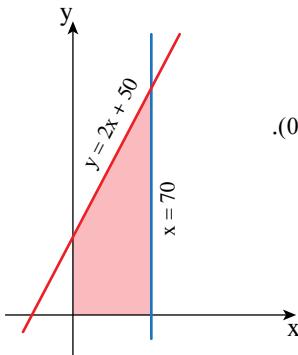




4. א. רשםו מערכת אי שוויונות מתאימה לאזור הצבוע.

ב. חשבו את שיעורי הקדקודים.

ג. רשםו או שוונות, היוצרם מושולש שקדקודיו: $(0, 2), (0, 0), (2, 0)$:



תרגילים

5. א. משוואות הישרים:

$$y = -2x - 3$$

$$x + 3y = 6$$

רשםו מערכת אי שוויונות, שתתאר את האזור הצבוע.

ב. מצאו את שיעורי הקדקודים.

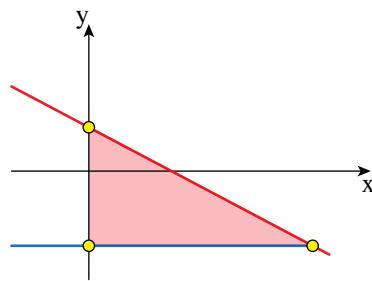
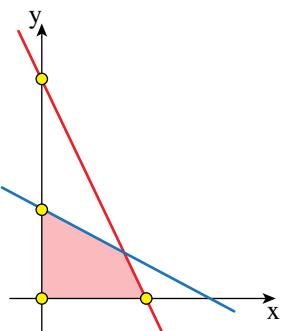
6. מצאו את הקדקודים

$$\begin{cases} x + 2y \leq 3 \\ 3x + y \leq 4 \end{cases}$$

.ג.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq -2 \\ x + 2y \leq 3 \end{cases}$$

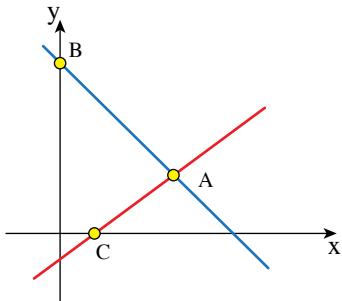
.ה.



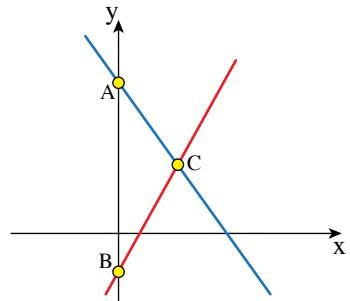
.7 מצאו את שיעורי הנקודות, המסוכנות בכל שרטוט, על פי המשוואות הרשומות.
(התאיםו תחילה לכל ישר את משוואתו)

$$\begin{aligned} x - 2y &= 2 \\ x + y &= 5 \end{aligned} .ג$$

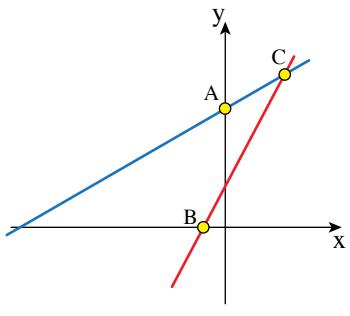
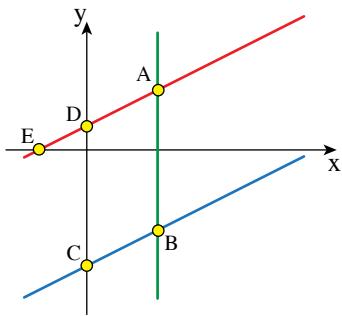
$$\begin{aligned} y &= 2x - 1 \\ 3x + 2y &= 6 \end{aligned} .א$$



$$\begin{aligned} x &= 5 \\ x - 2y &= 15 \\ x - 2y &= -2 \end{aligned} .ט$$



$$\begin{aligned} 2x - y &= -1 \\ x - 2y &= -5 \end{aligned} .ב$$



.8 פתרו את מערכות המשוואות הבאות
(רשמו תחילה, אם אפשר, בצורה $y = ax + b$)

$$\begin{cases} 3x + y = -2 \\ 2x - y = -3 \end{cases} .ג$$

$$\begin{cases} y - 5x = 10 \\ 2y - 3x = 6 \end{cases} .ג$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases} .נ$$

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{cases} .ט$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y - x = 5 \end{cases} .ב$$

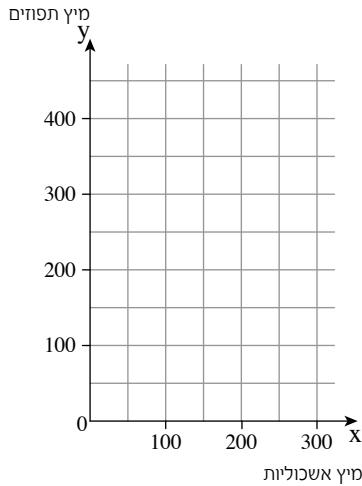
התחום האפשרי



$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

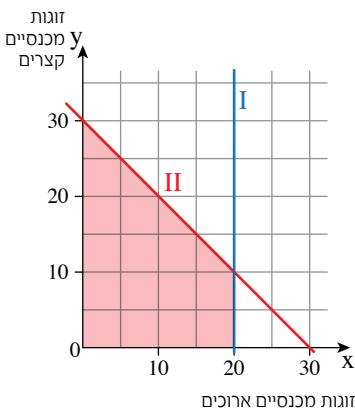


1. בעקבות הבאות נעבד ברביע הראשון בלבד, כלומר $x \geq 0$ ו- $y \geq 0$.
- במפעלים מייצרים שני סוגי מוצרים: מץ אשכליות ומץ ענבים.
 - א. כמות בליטרים של מץ אשכליות, שמייצר המפעל בשעה.
 - ב. כמות בליטרים של מץ ענבים, שמייצר המפעל בשעה.
 - ג. רשמו פונקציית מטרה לכמות המץ המייצרים במשך 5 שעות.
 - ד. במשך 5 שעות ניתן לייצר לא יותר מ- 1000 ליטר. רשמו אי שוויון מתאים.
 - ה. שרטטו במערכת הצירים גרף מתאים לאי שוויון.



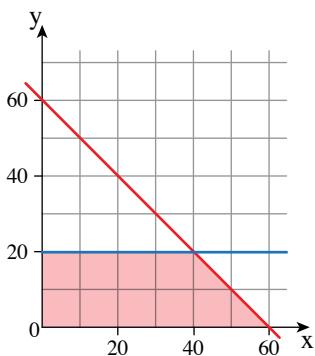
- ד. האם הנקודות הבאות נמצאות בתחום שנוצר?
- A(50, 200), B(100, 100), C(0, 200)
- ה. האם המפעל יכול לייצר 70 ליטרים מץ אשכליות ו- 140 ליטרים מץ ענבים?

אוסף כל הפתרונות האפשריים של בעיה נקרא **התחום האפשרי**!

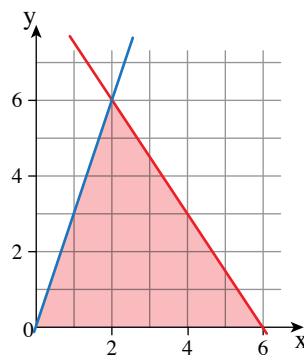


- .2. בית חרושת מייצר מכנסיים ארכויים וקצרים. כמות המכנסיים, שהמפעל יכול לייצר בשעה, מוגדרת בגרף.
- האם ניתן לייצר בשעה 20 זוגות של מכנסיים קצרים בלבד?
 - האם ניתן לייצר בשעה 6 זוגות של מכנסיים קצרים ו- 12 זוגות של מכנסיים ארכויים?
 - רשמו את משוואת הישר II שشرطו.
 - רשמו מערכת אי שוויונות מתאימה לאזור הצבוע.
 - רשמו במילים את המגבילות של בית החרושת.

מערכת אי שוויונות, המתארת מגבלות, נקראת **מערכת אילוצים**.



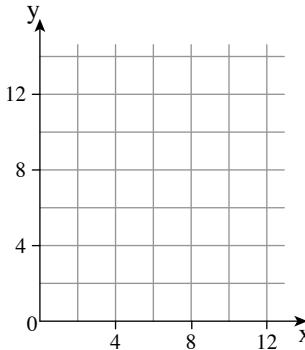
- .3. כתבו מערכות של אי שוויונות מתאים.
- ב.



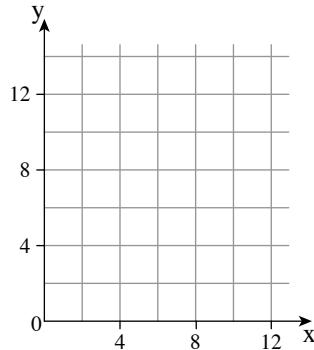
- .a.

4. שרטטו גרף מותאים לכל מערכת, בריבוע הראשון.

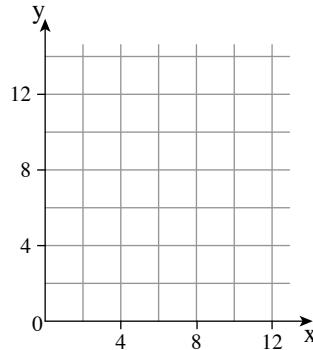
א. $\begin{cases} x \leq 4 \\ 2x + y \leq 10 \end{cases}$



ב. $\begin{cases} y \leq 10 \\ x - y \leq 5 \end{cases}$



ג. $\begin{cases} y \leq 3 \\ y \leq -x + 10 \end{cases}$



5. לאילת התפזרו הדפים של שיעורי הבית. עזרו לה "לשדר" את האי שוויונות לגרפים המתאימים

(בריבוע ה-I).

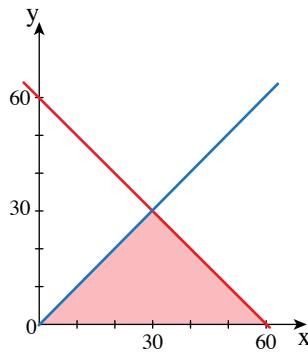
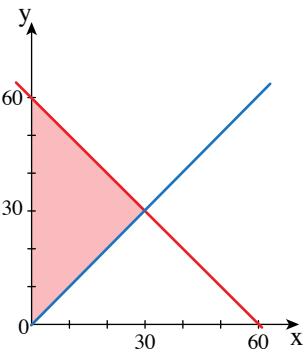
א. $y \leq 60 - x$

ב.

$x \geq y$

א. $y \leq 60 - x$

ב. $y \geq x$



6. א. ידוע, שדורו מקבל **לכל היותר** 50 ש"ח לשבוע דמי-כיס.

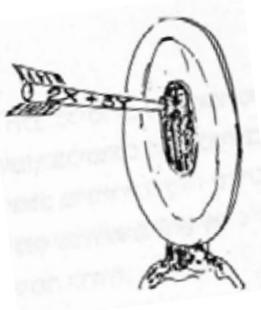
האם יתכן, שבשבוע שעבר קיבל דורו 30 ש"ח?

האם יתכן שקיבל 60 ש"ח?

האם יתכן שקיבל 50 ש"ח?

- ב. אילת מקבלת **לכל הפחות** 40 ש"ח דמי-כיס.
 האם יתכן, שאילת קיבלה בשבועו מסוים 30 ש"ח?
 האם יתכן שקיבלה 60 ש"ח?
 האם יתכן שקיבלה 50 ש"ח?
- ג. האם יתכן, שבשבוע מסוים יקבלו דרו ואיילת אותו סכום?
- .7 משאית גדולה מסוגלת להוביל בכל הסעה x טון ירകות, ומשאית קטנה y טון ירകות.
 כמהות הירקות, שמעבירות 2 המשאיות ביחד ב- 3 הנסעות, היא לכל היותר 60 טון.
- א. כתבו פונקציית מטרה לכמות הירקות המועברת ב- 3 הנסעות.
- ב. כתבו אי שווין מתאים לאילוץ הנ"ל, וشرطו גוף.
- ג. רשמו אילו מהנקודות A, E, D, C, B, מהוות פתרון אפשרי.
 $E(6, 15), D(10, 12), C(10, 10), B(20, 0), A(5, 12)$

"אל המטרה"



למודתם לשרטט תחום אפשרי. כתת תלמדו להשתמש בתחום האפשרי,
כדי לבצע שיקולים כלכליים.
לשם כך תזכירו בסעיף זה מושג חדש: "פונקציית מטרה".



1. בפעול מייצרים שני מוצרים.
רוח המפעל הוא 5 ש''ח מק"ג של המוצר הראשון, ו- 1.5 ש''ח מק"ג של המוצר השני.

א. מה יהיה הרווח מייצור של 5 ק''ג מהמוצר הראשון ו- 10 ק''ג מהמוצר השני?

ב. רשמו פונקציית מטרה לרוח, המתקבל מייצור $x \text{ ק''ג}$ מהמוצר הראשון ו- $y \text{ ק''ג}$ מהמוצר השני.

$$f(x, y) = \boxed{\quad} \cdot x + \boxed{\quad} \cdot y$$

ג. חשבו את ערך פונקציית המטרה אם $12 \text{ ש''ח} = x - 3 \cdot y$.

ד. חשבו את הרווח אם $7 \text{ ש''ח} = x - 10 \cdot y$.

ה. חשבו את רוח המפעל מייצור 4.8 ק''ג מהמוצר השני בלבד (לא ייצור של המוצר הראשון)



2. x מייצג משקל, בק"ג, של עגבניות הנמכרות ביום:

y מייצג משקל, בק"ג, של מלפפונים הנמכרים ביום.

מכירת ק''ג עגבניות מרווחים 1 ש"ח.

מכירת ק''ג מלפפונים מרווחים 0.5 ש"ח.

א. רשמו פונקציית מטרה לרוח המתקבל ביום:

ב. מה ערך פונקציית המטרה שרשותם, אם $20 \text{ ש''ח} = x - 30 \cdot y$?

ג. מה יהיה הרווח ביום בו נמכרו 50 ק''ג עגבניות ו- 40 ק''ג מלפפונים?

ד. ערך פונקציית המטרה 100. רשמו שתי אפשרויות שונות ל- x ול- y.

ה. הרווח 120 ש"ח. רשמו שתי אפשרויות שונות של מכירה.



3. x מייצג כמות של חלב בליטרים, הנמכר ביום.

y מייצג כמות של מיץ בליטרים, הנמכר ביום.

מכירה של ליטר חלב מרווחים 0.5 ש"ח.

מכירה של ליטר מיץ מרווחים 2 ש"ח.

רשמו פונקציית מטרה מתאימה לרוח.

פונקציות כמו אלה שרשימתם, נקראות **"פונקציות מטרה"**. אלו מעוניינים בערךיהן בנקודות מסוימות בתחום האפשרי.



4. בתרחויות ידע זוכים ב- 5 נקודות עבור כל תשובה נכונה, ומספרים 2 נקודות עבור כל תשובה שאינה נכונה.

x מייצג את מספר התשובות הנכונות של משתמש בתרחوت.

y מייצג את מספר התשובות השגויות שלו.

רשמו פונקציית מטרה, שתייצג את מספר הנקודות שצבר.

א. מה ערך פונקציית המטרה אם $x = 7$? $y =$?

ב. מה מספר הנקודות שצבר מתחילה שענה נכון על 10 שאלות, ושגה ב- 3 שאלות?

ג. רשמו שתי אפשרויות, המתאימות למשתתפים שצברו 45 נקודות.

ד. אילו מספרים ניתן להציב במקום x ו- y בשאלה זו?



5. לחברה נסיעות ישן הוצאות קבועות: 100 ש"ח לטיול פרטי, ו- 50 ש"ח לטיול קבוצתי.

א. רשמו פונקציית מטרה להוצאות החברה עבור x טיולים פרטיים ו- y טיולים קבוצתיים.

ב. מה הוצאות החברה עבור 50 טיולים פרטיים ו- 10 טיולים קבוצתיים?

ג. אילו מספרים ניתן להציב במקום x ו- y בשאלה זו?

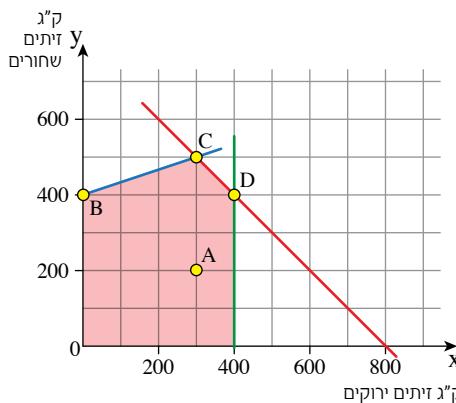
.6

מפעל מייצר שימורי זיתים ירוקים ושחורים.



א. רשמו מערכת אילוצים מותאמת לתוחום המשורטט (מערכת אי שוויונות).

סמןנו ב- x את המשקל בק"ג של זיתים ירוקים, שמייצר המפעל במחזור ייצור, וב- y את המשקל בק"ג של זיתים שחורים שמיוצר במחזור ייצור.



הווח המפעל מזיתים ירוקים הוא 2 ש"ח לק"ג, ומזיתים שחורים 1 ש"ח לק"ג.

ב. חשבו את רוח המפעל מייצור של 200 ק"ג זיתים ירוקים ו- 450 ק"ג זיתים שחורים.

ג. רשמו פונקציית מטרה להווח.

ד. מצאו את הערך של פונקציית המטרה שרשומות בנקודה A.

ה. מצאו את ערך פונקציית המטרה בנקודות C, D, B, C.

ו. באיזו מהנקודות A, D, C, B, A הרוח הוא הגדל ביותר?

ז. האם ניתן להרוויח 1300 ש"ח במחזור ייצור אחד? נמקו.

7. א. רשמו פונקציית מטרה לרוח מכירה של x ק"ג פירות ו- y ק"ג ירקות, אם הרוח ל�"ג פירות 2 ש"ח, ולק"ג ירקות 1.5 ש"ח.

ב. מצאו את הרוח, אם מוכרים 30 ק"ג פירות ו- 20 ק"ג ירקות.

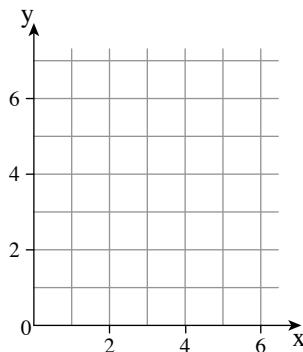
ג. רשמו שתי אפשרויות של מכירה, המתחאמות לרוח של 150 ש"ח.

$$\begin{cases} x + y \leq 4 \\ 2x - y \leq 2 \\ y \leq 3 \end{cases}$$

נתונה מערכת איוצים:
(בריבוע ה- I: $0 \leq x \leq 0$, $y \geq 0$)



א. שרטטו את התוחום האפשרי.



ב. סמנו בתחום את הנקודות (C(0.5, 2), B(1.5, 2), A(1, 1)).

ג. חשבו את ערך פונקציית המטרה $y = x - 5$ בנקודות $f(x, y) = x - 5$.

ד. באיזו מהנקודות הנ"ל הערך הוא גדול ביותר?

9. במפעל מייצרים שני סוגי מרכפות: ריבועיות ומלבניות. ייצור מרכפת ריבועית נמשך 3 דקות, וייצור מרכפת מלכנית נמשך 4 דקות.

א. רשמו פונקציית מטרה לזמן, בדקות, הדרוש לייצור x מרכפות ריבועיות ו- y מרכפות מלכניות.

ב. רשמו 3 אפשרויות שונות לייצור מרכפות בשעה (60 דקות).

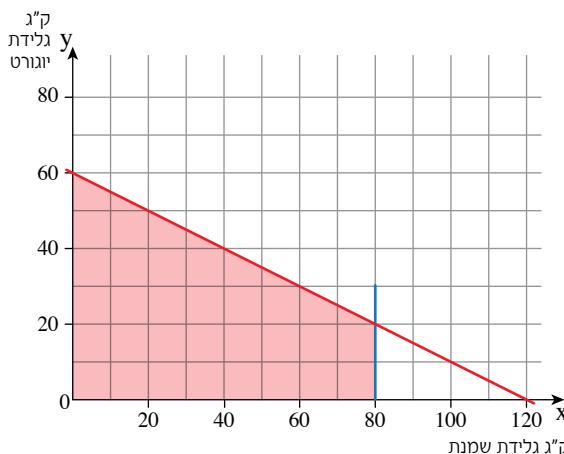
"על הגובה"



בסעיף הקודם ראתם ש"פונקציית מטרה" מקבלת ערכים שונים בתחום האפשרי. בסעיף זה נחפש היכן נמצאות הנקודות, שעבורן מקבלת "פונקציית המטרה" אותו ערך.

1. במחלבה מייצרים גליות שמנת וגליות יוגורט. אפשרויות הייצור מוגדרות בשרטוט.

- א. רשמו את האיסויונות, המתאימים לתוךם המשורטט



- ב. מק"ג גלידה שמנת מרוחים 4 ש"ח. ומק"ג גלידה יוגורט מרוחים 2 ש"ח. רשמו פונקציית מטרה לרווח.

- ג. נניח שהרוויחו 120 ש"ח. רשמו משווה מתאימה, ושרטטו את הישר.

- ד. נניח שהרוויחו 60 ש"ח. רשמו משווה מתאימה, ושרטטו את הישר.

- ה. נניח שהרוויחו 40 ש"ח. רשמו משווה מתאימה, ושרטטו את הישר.

הקוויים שشرطתם נקראים **קווי גובה**.

1. מה תוכלו לומר על כל קווי הגובה?

2. רשמו את משוואות הישרים שشرطתם בצורה מפורשת ($y = ax + b$), ובדקו את שיפועי הישרים.
מה מצאתם?

3. מה תוכלו לומר על הרוח, המתקבל בנקודות על הישר $4x + 2y = 120$?



.2. א. רשמו את המשוואות הבאות בצורה $b = ax + y$.

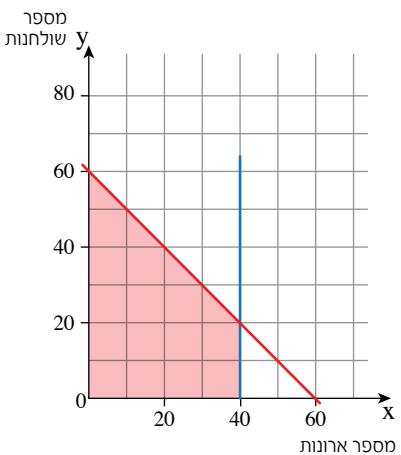
$$2x + y = 10$$

$$2x + y = 7$$

$$2x + y = 100$$

ב. הסבירו את הטענה הבאה: "אם במשוואות מהצורה הנ"ל המקדמים של x שווים והמקדמים של y שווים, אז היסרים מקבילים".

ג. רשמו משווה של ישר המקביל לישר שמשוואתו $0 = 2x + 3y$.



.3. התחום המשורטט מתאר אפשרויות שונות של הוצאות נגריה.

א. מייצג את מספר הארונות שמייצרים ביום, y ? מייצג את מספר השולחנות שמייצרים ביום. הוצאות לייצור ארון 450 ש"ח, וההוצאות לייצור שולחן 150 ש"ח.

א. רשמו פונקציית מטרה להוצאות נגריה ביום.

ב. נניח שההוצאות ביום מסוים היו 6000 ש"ח.

- רשמו משווה, צמצמו, שרטטו את קו הגובה.
- רשמו שיעורים של שתי נקודות, הנמצאות בתחום האפשרי ועל קו הגובה.
- מה הסכום המתkeletal בכל נקודה?

ג. ביום מסוים היו הוצאות 10,500 ש"ח. רשמו משווה, צמצמו, שרטטו ישר מתאים.

- רשמו שיעורים של שתי נקודות, הנמצאות בתחום האפשרי ועל קו הגובה.
- תארו מה מייצגות הנקודות האלה.

- שכובים ערך לפונקציית המטרה, מתקבלת משווה ישר, שנקרא קו גובה. ערך הפונקציה זהה בכל הנקודות על קו גובה זה.
- כמשנים את הערך של פונקציית המטרה, מתkeletal קו גובה מקביל לקו הגובה הקודם.

4. א. שרטטו את הישרים.

$$x - 2y = 5$$

$$x - 2y = 7$$

ב. רשמו משווהה של ישר מקביל להם, ושרטו אותו באוותה מערכת צירים.

5. א. עրן טען, כי הישרים:

$$5x + 2y = 3$$

$$5x + 4y = 10$$
 מקבילים.

האם נכון? נמקו!

ב. שירה טענה, כי הישרים:

$$5x + 2y = 3$$

$$10x + 4y = 10$$
 מקבילים.

האם נכון? נמקו!



6. לפנייכם משווהות ישרים מקבילים זה לזה. חלק מהמידע על המשווהות נמחק.

השלימו, כך שהישרים יהיו מקבילים.

$$x + 2y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x + \underline{\hspace{2cm}} = 8$$

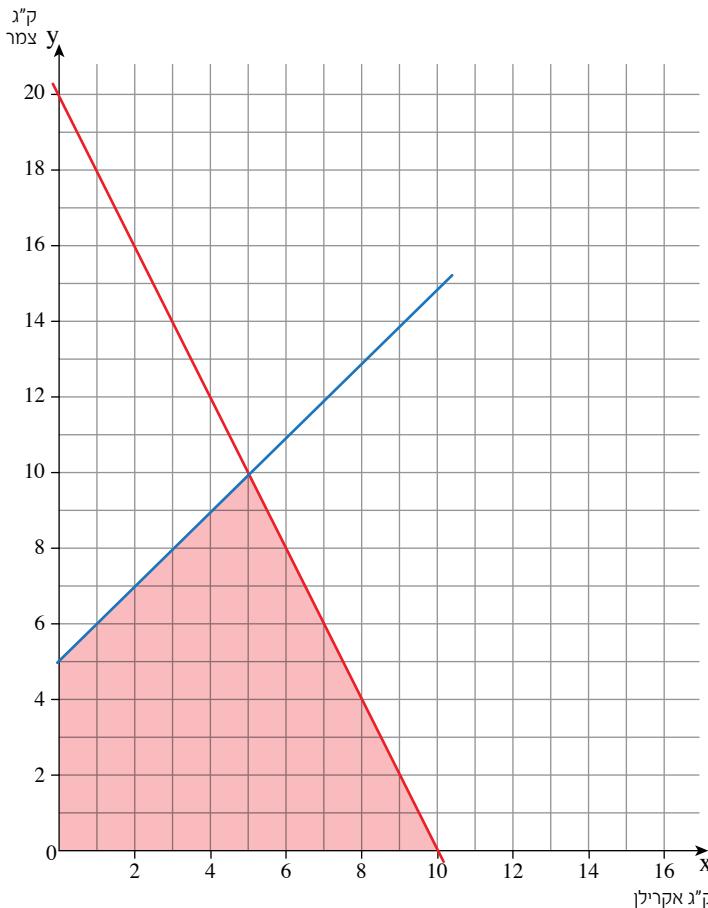
$$\underline{\hspace{2cm}} + 2y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = 20$$

$$2x + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

.7. אפשרויות הייצור בשעה, של מפעל חוטים, מותוארות בשרטוט.

א. רשםו אי שוויונות, המתארים את התחום האפשרי.



ב. מק''ג אקרילן מרווחים 5 ש"ח, ומק''ג צמר 2 ש"ח.

רשום פונקציית מטרה להווחת.

ג. נניח שהרווחו 20 ש"ח. רשםו משווה וشرطו קו גובה מותאים.

ד. רשםו שיעורי נקודה, שנמצאת על הישר ובתחום האפשרי.

ה. מכרו 2 ק''ג אקרילן. כמה ק''ג צמר יש למקום, כדי להרווח 20 ש"ח?

ו. מכרו 3 ק''ג אקרילן. כמה ק''ג צמר יש למקום, כדי להרווח 20 ש"ח.

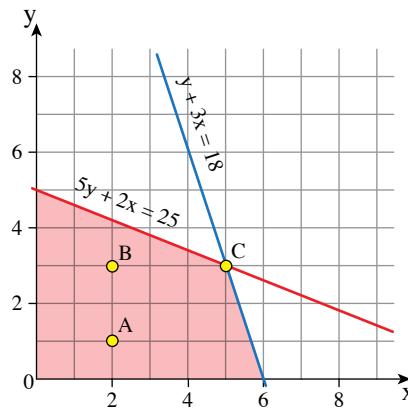
ז. מה ערכה של פונקציית המטרה בנקודת (7, 1)? האם ייצור זה אפשרי?

ח. שרטטו קו גובה מקביל לישר שشرطתם בסעיף ג'. מה משוואותנו?

"אל הקודקוד"



1. א. נתונה פונקציית המטרה: $y = 6x + 3y = f(x)$. שרטטו במערכת הצירים את הישר שמשוואתו $6x + 3y = 24$. מה ערך פונקציית המטרה בנקודות על הישר שشرطתם?

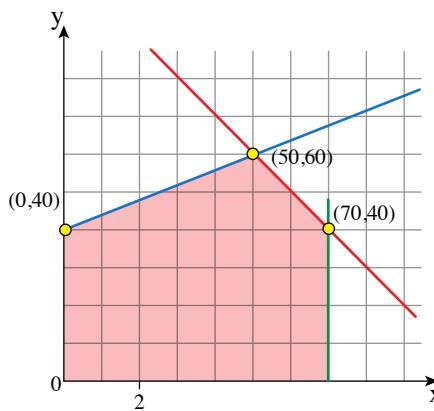


- ב. הניחו ישר על הישר שشرطתם, והזיזו אותו במקביל לישר המשורטט, עד שייעבור דרך A. מה ערך פונקציית המטרה ב- A?
- ג. הזיזו את הישר במקביל, לכיוון ראשית הצירים, וקבעו אם ערך פונקציית המטרה גדול או קטן.
- ד. באיזה כיוון יש להזיז את הישר, אם רוצים להגדיל את ערך פונקציית המטרה?
- ה. הזיזו את הישר במקביל (כך שערך פונקציית המטרה יגדל) עד יציאתו מחתום האפשרי. מה ערך פונקציית המטרה בנקודה זו?
- ו. מהו הערך המקסימלי של פונקציית מטרה בתחום האפשרי?

כל קו גובה מבטא ערך של פונקציית מטרה. הזזה מקבילה לכיוון אחד מגדילה את ערך הפונקציה, והזזה לכיוון השני מקטינה אותו.

בתרגיל הקודם ראייתם, שהזזה עד לקודקוד הגדילה את ערך פונקציית המטרה עד למаксIMUM בתחום האפשרי.

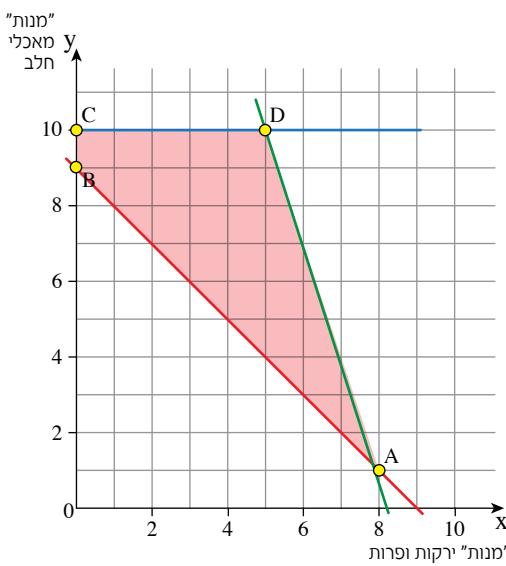
.2 נתון תחום אפשרי משורטט, ופונקציית מטרה $y = 5x + f(x, y)$.



- השלימו למשוואת ישר כלשהו, $5x + y = \boxed{\quad}$, וشرطו את הישר.
- הניחו ישר על הישר שشرطתם, והזיזו במקביל, כך שערך פונקציית המטרה יגדל.
- באייזו נקודה בתחום האפשרי מתקבל הערך הגבוה ביותר?
מה ערך פונקציית המטרה בנקודה זו?

.3

בחישוב קלוריות נקבע לכל 100 גר' "מנה".
במנה אחת של פירות וירקות 40 קלוריות.
במנה אחת של מאכלי חלב 70 קלוריות.



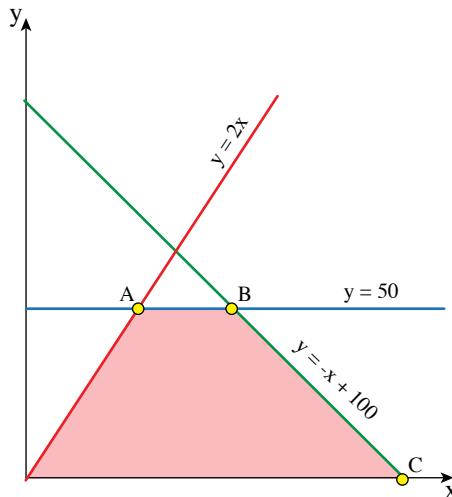
- רשמו פונקציית מטרה למספר הקלוריות המתקבל מ x מנות של ירקות ופירות ו- y מנות של מאכלי חלב.

- רשמו משוואת קו גובה כלשהו (המתאים לפונקציית המטרה), וشرطו במערכת היציריים.

- כਮובן שימושיים להפחית את כמות הקלוריות ככל האפשר. הזיזו את הישר בכיוון המתאים. באיזו נקודה בתחום מתקבל מינימום קלוריות? מהו הערך המינימלי?

4. א. רשםו את שיעורי הקזקודות של התחום האפשרי המשורטט: A, B, C ורשמו ייחודות על הצירים.

(דיקו עד כמה שאפשר).



ב. נתונה פונקציית מטרה $y = \boxed{\quad} + 2x$, f. השילמו למשוואת ישר כלשהו $y = \boxed{\quad} + x$, וشرطו.

ג. הניחו ישר על הירש שشرطתו, והיזזו במקביל, כך שערך פונקציית המטרה יגדל. באיזו נקודה בתחום מתקובל הערך הגובה ביותר של פונקציית המטרה, מהו?

ד. נתונה פונקציית מטרה $y = \boxed{\quad} + x$, f. השילמו למשוואת ישר כלשהו $y = \boxed{\quad} + x$, וشرطו.

ה. היזזו ישר במקביל לישר שشرطתו, כך שערך פונקציית המטרה יגדל.

- היכן בתחום מתקובל הערך הגובה ביותר?

- כמה נקודות מתאימות לערך זה?

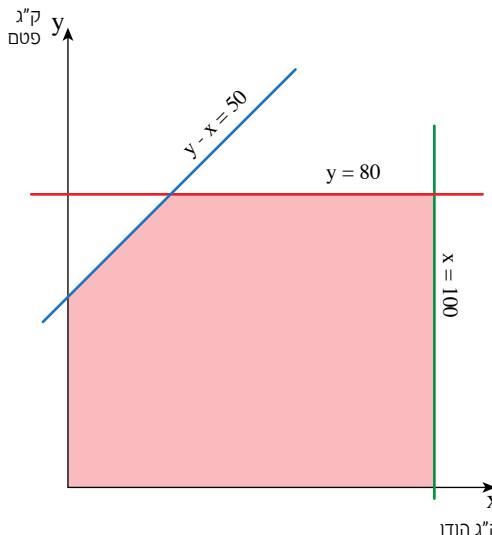
5. מתי, לדעתכם, יהיה לפונקציית המטרה בתחום נתון יותר מערך מקסימלי אחד?



הערך המקסימלי, או המינימלי, של פונקציית מטרה בתחום נתון, מתקובל באחד הקזקודות, או בנקודות שעל אחת הצלעות של התחום.

6. התחום האפשרי מותאר אפשרויות שונות של יצור מכלי עופ בשעה, במפעל "עוף-עף".
א. מייצג מספר ק"ג של בשר הודו, y מייצג מספר ק"ג של פטם.

א. חשבו את שיעורי הקדקודים של התחום האפשרי.
סמןנו ייחידות על הצירים.



- ב. מק"ג בשר הודו מרוויחים 2 ש"ח.
מק"ג בשר פטם מרוויחים 4 ש"ח.
רשמו פונקציית מטרה.
ג. השלימו את פונקציית המטרה למשוואת
ישר כלשהו, ושרטוו.
ד. היזרו ישר במקביל, כך שערך פונקציית
מטרה יגדל. לאיזה קדקוד הגעתם?
מהו הרווח המקסימלי האפשרי?
ה. כמה ק"ג מכל סוג אפשר לייצר, ולקביל
רווח מקסימלי?

7. א. שרטטו את התחום האפשרי, המתאים למערכת האי שוויונות.

$$\begin{cases} x \leq 30 \\ y \geq 2x + 10 \\ y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

- ב. חשבו או קראו את שיעורי הקדקודים.
ג. נתונה פונקציית מטרה $f(x, y) = x + 2y$.
ד. מצאו באיזה קדקוד ערך פונקציית מטרה הוא הנגידל ביותר, ומה ערך פונקציית המטרה בנקודה זו?



8.

בחנות יש מקרר, שיכול להכיל 60 ק"ג גלידה.

א. מייצג את הכמות של גלידה וNIL.

ב. מייצג את הכמות של גלידה שוקולד.

כ. בעל החנות מוכר לכל היותר 50 ק"ג גלידה וNIL, ולכל היותר 40 ק"ג גלידה שוקולד.

ד. רשמו מערכת אי שוויונות מתאימה, וشرطו תחום אפשרי.

ה. מצאו את שיעורי הקדקודים.

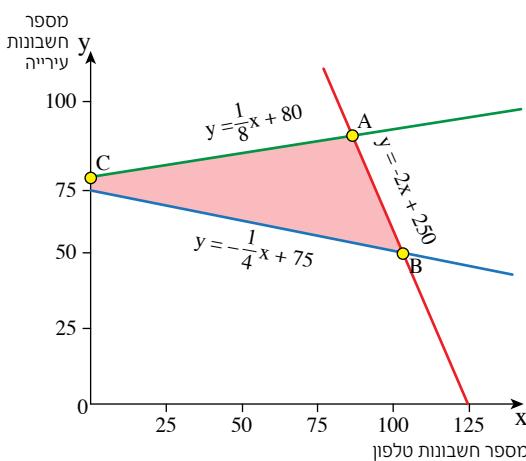
ו. בעל החנות מרוויח 2 ש"ח מק"ג אחד של גלידה וNIL, ו- 3 ש"ח מק"ג אחד של גלידה שוקולד,

רשמו פונקציית מטרה.

כמה ק"ג מכל סוג כדאי לו למכור, כדי שהרווח יהיה מקסימלי?

9.

התחום המשורטט מציין מגבלות של עבודה מחשב, הנוטן שירותים לחברת טלפונים ועירייה.



א. זמן חישוב לחשבון טלפון - 1 שניה.

זמן חישוב לחשבון עיריה - 5 שניות

רשמו פונקציית מטרה לזמן החישוב של x חשבונות טלפון ו-y חשבונות עיריה.

ב. מצאו באיזה קדקוד מתקבל **הערך הנכון** ביחסו של הזמן.

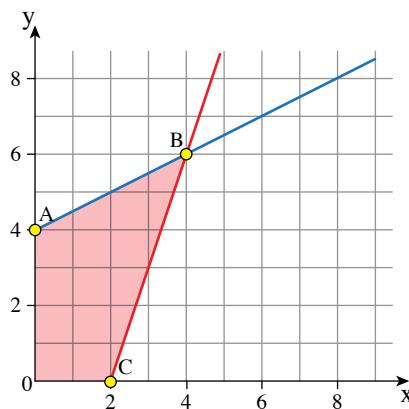
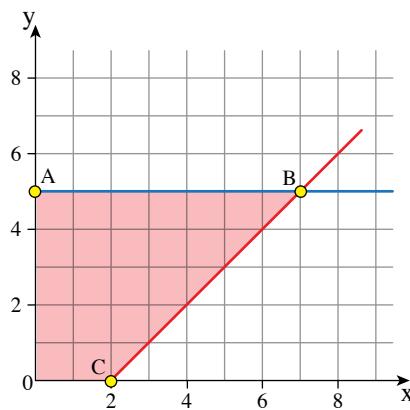
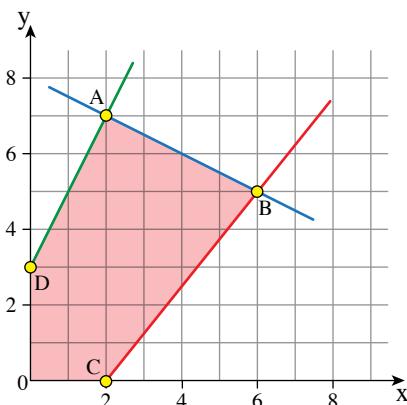
חשבו את שיעורי הקדקוד.

ג. כמה חשבונות מכל סוג ניתן לחשב בזמן המינימלי?

"חלוצים ואילוצים" - שאלות לסייע



- . 1. לצורך הקמת מפעל,
הכינו שלושה תחומים אפשריים שונים, המתארים את האילוצים.

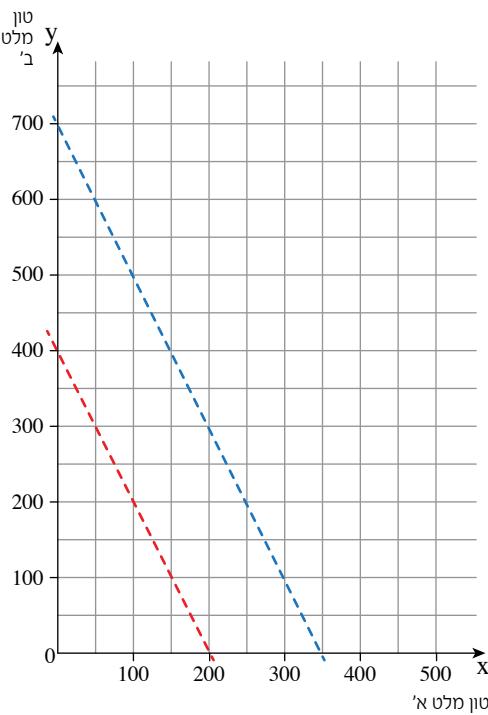


- . א. ידוע, כי הרוח ממוצר א' 2 ש"ח, ומוצר ב' 3 ש"ח.
מייצרים x מוצרים מסוג א', ו- y מוצרים מסוג ב'.
רשמו פונקציית מטריה.

. ב. מי מהתחומים מאפשר רווח מקסימלי?



.2



בית חרושת מייצר שני סוגים מלט.

x - משקל בטונות של מלט מסוג א'.

y - משקל בטונות של מלט מסוג ב'.

א. משקל המלט משני הסוגים יחד אינו

עולה על 300 טון ליום. רשםו אי שוויון

מתאים.

ב. משקל המלט מסוג א' אינו עולה על

200 טון.

משקל המלט מסוג ב' אינו עולה על

150 טון.

רשםו אי שוויונות מתאים.

ג. שרטטו את התחום האפשרי במערכת

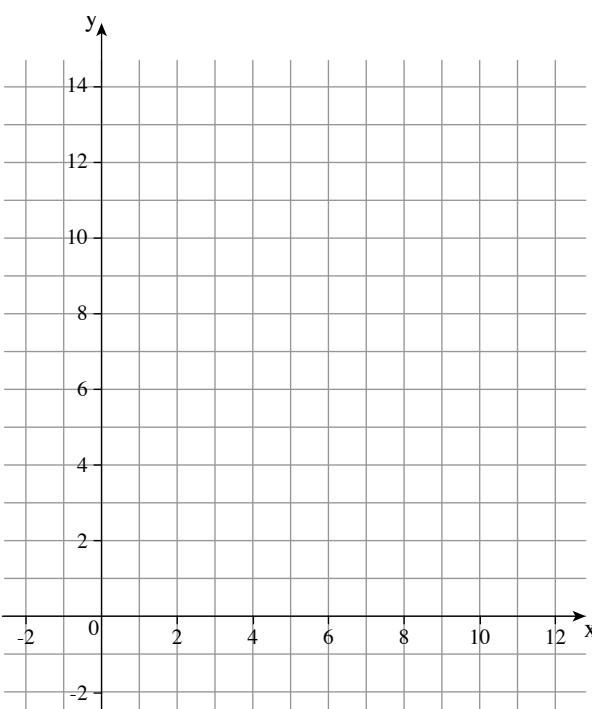
הצירים.

ד. הרוח מטען אחד של מלט מסוג א' הוא

2 ש"ח, וממלט מסוג ב' הוא 1 ש"ח.

- רשםו את פונקציית המטרה.

- איזה קדקוד של התחום מאפשר רווח מקסימלי?



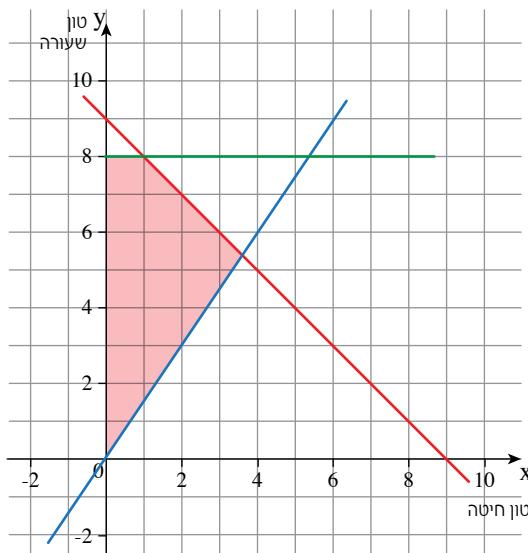
.3. שרטטו את התחום המתאים

למערכת האי שוויונות.



$$\begin{cases} x \leq 10 \\ x + 2y \geq 4 \\ x - y \geq -4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

4. א. רשםו מערכת אי שוויונות מתאימה לתוחם המשורטט.



ב. א מייצג משקל, בטונות, של חיטה ש��וצרים ביום.

ב. ע מייצג משקל, בטונות, של שעורה שkekוצרים ביום.

נסו לתאר במילים את האילוצים המתוארים באו' שוויונות.

ג. על טון חיטה מרווחים 100 ש"ח, ועל טון שעורה 50 ש"ח.

רשםו פונקציית מטרה, ומצאו את הרוחם המקסימלי האפשרי.

מי ירוויח יותר? עוד שאלות לסיכום



3. קונדיטוריות מייצירות עוגות שוקולד ועוגות גבינה.

א. מייצג מס' עוגות שוקולד, שנמכרות בשעה.

ב. מייצג מס' עוגות גבינה, שנמכרות בשעה.

לפניכם תחום אפשרי, שנקבע לפי אילוצים שונים,

ומתאים ל- 3 הקונדיטוריות.

א. מצאו את שיעורי הקודקודים,

ורשימו, בערך, ייחוז על הצלרים.

ב. קונדיטוריה "חיים" מכרת עוגת שוקולד לייחיד ב- 5 ש"ח,

ועוגת גבינה ב- 3 ש"ח.

קונדיטוריה "איציק" מכרת עוגת שוקולד ב- 3 ש"ח,

ועוגת גבינה ב- 4 ש"ח.

קונדיטוריה "מלכה" מכרת עוגת שוקולד ב- 4 ש"ח,

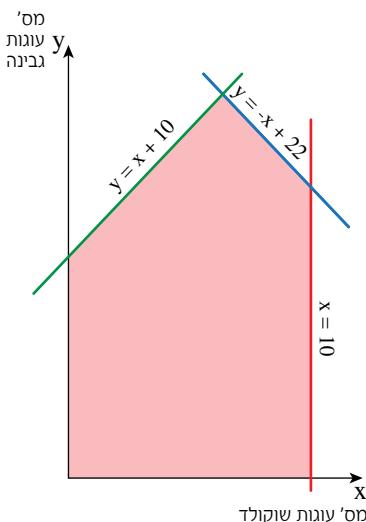
ועוגת גבינה ב- 5 ש"ח.

רשמו פונקציית מטרה למטרות של כל קונדיטוריה.

ג. מצאו עבור כל קונדיטוריה את ההכנסה המקסימלית

האפשרית.

ד. למי מהן ההכנסה המקסימלית הנדרשה ביתר?



תרגיל

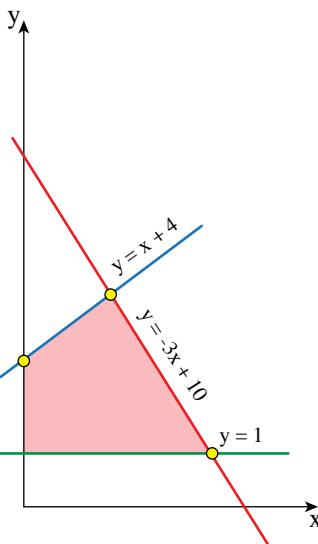
2. לפניכם שרטוט של תחום אפשרי.

א. רשםו את מערכת האי שוויונות המתאימה.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים. סמןו ייחוז על הצלרים.

ג. באיזו נקודה מקבלת פונקציית המטרה $y = 2x + y$ ערך

מקסימלי, ומהו הערך המקסימלי?





.3

בבית חרושת מייצרים מוטות של ברזל ושל נחושת.

x מייצג משקל בטון של מוטות ברזל.

y מייצג משקל בטון של מוטות נחושת.

בשעה מייצרים, לכל היותר, 8 טון של מוטות שני הסוגים יחד.

בשעה חיבים ליצר, לכל הפחות, 3 טון של מוטות שני הסוגים יחד.

כמות הברזל שמוציאים בשעה היא לכל היותר 7 טון.

כמות הנחושת שמייצרים בשעה היא לכל היותר 5 טון.

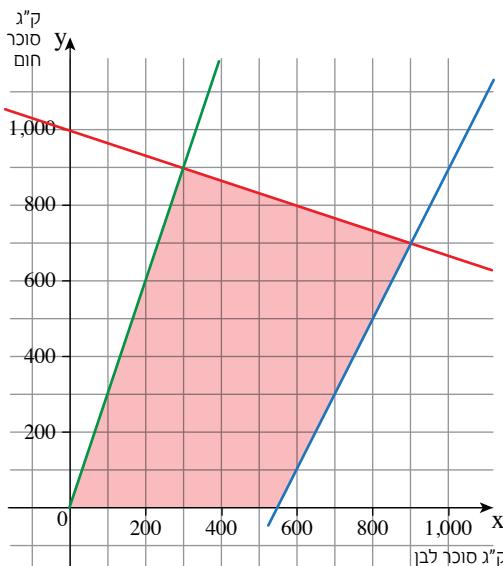
א. רשמו מערכת אי שוויונות, וشرطו את התחום האפשרי.

ב. מכל טון של ברזל מרוויח ביהח"ר 500 ש"ח, ומכל טון נחושת 1000 ש"ח.

רשמו פונקציית מטרה, ומצאו מהו הרוח המקסימלי האפשרי.

.4

הגרף מתאר אפשרות של ייצור סוכר לבן וחום.



מק"ג אחד של סוכר לבן מרוויחים 0.5 ש"ח.

מק"ג אחד של סוכר חום מרוויחים 1 ש"ח.

רשמו פונקציית מטרה, ומצאו מהו הרוח הגדול ביותר האפשרי.



5.

במפעל מייצרים חומר להדברת נמלים וחומר להדברת תיקנים (ג'יקים).

א. מייצג משקל בק"ג של חומר להדברת נמלים, המוצר ביום.

ב. מייצג משקל בק"ג של חומר להדברת תיקנים, המוצר ביום.

- בסה"כ מייצרים לא יותר מ- 500 ק"ג חומר הדברת ביום.

- כמות החומר המוצר ביום להדברת תיקנים היא לפחות 50 ק"ג.

- כמות החומר המוצר להדברת תיקנים היא יותר מפי 2 מהכמות להדברת נמלים.

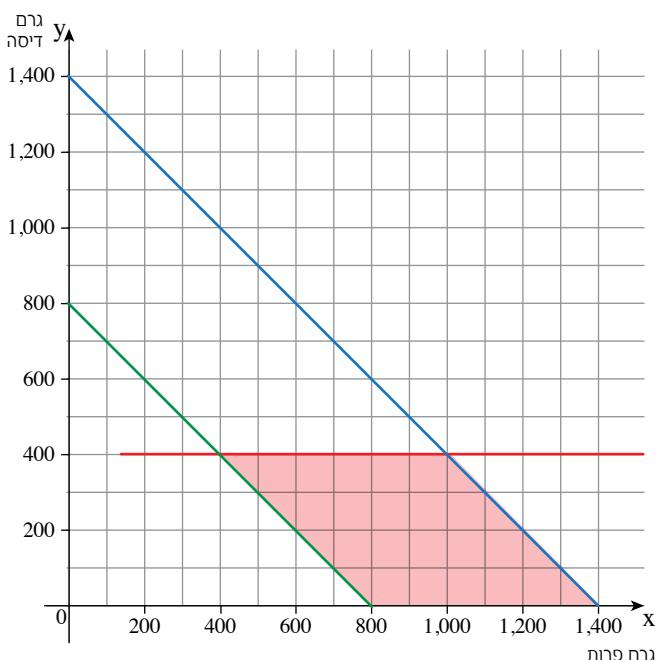
א. רשמו מערכת אי שוויונות מתאימה, וشرطו במחברתכם את התחום האפשרי. (בחורו ביחידת מידת
של 50 ק"ג)

ב. מכל ק"ג של חומר להדברת נמלים מרוויחים 2 ש"ח.

מכל ק"ג של חומר להדברת תיקנים מרוויחים 1.5 ש"ח.

רשמו פונקציית מטרה, מצאו מהו הרוחן המקסימלי האפשרי.

6. הגרף מותאר אפשרויות של תפיריט יומי לתינוקות.



בכל גרם פירות יש 0.007 גרם ברזל, ובכל גרם דיסה יש 0.005 גרם ברזל.

א. רשמו פונקציית מטרה למשקל הברזל ב x גרם דיסה ו- y גרם פירות.

ב. מצאו תפיריט יומי אפשרי, שבו כמות הברזל מаксימלית.

מה כמות הברזל בתפריט שמצוות?

... אDAOI יIK גג�וּמָה עַל אֲפִיאָגְרָעָן אַכְלָכָה...

ארגון נתונים בתכנון לינארי

עד כה הכרתם כלים לפתרון בעיות פשוטות בתכנון לינארי. בבעיות עם מספר רב יותר של אילוצים, נוח להשתמש בטבלה לארגון הנתונים. נדגים זאת בשאלות הבאות:

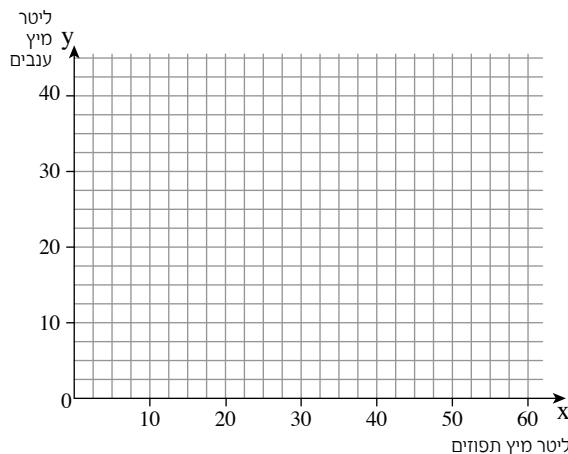
1. מפעל מייצר שני סוגי מייצים: מץ תפוזים ומץ ענבים. בייצור שלושה שלבים: סחיטה, ערבות, מיילוי. הזמן הנדרש לכל שלב מותואר בטבלה:

סוג המיץ	סחיטה	ערבות	מיילוי
תפוזים	8 דקות לליטר	2 דקות לליטר	5 דקות לליטר
ענבים	3 דקות לליטר	10 דקות לליטר	4 דקות לליטר

- א. כמה דקות דרושות **לסחיטה** של 3 ליטר מץ תפוזים?
לערובות של 3 ליטר מץ תפוזים?
למיילוי של 3 ליטר מץ תפוזים?
חשבו כמה דקות דרושות **לייצור** כולל של 3 ליטר מץ תפוזים.
רשמו פונקציית המטרה למספר הדקות הדרושים לייצור כולל של x ליטר מץ תפוזים.
- ב. חשבו כמה דקות דרושות **לסחיטה** של 4 ליטר מץ תפוזים ו- 5 ליטר מץ ענבים.
ג. רשמו פונקציית מטרה למספר הדקות הדרושים **לסחיטה** של x ליטר מץ תפוזים ו- y ליטר מץ ענבים.
ד. רשמו פונקציית מטרה למספר הדקות הדרושים **לערובות** של x ליטר מץ תפוזים ו- y ליטר מץ ענבים.
ה. רשמו פונקציית מטרה למספר הדקות הדרושים **למיילוי** של x ליטר מץ תפוזים ו- y ליטר מץ ענבים.
ו. ביום מסויים פרצה במפעל שביתה לאחר שעתיים של עבודה (120 דקות') רשמו משוואות מתאימות.

ז. שרטטו את היסרים שבסעיף ו'.

(צבעו שטח המתאים ליצור אפשרי של מיצ' תפוחים ומיצ' ענבים.)



ח. האם אפשר ביום זה לסיים יצור של 10 ליטרים מיצ' תפוחים ו- 10 ליטרים של מיצ' ענבים? הסבירו.

אם אפשר להספיק ליצר 10 ליטרים של מיצ' תפוחים ו- 8 ליטרים מיצ' ענבים? הסבירו.

תרגילים 4 ו- 5 בהמשך דומים לתרגיל 1, תוכלו להיעזר בפתרון של תרגיל 1 כדי לפתור אותם.

.2. מפעל מייצר שני סוגי מרגרינה: דלת-קוריות ורגילה. הייצור נעשה בשלושה שלבים:

יצור מרגרינה דלת-קלוריות:

משך הבישול: 30 דקות לק"ג.

ערובב: 5 דקות לק"ג.

מיצוק: 2 דקות לק"ג.

יצור מרגרינה רגילה:

משך הבישול: 10 דקות לק"ג.

ערובב: 15 דקות לק"ג.

מיצוק: 5 דקות לק"ג.

א. הכנינו טבלה מתאימה לנתחנים ורשמו אותם בתוכה.

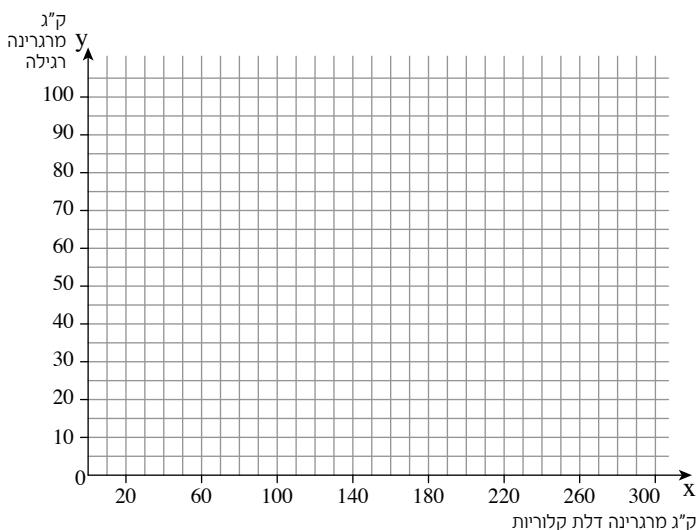
ב. מהו זמן הבישול של 3 ק"ג מרגרינה דלת-קלוריות, ו- 5 ק"ג מרגרינה רגילה.

ג. האם ניתן להספיק לבשל 10 ק"ג מרגרינה דלת-קלוריות ו- 5 ק"ג מרגרינה רגילה במשך שעתיים?

ד. רשמו פונקציית מטרה לזמן הבישול של x ק"ג מרגרינה דלת-קלוריות ו- y ק"ג מרגרינה רגילה.

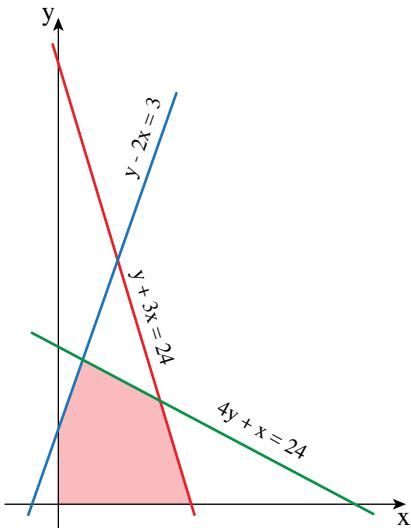
הזמן המוקצב לבישול הוא 10 שעות (_____ דקות). רשמו א-שוויון מתאים.

ה. הזמן המוקצב לערבוב הוא: 12 שעות.
הזמן המוקצב למייצוק הוא: 8 שעות. רשמו עוד שני אי שוויונות.
شرطו גրף של האי שוויונות שרשותם.



אם ניתן בזמן המוקצב לייצר 20 ק"ג מרגרינה וגילה ו- 30 ק"ג מרגרינה דלת-קלוריות?
אם ניתן בזמן המוקצב לייצר 20 ק"ג מרגרינה וגילה ו- 20 ק"ג מרגרינה דלת-קלוריות?

כעת תוכלו לפטור את תרגיל 7 בתרגילים



- .3. נתון תחום אפשרי, המתאר ייצור של x ק"ג מוצר א' ו- y ק"ג מוצר ב'. רשמו את האי שוויונות המתוארים בתחום.
ידוע שהרווח لك"ג מוצר א' הוא 3 ש"ח ולק"ג מוצר ב' 5 ש"ח.

א. רשמו פונקציית מטרה להרוווח המתkeletal מייצור של x ק"ג מוצר א' ו- y ק"ג מוצר ב'.

ב. היכן יתקבל הרוווח המקסימלי? כמה ק"ג מכל מוצר כדי לייצר? חשבו מהו הרוווח המקסימלי.

תרגילים

- .4. הטבלה שלפניכם מתארת תהליכי ייצור של שני סוגימלח: מלח דק ומלח עבה.

סוג	זמן עיבוד	זמן אריזה
מלח דק	2 דקות לק"ג	5 דקות לק"ג
מלח עבה	3 דקות לק"ג	4 דקות לק"ג

א. חשבו כמה דקות נדרשות לעיבוד של 10 ק"ג מלח דק ו- 15 ק"ג מלח עבה. המכוננה המעבדת יכולה לעבוד לכל היותר 15 שעות ביום, (900 דקות), והמכוננה האורצת יכולה לעבוד לכל היותר 20 שעות (1200 דקות).

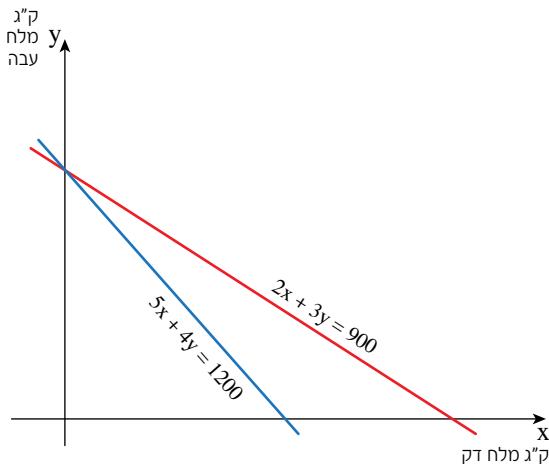
ב. ביום מסוים עיבדו רק מלח דק. האם אפשר היה להספיק לעבוד 300 ק"ג מלח דק?

ג. אם מיצרים רק מלח עבה, האם אפשר להספיק לעבוד 300 ק"ג מלח עבה? האם אפשר היה להספיק לעבוד ולארוז 300 ק"ג מלח עבה?

ד. רשמו פונקציית מטרה לזמן העיבוד של x ק"ג מלח דק ו- y ק"ג מלח עבה. רשמו פונקציית מטרה לזמן האריזה של x ק"ג מלח דק ו- y ק"ג מלח עבה.

ה. רשמו اي שוויונות מתאימים.

- ג. לפניכם משוואות היסרים שהם גבולות התוחמים.
התאימו לכל משווה את האי שווין וציבעו שטח מותאים.



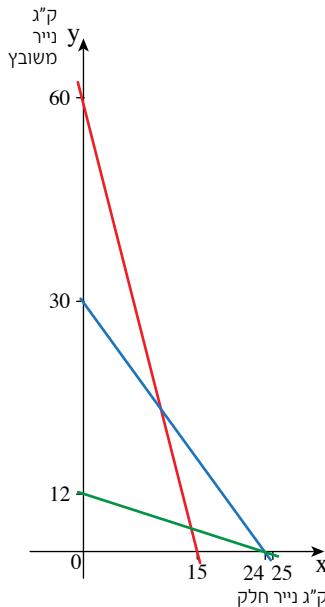
- ג. סמןו 2 נקודות באזורי הצבוע, ורשמו במלילים כמה ק"ג מכל סוג מייצרים עפ"י נקודות אלה, ומהו זמן העבודה והארזה.

5. מפעל מייצר שני סוגי נייר: משובץ וחלק.
תהליכי הייצור מורכבים מהשלבים הבאים: הרכבת העיסה, ערבות ועיבוד.
בຕבלה נתונים פרטי הייצור **בדקוטות לק"ג**.

עיבוד	ערבות	הרכבת העיסה	סוג
8	10	20	נייר חלק
15	8	5	נייר משובץ

- א. כמה דקוטות נדרשות להרכבת עיסה של 20 ק"ג נייר חלק ו- 10 ק"ג נייר משובץ?
כמה דקוטות נדרשות לערבות עיסה של 20 ק"ג נייר חלק ו- 10 ק"ג נייר משובץ?
כמה דקוטות נדרשות לייצור כולל של 20 ק"ג נייר חלק?
במחזור ייצור אחד:
- המכונות המרכיבות את העיסה יכולות לפעול 5 שעות לכל היותר (שהן _____ דקוטות).
המכונות המערבות יכולות לפעול 4 שעות לכל היותר (שהן _____ דקוטות).
המכונות המערבדות יכולות לפעול 3 שעות (שהן _____ דקוטות)
- ב. רשמו פונקציית מטרה להמן העבודה של x ק"ג נייר חלק ו- y ק"ג נייר משובץ, ורשמו אי שווין מותאים.
- ג. רשמו שני אי שוויונות נוספים, המתאיםים להמן **הרכבה** ולזמן **הערבות**.

ד. לפניכם היסרים שבגבולות האי שווונות. התאימו את המשוואות לישרים וציבו איזור המתאים לא שווונות.



ה. אם מייצרים רק נייר חלק, כמה ניתן לייצר במחזור ייצור אחד? אילו מכונות אינן מנוצלנות בכלל הזמן שנותן להן? הסבירו.

ו. נתונה מערכת האילוצים הבאה:

$$\begin{cases} 3x + y \leq 180 \\ x + y \leq 90 \\ y - x \geq -50 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

א. שרטטו את התחום האפשרי.

(כדי לחלק את הצירים ליחידות של 20).

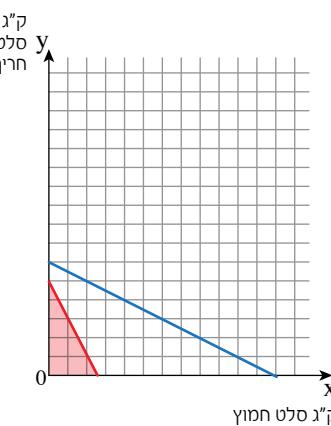
ב. נתונה פונקציית המטריה: $f(x, y) = 2x + 10y$. שרטטו קו גובה כלשהו, ורשמו את ערכיה של פונקציית המטריה בנקודות על הקו זהה.

ג. מצאו את ערכי x ו- y , עבורם מקבלת פונקציית המטריה ערך מקסימלי בתחום האפשרי. חשבו ערך זה.

.7

- מפעל מייצר שני סוגי סלטים: סלט חמוץ וסלט חריף.
- יצור סלט חמוץ:**
משך הבישול 20 דקות לק"ג.
משך הערבוב: 5 דקות לק"ג.
משך הבישול 10 דקות לק"ג.
משך הערבוב: 10 דקות לק"ג
- יצור סלט חריף:**
משך הבישול 10 דקות לק"ג.
משך הערבוב: 10 דקות לק"ג

- א. הכננו טבלה מתאימה לננתונים, ורשמו אותה בתוכה.
- ב. מהו זמן הבישול של 5 ק"ג סלט חמוץ ו- 10 ק"ג סלט חריף?
- ג. האם ניתן להספיק לבשל במשך שעתיים 3 ק"ג סלט חמוץ ו- 2 ק"ג סלט חריף?
- ד. רשמו פונקציית מטרה לזמן הבישול של x ק"ג סלט חמוץ ו- y ק"ג סלט חריף.
- ה. הזמן המוקצב לבישול הוא 8 שעות (_____ דקות). רשמו אי שוויון מתאים.
- ו. הזמן המוקצב לערבוב הוא 10 שעות. רשמו אי שוויון מתאים.
- ז. לפניכם גרף של אי שוויונות שרשומותם. התאימו לכל ישר את המשוואה.
- ח. בחרו נקודה באזורי הצבעו ורשמו במילים מה היא מתואמת.
- ט. האם קיימים אילוצים, שהורדתו לא תנסה את הפתרון? אם כן - רשמו מהו ונמקו.



"הכל פתוח"...



1. נתונה מערכת האילוצים הבאה:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 50 \\ y \leq 2x + 40 \end{cases}$$



א. שרטטו את התחום האפשרי; מה המויהד בתחום זה?

ב. נתונה פונקציית המטרה $f(x, y) = 3x + 5y$.

شرطנו קו גובה מותאים למקרה שבו ערך פונקציית המטרה הוא 100.

היזרו את קו הגובה במקביל לקו המשורטט, ובדקו מה קורה לערכה של פונקציית המטרה בהזזה "כליי מעלה" ובhzזה "כליי מטה".

היכן, בתחום האפשרי, מקבלת פונקציית המטרה ערך מינימלי אם יש ערך מקסימלי לפונקציית המטרה, במסגרת התחום האפשרי? נמקו.

בתחום פתוח, לא תמיד מקבלת פונקציית המטרה ערך מקסימלי או מינימלי, יש לבדוק על פי פונקציית המטרה הנתונה, ככלומר, בעזרת קווי הגובה המתאימים.

2. נתונה מערכת האילוצים הבאה:

$$\begin{cases} y - x \leq 3 \\ 5y - x \geq -10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



א. שרטטו את התחום האפשרי.

ב. נתונה פונקציית המטרה $f(x, y) = x + y$.

בדקו אם פונקציית המטרה מקבלת מינימום או מינימום בתחום.

ג. נתונות עוד שתי פונקציות מטרה:

ii) $f(x, y) = x - 2y$

בדקו לגבי כל אחת מהן, אם היא מקבלת מינימום או מינימום בתחום.

iii) $f(x, y) = x - y$

האם יש יותר מערך אחד כזה בתחום?

3. רשמו מערכת אי שוויונות, כך שהתחום המשותף המותאים להם יהיה פתוח, וشرطו את התחום.

4. במפעל מייצרים בשעה לפחות 4 ק"ג ריבת משמש. ולפחות 5 ק"ג ריבת שזיפים.
ידוע גם, שהמשקל של ריבת המשמש הוא לכל היוטר 10 ק"ג יותר מהמשקל של ריבת השזיפים.

א. רשמו מערכת אי שוויונות מתאימה, כאשר x מייצג משקל בק"ג של ריבת משמש, ו- y מייצג משקל בק"ג של ריבת שזיפים.

ב. שרטטו תחום אפשרי מותאים.

ג. עלות הייצור היא 5 ש"ח לק"ג ריבת משמש, ו- 7 ש"ח לק"ג ריבת שזיפים. רשמו פונקציית מטרה, $f = y, x$ ומינו עלות מינימלית. (מצאו תחילת כמה יש לייצר מכל סוג כדי לקבל עלות מינימלית).

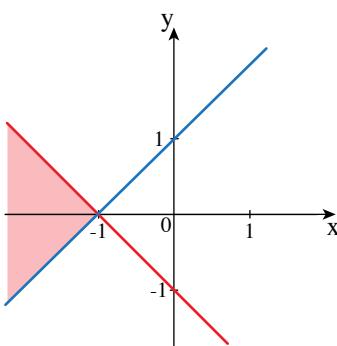
5. נתונה מערכת אי שוויונות:

$$\begin{cases} y \geq 2 \\ x \leq -1 \\ x + y \geq 10 \end{cases}$$

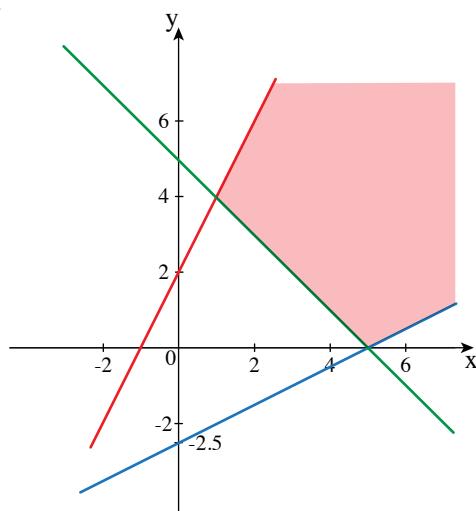
א. שרטטו את התחום המשותף.

ב. הוסיפו אי שווין כרצונכם, כך שהתחום הנ"ל "סגור", ושרטו בהתאם.
הערה: בשאלות הבאות (6, 7) ניתן להשתמש בגאוגברה, או תוכנה גרפית אחרת, לצורך בקרה.

6. רשמו מערכות אי שוויונות, המתאימות לתוחומים הפתוחים הבאים:



ב.



א.

.7. רשמו מערכת של 3 אי שוויונות לפחות, כך שהתחום המשותף המתאים להם יהיה פתוח, וכן מעל ציר ה- x. (תוכלו לשרטט תחילת תחום צה).

.8. מצאו את נקודות המקסימום והמינימום של פונקציית המטריה:
 $f(x, y) = 5 - 5x + 8y$ במסגרת האיליצים:

$$\begin{cases} x \leq 8 \\ x \geq 2 \\ y \geq -3 \\ 3x + 4y \leq 24 \end{cases}$$

.9. תזונאית מעוניינית שאדם הבא אליה להרכיב תפריט יקבל שני סוגי ויטמינים.
 הכמות המינימלית ההכרחית היא 260 מ"ג מכל סוג ויטמינים לשבוע.
 שני הסוגים נמצאים בתפוחי אדמה ובסלק בלבד.
 סמןו ב- x את משקל תפוחי האדמה וב- y את משקל הסלק.

1 ק"ג סלק	1 ק"ג תפוחי אדמה	
60 מ"ג	20 מ"ג	כמות ויטמין סוג I
20 מ"ג	50 מ"ג	כמות ויטמין סוג II

א. רשמו אי שוויונות מתאימים ושרטו את התחום האפשרי.

ב. ידוע, כי מחיר ק"ג תפוחי אדמה 20 ש"ח, וממחיר ק"ג סלק 15 ש"ח, רשמו פונקציית מטריה $y(x, f(x))$, וממצאו כמה ק"ג מכל סוג יש לאכול לפני ההוראות, כדי שההוצאות יהיו מינימליות.

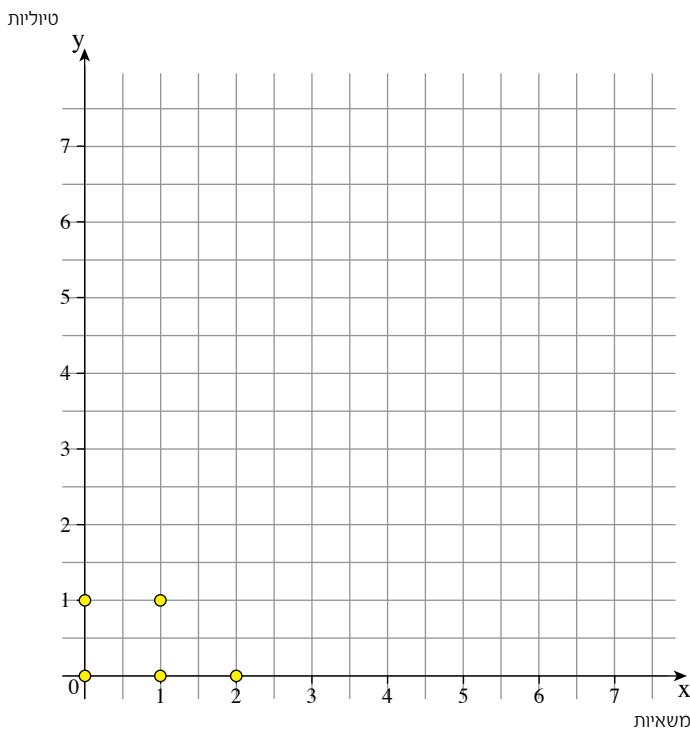
ג. מהן ההוצאות המינימליות?

ומה אם מתעניינים רק בנקודות שלמות?

1. באילו ממהקרים הבאים המשתנים x ו- y מקבלים ערכים טבעיות?
- הוצם למצוא מקסימום רוח ממינורת כמיות של עגבנייה ושל מלפפונים.
 - תחום אפשרי מותאר אילוצים של מפעל המיצר שלוחנות וכיסאות.
 - פונקציית המטרה מתארכת זמן פעולה.
 - פונקציית המטרה מתארכת מספר נקודות המתקבל מ- x תשובות נכונות ו- y תשובות לא נכונות.

2. חברת "המטייל" משכירה מכניות לטילים. לחברה יש 5 משאיות ו- 7 טילים.
בית ספר שוכר 3 משאיות ו- 2 טילים.

א. רשמו אי שוויונות מתאימים.
בشرطוט מסומנות 5 נקודות מהתחום האפשרי.



- ב. המשיכו בסימון נקודות התחום האפשרי. כמה נקודות בתחום האפשרי?
הסבירו.
- ג. שכירת משאיות ליום עולה 400 ש"ח ושכירת טילית עולה 200 ש"ח. רשמו פונקציית מטרה למחיר
 $f(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$
 שתגובה חברת "המטייל"

ד. מצאו אפשרות של מספר משאיות ומספר טיולים המתאים לרוח יומי של 3000 ש"ח.

כמה אפשרות בתחום האפשרי מתאימות לרוח של 3000 ש"ח?

רשמו את כלן.

ה. סמנו את הנקודה המתאימה לרוח המקסימלי האפשרי (מסעיף א')

ב"ס "ארזים" רוצה לשכור משאיות וטיולים מחברת ה"מטיל" ליום אחד, עברו 200 נוסעים לכל היוטר.

משאית יכולה להכיל 50 נוסעים, וטיולית יכולה להכיל 20 נוסעים.

חברת ה"מטיל" יכולה לספק לב"ס "ארזים" 3 משאיות לכל היוטר ו- 7 טיולים לכל היוטר.

יחד עם זאת חברת ה"מטיל" מוכנה לשולח כלי רכב רק אם מספר המוקומות הכלל שבהם יהיה לפחות 100.

ביה"ס, לעומת זאת, מעוניין שלא ישעו יותר מ- 200 תלמידים.

א מיצג את מספר המשאיות ו- י מיצג את מספר הטיולים.

א. רשמו מערכת אי שוויונות לבעה וشرطו את התחום האפשרי.

שכירת משאית ליום עולה 400 ש"ח ושכירת טיולית ליום עולה 200 ש"ח.

ב. בתחום שشرطתם, כולל הקוימים שתוחמים אותו, נמצאות 17 נקודות שישוריהן מספרים שלמים. בחרו 2 נקודות, ורשמו את כל המשתמש מהן: מספר המשאיות והטיולים, מס' הנוסעים ועלות השכירה.

בסוף דבר התבגר, שיכאו לטiol 170 נוסעים.

ג. המטרה של חברת ה"מטיל" לגבות את התשלום המקסימלי. כמה כלי רכב מכל סוג כדאי לה לשולח, ומהו המחיר שתגבה? (נסו למצוא יותר Möglichkeiten אחת.)

ד. מטרת הנהלת בית הספר, לעומת זאת, לשלם מחיר מינימלי. כמה כלי רכב מכל סוג תבקש הנהלה לשולח, וכמה תשלום עבור שכירותם?

בעיות שלמות

עד כה פתרתם בעיות שלמות עם מספר אילוצים קטנים, או בעיות אחרות, בהן היו נתונות טבלאות, ונתבקש לבעץ חלקים מפרטן הבעה: שרטוט התחום האפשרי או רישום האי שווינות, או מציאת הרוח המקסימלי. למשל, כשהתחום נתון וכו'.

מעתה נפתחו בעיות, בהן נבצע את כל השלבים: **רישום האי שווינות. שרטוט התחום ומיציאת המקסימים או המינימום.**

1. יצירן מייצר שני סוגים ארוןנות, כמפורט בטבלה:

סוג ארוןנות	כמויות העץ הדרושים לארון	מספר שעות עבודה לארון
מטבח	5 מ"ר לארון	10
בגדים	4 מ"ר לארון	20

כמות העץ שיש למפעול בסה"כ היא 120 מ"ר, ומספר שעות העבודה העומדות לרשותו הוא 450 לכל היוטר.

- א. רשמו מערכת אילוצים, וشرطו את התחום האפשרי.
- ב. הרוחן הנקי לארון מטבח הוא 900 ש"ח, ולארון בגדים 600 ש"ח.
רשמו פונקציות מטריה לרוחן המתkeletal מייצור של x ארוןנות מטבח ו- y ארוןנות בגדים.
- ג. כמה ארוןנות מכל סוג על המפעול לייצר, כדי לקבל רוחן מקסימלי, ומהו הרוחן המקסימלי
2. האילוצים הם כמו בשאלת הקודמת, אבל הרוחן הנקי לארון מטבח הוא 500 ש"ח, ולארון בגדים 1000 ש"ח. רשמו פונקציית מטריה מתאימה.
- א. רשמו פתרון מתאים.
- ב. רשמו את כל הפתרונות המתאימים.
- ג. מצאו שני זוגות (x, y), שעבורם הרוחן של שני המפעלים זהה.
- ד. האם תוכלם למצואו רוחן זהה מקסימלי עבור שני המפעלים?

פתרונות בעיות שלמות, אולם עדין בצעתם את העבודה ב- 3 שלבים:

רישום אי שווינות לצורכי התחום האפשרי
רישום פונקציית המטריה
מציאת האופטימום, כלומר: מציאת מקסימים או מינימום.

בהמשך הסעיף תלמדו לפתור בעיות ללא פרוט שלבים אלה.
תוכלו לפתור כעת את שאלות 6, 7 שבתרגילים.

- . 3. מפעל מייצר שני סוגי סלטים: סלט ירקות וסלט חצילים.
בהתൾ היצור שני שלבים: ערבוב ובישול.
פרטי הייצור מורכזים בטבלה הבאה:

בישול	ערובוב	
4 דקות לק"ג	2 דקות לק"ג	סלט ירקות
3 דקות לק"ג	3 דקות לק"ג	סלט חצילים

במחזור ייצור אחד ניתן להפעיל את ציוד הערבוב למשך שעתיים (120 דקות), ואת ציוד הבישול למשך 3 שעות (180 דקות).

הרוח הנקי של המפעל לק"ג סלט ירקות הוא 8 ש"ח, ולק"ג סלט חצילים - 10 ש"ח.
סמננו את הנתונים הקשורים באילוצים, ובסימון אחר הדגישו נתונים הקשורים בפונקציית המטרה.
רשמו אי שוויונות, וشرطו את התחום האפשרי.
כמה ק"ג מכל סוג סלט כדי למפעל לייצר, כדי לקבל רוח מקסימלי?

- . 4. בנגරיה מייצרים שולחנות וכיסאות, פרטי הייצור רשומים בטבלה:

שעות עבודה יחידה	כמות עץ לחידה	
4 ש'	0.2 מ"ק	כיסא
3 ש'	0.5 מ"ק	שולחן

לרשوت הנגריה עומדים 4 מ"ק עץ ו- 38 שעות ביום עבודה אחד.
מספר הcisאות שמייצרים הוא לכל היותר פי 4 מספר השולחנות.
הngrיה מרוויחה 100 ש"ח לכיסא, ומספרה 300 ש"ח לשולחן.
כמה שולחנות וכיסאות יש לייצר, כדי שהרווח הכללי יהיה מקסימלי? מהו הרוח המקסימלי?

**זכרו, שלבי הפתרון הם:
 הפרידו בין הנתונים.**

**רשמו אילוצים, שרטטו תחום אפשרי, רשמו פונקציית מטרה וענו על השאלה.
זכרו שלבים אלה גם בבוקם לפתור את בעיות השלמות הבאות.**

5.

מפעל מייצר גlijידת וניל וגlijידת שוקולד.

תהליך הייצור מתחולק לשני שלבים: בישול וקירור.

לייצור ק"ג גlijידת וניל זוקקים ל- 10 דקות בישול ו- 20 דקות קירור, וליצור ק"ג גlijידת שוקולד זוקקים

ל- 5 דקות בישול ו- 30 דקות קירור.

אפשר להפעיל את מכונת הבישול לכל היותר במשך 40 דקות, ואת מכונות הקירור - לכל היותר במשך

180 דקות.

מק"ג גlijידת וניל מרווחים 80 ש"ח, וממק"ג גlijידת שוקולד - 40 ש"ח.

רשמו את הנתונים בטבלה.

רווח לק"ג	זמן קירור לק"ג	זמן בישול לק"ג	
			גlijידת וניל
			גlijידת שוקולד

א. מהו הרוח המקסימלי, שיוכל המפעל להרוויח?

ב. אם מרווחים 50 ש"ח על כל ק"ג מכל סוג, מהו הרוח המקסימלי במקרה זה?

6.

במפעל מייצרים שני סוגי של לחמניות: עם שומשים ובלי שומשים. ידוע כי לכל לחמניה עם שומשים

דרושים 40 גר' בזק ו- 2 גר' שומשים. לכל לחמניה בלי שומשים דרישים 50 גר' בזק.

א. סדרו את הנתונים בטבלה הבאה:

כמות השומשים הדרושה ללחמניה	כמות הבזק הדרושה ללחמניה
לחמניה עם שומשים	
לחמניה בלי שומשים	

ב. בכל מחזור יוצר עומדים לרשות המפעל 5 ק"ג בזק ו- 160 גר' שומשים.

רשמו מערכת אילוצים מתאימה לבעה, ושרטטו את התחים האפשר.

הרוח הנקי של המפעל ללחמניה עם שומשים הוא 20 אג', וללחמניה בלי שומשים 10 אג'.

א. מייצג את מספר הלחמניות עם שומשים שמייצרים.

ב. מייצג את מספר הלחמניות בלי שומשים שמייצרים.

ג. רשמו פונקציות מטריה לרוח הנקי המתkeletal $f(x, y) =$ _____

ד. כמה לחמניות מכל סוג צריך המפעל לייצר במחזור ייצור, כדי לקבל רווח מקסימלי, מהו הרוח המקסימלי?

7. ועד עובדים במפעל מעוניין להזמין לעובדיו חבילות שי, המכילות שקיות עם פירות יבשים וחפיסות שוקולד.

החולט כי כל חבילה שי תכיל לכל היוטר 8 פריטים, משקלה יהיה לפחות 1000 גר', ונפחה לפחות 2000 סמ"ק.

המשקל והנפח של שקיות פירות יבשים ושל חפיסה שוקולד רשומים בטבלה הבאה:

נפח	משקל	
500 סמ"ק	100 גר'	סקיות פירות יבשים
100 סמ"ק	200 גר'	חפיסה שוקולד

מחיר שקיות עם פירות יבשים 4 ש"ח, וממחיר חפיסה שוקולד 2 ש"ח.

א. כמה שקיות של פירות יבשים וכמה חפיסות שוקולד כדאי לモוכר לשם בכל חבילה שי כדי לגבות

מחיר מקסימלי?

ב. המטרה של ועד העובדים לשלם מחיר מינימלי.

כמה שקיות פירות יבשים וכמה חפיסות שוקולד כדאי לו להזמין בכל חבילה שי?

שאלות נוספת לתרגול וחזרה.

8. לרשותו של חקלאי עומדים מקסימים 80 דונם, המתחולקים על פני שני סוג גידולים (א דונם גידולי עגבניות ו- י דונם פלפלים).

א. רשמו איזו שוויון מתאים.

גידול עגבניות דורש 4 ימי עבודה לדונם, וגידול פלפלים - יומיים לדונם.

ב. רשמו פונקציית מטרה למספר הימים הנדרשים ל- א דונם גידולי עגבניות ו- י דונם גידולי פלפלים.

ידוע שסר-הכל ימי העבודה לחודש, שניתן להשיקு בגדילים אלה, הוא מקסימים 200 ימים.

ההכנסה לדונם גידולי עגבניות היא 1000 ש"ח, ולדונם גידולי פלפל 2000 ש"ח.

شرطנו קו גובה מותאים להכנסה של 4000 ש"ח.

ג. כמה דונם כדאי לחקלאי להקנות לכל סוג גידול, כדי שהכנסתו תהיה מקסימלית? נמקו.

ד. אם ידוע שההכנסה לדונם עגבניות היא 1000 ש"ח, ולדונם פלפל 500 ש"ח, כיצד ישנה הרווח המקסימלי? כמה פתרונות לבעה? נמקו.

.9. בתהליך כימי מפיקים מק"ג חומר גלם 3 חומרים שונים, שניי מפעלים שונים.

להלן נתוני הפקה.

חומר C	חומר B	חומר A	
2 מ"ג	3 מ"ג	4 מ"ג	מפעל א'
5 מ"ג	2 מ"ג	1 מ"ג	מפעל ב'

מסיבות שונות, מפיקים לפחות 140 מ"ג מחומר A, לפחות 180 מ"ג מחומר B, ולפחות 230 מ"ג מחומר C.

סמןו ב- א את משקל חומר הגלם במפעל א', וב- ע את משקל חומר הגלם ממפעל ב'.

הוצאות הפקה הן 300 ש"ח לק"ג במפעל א' ו- 200 ש"ח לק"ג במפעל ב'.

- כמה ק"ג חומר גלם כדי לרכוש מכל מפעול, כדי שייהיו הוצאות מינימליות?

- מהן הוצאות המינימליות?

.10. מבחן אמריקאי בניו משלישה חלקים.

על הנבחן לענות לכל היותר על 10 שאלות מחלק א', 8 שאלות מחלק ב',

ולפחות על 5 שאלות מחלק ג'.

בזה"כ צריך הנבחן לענות על 15 שאלות

לרשות הנבחן לכל היותר 44 דקotas לפתרון 15 השאלות, כאשר יש להזכיר 3 דקotas לכל שאלה בחולק

א', 4 דקotas לשאלת בחולק ב', ו- 2 דקotas לשאלת בחולק ג'.

א. סמןו ב- א את מספר השאלות שפתר התלמיד בחולק א', ב- ע את מספר השאלות שפתר בחולק ב'.
רשמו اي שוויונות מתאימים.

לכל שאלה מחלק א' מעניקים 6 נקודות, לכל שאלה מחלק ב' מעניקים 5 נקודות, ולכל שאלה מחלק ג' מעניקים 4 נקודות.

רשמו פונקציית מטרה לסך כל הנקודות שמקבל תלמיד.

ב. כמה שאלות מכל פרק על התלמיד לפתור, כדי לקבל מספר נקודות מקסימלי, ומהו מספר הנקודות המקסימלי?

ג. אם מעניקים 5 נקודות לשאלת בחולק א', 5 נקודות לכל שאלה מחלק ב' ו- 4 נקודות לכל שאלה מחלק ג', כמה שאלות כדי לפתור מכל פרק, כדי לקבל ניקוד מקסימלי? כמה פתרונות לשאלת?
רשמו אותם והסבירו.

הרווח המקסימלי בנקודה (0, 40)	תרגיל 1:	עמ' 7 - 8
משולחים אפשריים: (2, 3), (1, 2), (1.5, 2.1)	תרגיל 11:	עמ' 9 - 16
$x + y \leq 150$	תרגיל 6:	עמ' 17 - 20
$y \leq x + 2$	תרגיל 5:	עמ' 29 - 36
$2x + y \leq 5$		
$y = 2$ תשובה אפשרית:	תרגיל 6:	
$y \leq 3$	תרגיל 8:	
$y \geq -3x$		
$y \geq 3x$		
הנקודות המותארות משלוח של 20 טון ברזל נמצאות צלע המחברת את הקודקוד (0, 10) עם הקודקוד (10, 10). נקודת החיתוך: (-3, 3), (0, 2), (0, -3)	תרגיל 13:	
$5x + 5y \leq 1000$	תרגיל 5ב':	עמ' 37 - 39
$x + y \leq 30$	תרגיל 1ב':	עמ' 40 - 43
$x \leq 20$	תרגיל 2ד':	
$f(x, y) = x + \frac{1}{2}y$	תרגיל 2א':	עמ' 44 - 47
(100, 40), (40, 160)	תרגיל 2ה':	
$x = 9, y = 0$ לדוגמה:	תרגיל 2ג':	
1300 לא מתאפשר.	תרגיל 2ז':	
הערך הגבוה ביותר מתאפשר ב- A	תרגיל 2ד':	
$6x + 3y = 15$	תרגיל 1ב':	עמ' 52 - 56
390	תרגיל 2ג':	
390, מתאפשר בנקודה A	תרגיל 2ג':	
150	תרגיל 2ד':	
(200, 100) מקסימום בנקודה	תרגיל 2:	עמ' 57 - 59
104 ש"ח	תרגיל 1:	עמ' 60 - 62
1150 ש"ח	תרגיל 4:	
(1400, 0) מקסימום בנקודה	תרגיל 2ב'	
$\left(6\frac{6}{11}, 7\frac{5}{13}\right)$ מקסימום בנקודה	תרגיל 3:	עמ' 63 - 69
50. אין מקסימום минימום בנקודה (0, 50).	תרגיל 1:	עמ' 70 - 72

מינימום בנקודה (0, 0). אין מקסימום	תרגיל 2:
$y + 7x \geq 5$, מינימום בנקודה (4, 5).	תרגיל 4:
$y \leq -x - 1$ ב. $x \geq 5$	תרגיל 6:
$y \geq x + 1$ א. $y \geq \frac{1}{2}x - 2 \frac{1}{2}$	
	$y \leq 2x + 2$
מינימום בנקודה (-3, -6), מקסימום בנקודה $\left(2, 4\frac{1}{2}\right)$.	תרגיל 8:
	73 - 74 תרגיל 2:
$50x + 20y \leq 200$	תרגיל 3:
$0 \leq x \leq 3$	
$0 \leq y \leq 7$	
$50x + 20y \geq 100$	
מקסימום בנקודה (0, 24).	75 - 79 תרגיל 1:
בנקודה (20, 30) - רוח מקסימלי של 440 ש"ח.	תרגיל 3:
ב- (160, 0) רוח של 600 ש"ח.	תרגיל 3ג':
200 ש"ח	תרגיל 4:
א.: (6, 0) ב.: $\left(1\frac{1}{2}, 5\right)$	תרגיל 5:
(18, 10)	תרגיל 6:
מקסימום (2, 6), מינימום (4, 0).	תרגיל 8:
מקסימום (80, 0) והוא 160,000 ש"ח.	תרגיל 9:
במקרה השני קו הגובה מתלכד עם צלע של התיכון.	
מינימום 18,000 ש"ח.	תרגיל 10: