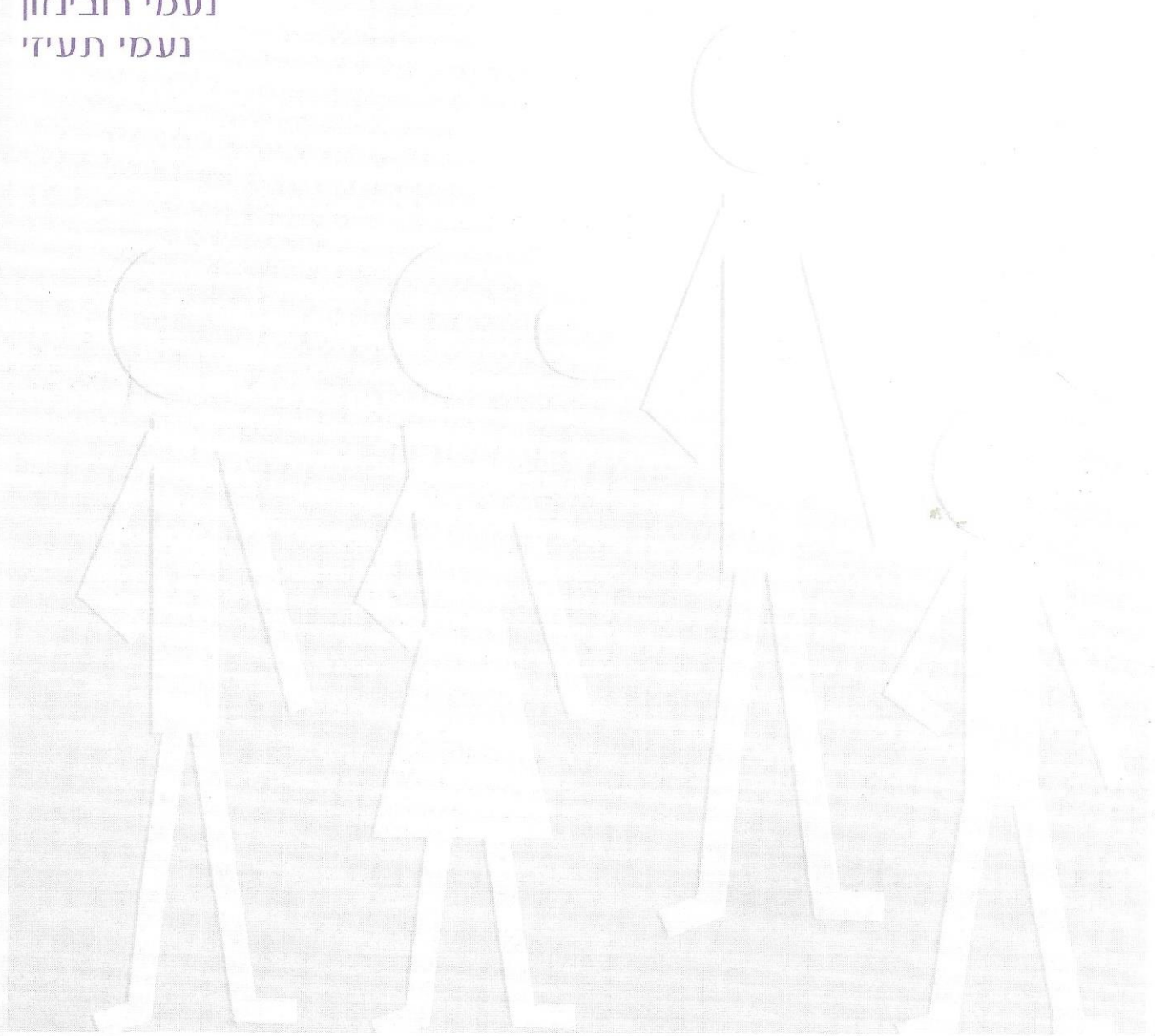


לומדים מתמטיקה

על מספרים

כול"מ - מהלכה למעשה

נעמי רובינזון
נעמי תעזי



המחלקה להוראת המדעים
מכון ויצמן למדע



לומדים מתמטיקה

על מספרים

כול"מ - מהלכה למעשה

נעמי רובינזון

נעמי תע"ז



המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע



יוצא לאור במסגרת

המרכז הישראלי להוראת המדעים ע"ש עמוס דה-שליט

מיסודם של

משרד החינוך, האוניברסיטה העברית בירושלים ומכון ויצמן למדע, רחובות

ייעוץ:

רנה הרשקוביץ

עריכה לשונית:

נגה ואן דורמולן-אברהמי

הדפסה ועריכה במחשב:

יעל עמנואל-אדרי

שרטוטים:

גילי ענקי

עיצוב והפקה:

אגי (רחל) בוקשפן

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או אמצעי אלקטרוני, אופטי או מכני או אחר כל חלק שהוא מהחומר שבחברת זו. שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בחוברת זו אסור בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא לאור.

©

כל הזכויות שמורות
מכון ויצמן למדע ומשרד החינוך
נדפס בישראל - 2000
דפוס מאירי בע"מ

תוכן עניינים

5	הסדרה "לומדים מתמטיקה"
6	על הוראה ולמידה
7	- אופי חומר הלימודים
28	- דרך הלימוד וההוראה
35	על נורמות סוציו-מתמטיות
49	עוד על הטרמות
53	עוד על שיעורי בית

אל המורה

החוברת שבידך: **כול"מ-מהלכה למעשה**, הינה חלק מערכת הדרכה למורה המכילה:

- מדריך לשלושת הספרים: על מספרים I, על מספרים II, על מספרים III.
במדריך הערות והצעות מפורטות להפעלה של כל שיעור מהספר לתלמיד.
 - שלוש חוברות אשר בשילוב עם המדריך מציעות למורה תשתית להפעלה יעילה של שיטת הלימוד בקבוצות הטרוגניות קטנות, לפי ספרי הלימוד של הסדרה **לומדים מתמטיקה**, לכיתה הטרוגנית.
1. **כול"מ - מהלכה למעשה**. בחוברת, הרציונל של שיטת הלימוד בקבוצות הטרוגניות קטנות, בכיתה ההטרוגנית, ותמיכה בהפעלת התוכנית.
 2. **משימות גיבוש**. בחוברת משימות מתמטיות בעלות מבנה מיוחד המיועדות לגיבוש עבודת הצוות של הקבוצות.
 3. **פעילויות הערכה**. בחוברת הצעות מפורטות להערכה מסורתית והערכה חילופית. להצעות מצורפים הסברים והנחיות לדרך ההפעלה, לאופן הבדיקה ולמתן ההערכה לתלמידים.

הסדרה "לומדים מתמטיקה"

הסדרה "לומדים מתמטיקה" מיועדת לתלמידים הלומדים בכיתות האס שלהם בקבוצות הטרוגניות (כארבעה תלמידים בכל קבוצה).

בסדרה יצאו הספרים לכיתה ז': על מספרים I, II, III, על תבניות I, II.

עיקר הלמידה בספר מבוססת על למידה שיתופית בקבוצות, תוך עיסוק במשימות חקר פתוחות, מרובות פתרונות ו/או דרכי פתרון.

הסדרה "לומדים מתמטיקה", מבוססת על האמונות:

- למידה בקבוצות הטרוגניות פותחת הזדמנויות בפני כל התלמידים, לאורך זמן רב ביותר, ומאפשרת לימוד תוך שיתוף פעולה בין תלמידים בעלי יכולות שונות.
- למידה שיתופית בקבוצות הטרוגניות קטנות, תוך עיסוק בבעיות חקר פתוחות ומרובות פתרונות, תורמת להעלאת רמת החשיבה, היצירה וההישגים במתמטיקה.
- למידה שיתופית מועילה ליחסים הבינאישיים ויוצרת מוטיבציה ללמידה.
- למידה שיתופית תורמת להגברת האחידות של התלמידים על תהליך הלמידה.

מטרות

1. מטרות מתמטיות-לימודיות:

- (א) לגרום ללימוד מתמטיקה משמעותית.
- (ב) לפתח יכולת לשיח מתמטי.
- (ד) לחשוף את כל התלמידים למתמטיקה ברמה גבוהה.

2. מטרות סוציו-לימודיות:

- (א) לאפשר לכל תלמיד ללמוד על פי כישוריו, תוך מימוש יכולתו הפוטנציאלית.
- (ב) לחשוף כל תלמיד, לדיונים בהתאם ליכולתו הפוטנציאלית ואף יותר, ללא תלות ביכולתו הנוכחית.
- (ג) למנוע ככל האפשר, תיוג של תלמידים על פי יכולתם הנוכחית.
- (ד) לחנך את הלומד היום, לעבודת צוות בעתיד (הקרוב והרחוק).

על ההוראה והלמידה

הוראת מתמטיקה בכיתה הטרוגנית בכלל ובקבוצות הטרוגניות בפרט, מציבה בפני המורים אתגרים. על המורים לעצב סביבה לימודית התומכת בשונות התלמידים מחד, ומאידך מהווה מרחב מתאים ללמידה של מתמטיקה משמעותית על-ידי כלל תלמידי הכיתה. הוראה כזו מחייבת לבצע שינויים באופי חומר הלימודים ובדרך הלימוד וההוראה.

חומר הלימודים מורכב מסוגים שונים של משימות:

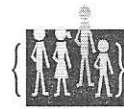
- א. משימות ללמידה שיתופית,
- ב. משימות קישור,
- ג. משימות "פינג-פונג",
- ד. משימות הדגמה,
- ה. משימות לביסוס ידע אישי,
- ו. משימות מעורבות.

דרך הלימוד וההוראה באה לידי ביטוי בהיבטים הבאים:

- א. הארגון הפיזי של הכיתה,
- ב. אופן הלמידה של התלמידים,
- ג. תפקיד המורה,
- ד. התקשורת בכיתה,
- ה. אופן הערכת ההישגים.

אין כמובן אפשרות להפריד בין תחומי השינוי הללו. שינוי בתחום אחד משפיע על כל אחד מהתחומים האחרים. להלן, תובא הצעה לחומרי לימוד על-פי הסדרה "לומדים מתמטיקה", המהווה בסיס לשיטת הוראה. אופן הלמידה בסדרה, מכוון לתקשורת אחרת בכיתה, לשינוי תפקיד המורה ולהערכה נוספת ושונה של הישגים.

אופי חומר הלימודים



א. משימות ללמידה שיתופית

האמונות, המטרות, ושונות התלמידים הובילו לביסוס תהליך הלמידה על **משימות ללמידה שיתופית**, שהן בדרך-כלל בעיות חקר פתוחות מרובות פתרונות ודרכי פתרון, עימן מתמודדים חברי הקבוצה. העיסוק בבעיות כאלה בקבוצה, מאפשר יצירת הזדמנויות להחלפת דעות בין תלמידים שונים, כמו גם להבהרת רעיונות ולקניית מושגים, בינם לבין עצמם. כך נוצרת סביבה לימודית המתאימה ללמידת מתמטיקה משמעותית.

למשימה מתמטית, המיועדת ללמידה שיתופית בקבוצות הטרוגניות קטנות, מספר מאפיינים:

1. המשימה ארוכה יחסית. היא אינה בעיה מתמטית סטנדרטית, שזמן העיסוק בה הוא קצר, אלא בעיה שזמן העיסוק בה ארוך יחסית.
2. גם תלמיד טוב יתקשה לסיים אותה לבד. המשימה מיועדת לעבודה קבוצתית. כדי להקיף את מגוון ההיבטים הקשורים אליה, יש צורך בשיתוף פעולה של מספר תלמידים, אשר כל אחד מהם מביע את דעתו, מעלה רעיונות, מציע דרכי פתרון או פתרונות חלופיים.
3. המשימה בעלת פתרונות רבים ו/או דרכים רבות להגיע לפתרון. גם תלמיד שיכול לפתור את המשימה לבד, מקבל מחבריו לקבוצה רעיונות לפתרונות נוספים, או דרכים נוספות להגיע לפתרון, ובכך מקיף את הבעיה ממגוון כיוונים.
4. המשימה דורשת דיון. בזמן העיסוק במשימה נתקלים בנקודות המזמנות התלבטות ושיחה. הדיונים הנערכים בקבוצה מהווים נדבך בתהליך הפתרון, אליו מגיעים תוך כדי משא ומתן בין חברי הקבוצה.
5. המשימה מכילה שאלות מטה-קוגניטיביות. יש במשימה שאלות שהעיסוק בהן מחייב חשיבה לאחור והתבוננות בתהליך הפתרון. עיסוק כזה מאפשר ביקורת על התהליך ועל הפתרון תוך שיפוט השלבים השונים והגברת המודעות ללמידה שהתרחשה. תהליך רפלקטיבי כזה המתרחש בקבוצה מאפשר לחברי הקבוצה לשוב ולבדוק את אשר עשו אך גם לשאול, להתווכח ולהסביר.
6. המשימה מאפשרת לכל אחד מחברי הקבוצה לקחת חלק פעיל, לפחות בחלקים מתוכה. המשימה מכילה חלקים של התנסות מעשית. היא מדורגת ומובנית, כך שכל אחד מחברי הקבוצה יכול להשתתף באופן פעיל בחלקים שונים. בחלקים אחרים של המשימה יבססו חלק מחברי הקבוצה את הבנתם על הקשבה.
7. המשימה מורכבת מ"מעגלים" המכילים: חומר שכולם יכולים להתמודד איתו, חומר שדרגת הקושי שלו עולה, ושוב חומר קל, וחוזר חלילה. כך תלמידים שאינם יכולים להשתתף באופן פעיל בחומר קשה, ב"מעגל" אחד, יחזרו לקחת חלק בלמידה עם כולם ב"מעגל" אחר.

ללמידה שיתופית בסדרה "לומדים מתמטיקה", יש מספר סוגים של משימות:

1. **משימה המבוססת על סיפור מתמטי** - משימה בה מובא החומר המתמטי (בנייה של מושג מתמטי, הכרת פעולה חדשה וכדומה) "בעטיפה" של סיפור "מן החיים". להלן דוגמה 1.
2. **משימה המבוססת על סיטואציית בעיה מתמטית** - משימה בה עוסקים בסיטואציית בעיה מתמטית ובאמצעותה מגיעים להכללות, הצדקות ועוד. להלן דוגמה 2.
3. **משימה המבוססת על חקירה מתמטית** - משימה בה "עושים מתמטיקה" תוך כדי חקירה, גילוי, ויישום של חוקים או הסכמים מתמטיים. להלן דוגמה 3.

להלן יובאו שלוש דוגמאות מתוך ספרי הלימוד מהסדרה "לומדים מתמטיקה". כל אחת מהדוגמאות מייצגת סוג אחד של משימות הנזכרות למעלה. לפני כל משימה, יינתן ההקשר הכללי שלה בתוך ספר הלימוד. אחריה יודגמו המאפיינים של משימה ללמידה שיתופית (1-7) כפי שהם באים לידי ביטוי במשימה.

משימה ללמידה שיתופית - דוגמה I

המשימה שלהלן מבוססת על סיפור מתמטי. המשימה "עטופה" בסיפור "גורד השחקים" המתאר סיטואציה המוכרת לכל התלמידים "מן החיים", ולכן מאפשרת להם "לדבר מתמטיקה". במסגרת המשימה נעשית הכרה אינטואיטיבית של המספרים השליליים. משימה זו היא הראשונה בספר "על מספרים II" באמצעותה, תוך כדי לימוד שיתופי בקבוצה, נעשית הרחבת עולם המספרים. במהלך ביצוע המשימה אין התערבות מורה. התלמידים עובדים בשיתוף בקבוצות. תפקיד המורה, לאחר מכן, הוא ליצור את הקשר בין "הסיפור" בו עסקו התלמידים ובין העולם המתמטי בו עליהם לתפקד. המעבר ייעשה תוך חשיבה רפלקטיבית על תהליך החשיבה, על ההבנות ועל הלמידה שהתרחשה במהלך הלמידה השיתופית במשימה.

המשימה - "בגורד השחקים"

בגורד שחקים מפואר, בו גרים 100 דיירים, יש לכל דייר קומה שלמה מעל פני הקרקע וקומת מרתף מתחת לפני הקרקע.

לאחר אסיפת דיירים סוערת הוחלט, שכדי להקל על הדיירים לזכור את מספרי המרתפים שלהם, יסמנו את קומת הכניסה ב-0, את הדירות יסמנו במספרים מ-1 עד 100, ובהתאם, כל מרתף מתחת לפני הקרקע יסמנו במספרים מ-1 עד -100.

לדוגמה: לדייר בדירה 1 מתאים המרתף הראשון מתחת לקומת האפס, המסומן במספר 1- (אומרים: מינוס אחת) וכן הלאה.

א) דייר מספר 4 הגיע לקומת הכניסה עמוס בחבילות. הוא ירד במעלית למרתף שלו, אחסן את החבילות ועלה לדירתו. בדרך אל הדירה אסף שני דיירים; דייר מספר 2 ודייר מספר 5 העומדים כל אחד, בפתח המרתף שלו. הייתכן? הסבירו את תשובתכם.

ב) מר שמואלי גר בדירה 20. הוא התעורר באמצע הלילה בבהלה שמא שכח לסגור את דלת המרתף שלו. הוא רץ במהירות למטה.

כמה קומות עליו לרדת עד קומת הכניסה?

כמה קומות עליו לרדת מדירתו עד המרתף שלו?

ג) דונו עם חברים בשאלות:

האם יש דייר היורד למרתף שלו, ובדרכו עובר דרך כל המרתפים האחרים? מיהו? הסבירו.

האם יש דייר היורד למרתף שלו, ובדרכו אינו עובר דרך אף מרתף של דייר אחר? מיהו? הסבירו.

האם יש דייר העולה ממרתפו לדירתו, ובדרכו אינו עובר דרך דירות של דיירים אחרים? מיהו? הסבירו.

האם יש דייר העולה ממרתפו לדירתו, ובדרכו עובר דרך דירות כל הדיירים האחרים? מיהו? הסבירו.

לאיזה דייר הדרך הקצרה ביותר מדירתו למרתפו? הארוכה ביותר?

ד) חברו שאלה מעניינת משלכם.

ה) זוג הדיירים מקומה 30, מגיעים מן הרחוב לכניסה. הבעל רוצה לרדת למרתף לקחת חפצים, ואילו האישה רוצה לעלות לדירתם. לאחר דין ודברים עלתה ההצעה להגיע תחילה ליעד הקרוב ביותר. האם עכשיו יוכלו לקבוע מי הראשון? הסבירו.

ו) דיירת בקומה מספר 45 והשכן שמעליה נעזרו זו בזו בשליחויות. השכן התלונן כי מכיוון שהוא גר בקומה גבוהה יותר הדרך שלו ארוכה יותר. הדיירת טענה: "המרחק מהמרתף שלי לדירה שלך הוא בדיוק כמו המרחק מהדירה שלי למרתף שלך". האם היא צודקת? הסבירו. האם יש עוד שכנים היכולים לטעון את טענתה? דונו והסבירו.

ז) אחד הדיירים סיפר לחברו: "היום ירדתי במעלית 50 קומות". שמו שלוש אפשרויות לנקודת התחלה וסיום, ודונו עם חבריהם לקבוצה באפשרויות נוספות. האם הדייר חייב לסיים במרתף? האם הוא יכול להתחיל במרתף? איזה דייר יורד 50 קומות מדירתו למרתפו? כמה דיירים כאלה יש?

ח) דייר מספר 80 הקים ספרייה במרתף שלו, לרווחת כל דיירי גורד השחקים. אדון חרמוני טוען: "המרחק מקומת הכניסה אל הספרייה, הוא כמו המרחק מדירתי אל המרתף שלי". היכן הוא גר? אדון הררי טוען: "המרחק מדירתי לקומה 10, הוא כמו המרחק מקומה 10 לספרייה". באיזו קומה הוא גר? גברת שרוני אומרת: "אני גרה גבוה יותר מקומה 78, וכשאני יורדת לספרייה אני תמיד עוברת דרך המרתף שלי". באיזו קומה היא גרה? גברת ארמוני אומרת: "אני גרה נמוך יותר מקומה 82, וכשאני יורדת לספרייה אני לא עוברת דרך המרתף שלי". באיזו קומה היא גרה?

דונו עם חבריהם ונסו "להמציא" טיעון מעניין של דיירים נוספים.

ט) דייר טוען: "המרחק של דירתי מהמרתף שלי, הוא כמו המרחק בין דירת השכן בקומה שמעלי לבין המרתף של השכן בדירה שמתחתיו". היכן גר הדייר? כמה דיירים יכולים לטעון טענה כזו? דונו והסבירו.

י) דיירת מהודרת טוענת: "אני גרה בקומה הכי נמוכה, אבל המרתף שלי גבוה יותר מכל המרתפים". היכן היא גרה? דונו והסבירו. דיירת אחרת עונה לעומתה: "המרתף שלי נמוך, אומנם, מכל המרתפים, אבל אני גרה בדירה הכי גבוהה". הייתכן? היכן היא גרה? בדקו והסבירו.

יא) מי גבוה יותר: המרתף של דייר 88 או המרתף של דייר 89?
 מי גבוה יותר: המרתף של דייר 59 או המרתף של דייר 27?
 מי גבוה יותר: המרתף של דייר 46 או הדירה של דייר 25?

יב) נסמן $a > b$ כאשר a גדול מ- b .
 "גדול יותר", משמעותו בגורד השחקים: גבוה יותר.

סמנו "נכון" או "לא נכון".

דירה 10 < מרתף 20

מרתף 83 < דירה 52

מרתף 23 < מרתף 12

יג) הוסיפו סימן סדר ($>$, $<$) כך שיהיה נכון.

דירה 30 דירה 33

דירה 30 מרתף 30

יד) השלימו. רשמו מספר אפשרויות, המתאימות ל- .

דירה 11 < < דירה 8

דירה 30 < < מרתף 70

על המשימה

ניתן לזהות במשימה מספר מאפיינים של **משימה ללמידה שיתופית**, המזמנים למידת מתמטיקה משמעותית בכיתה הטרוגנית.

- המשימה ארוכה, כך שגם תלמיד טוב יתקשה לסיים אותה לבד בזמן סביר, או יתקשה להקיף את כל מגוון ההיבטים הקשורים אליה.

לדוגמה: בסעיף ד' במשימה, התלמידים מתבקשים: "חברו שאלה מעניינת משלכם". תלמיד יחיד יוכל אולי לחבר שאלה מעניינת, אבל מספר תלמידים יוכלו להוסיף כל אחד נופך משלו, כך שהשאלה תהפוך מעניינת, מגוונת, ומשמעותית יותר.

דוגמה נוספת: בסעיף ח', מתבקשים: "דונו עם חברים ונסו ל"המציא" טיעון מעניין של דיירים נוספים". עבודת יחיד גם כאן, אינה מספיקה. מגוון רחב יותר של הצעות מעניינות יתקבל על-ידי עבודת קבוצה של תלמידים.

- למספר סעיפים במשימה, יש יותר מפתרון אחד.
לדוגמה: סעיפים ד', ז', ח', י"ד.
- בסעיפים רבים מתבקש דיון או הסבר ויש דרכים רבות ל"הגיע לפתרון", שאינו תמיד יחיד ומוגדר.
לדוגמה: סעיפים א', ג', ה', ו', ח', ט', י'.
- כל הסעיפים מזמנים התלבטות ושיחה. הפנייה לכך ודרישה מפורשת נמצאת בתוך המשימה. ללא דיון עם הקבוצה לא ניתן לבצע את המשימה.
- המשימה מכילה שאלות מטה-קוגניטיביות סמויות. בכל הסעיפים בהם מובאת טענה של דייר, נדרשת מהתלמידים התייחסות לטענתו, ובאמצעותה נעשית חשיבה לאחור על ההבנות והלמידה שכבר התרחשו בקבוצה. הדיונים והשיח בקבוצה מאפשרים התבוננות על "מה שחשבו" ואישור או תיקון ההבנה תוך למידה מחודשת. לדוגמה בסעיף ט' נדרשים התלמידים לטענה: "המרחק של דירתי מהמרתף שלי, הוא כמו המרחק בין דירת השכן בקומה שמעלי, לבין המרתף של השכן בדירה שמתחת. העיסוק בטיעון זה מאפשר לתלמידים בשלב די מאוחר במשימה לחשוב שוב על כל "גורד השחקים", כלומר לחזור אל ציר המספרים מ-100 ל-100 ולהתייחס ל"מרחקים" בין המספרים על הציר. "מרחקים" בין מספרים נגדיים ו"מרחקים" בין מספרים אחרים.
- תשובה שהתקבלה קודם לכן, נשקלת שוב. כך תלמידים רואים לפעמים כי טעו בשלב קודם במשימה, חוזרים וחושבים עליה, ומגיעים להבנה חדשה. הטיעון בסעיף זה (סעיף ט') מחייב למשל התבוננות אחורה על ה"טיפול" הקבוצתי בטיעונים שבסעיפים ה' ו-ו'.
- המשימה מאפשרת לכל אחד מחברי הקבוצה לקחת חלק פעיל, לפחות בחלקים מתוכה.
לדוגמה: בסעיפים א' ו-ב' יש עיסוק במספרים קטנים יחסית, שניתן להתנסות בהם בקלות באמצעות ציר מספרים מ-100 עד +100, שבעזרתו עובדים במשימה.
- המשימה מדורגת ב"מעגלים".
"מעגל" ראשון: סעיפים א'-ד', בו מתוודעים התלמידים למספרים השליליים ("מרתפים" בגורד השחקים) ולמקומם על ציר המספרים.
"מעגל" שני: סעיפים ה'-י', בו מרחיבים את הסדר בין המספרים לסדר בעולם המספרים המורחב, ומקבלים מושג ראשוני אינטואיטיבי על מספרים נגדיים ועל מרחק בין מספרים.
"מעגל" שלישי: סעיפים י"א-י"ד, בו נוצר קשר בין "גובה יותר" - בסיפור, לבין "גדול יותר" - בין המספרים. במהלך "מעגל" זה מוכנס גם סימן הסדר "<".

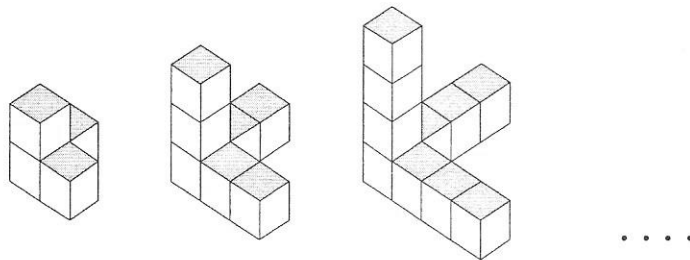
משימה ללמידה שיתופית - דוגמה 2

המשימה שלהלן מבוססת על סיטואציית בעיה מתמטית. סיטואציית הבעיה עוסקת בסדרה של מבנים מקוביות. העיסוק במבנים של הקוביות מוביל לחשיפה של הסדרה המתמטית שבחקירתה עוסקים. במסגרת המשימה עוסקים בספירה (של קוביות), בהכללה (לתבנית מספר), ובהסבר תהליכי הפתרון. משימה זו היא הצעה מתוקנת של משימה מהספר "על תבניות I" (עמוד 75). המשימה מתאימה לשילוב בעת לימוד ראשית האלגברה.

במהלך המשימה התלמידים עובדים בשיתוף חבריהם לקבוצה. לאחר המשימה, תפקיד המורה לקשור בין סיטואציית הבעיה בה עסקו (סדרת המבנים מקוביות) לבין החומר המתמטי. משימה זו ניתן לקשור לעיסוק בתבניות מספר תואמות. לשם כך אפשר לנצל את תבניות המספר השונות שיתקבלו בקבוצות בסעיף ג' (להלן במשימה). אפשר כמובן לעסוק בעקבות המשימה גם בהיבטים מתמטיים אחרים, כגון: התחלקות ב-3 ועוד, לפי הצורך והמטרות של המורה.

המשימה - "בונים בקוביות"

בסדרה שלפניכם משורטטים שלושה מבנים ראשונים, מתוך סדרת מבנים מקוביות.



- א) בנו מקוביות את שלושת המבנים שבשרטוט.
כמה קוביות דרושות לבניית כל אחד מהמבנים?
כמה קוביות דרושות לבניית המבנה הבא בסדרה?
כמה קוביות דרושות לבניית המבנה השישי בסדרה? הסבירו כיצד מצאתם.
כמה קוביות דרושות לבניית המבנה ה-20? המבנה ה-50? הסבירו.
- ב) ללירון 301 קוביות. היא רצתה לבנות מבנה מתאים לסדרה. האם תוכל? הסבירו.
לעודד 57 קוביות, האם יוכל לבנות מבנה מהסדרה, מבלי שישארו בידיו קוביות? הסבירו.
- ג) כמה קוביות דרושות כדי לבנות את המבנה שבמקום ה- n ?
הסבירו בדרכים שונות כיצד "ספרתם" את הקוביות.

- ד) לרמי 50 קוביות, הוא טען שאם יבנה מבנה מתאים לסדרה תשאר בידו קובייה. האם רמי צודק? הסבירו.
- יעל הציעה לרמי לבנות שני מבנים מהסדרה, כך שלא תשאר בידו אף קובייה. הייתכן? הסבירו ופרטו את הצעתה של יעל.
- לירון הציעה לבדוק האם ניתן לבנות מהקוביות של רמי, שלושה מבנים שונים מהסדרה, או ארבעה או אפילו חמישה. עזרו ללירון לבדוק את הצעותיה. מה מצאתם?
- ה) בונים סדרה חדשה בעלת מבנה חיצוני דומה. לבניית המבנה במקום ה- n בסדרה החדשה, דרושות $1 + 5n$ קוביות. כמה קוביות דרושות כדי לבנות את המבנה במקום ה- 20? ואת המבנה שבמקום ה- 50?
- ו) באיזה מקום, בסדרה החדשה, נמצא מבנה שבו 301 קוביות? הסבירו כיצד מצאתם. לעודד 57 קוביות, האם יוכל לבנות מבנה מהסדרה, מבלי שישארו בידו קוביות? הסבירו.
- ז) יובל אמר: יש לי 100,002 קוביות, אוכל לבנות מהן מבנה השייך לסדרה החדשה. האם יובל צודק? הסבירו כיצד בדקתם את הצעתו של יובל, ומצאו את המבנה הגדול ביותר שהוא יכול לבנות.
- ח) כמה מספרים עוקבים צריך לרשום, כדי להיות בטוחים שאחד המספרים מתאים בדיוק למספר הקוביות במבנה מהסדרה החדשה? הסבירו.

על המשימה

במשימה זו ניתן לזהות מספר מאפיינים של **משימה ללמידה שיתופית**, המזמנים למידת מתמטיקה משמעותית בכיתה הטרוגנית.

- המשימה ארוכה, כך שגם תלמיד טוב יתקשה לסיים אותה לבד בזמן סביר, או יתקשה להקיף את כל מגוון ההיבטים הקשורים אליה. לדוגמה בסעיף ג', תלמיד יחיד בכיתה לא יוכל להביא את מגוון הדרכים השונות שיועלו, בקבוצה של תלמידים, לגבי דרכי "ספירת" הקוביות. שכן, לעיתים הצורך להבין את דרך הספירה של חבר בקבוצה, יוצר דרך ספירה נוספת אצל תלמיד שכבר מצא דרך אחת. לעומת זאת במהלך למידה בקבוצה ייחשף כל תלמיד לדרכים רבות באמצעות הצעות שיעלו חבריו. בסעיפים האחרונים (ז' ו- ח') ניתן לעסוק כמעט ללא הגבלת זמן. אפשר להמשיך ולחקור.
- לחלק מהסעיפים במשימה אין פתרון יחיד וחד משמעי. לדוגמה סעיף ד'.
- בסעיפים אחרים ישנה דרישה להביא הצעות שונות או דרכים שונות לפתרון. לדוגמה, סעיף ג'.

- במהלך המשימה התלמידים מתבקשים להתלבט ולדון עם חבריהם, על מנת להסביר טיעונים או השערות. הפנייה לכך מובנית בתוך המשימה כך: "הסבירו" "הסבירו ופרטו..." ועוד. בלא הדיון לא יוכלו להשלים את המשימה.
- המשימה מכילה שאלות מטה קוגניטיביות. לדוגמה: סעיפים ב', ג', ד', ו' ו- ז'. במהלך העיסוק בסעיף ד', תוך כדי בדיקת התייחסות להצעות של רמי, יעל ולירון, נעשית חשיבה לאחר על הלמידה שנעשתה בסעיפים קודמים (ב', ג'). הצורך לבדוק הצעות של אחרים, מעמידה לפעמים בספק מסקנות שהגיעו אליהם בעצמם, ונדרשת לכן חשיבה לאחר וביקורת על הלמידה.
- המשימה מאפשרת לכל אחד מחברי הקבוצה לקחת חלק פעיל לפחות בחלקים מתוכה. לדוגמה, בסעיף א' עוסקים לרוב בספירת הקוביות במבנים שבשרטוט או במבנים שניתן בקלות לשרטט או לבנות מקוביות. סעיף ב' עוסק במספרים "נוחים" שקל "לראות" מתוכם את התשובה.
- המשימה מורכבת מ"מעגלים".
 "מעגל" ראשון: סעיפים א'-ד', בו עוסקים בתהליכי חקירה של הסדרה הנתונה, על כל שלביה. במעגל זה יהיו שותפים כולם, למעט אולי בסעיף ד' שיהיה קשה לחלק מהתלמידים.
 "מעגל" שני: סעיפים ה'-ח', בו עוסקים בסדרה חדשה, דומה לסדרה המקורית אך שונה ממנה. גם בסעיף ה' העיסוק מתחיל בספירת הקוביות, ולאחר מכן עוברים להכללה ויישום.
 "הפתיחה הרכה" בתחילת כל אחד מה"מעגלים" הללו, מאפשרת לתלמידים מתקשים לחזור ולהשתלב בלמידה השיתופית, בחומר בו הם חשים ביטחון. מאידך תלמידים בעלי יכולת גבוהה, יכולים להתקדם עם כולם ולשתף את האחרים גם בשלבים הדורשים הפשטה וחשיבה ברמה גבוהה.

משימה ללמידה שיתופית - דוגמה 3

המשימה שלהלן מבוססת על חקירה מתמטית, תוך כדי עיסוק בחוקים והסכמים של פעולות החשבון בעולם המספרים המורחב.

במסגרת המשימה מתרגלים את החוקים וההסכמים כחלק מתהליך החקירה. התרגול סמוי, והוא מהווה חלק בלתי נפרד מהחקירה. המשימה נמצאת בספר "על מספרים III" (עמוד 57) לקראת סיום הלימוד השוטף בפרק "הרחבת עולם המספרים".

המשימה - "מספרים בפעולה"

א) השלימו פעולות חשבון (+, -, ·, :) והוסיפו סוגריים במידת הצורך, כדי להגיע לתוצאות הרשומות.

$$-10 \quad \bigcirc \quad 5 \quad \bigcirc \quad (-2) = 0$$

$$-10 \quad \bigcirc \quad 5 \quad \bigcirc \quad (-2) = 0$$

$$-10 \quad \bigcirc \quad 5 \quad \bigcirc \quad (-2) = 1$$

$$-10 \quad \bigcirc \quad 5 \quad \bigcirc \quad (-2) = 1$$

$$-10 \quad \bigcirc \quad 5 \quad \bigcirc \quad (-2) = -30$$

$$-10 \quad \bigcirc \quad 5 \quad \bigcirc \quad (-2) = 30$$

ב) השתמשו בכל אחד מהמספרים: 7, $-\frac{1}{2}$, -14, פעם אחת, ובחרו שתי פעולות חשבון (מבין +, -, ·, :) ובסוגריים במידת הצורך, כדי לקבל:

$$\text{—} \quad \bigcirc \quad \text{—} \quad \bigcirc \quad \text{—}$$

תוצאה גדולה ככל האפשר

$$\text{—} \quad \bigcirc \quad \text{—} \quad \bigcirc \quad \text{—}$$

תוצאה קטנה ככל האפשר

$$\text{—} \quad \bigcirc \quad \text{—} \quad \bigcirc \quad \text{—}$$

תוצאה קרובה ל: 7

$$\text{—} \quad \bigcirc \quad \text{—} \quad \bigcirc \quad \text{—}$$

תוצאה קרובה ל: -7

ג) בחרו מספרים ומשימה, וחברו שאלה דומה לסעיף ב'.

על המשימה

ניתן לזהות במשימה מספר מאפיינים של משימה ללמידה שיתופית, המזמנים למידת מתמטיקה משמעותית בכיתה הטרוגנית. בשונה ממשימות אחרות, חלק מהמאפיינים הללו סמויים. נראה להלן.

– המשימה נראית קצרה, לכאורה יכול תלמיד טוב לסיים אותה לבד, אך המורכבות הסמויה דורשת עבודה משותפת. לא בטוח שתלמיד יחיד יקיף את כל ההיבטים של המשימה. למשל: בסעיף ב', מתבקשים למצוא תוצאה קרובה ל-7. תלמידים "מגיעים" ל- $6\frac{1}{2}$ וחושבים שזה "קרוב ל-7". כמובן ש- $6\frac{1}{2}$ "קרוב ל-7" אבל יש תוצאה "קרובה" יותר: $7\frac{1}{28}$ או $6\frac{27}{28}$. תלמידים מעטים בלבד מגיעים לכך. לרוב מגיעים לכך תוך דיון או ויכוח קבוצתי, אשר "דוחף" תלמידים למצוא מספר "קרוב" יותר מזה שמצאו חברי קבוצתם. בנוסף לכך, העיסוק בסעיף ג' ("חברו שאלה דומה") אינו מאפשר סיום המשימה בזמן קצר. סעיף זה מחייב חשיבה לאחור. כמו כן, את רוב התרגילים המופיעים במשימה אפשר לפתור ביותר מדרך אחת. זו גם הסיבה שבסעיף א' רשום כל תרגיל פעמיים. תלמידים שונים בקבוצה, יכולים לפתור בדרכים שונות. הצורך להיוועץ בחברי הקבוצה נובע מהצורך לבדוק ולהשוות את הפתרונות. הפתרונות השונים גורמים לוויכוח, לדיון ולמשא ומתן מתמטי, שבעקבותיהם מגיעים למסקנות.

– המשימה אינה מכילה שאלות מטה קוגניטיביות בצורה גלויה. אבל בסעיף ג', למשל, יש ליצור שאלה חדשה. כדי לבחור מספרים מתאימים לשאלה החדשה, נדרשת חשיבה לאחור על התהליך שעברה הקבוצה. עיסוק כזה גורם לחידוד ולהבהרה של תהליך הפתרון ותורם להעלאת רמת ההבנה.

– העבודה במשימה מחייבת שליטה בחוקים ובהסכמים של פעולות החשבון בעולם המספרים המורחב, כולל שימוש בסוגריים. אבל, בגלל המבנה של המשימה, יכולים כולם להיות שותפים בעבודה. מכיוון שרוב העבודה יכולה להתבסס על ניסוי וטעייה, "ההצלחה" לא תמיד תלויה ביכולת או בידע. קורה שתלמידים מתקשים, תוך כדי ניסוי מגיעים לפתרון שתלמידים מתקדמים, לא הצליחו עדיין למצוא בעזרת שיקולי הדעת שלהם. במקרה כזה, שיתוף הפעולה מביא ל"רווח" של כולם. שיקול הדעת של המתקדמים מתווסף אז אל ה"תוצאה" ומהווה הסבר לתהליך הפתרון.



ב. משימת קישור

הלמידה המתמטית נעשית בקבוצות השונות. לפיכך יש חשיבות רבה לסיכום הפעילות בדיון מרוכז במליאה במהלך משימת קישור.

הפעילות במשימה זו יזומה על-ידי המורה, היא מבוצעת במליאה, בשיתוף כל תלמידי הכיתה. מטרת משימת הקישור לגבש את הרעיונות המתמטיים המרכזיים העולים מן המשימה הקבוצתית, באמצעות ביצוע קשרים מסוגים שונים:

- קשרים בין דרכים שונות לפתרון, המוצגות על-ידי הקבוצות השונות.
- קשרים בין סעיפים שונים של המשימה.
- קשרים בין מה שנלמד מתוך המשימה, לבין הנושאים המתמטיים הרלוונטיים.
- קשרים לשגיאות אופייניות שהתעוררו או שיכולות להתעורר בהקשר של החומר המתמטי הנלמד.
- קשרים בין ידע שכבר נלמד לידע שעתידים ללמוד.

משימת הקישור מבוססת על המטרות התוכניות והפדגוגיות של המורה, כפי שהן באות לידי ביטוי בידע שהתלמידים צברו במהלך הלמידה הקבוצתית. הכנת הפעילויות למשימת הקישור על-ידי המורה, תוך התחשבות בידע שנצבר אצל המורה במהלך התצפית בעבודת הקבוצות, מגבשת את מבנה משימת הקישור ומהותה. לפעמים מתברר תוך כדי השיעור שמשימת הקישור שהוכנה, אינה מתאימה להתרחשות בשיעור. שינוי משימת הקישור, והתאמתה לשיעור, מוטלים אף הם על המורה.

בניית משימת קישור התאמתה להתרחשות והפעלתה, מהווה אחד התפקידים הקשים אך החשובים של המורה, בסיוע לגיבוש הידע של התלמידים. במהלך משימת קישור ישנו גיבוש של החומר שנלמד בקבוצות, תוך הסתמכות על הידע שרכשו התלמידים בקבוצות השונות במהלך הלמידה המשותפת. במהלך הדיון יש לקבוצות השונות הזדמנות להציג גישות שונות לפתרון. ניתנת ההזדמנות לתת ולקבל משוב לגבי נכונות התהליכים המתמטיים.

בדיון, מוצגות בהדרגה על-ידי המורה, שאלות ברמת קושי עולה. כך מאפשרים לכל תלמיד לקחת חלק בפעילות, בשלב בו הוא מרגיש שהוא מסוגל להתמודד. בהמשך הדיון נעשית לרוב פורמליזציה מתמטית, בה מועלים ההיבטים הנובעים מתוך הלמידה הקבוצתית ומפורשים מהבחינה המתמטית. באמצעות משימת הקישור ניתן להבהיר או להגדיר מושגים מתמטיים חדשים, בהם עסקו התלמידים באופן אינטואיטיבי במשימה הקבוצתית, וכן להכיר ולטפח את השפה המתמטית בה יידרשו התלמידים להשתמש. במהלך הדיון במליאה עוסקים בקשרים בין ידע קודם לידע שיידרשו לו רק בעתיד. לעיתים מיועד חלק מהדיון (לרוב חלקו האחרון) להעמקה מתמטית לשם טיפוח ופיתוח התלמידים המצטיינים.

ביצוע משימת קישור אפשרי בסגנונות שונים ומגוון האפשרויות רב. להלן יובאו פירוט והדגמה של שלושה סוגים של משימות קישור, המופיעות בסדרה "לומדים מתמטיקה".

1. איסוף תוצרים שהוכנו בקבוצות, ומתן משוב על-ידי כל התלמידים במליאה

אוספים ומציגים "תוצרים" שהוכנו בקבוצות ומבקשים מכולם לשפוט, לבקר ולהגיב על כל אחד מהתוצרים הללו. תוך התייחסות ל"תוצרים" עולים לדיון מושגים מתמטיים, היבטים שנידונו, תהליכי חשיבה מתמטיים ותהליכי פתרון שונים בהם עסקו במהלך המשימה הקבוצתית. רצוי להשתמש בתוצרי הקבוצות. העלאה לדיון של "תוצר" שהוכן מראש על-ידי המורה, תיעשה רק כדי להוסיף היבט חשוב שלא עלה מתוך תוצרי הקבוצות. זוהי הזדמנות לקבוצות להציג גישות שונות לפתרון ולקבל משוב מחבריהם.

דוגמאות:

- בספר "על מספרים I" - בפרק א': שיעור 2, משימה 3.
ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים I".
- בספר "על מספרים II" - שיעור 19, משימה 2.
ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים II".
- בספר "על מספרים III" - שיעור 29, משימה 3.
ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים III".

באמצעות משימת קישור מסוג זה, ניתן לחזק אצל התלמידים את החשיבות של עבודת הקבוצות השונות. כל "תוצר" הוא קבוצתי. האחריות עליו היא של כל הקבוצה. תלמיד שאינו מסכים עם התוצר של הקבוצה שלו, יכול אף הוא להעמיד תוצר לשיפוט המליאה, אבל תוצר קבוצתי הוא באחריות הקבוצה כולה. כל חבר בקבוצה יכול וצריך להיות מסוגל "להגן" עליו בזמן הדיון במליאה. העובדה שהתוצרים הם של תלמידים ולא הובאו על-ידי המורה, מחזקת את האמון של התלמידים ביכולתם ללמוד בעצמם ולבנות את הידע שלהם. השיפוט של התוצרים שנעשה בראש ובראשונה על-ידי התלמידים, מאפשר רפלקציה על תהליך הלמידה שלהם. כמו כן מתאפשרת יצירת קשרים בין למידת הקבוצות השונות, הרחבה והעמקה של הידע של כל תלמידי הכיתה. הצגת תוצרים של קבוצות נותנת לגיטימציה לטעות, ובכך מחזקת גם את הביטחון העצמי של כל אחד מחברי הקבוצה. ניתן לבצע את איסוף הנתונים בדרכים שונות, לפי אופי הכיתה, אופי המורה ואופי החומר הנלמד: דרך א - אוספים את התוצרים ומצמידים אותם ללוח. אפשר לאסוף את כל התוצרים או תוצרים נבחרים. דרך ב - מבקשים מכל קבוצה להצמיד את התוצר שלה אל הלוח. דרך ג - מבקשים מקבוצה אחת (לפי בחירת המורה) להצמיד תוצר אל הלוח. מבקשים מהאחרים לשפוט את התוצר בקבוצות ולהצמיד ללוח את תגובותיהם. הערה: הכנת תוצרים בקבוצות לשם דיון במליאה מחייבת רישום על דף בטוש עבה ובכתב גדול, כך שאפשר לראות את הכתוב מכל מקום בכיתה.

2. שימוש באביזרים מוכנים מראש

מכינים מראש כרטיסים המוצמדים ללוח או מוצגים על-ידי המורה בזה אחר זה. התלמידים מגיבים עליהם באמצעות פתקים ריקים או רשומים, שעליהם להרים במהלך הפעילות, על דעת כל חברי הקבוצה. כך מתאפשר למורה לסכם באופן מהיר למדי את ההיבטים שנידונו בקבוצות השונות, כאשר "הידע" אותו מפגינים חברי הקבוצות השונות מוצג על גבי הכרטיסים, אל מול המורה. הצגת כרטיס על-ידי הקבוצה, מחייבת הסכמה והבנה של כל חברי הקבוצה. קבוצה שאינה מגיעה להסכמה, צריכה להעלות את חילוקי הדעות לדיון בפני המליאה. אחריותם של התלמידים שאינם מבינים את החלטת הקבוצה להעלות את בעייתם בקבוצה, או במליאה, אם יש צורך בכך.

דוגמאות:

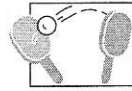
- בספר "על מספרים I" - בפרק א: שיעור 4, משימה 4.
ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים I".
- בספר "על מספרים II" - בפרק ג: שיעור 16, משימה 3.
ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים II".
- בספר "על מספרים III" - בפרק ג: שיעור 24, משימה 2.
ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים III".

3. גיבוש בשלבים של הידע, על-ידי כל התלמידים במליאה

דרך זו להפעלה במליאה, היא המקובלת והשיגרית ביותר, אך אינה האופיינית ביותר בחומרי הלמידה בסדרה "לומדים מתמטיקה". מציגים בפני המליאה שאלה לדיון ודרכה עוברים לגיבוש ולפורמליזציה של המושגים המתמטיים, בהם עסקו במשימה הקבוצתית. באמצעות הדיון בשאלות השונות מתגבש הידע בשלבים.

דוגמאות:

- בספר "על מספרים I" - בפרק א: שיעור 5, משימה 2.
ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים I".
- בספר "על מספרים I" - בפרק ב: שיעור 1, משימה 2.
ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים I".
- בספר "על מספרים II" - בפרק ג: שיעור 1, משימה 2.
ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים II".
- בספר "על מספרים III" - בפרק ג: שיעור 26, משימה 3.
ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים III".



ג. משימות "פינג-פונג"

משימת ה"פינג-פונג" היא משימה מהירה, ונעשית על-ידי המורה בשיתוף התלמידים. במשימה מתבצע חיזוק, ריענון או אזכור של חומר שנלמד. המשימה מתבצעת במהירות (לכל היותר 5 דקות). נעזרים בדרך כלל בכרטיסים או פתקים שנותנים לכל תלמיד. התלמידים מתבקשים להציג בפני המורה כרטיס מתאים. הצורך להציג את התשובה בכתב באמצעות כרטיס (בשונה מאמירת התשובות) מאפשר לכל תלמיד לעבד את הידע שלו לפני הצגת הכרטיס.

הצגת התשובות באמצעות כרטיסים מאפשרת השתתפות פעילה של כל התלמידים בו זמנית. כך יש למורה ביקורת מהימנה למדי על הידע המייד המצוי אצל כל אחד מתלמידי הכיתה. מחשבה מיוחדת כדאי להקדיש לאמצעי העזר בהם יעשה שימוש במהלך המשימה. ככל שאמצעי העזר יהיו ויזואליים יותר, קל יהיה למורה לבחון את תשובות התלמידים.

דוגמה 1: בספר "על מספרים I" בפרק ב: בשיעור 3, משימה 8 בספר לתלמיד, שהיא משימה 15 משופרת במדריך למורה.

ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים I".

משימת "פינג-פונג" זו מיועדת לסיכום השיעור בנושא החילוק באפס.

התלמידים מרימים את הצד המתאים בכרטיס $\boxed{=}$ או $\boxed{\neq}$, לפי השאלה שמוצגת על-ידי המורה.

דוגמה 2: בספר "על מספרים III" בשיעור 25, משימה 2.

ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים III".

משימה 2 היא משימת "פינג-פונג", המיועדת לסיכום נושא החזקה.

$$\boxed{}^3 = -1$$

המורה מרים כרטיס $\boxed{=}$ או $\boxed{\neq}$ ונעילהם להרים כרטיס מתאים.

אפשר לתת פתקים בשני צבעים, כאשר לכל מספר צבע שונה.



ד. משימות הדגמה

עיקר הלמידה בשיעור מבוסס על בניית הידע של התלמידים בעזרת משימה ללמידה קבוצתית בעקבותיה, משימת קישור ולעיתים משימת "פינג-פונג" לבדיקת ידע, לאזכור ולחיזוק הידע. לפעמים יש חשיבות גם להדגמה של המורה להשלמת תהליך הלמידה, להעמקה, או להטרמה לתהליך הלמידה.

משימת הדגמה על-ידי המורה, נעשית בשלושה מצבים:

1. **הטרמה ללמידה,**
2. **העמקה של הלמידה,**
3. **השלמה ללמידה.**

במקרה של הטרמה או העמקה, מיועדת משימת ההדגמה לקבוצות הומוגניות בכיתה. במקרה של השלמה לתהליך הלמידה היא נעשית במליאה, ומכוונת לכל הכיתה.

1. הטרמה ללמידה

פעילות ההטרמה מכינה תלמידים הזקוקים לכך, לקראת נושא חדש. מטרתה לאפשר שילוב תלמידים אלו בלמידה הקבוצתית בשיעור שלאחר מכן. במהלך פעילות ההטרמה, עוסקים בקשיים הצפויים לתלמיד מתקשה. ההטרמה מושתתת על הרעיון, שתמיכה מוקדמת בטרם התהווה הקושי, מחזקת את ביטחונם העצמי של הלומדים המתקשים ומונעת מצב של תסכול, כאשר הם נחשפים למטלה שאינה מתאימה ליכולתם. כאשר יתר תלמידי הכיתה ייחשפו לנושא בפעם הראשונה, התלמידים שעסקו בהטרמה, יעבדו את התוכן הנלמד בפעם השנייה. התכנים יהיו מוכרים להם ומידת הבנתם תהא טובה יותר, בזכות החשיפה המוקדמת שנערכה בקבוצה קטנה ואינטימית.

ההטרמה מבוססת על משימה דומה למשימה ללמידה קבוצתית, אך אינה זהה לה. ההטרמה מבוצעת בעשר או חמש-עשרה הדקות האחרונות של השיעור הקודם לשיעור בו תבוצע המשימה הקבוצתית. מכריזים על אפשרות להצטרף להטרמה, במקום המיועד לכך בכיתה. שישה עד עשרה תלמידים מתקשים מקבוצות שונות, מצטרפים אל המורה, בעוד השאר עוסקים בעבודה אחרת מתוך הספר, הם נשארים **בקבוצות חסרות** (מהן יצאו תלמידים מתקשים להטרמה). בחלק מהקבוצות נותרים רק שלושה תלמידים, אך הם ממשיכים לתמוך זה בזה.

דוגמה: בספר "על מספרים III" - בשיעור 26, משימות 4-6.
ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים III".

עוד על הטרמה יובא בפרק **עוד על הטרמות**, עמוד 49.

2. העמקה של הלמידה

פעילות של העמקה בחומר המתמטי, המיועדת לקבוצה הומוגנית של תלמידים מתקדמים. פעילות זו, בדומה להטרמה, יכולה אף היא להתרחש בעשר עד חמש-עשרה דקות אחרונות של השיעור, כאשר שאר התלמידים עוסקים במקביל במשימות מתאימות, **בקבוצות חסרות** (מהן יצאו תלמידים מתקדמים). פעילות ההעמקה היא ברמה גבוהה מהנלמד במשימה הקבוצתית. הפעילות כוללת הוכחות או רעיונות מתמטיים שלא כל תלמידי הכיתה רוצים או יכולים להתמודד אתם. לפעמים נעשית ההעמקה תוך למידה שיתופית בקבוצה הומוגנית של תלמידים מצטיינים, לפעמים היא משולבת בהדגמה של המורה. בפעילות ההעמקה תפקיד המורה להציג את הבעיה, להעלות את רמת השאלות ולכוון את התלמידים המצטיינים להמשיך ולהעמיק באמצעות עיסוק נוסף בחומר המתמטי. דוגמה: בספר "על מספרים II" - בשיעור 15, משימה 6. ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים II".

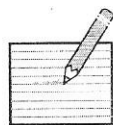
פעילות העמקה מומלצת לעיתים כשיעור שלם המיועד כולו לתלמידים מצטיינים, כדי לחשוף אותם ללמידה הדורשת אתגר. במקרה כזה, שאר התלמידים עוסקים במקביל בפעילויות של ביסוס ידע אישי, על פי יכולתם. לפעמים אפשר לשלב את כל התלמידים בחלק מפעילות ההעמקה, ורק בהמשך עוברים לפעילויות מקבילות. הצעות לשילוב פעילויות העמקה יובאו להלן, בעמוד 22.

3. השלמה ללמידה

פעילות המיועדת להרחבה של הפורמליזציה המתמטית, לשם השלמת הלמידה. הפעילות במקרה זה מדורגת, מתחילה ברמת פורמליזציה המתאימה לכל תלמידי הכיתה וממשיכה להרחבה של הפורמליזציה ולהשלמת הידע. במהלך הפעילות להשלמת תהליך הלמידה, ישנה הדגמה מפורשת של תהליכים מתמטיים או מושגים מתמטיים, שלא נבנו במהלך הלמידה הקבוצתית. דוגמה: בספר "על מספרים II" - בשיעור 17, משימה 4. ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים II".

הצעות לשילוב פעילויות העמקה (מתוך: משימות - פעילויות העמקה I)

על מספרים I (פרק ב': פעולות החשבון)			
השיעור	נושא השיעור	פעילות העמקה	הפעלה
שיעור נוסף (אחרי שיעור 3)	לוחות פעולה	פעולות חשבון 2: פעולות בינאריות I	סעיפים 1-4 מתאימים לכל הכיתה. בהמשך, יעברו המתקשים לתרגול וחיזוק מיומנויות בהדרכת המורה. האחרים ימשיכו בפעילות ההעמקה.
שיעור 11	גם חוקים גם הסכמים	פעולות חשבון 5: שברים, שברים.	פעילות אתגר. ניתן לבקש להשלים בבית ולהגיש לבדיקה.
על מספרים II			
השיעור	נושא השיעור	פעילות העמקה	הפעלה
שיעור 3	תכנון ציר המספרים	מספרים שליליים 1: תכנון ציר מספרים	הפעילות מתאימה למרבית התלמידים, כמשימות ביסוס ידע אישי.
שיעור 4	שברים על הציר	מספרים שליליים 3: מה הסדר?	פעילות לתלמידים מתקדמים. אפשר לשלב אותה כמשימות לביסוס ידע אישי במקום משימות 6-8 בשיעור.
שיעור 5	עוד על ציר המספרים	מספרים שליליים 2: צירי מעלות	פעילות אתגר המתאימה לתלמידים מתקדמים. אפשר לשלב כמשימות ליחידים או לקבוצות הומוגניות, במקום משימות 4-5 בשיעור.
שיעור נוסף (אחרי שיעור 8)	שומרים על כושר בחיבור	מספרים שליליים 6: חבר ומצא	ניתן לשלב כמשימות ליחידים, עבור התלמידים המתקדמים, בחלק השני של השיעור.
שיעור 15	חיסור	מספרים שליליים 12: חיבור או חיסור	לתלמידים מתקדמים, במסגרת המשימות לביסוס ידע אישי.
שיעור נוסף	חיסור	מספרים שליליים 14: עיגולים, עיגולים	פעילות חקר וגילוי המתאימה לעבודה בקבוצות הטרוגניות, לכל הכיתה.
שיעור 21	כופלים, כופלים, כופלים	מספרים שליליים 15: ריבוע קסם כפלי	פעילות חקר לתלמידים מתקדמים, במסגרת משימות לביסוס ידע אישי.
על מספרים III			
השיעור	נושא השיעור	פעילות העמקה	הפעלה
שיעור 25	מכפלות וחזקות	מספרים שליליים 21: מה גדול יותר?	לתלמידים מתקדמים, במסגרת משימות לביסוס ידע אישי.
שיעור נוסף (אחרי שיעור 27)	פעולות, פעולות	מספרים שליליים 16: גלה את הסכום ואת המכפלה	ניתן להתחיל את הפעילות עם כל הכיתה. בהמשך, יעברו התלמידים המתקשים, לתרגול וחיזוק מיומנויות בהדרכת המורה. האחרים ימשיכו בפעילות ההעמקה.



ה. משימות לביסוס ידע אישי

משימות תרגול לחומר שנלמד בשיעור וליישומו. לתלמידים מוצעים תרגילים ברמות קושי שונות, לבחירה. המשימות נעשות לרוב כיחידים, **תחת "מטריית" הקבוצה**. כלומר, התלמידים עובדים כל אחד במשימה שבחר, המתאימה לו, אך תומכים ונתמכים בחבריהם לקבוצה.

משימות אלה ניתנות במקביל, ברמות קושי שונות, ומבוססות על פי המיון הבא:

1. עיסוק בחומר גרעיני, המבוסס על ידע הנדרש מכל תלמידי הכיתה.
2. עיסוק בחומר היקפי, המהווה הרחבה של החומר הגרעיני ובו יעסקו התלמידים לפי יכולתם.
3. עיסוק בחומר העמקה, המיועד לתלמידים מתקדמים.

דוגמה: בספר "על מספרים II" - בשיעור 14, משימות 5-7 הן משימות לביסוס ידע אישי.

משימה 5 מבוססת על חומר גרעיני הנדרש מכל תלמידי הכיתה.

משימה 6 מבוססת על חומר גרעיני - המשימה קלה.

משימה 7 מבוססת על חומר היקפי - בתרגילים מספרים "פחות נוחים".

ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים II".

המשימות לביסוס ידע אישי ניתנות לבחירה על-ידי כל תלמיד, על פי יכולתו. יש חשיבות ליצירת "תרבות כיתה" בה מקובל שכל תלמיד בוחר לעצמו את המשימות המתאימות לו. המטרה היא שכל תלמיד יכיר ביכולתו ויתרגל תחילה בהתאם. אם יסיים, יוכל לעבור למקבץ המשימות הדורשות יכולת גבוהה יותר. ולהיפך, תלמיד שבחר מקבץ משימות קשות מידי עבורו, יעבור למקבץ האחר. בזמן תרגול כזה, למרות שהעבודה נעשית ביחידים, התרגול נעשה "תחת מטריית" הקבוצה ובאחריות חברי הקבוצה. מכיוון שהם יושבים בקבוצותיהם, ועוסקים באותו חומר לימוד, אף אם ברמות קושי שונות, תלמיד הזקוק לתמיכה ייעזר תחילה בחברי קבוצתו.

1. משימות מעורבות

1. משחק

משחק לימודי של זוגות, קבוצות או של הכיתה במליאה, מהווה חלק בלתי נפרד ממהלך הלמידה בשיעור ומשמש לביסוס ידע אישי. המשחק מגוון את הפעילות בשיעור ומאפשר תרגול בעל-פה ויישום החומר הנלמד.

דוגמה 1: בספר "על מספרים II" - בשיעור 22, המשחק "במסלול כפל", הנעשה בזוגות או קבוצות לתרגול של פעולת הכפל.

ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים II".

דוגמה 2: בספר "על מספרים II" - בשיעור 5, המשחק "כסה את הציר", הנעשה במליאת הכיתה
ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים II".

2. משימה נתמכת מחשב

משימה שעובדים בה יחידים או זוגות, בשילוב מחשב.

בגלל הישיבה מול המחשב הלמידה נעשית ביחידים או בזוגות. התמיכה הקבוצתית וההתייעצות נמשכות תוך עבודה של חברי הקבוצה ליד עמדות מחשב קרובות. המשימה נעשית בשילוב המחשה לשם ביסוס הידע והרחבתו.

דוגמה: בספר "על מספרים III" - בשיעור 31, עוסקים בלומדה "שני צדדים לאפס", לסיכום הלימוד בפרק ולביסוס הידע שנלמד.

ראו פירוט במדריך למורה "על מספרים III".

הצעות לשילוב המחשב מתוך הספרים ומחומר מלווה, מובאות להלן.

הצעות לשילוב מחשב בהוראה בכיתה הטרוגנית

שילוב לומדות מחשב לתרגול

המקום	הלומדה
על מספרים I פרק ב' שיעור 7 - פעולות במחשב	אחרון לבחירתך
על מספרים II שיעור 12 - משלימים בחיבור	שני צדדים לאפס
על מספרים III פרק ג' שיעור 31 - משחקים על הציר	השלם לשלם, אחרון לבחירתך, שני צדדים לאפס.
על מספרים III פרק ג' משיעור 32 ואילך, פעולות נוספות באחת הלומדות לפי רצון המורה.	השלם לשלם

שילוב פעילות ב- DERIVE מתוך "מחשבטיקה" חוברת מלווה לכיתה ז'

המקום	הפעלות מתוך החוברת המלווה
על מספרים I, אחרי שיעור 5 או שיעור חילופי לשיעור 5.	יחידה 1 - פעילות להכרת התוכנה: תרגילים 1, 2, וכן פעילות א' - דני בזבזני.
על מספרים I, במקום שיעור 7 פעולות במחשב.	מתוך יחידה 3: פעילות א' 1, 2 ופעילות ב' 1, 2.
על מספרים II, פרק ג' אחרי שיעור 21.	מתוך יחידה 4 - מזיזים מספרים: פעילות א' 1, 5 (כהכנה) ו- 6 - מלחמת פעולות.

דרך הלימוד וההוראה

א. הארגון הפיזי של הכיתה

הכיתה מאורגנת בקבוצות הטרוגניות קטנות, כארבעה תלמידים בכל קבוצה. רצוי שבכל קבוצה יהיה לפחות תלמיד מתקדם אחד, ולא יהיה יותר מתלמיד מתקשה אחד. זאת כדי לאפשר למידה שיתופית והתקדמות.

דרכים לארגון הכיתה בקבוצות

להלן יובאו שתי הצעות לארגון הכיתה, של מורות שהשתתפו בניסוי.

1. מסדרים כל שני שולחנות ביחד, ומושיבים סביבם קבוצה של ארבעה ילדים. אם יש מספיק מקום בכיתה רצוי לסדר את הקבוצות בחצי גורן. באופן כזה כולם שותפים בלמידה עם כולם, כל תלמיד רואה בו - זמנית (מבלי להסתובב) הן את הלוח והמורה והן את חבריו בקבוצות האחרות. אם אין מקום לחצי גורן, אפשר לסדר בכל דרך אחרת, ובלבד שיהיה מעבר בין קבוצה לקבוצה, כדי לאפשר תנועה בין הקבוצות ואל הלוח.

2. כאשר הישיבה הרגילה היא בטורים, ואין מקום, זמן או יכולת התארגנות של המורה והתלמידים, אפשר לארגן את הישיבה כך, שליד כל שני שולחנות סמוכים (זה אחר זה) ישבו בכל מקרה זוגות של תלמידים המהווים יחד קבוצה. בזמן הלמידה השיתופית בקבוצות, יסתובבו שני התלמידים אל חבריהם בשולחן שמאחור ויעבדו ביחד בקבוצה. בזמן הקישור, יחזרו לשבת עם הפנים ללוח. סידור כזה אינו גורם לאי-סדרים ארגוניים בכיתה ומאפשר לכולם לשבת עם הפנים ללוח בזמן הקישור במליאה. מאידך, ישיבת התלמידים בקבוצה רק בזמן הלמידה הקבוצתית מעבירה מסר חלש יותר לגבי האחריות הקבוצתית ללמידה.

לכל אחד מהסידורים יש כמובן יתרונות וחסרונות. כל מורה יוכל לבחור לעצמו את הסידור המתאים לו ולכיתתו.

חלוקה לקבוצות הטרוגניות

חלוקת התלמידים לקבוצות הטרוגניות אינה נעשית על סמך מבחן מיון או ציונים של התלמידים משנים קודמות. תחילה יושבים התלמידים בקבוצות על פי בחירתם. במהלך השיעורים הראשונים (עד שבועיים) מזהה המורה את התלמידים המצטיינים או המתקשים. לאחר מכן יוכל להרכיב קבוצות חדשות, במידת הצורך, כאשר מטרתו לאפשר למידה שיתופית בכל קבוצה.

לשם גיבוש הקבוצות ופיתוח נורמות של עבודה קבוצתית משתמשים במשימת גיבוש. משימה כזו מיועדת להפוך את קבוצת התלמידים היושבים ביחד, לקבוצה הלומדת באופן שיתופי.

מידי פעם יש לצפות לקשיים בלמידה הקבוצתית, הנובעים מקשיים חברתיים, קשיים אישיים או קשיים לימודיים. לפעמים המורה אינו מרוצה מהתפקוד הלימודי של הקבוצה. במקרים אלה משנים את הרכבן של

חלק מהקבוצות או כולן.
גם בשלבים אלה ניתן להיעזר שוב במשימת גיבוש, לחיזוק השיתופיות בקבוצות, לאחר שהורכבו קבוצות חדשות.
עוד על **משימת גיבוש** ודרכים להפעלתה בחוברת "**משימות גיבוש**".

ארגון להטרמה או העמקה

בחלק מהשיעורים יוצרים, בחלק מזמן השיעור, תת קבוצה הומוגנית (של מתקשים או מצטיינים) לשם הטרמה או העמקה.

יש דרכים שונות לארגון התלמידים בקבוצה הומוגנית.

1. מכריזים על ביצוע הטרמה/העמקה במקום שנקבע בחדר הכיתה (סביב שולחן המורה או סביב שולחן אחר המצוי בכיתה). התלמידים מתכנסים על פי רצונם, כשהם מודעים לאופי הפעילות המבוצעת. במקרה כזה לוקחים בחשבון שלא כל התלמידים שמגיעים מתאימים לפעילות, וישנם תלמידים שאינם מגיעים אף שהפעילות המבוצעת דרושה לקידומם (בהטרמה) או יכולה לעניין ולאתגר אותם (בהעמקה). היכולת לבחור אם להשתתף או לא, מונעת את התיוג של התלמידים על-ידי המורה ומעבירה את האחריות לתלמידים.

שיחה מתאימה במליאה או שיחות אישיות, יכולות לדרבן תלמידים לקחת על עצמם אחריות לתלמידה ולהשתתף בפעילות הטרמה/העמקה לפי הצורך שלהם או יכולתם.

2. מיידעים תלמידים בכתב או בשיחה אישית, שמצפים מהם להצטרף לקבוצה העוסקת בהטרמה או בהעמקה. באופן כזה, מירב האחריות היא על המורה, אך יש לכל תלמיד אפשרות לקבל עליו את האחריות או לא.

3. מכריזים על ביצוע הטרמה/העמקה, ומזמינים לפעילות תלמידים מסוימים, תוך מתן אפשרות לתלמידים אחרים הרוצים בכך, להצטרף. באופן כזה, האחריות היא על המורה. הקבוצה משתנה בהתאם לצורך, אך הקביעה לגבי המשתתפים נעשית על-ידי המורה.

ב. אופן הלמידה של התלמידים

- בלמידה שיתופית, עובר חלק גדול מן האחריות על הלמידה, מן המורה אל הקבוצה ואל התלמיד:
- השיעור מתחיל בלמידה בקבוצות תוך עיסוק במשימה לימודית שיתופית. התלמידים משוחחים ביניהם במהלך העיסוק במשימה, עורכים ביניהם דיונים, ומשתפים זה את זה, בדרכים שונות.
- המורה אינו מהווה סמכות בלעדית לקבוע את נכונות הפתרונות או דרכי הפתרון. כל תלמיד נועץ בחברי קבוצתו ומקבל מהם תמיכה, אישור או הפרכה לטענותיו והשערותיו.
- תלמידים מתקשים, נעזרים בחבריהם לצורך הסבר והתקדמות, והם חשופים לשאלות ולשיחות מתמטיות.
- תלמידים מתקדמים, מקבלים על עצמם את האחריות להסביר, לתמוך ולייעץ, ומחדדים ומעמיקים את הבנתם.

- הלמידה השיתופית של התלמידים מזמנת למורה אפשרות וזמן להכרת דרכי חשיבה של תלמידים:
- תוך כדי העבודה במשימה הקבוצתית, המורה מסתובב/ת בין הקבוצות השונות מקשיב/ה לנעשה בקבוצות ללא התערבות, אף לא באמצעות תשובות לשאלות. שאלות של אחד או שניים מחברי הקבוצה מוחזרות לדיון בקבוצה.
 - לאחר כעשרים עד שלושים דקות של למידה בקבוצות, מופסק העיסוק במשימה על-ידי המורה, גם אם לא כולם סיימו, שכן המשימות הקבוצתיות בספר בנויות כך, שיש בהן יותר ממה שאפשר או צריך להספיק לשם הלמידה העיקרית בנושא הנלמד. העמקה או הרחבה נוספת המצויה במשימות, מטרתה לתת "תעסוקה" גם לקבוצות "זריזות". כאשר כל הקבוצות יסיימו לעסוק בסעיפים העיקריים אפשר יהיה לעבור (לפי החלטת המורה) לשלב הבא של השיעור.
 - לאחר הלמידה הקבוצתית, נעשית על-ידי המורה משימת הקישור, בהשתתפות כל תלמידי הכיתה. פעילות זו מיועדת לקישור ולתמיכה בלמידה הקבוצתית (פירוט נמצא בעמודים 18-20).

- בפעילות הקישור, באים לידי ביטוי: הידע שהתלמידים צברו במהלך הפעילות הקבוצתית, הידע שנצבר על-ידי המורה במהלך התצפית בעבודת הקבוצות, כן המטרות התוכניות והפדגוגיות של המורה בשיעור. משימת הקישור אורכת כעשר עד חמש עשרה דקות. היא מדורגת, מתחילה ב"מקום" שכולם יכולים לקחת בו חלק, ועולה לרמות גבוהות. הפעילות יזומה על-ידי המורה, מתוכננת ומובנית, אך מתבצעת בשיתוף כל תלמידי הכיתה. הזמן שנותר עד לסיום השיעור (כעשר עד חמש-עשרה דקות) מנוצל לפעילויות בקבוצות או ביחידים, המיועדות לתמיכה או חיזוק מיומנויות.
- שיעורי הבית הניתנים בסוף כל שיעור, מהיותם אמורים להיעשות באופן אינדיבידואלי, נתונים ברמות קושי שונות, לבחירה.
- (ראו פירוט בפרק "עוד על שיעורי בית" בעמוד 53).

ג. תפקיד המורה

תפקידי המורה בכיתה ההטרוגנית הלומדת על-פי הסדרה "לומדים מתמטיקה" רבים ומגוונים, אך שונים מהתפקיד "המסורתי" של מורה בכיתה. ההוראה אינה עוד העברת מידע, מטרת ההוראה היא להניע את התלמידים ללמוד ולעזור להם בבניית הידע שלהם. אפשר לאפיין את תפקידי המורה בשלושה אפיונים שונים.

ההוראה כ"משיכה בחוטים"

ההוראה בכיתה ההטרוגנית נראית כ"משיכה בחוטים" בשני מצבים עיקריים בכיתה.

1. בזמן הלמידה הקבוצתית, צופה המורה בעבודת הקבוצות השונות. המידע שנצבר אצל המורה תוך כדי התצפית מהווה בסיס למשימת הקישור, מאפשר למורה "למשוך בחוטים" של הלמידה במהלך הקישור, וכך לכוון את הידע שהתלמידים רכשו. במהלך התצפית, תוך כדי המעבר בין הקבוצות, עונה המורה לשאלות הבהרה, מפנה את השאלות המהותיות לדיון חוזר בקבוצה, ותומך/ת בתהליך הלמידה של הקבוצה. המורה "מושך/ת בחוטים" של תהליך הלמידה אך האחריות המעשית ללמידה היא של כל תלמיד בקבוצות.

2. למשימת הקישור, המבוצעת על-ידי המורה חשיבות רבה ביותר. במהלך הקישור המורה קושר/ת בין עבודת הקבוצות השונות ומסכם/ת את הפעילות בדיון מרוכז במליאה. בהזדמנות זו מוצגות על-ידי הקבוצות, גישות שונות לפתרון. המורה בוחר/ת לנתב את הדיון לפי הצרכים המתמטיים והדידקטיים של הלמידה.

במהלך הקישור מבצעים החלטות הנוגעות ללמידת המתמטיקה תוך כדי "משיכה בחוטים". המורה בוחר/ת על אילו היבטים שעלו בקבוצות לשים דגש, מחליט/ת באיזו רמה מתמטית יתחיל הדיון, לאילו תלמידים יופנו השאלות הראשונות, ומעלה את הרמה המתמטית של הדיון בהדרגה, לפי ההתרחשות.

ההוראה כפריסת "רשת ביטחון"

בחמישה מצבים עיקריים, נפרסת "רשת ביטחון" לתלמידי הכיתה, על-ידי המורה.

1. במהלך ההטרמה, מטפלים בקשיים הצפויים לתלמידים מתקשים בלמידה הקבוצתית. ההטרמה מושתתת על הרעיון, שתמיכה מוקדמת בטרם התהווה הקושי, מחזקת את בטחונו העצמי של הלומד המתקשה ומונעת מצב תיסכול, כאשר הוא נחשף לרמת הסבר שאינה מתאימה ליכולתו. (ראו פירוט נוסף בפרק "עוד על ההטרמות", עמוד 49).

2. במהלך פעילות של העמקה בחומר המתמטי, נעשית פעמים רבות הדגמה על-ידי המורה. באמצעות פעילות ההעמקה נפרסת "רשת ביטחון" להבטחת שיתוף הפעולה של תלמידים מצטיינים בשיעורים, ולהעלאת הרמה המתמטית שלהם. הפעילויות הינן קשות ודורשות בדרך כלל תמיכה של המורה.
3. במהלך השלמה ללמידה, נעשית הדגמה על-ידי המורה, לשם הרחבת הפורמליזציה המתמטית. הפעילות מדורגת, מתחילה ברמת פורמליזציה המתאימה לכולם וממשיכה להרחבה ולהשלמת הידע. בכך מהווה ההשלמה ללמידה, פריסת "רשת ביטחון" לכל תלמידי הכיתה החל במתקשים ועד למתקדמים.
4. המשימות לביסוס ידע אישי מהוות כשלעצמן "רשת ביטחון" הנפרסת על-ידי המורה, מהיותן משימות לתרגול החומר שנלמד וליישומו. המשימות מוצעות לבחירת התלמידים ברמות קושי שונות לבחירה. כל יחיד יכול לבחור במשימות המתאימות ליכולתו באותו זמן. הגשת המשימות לתלמידים, ההתאמה לחומר הנלמד וליכולות השונות של התלמידים, בחירת המשימות מתוך המכלול שנמצא בספרי הלימוד או הוספת משימות מתאימות לחלק מהתלמידים, כל אלה נעשים על-ידי המורה במטרה לפרוס לכל תלמיד "רשת ביטחון" לה הוא זקוק.
- במהלך התרגול במשימות, הנעשות ביחידים "תחת מטריית" הקבוצה, המורה עוברת בין הקבוצות, מזהה קשיים, מכוון/ת ומדריך/ת את התלמידים לבחירה נכונה של המשימות, על פי יכולתם.
5. במהלך משימות "פינג-פונג" מתבצע חיזוק, ריענון או אזכור של חומר שנלמד. במהלך הפעילות נבחרות שאלות קצרות, ברמות קושי שונות, על-ידי המורה, אשר מיועדות לתלמידים השונים, על-פי יכולתם. בכך נפרסת "רשת ביטחון" לתלמידים.
- תוצאה נוספת הנובעת ממשימות ה"פינג-פונג" היא בדיקת הידע כחלק מההערכה המעצבת של המורה. הערכה זו מאפשרת למורה להיטיב לפרוס את "רשת הביטחון" למי שזקוק לה.

ההוראה "כניצח"

תהליך הלמידה בכיתה מורכב מחלקים המתבצעים בקבוצות למידה הטרוגניות, מחלקים המתבצעים בקבוצות הומוגניות (הטרמה, העמקה) ומחלקים המתבצעים על-ידי יחידים. תפקיד המורה ב"ניצח" על תהליך הלמידה בא לידי ביטוי בכמה שלבים. בשלב הארגון הפיזי של הכיתה, תפקיד המורה מתמקד בזיהוי תלמידים בעלי יכולות שונות וקבוצם לקבוצה, ולאחר מכן בתפקוד הלימודי של הקבוצה. על המורה מוטל התפקיד "לנצח" על ההתנהגות הלימודית של כל פרט בקבוצה ושל כל קבוצה כחלק מהמליאה. לשם כך יש לפתח נורמות סוציו-מתמטיות המאפשרות למידה בקבוצה. על המורה לשמש זרקור המאיר התנהגויות מעודדות למידה ומחזק אותן, או מגנה ומבקש לשנות מצבים המעכבים את הלמידה הקבוצתית. (עוד על פיתוח נורמות בפרק "על נורמות סוציו-מתמטיות", עמוד 35).

ד. התקשורת בכיתה

הלמידה בסדרה "לומדים מתמטיקה" יוצרת הזדמנויות לתקשורת מגוונת בכיתה, בין המורה לתלמידים ובין התלמידים לבין עצמם. התקשורת יכולה להיות חד-כיוונית, מן המורה אל התלמידים או להיפך, אך בחלק ניכר מהשיעור התקשורת הנה רב-כיוונית, בין חברי כל קבוצה לבין עצמם. בעת משימת הקישור, אף שהיא נעשית במליאה, התקשורת היא מגוונת, רב-כיוונית ומשתנה כל הזמן. הפעילויות בכיתה מתוכננות כך שהמעורבות והיוזמה של התלמידים בשיעור מחייבות תקשורת מגוונת בין התלמידים לבין עצמם ובין לבין המורה.

על מנת שהלמידה תהיה משמעותית המורה צריך לסייע לתלמידים לרכוש מיומנויות תקשורת טובות ולהתנסות בתרגולן. כדי לשפר את המשא ומתן בין חברי כל קבוצה, התלמידים צריכים ללמוד להאזין זה לזה, לכבד זה את תשובתו וגישתו של זה, ולהיות מסוגלים לבקר זה את זה ביקורת בונה, תוך הבאת נימוקים. לשם כך מפתחים בתהליך ארוך טווח, נורמות סוציו-מתמטיות, המטפחות את הכיתה כקהילה לומדת. (עוד על נורמות סוציו-מתמטיות, בפרק "על נורמות סוציו-מתמטיות", עמוד 35.)

ה. אופן הערכת ההישגים

שינויים בדרכי למידה המשולבים בשינויים בארגון הכיתה, כפי שמומלץ על פי הסדרה "לומדים מתמטיקה", מחייבים שינויים בדרכי הערכה. הערכה של תלמידים הלומדים על פי הסדרה "לומדים מתמטיקה" מבוססת על אופן הלמידה ועל סוג חומרי הלמידה. בכיתה לומדים תלמידים בעלי יכולות שונות, בקבוצות הטרוגניות קטנות, תוך כדי עיסוק במשימות רחבות היקף. לכן הערכת ההישגים מבוססת על המרכיבים הבאים:

1. בחנים - להערכה מעצבת ו/או לבדיקת שיעורי הבית. הבחנים מדורגים, קצרים מאוד. אין הכרח לתת ציון על כל העבודה. אפשר להתייחס רק לסעיפים עליהם ענה התלמיד.

2. מבחנים - להערכה מסכמת

לכל מבחן שלושה מרכיבים: מרכיב גרעיני - ידע שכל תלמידי הכיתה נחשפו אליו במהלך הלמידה והוא נדרש מכל תלמידי הכיתה. מרכיב היקפי - ידע המהווה הרחבה או העמקה של הידע הגרעיני ונדרש ממרבית תלמידי הכיתה לפי יכולתם. אתגר - משימה שדורשת הבנה מעבר לנדרש בכיתה ומאפשרת למצטיינים לפעול על-פי יכולתם.

המבחן מורכב ממשימות שונות, חלקן במתכונת של משימות לביסוס ידע אישי, כפי שמצוי בחומר הלימודים, ולפחות משימה אחת רחבת היקף, המשקפת את אופי המשימות הלימודיות בכיתה. כדי לעמוד בתנאים ובמסגרת הזמן של מבחן, משימה זו היא "מיני" משימה. כמו שאר מרכיבי המבחן גם משימה זו, מכילה מרכיב גרעיני ומרכיב היקפי.

למבחן לא ניתן ציון מספרי יחיד, אלא טבלה המתייחסת לשלושת מרכיבי המבחן, כך:

גרעיני	היקפי	אתגר	ציון

3. דו"ח משולב - להערכה משולבת של למידת המתמטיקה על-ידי הקבוצה והיחיד הפיכת הלימוד בקבוצה למרכזי בתהליך הלמידה מחייבת הערכה משולבת. הדו"ח המשולב בנוי משלושה שלבים עוקבים:

בשלב הראשון - עובדים בקבוצות במשימה רחבת היקף, כל קבוצה מקבלת הערכה על עבודתה. בשלב השני - עורכים במליאה קישור שמטרתו לקשור את הלמידה שהתרחשה בקבוצות השונות. בשלב השלישי - כל יחיד מתמודד בעצמו עם משימה דומה למשימה הקבוצתית. מעריכים את עבודת היחיד ומשלבים את ההערכה שניתנה לקבוצה עם ההערכה שניתנה ליחיד. (עוד על הערכה בכיתה הטרוגנית בחוברת "פעילויות הערכה").

על נורמות סוציו-מתמטיות

למידה שיתופית של קבוצה אינה פועל יוצא של ישיבה בקבוצה. אומנם הישיבה בקבוצה הנה תנאי הכרחי אך אינה תנאי מספיק. כדי שקבוצה תלמד ביחד לא דרושה ידידות בין חבריה אלא מערכת יחסים קבוצתית מסוג שונה. מערכת יחסים של אנשים המתפקדים כגוף אחד.

בין חברי הקבוצה צריכה להיווצר אחדות מטרה והבנה כיצד לעזור זה לזה להשלים את המשימה ביחד. כדי לגרום לקבוצה לתפקד כגוף אחד יש צורך ללמוד לעבוד ביחד, ללמוד לנצל את הכוחות הפועלים בקבוצה להשלמת המשימה. תפקיד המורה איפוא הוא להקנות לקבוצה את הכלים ללמידה שיתופית. לשם כך עליו לפתח ולטפח נורמות סוציו-מתמטיות.

נורמות סוציו-מתמטיות הן הרגלים חברתיים הקשורים להיבטים מתמטיים של פעילויות התלמידים בקבוצות השונות. לדוגמה: דיון המתנהל בקבוצה על "מה נחשב הסבר מתמטי" מבוסס על נורמה סוציו-מתמטית, המעודדת הסבר דרכי חשיבה של תלמידים בקבוצה, במהלך השיח המתמטי.

דרכים שונות קיימות לפיתוח וטיפוח נורמות סוציו-מתמטיות.

1. הפעלת משימות גיבוש

משימת גיבוש היא כתב חידה מתמטי, המיועד לגיבוש הלמידה השיתופית הקבוצתית. חלקי כתב החידה רשומים על ארבעה כרטיסים נפרדים. כל אחד מחברי הקבוצה מקבל כרטיס. בכל כרטיס נמצא רק חלק מכתב החידה. רק דיון משותף של ארבעת חברי הקבוצה מאפשר לפצח את כתב החידה. השימוש במשימת הגיבוש יוצר צורך טכני (הנובע ממבנה כתב החידה) של חברי הקבוצה להיעזר זה בזה.

העבודה בכתב החידה דורשת שיתוף פעולה בכל השלבים, החל מאיסוף הנתונים, ארגון, ועד לפתרון משותף של החידה. שיתוף הפעולה מבוסס על פעילות מתמטית טהורה, בעלת חוקים ונורמות מתמטיות, אך מופעלות באמצעותה גם נורמות חברתיות. שכן, העבודה במשימת הגיבוש מחזקת את הקשרים בין חברי הקבוצה, שמתאחדים במטרה משותפת.

המשימה בכתב החידה מלווה בשני כרטיסי ביקורת לפתרון. השימוש בכרטיסי הביקורת, אף הוא מטפח נורמות סוציו-מתמטיות. שכן, השיפוט אינו נעשה על-ידי המורה, אלא מקורו בפעילות המתמטית ובעבודת הקבוצה. כך, מתחזקת חשיבות הקבוצה ומתמסדת נורמה סוציו-מתמטית, המטפחת את הלמידה של הקבוצה כמקור הידע המתמטי של חבריה, ומעבירה אחריות על הלמידה ועל פתרון החידה אל הקבוצה.

(עוד על "משימות גיבוש" בחוברת "משימות גיבוש").

2. הארת תהליכים

במהלך השיעורים המורה מעלה למודעות תהליכים חיוביים ו/או שליליים המתרחשים תוך כדי הלמידה הקבוצתית או במליאה. המורה מאיר תהליכים אלה, הסמויים בדרך כלל מכלל תלמידי הכיתה. לדוגמה: במהלך למידה קבוצתית התרחש באחת הקבוצות דיון מעניין. לאחר מכן, ביקש המורה מחברי הקבוצה לספר על הדיון שלהם. כך, בהארתו את המתרחש טיפח המורה את אופן הלמידה של הקבוצה הזו, ובו זמנית פיתח אצל האחרים את הרצון להידמות לה. הישגות מקרים כאלה והארתם פעמים רבות, יוצרים נורמות סוציו-מתמטיות המפתחות תפיסה חדשה של למידת הקבוצה.

במקרה אחר התרחש בקבוצה מסוימת תהליך שלילי. כל חבר בקבוצה עבד לבד. המורה בזמן תצפיתו בקבוצה ניסה לדרבן אותם לעבוד ביחד אך ללא הועיל. לאחר מכן, במליאה המורה יכול לשאול: האם כל הקבוצות עבדו ביחד? או לבקש מכל קבוצה לספר על אופן הלמידה השיתופית שלה. כך תעלה על פני השטח הבעיה התפקודית-לימודית של הקבוצה. באופן כזה מחזק המורה את החשיבות של הלמידה השיתופית.

עוד מקרה: במהלך הלמידה בקבוצה הציע תלמיד מוביל בקבוצה דרך פתרון אחת. תלמיד אחר, מתקשה, הציע דרך פתרון אחרת שכל הקבוצה קיבלה. במהלך הקישור הביא נציג הקבוצה את שתי הדרכים לשיפוט המליאה. המורה שצפה בתגובה הנלהבת של הקבוצה על קבלת שתי הדרכים, חיזק את ההתנהגות הקבוצתית על-ידי הבאת דרכים שונות ונתינת לגיטימציה לכל הדרכים. במקרה כזה כדאי לבקש מאחד מחברי הקבוצה לספר גם על הדרך בה הגיעו לפתרון, וכך להאיר את תהליך הלמידה השיתופית שלהם, לכל תלמידי הכיתה.

במקרה נוסף צפה המורה בוויכוח שהתעורר בקבוצה. תלמיד מתקשה, שהשתתף בשיעור קודם בהטרמה, עמד על דעתו וייצג בעקשנות עמדה (נכונה) כפי שהבין מתוך ההטרמה. חבריו לקבוצה קיבלו לבסוף את עמדתו, לאחר שהצליח להסביר להם למה הוא מתכוון. בעדינות, מבלי לפגוע בתלמיד המתקשה, יכול המורה להעלות את התהליך שהתרחש בקבוצה בפני המליאה. אפשר לבקש מאחד מחברי הקבוצה לספר על התהליך, או מהתלמיד המתקשה, אם הוא רוצה בכך. בדרך כלל, גם אם בשלב זה לא מוזכר הקשר להטרמה, אפשר "לנצל" מצב זה בפעם הבאה כשמכריזים על ההטרמה. ניתן אז לומר: תלמידים שמרגישים צורך בהטרמה, מוזמנים. זה כבר הוכח ככדאי. זה עוזר ללמידה הקבוצתית בשיעור הבא.

אבל, צריך גם להזהר מהעברת מסרים שליליים לחברי הקבוצות. טיפוח אחריות קבוצתית - כן, טיפוח עצלנות קבוצתית - לא.

לדוגמה: בזמן הלמידה השיתופית, אחד מחברי הקבוצה מתעסק בענייניו האישיים. לאחר כ- 7 דקות הוא דורש מחברי קבוצתו ל"הכניס אותו לעניינים" וזאת בטיעון שיש אחריות קבוצתית. הוויכוח מובא לידיעת המורה, אשר אינו פותר את הבעיה הקבוצתית המסוימת, אלא מביא אותה לדיון במליאה (בלי לנקוב בשמות). כך פותרים את הבעיה של הקבוצה, אך גם מזכירים לכולם שאחריות קבוצתית אין פירושה מתן לגיטימציה לעצלנות או לנצלנות.

3. ניתוח אירועים

בהקניית הכלים ללמידה שיתופית נדרש תרגול לאורך זמן. בעזרת ניתוח אירועים המתרחשים בכיתה אפשר להאיר, לעודד ולטפח נורמות סוציו-מתמטיות. לדוגמה, במהלך הצפייה בלמידה הקבוצתית, במשך מספר ימים, הבחין המורה בתופעה הבאה: תלמיד מוביל בקבוצה מציע דרך פתרון מסוימת. כמעט כל הקבוצה "נשרכת" אחריו (אף כי תשובתו לא בהכרח נכונה). תלמיד אחר מציע הצעה נוספת (נכונה) אך חברי הקבוצה אינם רוצים לשנות את דעתם (אולי כי חבל להם על הזמן) ואומרים: "לא משנה, לא משנה..." הנטייה היא להמשיך קדימה ולא להיעצר ולחשוב לאחר.

לניתוח האירוע הזה כדאי ליחד זמן מתאים. כלומר, בשלב מסוים במהלך שנת הלימודים, מקדישים לניתוחו שיעור, אם נצפה אירוע כזה ואם לאו, כיצד? מספרים במליאה את האירוע (כפי שהתרחש, אף אם הוא דמיוני) ומבקשים מהתלמידים להתייחס אליו. בשיחה כזו עולים על פני השטח קשיים של יחידים בקבוצות מסוימות, קשיים של קבוצות להתרגל ללמוד בשיתוף, קשיים של תלמידים מצטיינים להסביר לאחרים, ועוד. בשיחות דומות שקוימו עם תלמידים הם אמרו דברים כמו: צריך לכבד את הדעות של אחרים, צריך לפחות להתייחס זה לזה, כדאי להקשיב ולנסות להבין, ועוד. בעקבות שיחה כזו כדאי לבקש מכל תלמיד לרשום: "מה אני לוקח מהשיחה?". דברים שעולים בכתב, במחשבה לאחר, מצביעים אף הם על הפנמת העקרונות של הלמידה השיתופית, על-ידי התלמידים. מניתוח אירועים שהתרחשו בקבוצות נוצרת אצל התלמידים תחושה של מטרה משותפת שהם רוצים להשיג, תחושה שיש להם אחריות על הלמידה שלהם. כתוצאה מדיונים כמו זה שתואר, מקבלים התלמידים משוב מיידי וארוך טווח, המתייחס לאופן ולאיכות תפקודם בלמידה הקבוצתית. דוגמה לתהליך ניתוח אירועים כפי שהיא התרחשה בכיתה ז' הטרוגנית, מובאת להלן.

שם האירוע: "לא משנה, לא משנה"

מורה: אני רוצה להתייחס למשהו, בשיעור קודם הסתובבתי בין הקבוצות, ובמהלך העבודה שלכם שמעתי יותר מפעם אחת, שאתם מדברים שאם ילד אחד לפעמים אומר משהו שהוא לא בדיוק מה שכולם חושבים אז הקבוצה אומרת לו משפטים כמו: "לא משנה, לא משנה" או: "לא זה, לא זה". הילד אומר משהו אחר לפעמים זה יכול להיות נכון, לפעמים זה יכול להיות לא נכון. אני רוצה לשמוע: **מה דעתכם על הסיטואציה הזו?**

יואב: הם צריכים לנסות להסביר לו, במקום להגיד "לא משנה".
 מורה: לנסות להסביר...
 שירן: לבדוק למה הוא אומר את זה?
 מורה: צריך לבדוק למה הוא אומר את זה?
 שירן: לשאול אותו איך הוא הגיע לתוצאה הזו. יכול להיות שהוא הגיע בדרך יותר הגיונית ממה שאנחנו הגענו, לתוצאה אחרת.
 מורה: איך היית מתקנת את המצב? מה היית עושה אחרת ממה שאת עושה היום?
 שירן: אני לא יודעת, יכול להיות שגם אנחנו עושים את זה, כי לא שמתי לב אף פעם למה שאמרת עכשיו לנושא הקבוצות, אבל...
 מורה: יש עוד מישהו שרוצה להתייחס.
 מרים: לדעתי לא צריכים לצעוק עליו. או להגיד לו... אולי זה כן נכון.
 מורה: מה כן צריך?
 ברק: לבדוק אתו, לחשב את התוצאה.
 איציק: להתייחס לדבריו.
 רויטל: לבדוק שתי אפשרויות שלו ושל הקבוצה.
 חמוטל: אם התשובה שלו לא הייתה נכונה אחרי שבדקנו, לא צריך לצעוק עליו ולהגיד הנה אתה רואה.
 מורה: למה?
 חמוטל: כי זה מעליב.
 אלי: הוא יפחד לנסות שוב פעם, הוא יפחד לנסות פעם שנייה אם הוא יטעה, אם הוא ינסה פעם ראשונה.
 רבקה: יש לי שאלה למרים היא אמרה שינסו לברר אם...? מה את חושבת שהיא (המורה) המציאה איזה משהו? זה אנחנו עושים, זה לא סתם היא באה והביאה משהו מתל-אביב, זה אנחנו עושים את זה.
 מורה: מה היא אמרה?
 רבקה: היא אמרה... כאילו למה לא ניסית את זה עד עכשיו? הרי זה קורה גם אצלנו.
 מורה: תני לי לנסות להבין מה שאת אומרת, כי זה חשוב להבין מה שאת אומרת.
 רבקה: הבאת את זה כאילו זה לא קורה אצלנו.
 מורה: את באופן אישי, מתייחסת לילד שאמר משהו אחר מהקבוצה?
 רבקה: כן.
 מורה: מה צריך לעשות אתו, להגיב "לא משנה, לא משנה"?
 רבקה: לא, אני אומרת שאם זה לא בסדר, כן צריך להסביר לו למה זה לא בסדר. לא רק להגיד "בסדר, בסדר".
 מורה: מה צריך לעשות לפני שמגיעים לזה שזה לא בסדר. איציק תחזור על מה שאמרת, איציק אמר שצריך להתייחס. את היחס צריך לקבל או לא?
 תלמידים: כן.
 מורה: את הבדיקה אם זה נכון או לא נכון, אפשר לעשות אבל את היחס הוא צריך לקבל?
 רבקה: איזה יחס? יש הרבה סוגים של יחס.
 מורה: איזה יחס?
 איציק: יחס של כבוד. שאתה מבין אותו ולא מזלזל בו.
 מורה: אף פעם לא שאלנו את עצמנו. למה אנחנו עובדים בקבוצות?
 לאה: שיהיה שיתוף פעולה.

מורה: שיתוף פעולה, למה זה מועיל?
 לאה: שכל אחד ישתתף בכל תרגיל.
 מורה: מה זה מועיל? מה זה נותן לך?
 לאה: יתרונות.
 מורה: מה היתרונות?
 אור: אם אני לא יודע.
 לאה: אם אני לא יודעת יכולים להסביר לי, לעזור.
 סתונית: תורם ידע.
 מורה: איזה ידע?
 ברק: משהו שלא ידענו מקודם.
 יואב: משהו שהיא לא ידעה קודם ואני ידעתי או משהו שאני לא ידעתי והיא ידעה.
 מורה: זה תורם רק כשאתם לא יודעים?
 יואב: זה תורם עוד דברים.
 ברק: זה השיטה של הספר.
 מורה: זה בגלל הספר, האם אתה שעובד בקבוצות מתחילת השנה יכול להבין, למה החליטו שתעבדו בקבוצות?
 עינב: כדי שנעזור אחד לשני.
 מורה: רק בשביל העזרה?
 אור: כדי שנשתף פעולה כדי שכל אחד יתרום את הידע שלו לקבוצה.
 רויטל: לא רק מי שמלמדים אותו מבין יותר טוב, אלא גם מי שמלמד מבין יותר טוב.
 מורה: למה?
 רויטל: אם אני מסבירה משהו לעפרי זה מאמן גם אותי.
 מורה: איך זה מאמן אותך?
 רבקה: כי אני חוזרת על הכל, אני צריכה לדעת גם לעצמי וגם להסביר לעפרי - לדעת יותר, לדעת לעשות את התרגול סתם, איך מסבירים את זה לא כמו מורה. גם לדעת וגם להסביר.
 מורה: אתם אמרתם הרבה דברים מאוד טובים על העבודה בקבוצה אבל האם יש לכל אחד תפקיד בקבוצה, בכדי שהעבודה בקבוצה תהיה מוצלחת?
איזה תפקיד כל אחד יכול וצריך לקחת, על מנת שתהיה עבודה בקבוצות?
 עפרי: אחריות.
 מורה: מה זאת אומרת?
 עפרי: שיעבוד עם כולם.
 עינב: כל אחד צריך לתרום את הידע לשתף פעולה.
 חמוטל: לא לנסות להכשיל את השני אם המטרה שלי להראות כמה שהשני מטומטם ואתה חכם יותר.
 רבקה: המטרה היא ללמד את כולם? לדעתי צריך שתהיה חלוקת עבודה שלא אחד שיקריא.
 מורה: איך נחלק את העבודה?
 יואב: כל אחד ייקח חלק בתרגיל.
 מורה: האם במשימה שעשינו עכשיו היה אפשר לעשות זאת, שכל אחד ייקח תרגיל?
 תלמידים: לא, כי כל אחד קשור בשני.
 שירן: אם לא תעשי את כולם, לא תדעי, ויהיה לך קשה.

מורה: זאת אומרת שיש קשר והם נעשים יותר קשים.
 רויטל: לכל אחד מחברי הקבוצה יש את התפקיד של ללמוד מאחרים וללמד אחרים בקבוצה.
 שרה: לא רק מי שמקריא יש לו תפקיד, התפקיד שלנו הוא גם להבין. אם אנחנו רוצים לדעת שאנחנו לא מבינים צריך להגיד שלא הבנו.
 מורה: שרה אומרת שגם היא צריכה להבין לא רק רבקה, ואם היא (רבקה) מבינה היא צריכה להסביר לה (לשרה).
 רבקה: זה לא מה שהיא אמרה, היא אמרה שבאחריותה להגיד שהיא לא הבינה ואחריותי להסביר לה.
 מורה: האם המצב הזה הוא מצב קבוע שיש תמיד אחד שמבין והוא אחראי על התלמידים האחרים?
 מרים: פעם אחת אני לא מבינה אז עינב מסבירה לי ופעם אחת עינב לא מבינה אז אני מסבירה לה.
 מורה: אין מצב שיש אחד בקבוצה שהוא זה שמבין תמיד.
 ברק: כל פעם משהו אחד או כולם מבינים.
 מיכאל: אם כל אחד מהקבוצה יתרום מהידע שלו, ככה לאף אחד לא יהיה קשה בקבוצה ולכולם יהיו תוצאות טובות.
 מורה: נדמה לי, שמיכאל סיכם יפה חלק מהדברים שנאמרו פה. בואו, נמשיך בעבודה מהספר, עבודה בקבוצות.

העלאת האירוע "לא משנה, לא משנה..." לדיון כיתתי זמנה אפשרויות לדון בהיבטים חשובים הקשורים לעבודת הקבוצות. במהלך הדיון התלמידים התבקשו לתת את דעתם על האירוע. האפשרות להביע דעתם, לומר את אשר על לבם, הדגישה את חשיבות דעתם (אצל המורה) ונתנה לגיטימציה לומר דברים. אמירת הדברים על-ידי חלק מהם גרמה לאחרים לומר דברים בפני כולם. החשיפה העצמית הזו עזרה ליצור כיתה שהיא קהיליית לומדים, בעלי מטרה משותפת.
 תוך כדי הדיון עלתה השאלה: "למה עובדים בקבוצות?" השיחה מובילה להבנות חדשות אצל הילדים. דברים שהיו סמויים ונחשבים בדרך כלל מטרות של המורה, הפכו מטרות של התלמידים: "כדי שנעזור..." או "כדי שכל אחד יתרום את הידע שלו לקבוצה" ועוד.
 בהמשך עברו לאחריות ללמידה. תוך כדי השיחה התברר שהתלמידים מקבלים על עצמם תפקידים של "לקרוא בקול", "ללמד אחרים" אך גם "להבין".
 ובעיקר יש אחריות, אחריות "להגיד שלא הבנו...".
 אירוע זה הוא דוגמה למה שניתן להפיק משיחות במליאה, העוסקות באירוע שהתרחש או באירוע דמיוני אך אופייני.

4. תגובת המורה

התגובה או אי-התגובה של המורה לאמירות ושאלות של תלמידים, משדרת שדר סמוי הנוגע לציפיות הנורמטיביות מהם.
 אם בדיון כיתתי במליאה, התלמידים מתבקשים להציע פתרונות ודרכים שונות מאלו שהציעו חבריהם, מתפתחת נורמה חברתית שכך נוהגים בשיעור. אם פתרונות ודרכי פתרון שכבר הוצגו, אינם זוכים לעידוד ונדרש הסבר או הבהרה במה הם דומים, מתפתחת נורמה סוציו-מתמטית המקנה לתלמידים הבנה ופרשנות עצמית של "מהו פתרון שונה-מתמטית".

אם המורה מעודד פתרונות מיוחדים או יצירתיים מתפתחת נורמה של "מהו פתרון משמעותי, מתוחכם יצירתי", או אם המורה מעודד בעקביות דרכי פתרון יעילות יותר, התלמידים רוכשים נורמה שגורסת את הצורך ב"יעילות מתמטית". במקביל, אם המורה אינו אומר מה טוב יותר ומה נכון יותר, אלא השיפוט נעשה על-פי היבטים של: משמעותיות, יעילות תחכום ויצירתיות, מתפתחות הנורמות הסוציו-מתמטיות המאפשרות למידה משמעותית של מתמטיקה, על-ידי התלמידים בעצמם ותוך לקיחת אחריות עצמית שלהם על הלמידה שלהם.

להלן מובאת "התרחשות כיתתית" באמצעותה נרכשה נורמה סוציו מתמטית: מהו פתרון מתמטי "אלגנטי"? מהו "פתרון יעיל"? ובו-זמנית ניתנה לגיטימציה לפתרונות בדרכים שונות.

התרחשות כיתתית

על הלוח: $2x + 7 > 6$

מורן מציעה לפתור כך: $2x + 7 > 6 \quad /:2$

זאת אומרת: $x + 7 > 3$

שקד: צריך לעשות עוד משהו.

יעל: צריך לשנות את סימן האי-שוויון.

מורן: זה לא נכון.

גל: יש בעיה אחרת. מורן רצתה לחלק את המשוואה ב-2 אבל שכחה לחלק את 7.

מורן: אני יכולה לתקן, מקבלים:

1

$$x + 3\frac{1}{2} > 3 \quad / -3\frac{1}{2}$$

$$x > -\frac{1}{2}$$

מורה: יש דרך אחרת לפתור?

מורן: הדרך שלי לא נכונה?

מורה: מה דעתכם? (פונה לכיתה).

שקד: זה נכון.

מורה: איך יודעים שזה נכון?

גל: איך?

2

שולי: מורן קיבלה $x > -\frac{1}{2}$

זאת אומרת למשל $x = 1$

מורה: שולי, מה לדעתך צריך לעשות כדי לבדוק אם התשובה של מורן נכונה?

3

שקד: הבנתי! נציב $x = 1$ בתרגיל של מורן. כך: $2 \cdot 1 + 7$ וזה באמת גדול מ-6.

מורה: זה מספיק?

גל: צריך לבדוק עוד מספרים.

מורה: איזה מספרים?

גל: שגדולים מ- $-\frac{1}{2}$.

שקד: אבל יש הרבה.

4

מורה: מה עושים?

גל: אפשר לקחת מספרים שלא גדולים מ- $-\frac{1}{2}$ ולראות שזה לא נכון.

מורה: מה דעתכם?

מורן: זה רעיון. זה צריך להצליח.

נבדוק למשל $x = -1$ $2 \cdot (-1) + 7$ זה באמת לא גדול מ-6.

מורה: נחזור לשאלה הקודמת: האם יש עוד דרך לפתור?

גל: אפילו שזה נכון?

מורה: כן. האם יש רק דרך אחת לפתור?

5

נטע: אני רציתי לחסר קודם -7 ולא לחלק ב-2.

מורה: נטע תסבירי.

נטע: $2x + 7 > 6$ / -7

$2x > -1$

ועכשיו מחלקים ב-2 ואז מקבלים $x > -\frac{1}{2}$.

שרי: (בהפתעה) אותו פתרון!!!

מורה: זה מפתיע?

6

נועם: לא, אם זה נכון והדרכים נכונות אז חייבים לקבל אותו פתרון.

מורה: מסכימים עם נועם?

כולם: כן...

מורה: אז איך מחליטים באיזו דרך לפתור?

רחל: לא חשוב.

נועם: מה שאנחנו אוהבים יותר.

שרי: פחות מסוכן הדרך של נטע.

נועם: כן מורן טענה.

מורה: האם בגלל שמורן טענה הדרך שלה פחות טובה?

רחלי: לא, זה בגלל שהיא עשתה דרך פחות נוחה.

גל: כן, עדיף קודם לחבר או לחסר ואז "נשארים" עם פחות מרכיבים בתרגיל וזה פחות "מסוכן".

מורה: זאת אומרת שיש משמעות למילים פתרון יותר נוח, או פתרון יותר יעיל מבחינת המתמטיקה.

מורן: אני מסכימה. זה אפילו יותר יפה כך, ויותר מהיר להגיע לתשובה.

7

בהתרחשות הכיתתית "רואים" כיצד קיום של נורמות המנחות את השיחה המתמטית, מעלה את איכות הלמידה של המתמטיקה באמצעות השיח בין התלמידים והמורה.

הנורמות הסוציו-מתמטיות משפיעות על השיחה בכיתה. בעזרתן קובעים: מה נחשב כהסבר מתמטי? (איך בודקים אם הפתרון נכון?) מה נחשב כאסטרטגיה שונה מבחינה מתמטית? מהו פתרון יעיל מבחינה מתמטית? בקטע המסומן ב- 1, התלמידים משוחחים ביניהם, מביעים דעות שונות (נכונות ולא נכונות) ולא נשמעת "תגובה" מצד המורה. הלגיטימציה לשוחח, להביע דעה, כמו גם הלגיטימציה של תלמידים לשפוט דעתם של אחרים, לאשר או להפריך השערות שלהם, מעבירות מסר שהמקור לידע אינו אצל המורה והאחריות ללמידה היא על התלמידים. זוהי נורמה חברתית. אך העובדה שעל מנת לאשר או להפריך השערה יש להשתמש בכלים מתמטיים של הצדקה או הפרכה, מובילה לנורמות מתמטיות, שאותן נוכל לראות בהמשך השיחה (בקטע המסומן ב- 2). בקטע המסומן ב- 2 ישנו דגש רק על כך שקביעת נכונות התשובה אינה נעשית על-ידי המורה. השאלה: "מה דעתכם?" מבהירה שהדרישה לדרך נוספת לפתרון אינה משדרת מסר של "נכונות" או "אי-נכונות" הפתרון.

הקטע (המסומן ב- 3) מבהיר שפתרון נכון נובע מתוך המתמטיקה.

בקטע המסומן ב- 4 ישנה הדגשה של נורמה סוציו-מתמטית המבהירה "מהי בדיקה מספיקה, מבחינה מתמטית?" בהמשך (בקטע 5) מוקנית נורמה סוציו-מתמטית, המבהירה את הלגיטימציה לתת פתרון "שונה מתמטית", שהרי גם כאשר הפתרון נכון, מעודדים פתרונות שונים.

בקטע 6, מבהירים באמצעות נורמה חדשה שהפתרון הנכון אינו תלוי בדרך אחת בה הגענו לפתרון. יש דרכים שונות נכונות מבחינה מתמטית.

בקטע 7, הדיון מוביל להקניית נורמה סוציו-מתמטית: מהו פתרון יעיל מתמטית? לשם מה חשובה הנוחיות בפתרון?

בהתרחשות הכיתתית רואים שהרעיונות "המתמטיים" של התלמידים "נלקחים ברצינות" על-ידי המורה. התלמידים אחראים להשתתף בשיחה המתמטית. ההסברים נתמכים על-ידי נימוקים מתמטיים. שגיאות יוצרות הזדמנויות להמשיך ולחקור.

להלן מובאת דוגמה נוספת להתרחשות כיתתית בה "רואים" כיצד נרכשות נורמות סוציו-מתמטיות.

התרחשות כיתתית

תלמידים התבקשו לקבל כתוצאה מספרים שונים: 0, 1, 2, ..., 9, על-ידי פעולות חשבון וסוגריים בביטוי שבמסגרת.

$$4 \bigcirc 4 \bigcirc 4 \bigcirc 4$$

לאחר הפעילות התרחשה השיחה הבאה:

מורה: לאיזו תוצאה היה לכם הכי קשה להגיע?

רחל: 9

יעל: 7 ו-5

מעין: על מספר אי-זוגי.

טל: לא תמיד.

מורה: תנו לי הצעה עבור 5.

רותם: $(4 \cdot 4 + 4) : 4 = 5$

מורה: מישהו הגיע בדרך אחרת?

טל: $(4 + 4 \cdot 4) : 4 = 5$

רותם: זה אותו דבר כמו שלי.

טל: לא נכון. זה תרגיל שונה.

יעל: זה חוק החילוף.

טל: לא, כי יש כאן שתי פעולות ולא רק חיבור או כפל. זה לא אותו תרגיל.

מורה: נתבונן בתרגילים $4 + 4 \cdot 4$ לעומת $4 \cdot 4 + 4$, איזו פעולה עושים קודם?

רחל: כפל.

מורה: ואחר-כך?

רחל: מחברים 4.

טל: זה באמת אותו תרגיל כי לפי החוקים וההסכמים זה אותו דבר.

מורה: מישהו מצא משהו שונה?

רותם: $4 - 4 + 4 : 4 = 5$

יעל: זה לא 5.

מורן: תחשבי, זה בכלל 1.

מורה: נעבור ל-7.

רותם: $4 + 4 - 4 : 4 = 7$

מעין: צריך סוגריים.

מורה: איפוא?

רחל: כדי שנדע במה להתחיל.

יעל: לא צריך, צריך להתחיל בחילוק לפי ההסכמים.

מורה: האם מישהו השתמש בידע שלו לגבי 7 כדי להגיע ל-9?

מורן: במקום $(-)$ לעשות $(+)$ כך: $4 + 4 + 4 : 4$

רותם: זה 3.

מורן: מה פתאום? זה 9.
 מורה: מי צודק? מי יכול להסביר איך כל אחד הגיע לתשובה?
 מורן: חילוק קודם לחיבור ולכן $1 = 4 : 4$ ואז $1 + 4 + 4$ זה 9.
 מורה: אז איך רותם הגיע ל-3?
 טל: זה כאילו היו סוגריים, כך: $4 : (4 + 4 + 4)$
 מורה: אם מצאנו 3 אני רוצה לשאול מה יקרה אם במקום 4 בתרגיל של טל אני ארשום 5,
 כך: $5 : (5 + 5 + 5)$
 טל: זה גם 3.
 מורה: למה?
 יעל: זה תמיד כך כי לקחנו את 5 שלוש פעמים וחילקנו ב-5 אז קיבלנו 3.
 מורה: ומה יקרה אם במקום 5 נרשום 100?
 רחל: זה גם 3.
 $100 : (100 + 100 + 100)$
 גל: $5 : (5 + 5 + 5)$ זה 11
 $3 : (3 + 3 + 3)$ חייב להיות 7.
 זה "מכשיר" כזה שמייצר מספרים שגדולים ב-1 מפעמיים המספר.
 מורה: יש עוד "מכשירים" כאלה?
 יש לכם משימה מעניינת למצוא "מכשירים" כאלה...

ישנם שלבים בפיתוח הנורמות הסוציו-מתמטיות. זה איננו תהליך מידי או מהיר, אלא תהליך ארוך ומייגע הדורש תשומת לב מירבית ועקביות מלאה של המורה.
 בתחילה המורה מאיר את התהליכים "בפנס" או על-ידי "זרקור", ולפעמים משדר על-ידי חוסר תגובה, את אשר ברצונו להעביר. לאחר מכן, על-ידי שיפוט וביקורת של התלמידים את אשר "האיר" המורה, ובעזרת תהליך של רפלקציה, נעשה הטיפול של הנורמות הסוציו-מתמטיות תהליך מודע.
 בשלב מאוחר יותר "נסגר המעגל" תוך כדי שהתלמידים "מאירים" זה על זה בעזרת "פנס" או על-ידי "זרקור".
 אם נתייחס ל"יחיי הכיתה" המתמטית, אזי הנורמות הסוציו-מתמטיות גורמות להתפתחות הלמידה של מתמטיקה משמעותית אצל התלמידים, ובזמנית מקנות ערכי חברות כלליים.

5. דפי קשר

הוראת המתמטיקה בכיתה ההטרוגנית בקבוצות, יוצרת צורך להתייחס לאספקטים סוציו-לימודיים המלווים את תהליך הלמידה. אין הכוונה לתהליכים חברתיים שמלווים התגבשות חברת ילדים בגיל חטיבת הביניים, אלא לתהליכים חברתיים ולימודיים ולעמדות ואמונות שמלוות את התלמידים כאשר מתבהר להם שעליהם לעצב את ידיעותיהם בתהליך חקירה בו ישתתפו עמיתיהם, תלמידים ברמות שונות של ידע מתמטי. תהליך התגבשות העבודה הלימודית-מתמטית בקבוצות הינו ארוך ומלווה בחיפוש הדרך. לתהליך זה מתלווה שינוי משמעותי בתפיסת התלמיד את תפקידו של המורה. על כן, יש למצוא אפיק תקשורת נוסף שיהווה במה לדו-שיח בין המורה לתלמיד. החיפוש אחר אפיק תקשורת, תוך אמונה שרפלקציה על תהליך הלמידה, הינה חלק חשוב ובלתי נפרד מהלמידה, גרמו לפיתוח ולשימוש בדפי קשר.

דף קשר הוא מיני שאלון פתוח, הממלא על-ידי כל אחד מהתלמידים אחת לשבועיים. המורה מקבל את דפי הקשר מן התלמידים ומגיב בכתב, באופן אישי, לדף של כל תלמיד. השאלות בדף הקשר מתייחסות הן לחומר הנלמד והן לתהליכים הסוציו-מתמטיים שהתרחשו בשיעורים. דף הקשר מאפשר לתלמיד לבטא את תחושותיו ורגשותיו לגבי הידע שלו בנושא שנלמד בשיעורים האחרונים, הצלחותיו או קשייו, יחסו אל העבודה השיתופית בקבוצה ויחסיו עם המורה. כך התלמיד מבצע, למעשה, רפלקציה על תהליכים שעבר. דפי הקשר מהווים ערוץ תקשורת אישי ודיסקרטי בין מורה לתלמיד. במסגרת השיעורים לא תמיד מתאפשר למורה להתייחס אל כל אחד ואחד מתלמידיו. בדרך כלל, בולטים תלמידים מסוימים הדורשים את תשומת ליבו. באמצעות דפי הקשר יכול המורה להתייחס גם לכל אותם התלמידים שאינם מרבים לדבר בשיעור. התלמיד הביישן שאינו אוהב להתבטא בפומבי יכול לבטא את רחשי ליבו, מבלי לחשוש שמא אלה אינם מקובלים על האחרים. מדפי הקשר יכול מורה ללמוד יותר על כל תלמיד בנפרד מחד, ומאידך לקבל תמונה על מצב הכיתה כולה בתחום הידע המתמטי שרכשו ובתחום התהליכים הסוציו-מתמטיים. תמונה זו תעזור לו בעיצוב המשך ההוראה ובקידום הלמידה השיתופית.

דפי הקשר יהיו אפקטיביים אם המורה יקפיד להגיב עליהם באופן ענייני, בלי להיעלב ובלי ל"התחשבן" עם תלמיד על דברים שכתב. לפעמים ייאמרו בהם דברים שלא ינעמו לו. המורה יכול להעיר על הדרך שבה נאמרו הדברים או לחלוק עליהם, בהבאת נימוקים מתאימים. אם תלמיד כותב על עוולה שנעשתה לו, חשוב שהמורה יטפל בעניין ויברר אותו. לפעמים עצם ההתעניינות של המורה והאכפתיות שהוא מגלה, מספיקה כדי לרצות את התלמיד הפגוע. תגובה עניינית של המורה, גם לדברי ביקורת של התלמידים תגדיל את ביטחונם בו ואת רצונם לשתף פעולה בדפי הקשר, להבא. לתהליך כזה יש השלכות ארוכות טווח על נורמות התנהגות ועל חינוך לדמוקרטיה. תלמידים ילמדו, שאפשר ומותר לבטא את מחשבותיהם ואת רגשותיהם, בתנאי שדבריהם מובעים בנימוס ומוסברים כראוי.

תגובה בכתב לכל הדברים שעולים מדף הקשר עלולה להטיל עומס כבד על המורה. לכן אפשר לבחור בכל סבב היבט אחר של דפי הקשר ולהתייחס רק אליו.

השימוש בדפי הקשר הוא תהליך הדורש התנסות לאורך זמן. הן התלמידים והן המורה ילמדו להשתמש בו טוב יותר לצורכיהם, ככל שתגדל התנסותם.

להלן דוגמאות לנוסחים שונים של דפי קשר. מורה יוכל לשנות את השאלות ולגוון בהתאם להעדפותיו ולצרכים המיוחדים של כיתתו. אפשר גם לשתף את התלמידים בבניית דף קשר. חשוב להקפיד שלא להגדיל את מספר השאלות (אפשר בהחלט להקטין אותו), כדי שלא יהפוך למטלה מייגעת. כמו כן רצוי להימנע משאלות הגוררות תשובה בת מילה אחת (כן או לא).

דף קשר - גירסה I

תאריך: _____

שם: _____

המורה: _____

מהו הדבר הטוב שקרה לך בשיעורי מתמטיקה בשבועיים שחלפו?

כתוב דוגמה למשהו חדש שלמדת בשבועיים האחרונים ואתה יכול לעשות עכשיו.

במה קשה לך ובמי אתה נעזר?

כתוב כמה מילים על העבודה בקבוצתך.

הארות והערות, דברים שרצית שאדע.

דף קשר - ג'רסה II

שם: _____
המורה: _____
תאריך: _____

כתוב את הדבר החשוב ביותר שלמדת בשיעורי המתמטיקה בשבועיים שחלפו.

כתוב דוגמה למשהו שעדיין קשה לך.

איך הרגשת בשיעור היום? הקף את המילה המתאימה לך והסבר.

- | | |
|-----------------------------|-----------|
| 1. מעניין | 4. חכם |
| 2. שמח | 5. ניוח |
| 3. מבולבל | 6. משועמם |
| 7. במילה משלך: הרגשתי _____ | |

הסבר: _____

איך ניתן לדעתך לשפר את שיעורי המתמטיקה?

הארות והערות, דברים שרצית שאדע.

עוד על הטרמות

למידת מתמטיקה בכיתה הטרונגית גורמת לחששות בדבר האפשרות של תלמידים מתקשים להשתלב בלמידה עם כולם ולהתקדם.

תלמידים מתקשים הם תלמידים בעלי הישגים נמוכים, אך הם אינם בהכרח תלמידים שאינם מסוגלים להגיע להישגים. חלקם כאלה וחלקם לא. חלקם מתקשים כתוצאה מסיבות אובייקטיביות וחלקם מסיבות ש"הזמן גרמן". לעתים תסכולים מן העבר, מפריעים ללמידה ולהצלחה בהווה. חלק מהתלמידים מאובחנים על-ידי המערכת או אף על-ידי עצמם כמתקשים, אך הוראה בדרך מתאימה ויחס מתאים יעזרו להם "להיחלץ" ו"לצאת" ממצב זה. המטרה של ההוראה בכלל ושל בתי הספר בפרט, היא מניעת הנצחת המצב בו נמצא התלמיד המתקשה. צריך איפוא למצוא כלים שבעזרתם נוכל לסייע לתלמידים המתקשים להשתלב בלמידה הקבוצתית.

לעומת זאת, שילוב כל התלמידים בלמידת מתמטיקה ביחד, מאפשר חשיפה של כולם לאותו חומר לימוד. כך נמנע תיוג ועולה הדימוי העצמי של התלמידים. האמונה ביכולתם תורמת למניעת התסכול ולהגברת המוטיבציה ללמידה.

השילוב אינו נעשה מאליו. המציאות מוכיחה כי בלמידת מתמטיקה ישנם קשיים בשילובם של תלמידים מתקשים בכל הפעילויות. דרוש אמצעי יעיל שיאפשר מחד שילובם של מתקשים בלמידה של כולם, ומאידך יצור מצב בו יימנע תסכולם, לצורך זה נבנה כלי **ההטרמה**, העוזר למורה **לשלב** את התלמידים המתקשים במשימה קבוצתית, המיועדת לכלל התלמידים.

הטרמה - מתי? איך? מה?

- מומלץ לבצע את פעילות ההטרמה בסופו של שיעור על ידי המורה, האוסף קבוצה של תלמידים, **לשם הכנה לשיעור הבא**. הפעילות אורכת בין 10 ל-15 דקות.
- ההטרמה נעשית בסוף שיעור ולא בראשיתו, על מנת שמירב תשומת הלב והזמן יוקדשו לפעילות הקבוצתית המרכזית של השיעור. במהלך ההטרמה רוכשים התלמידים המתקשים ביטחון עצמי, המאפשר להם לא רק להיות שותפים בפעילות הקבוצתית, אלא גם להביע דעתם ולהוביל את הלמידה הקבוצתית לפחות בראשית הפעילות.
- הפעילות במהלך ההטרמה נעשית בשילוב המורה והתלמידים גם יחד. זאת באמצעות הפניית שאלות מנחות על-ידי המורה, באמצעות "הצגה" קצרה של המורה, ולאחריה עבודה של התלמידים בסיועו ובהנחייתו של המורה או בדרכים אחרות הנבחרות על-ידי המורה.
- המשימה המיועדת להטרמה, **אינה זהה** למשימה הקבוצתית (שתבצע בשיעור שלאחר מכן) אף כי מטרתה העיקרית היא הכנה למשימה זו. בחירת משימה זהה, לא תשיג את מטרת ההטרמה, מכיוון שתלמידים מתקשים שעובדים בקבוצה הומוגנית קטנה עם המורה, יראו בכך פגיעה בכבודם ובתדמיתם, ולא ירצו לאחר מכן להשתלב בלמידה בקבוצה הטרונגית במשימה זהה למשימה בה עסקו כבר. פעילות ההטרמה, נבנית לכן על סמך המשימה הקבוצתית (של השיעור הבא) ובדרך כלל היא מכילה אותם מרכיבים. לעמים יש בה עיסוק באותם חומרים (גפרורים, קוביות וכדומה) אך תפקידה "לרכך" את הקשיים העתידיים. ההטרמה עוסקת בהיבטים שהמורה צופה שיהיו בהם קשיים.

- הקבוצה אתה מבצע המורה הטרמות, אינה קבועה, אלא משתנה לפי הצורך. התלמידים מתכנסים לפעילות ההטרמה, **לפי רצונם**, לפי הצורך שהם חשים בהכנה לפעילות הקבוצתית. הבחירה לבצע פעילות הטרמה היא של המורה, על פי ציפיותיו לגבי אופן ההשתלבות של התלמידים במשימה הקבוצתית.

אין לבצע את הפעילות של ההטרמה עם **כל** הכיתה כהכנה לפעילות הקבוצתית, מהסיבות הבאות:

- הטרמה לכל הכיתה משיגה מטרה הפוכה. במקום להקטין פערים היא מגדילה אותם. תלמידים שקל להם קולטים מהר ומקבלים קידום וחיזוק לידיעותיהם, המתקשים אינם מקבלים את תשומת הלב הנחוצה להם, הטיפול אינו נעשה בקצב הדרוש להם, וכך אינם מקבלים סיכוי הולם להתקדם.
- ההטרמה עלולה לגרום לשיעמום או תסכול, אצל תלמידים שאינם זקוקים לה.

בספרים בסדרה "לומדים מתמטיקה" יש שני סוגים של הטרמות. להלן תובא דוגמה לכל סוג של הטרמה, כפי שהיא מופיעה בספרי הלימוד. לכל הטרמה יובא הסבר תוך הדגמת הקשר בין ההטרמה לבין המשימה ללמידה קבוצתית שלאחר ההטרמה.

1. הכנת רקע לידע חדש

מטרת הטרמה כזו היא להכין את הרקע של התלמידים המתקשים לידע חדש, שיעסקו בו במשימה ללמידה קבוצתית, בשיעור שלאחר מכן.

דוגמה אופיינית להטרמה כזו, היא ההטרמה למשימה "בגורד השחקים" (על מספרים II, שיעור 1). במהלך הפעילות "בגורד השחקים" עוסקים במספרים מ-100 עד 100. יש תלמידים שהעיסוק ב"כל כך הרבה מספרים" מהווה עבורם קושי פסיכולוגי. ההנחה בהטרמה המוצעת היא, שעיקר הקושי הוא בציר המספרים המתאים לפעילות. לכן בהטרמה נחשפים התלמידים לציר מ-3 עד 6 בלבד. ההטרמה אינה בנויה מפעילות במשימה בה יעבדו בכיתה. בחירה כזו עשויה לפגוע בעניין של התלמיד בזמן העבודה בקבוצה. פעילות ההטרמה דומה במובן מסוים למשימה לקראתה היא מכינה, אך בעיקר מכילה מרכיבים שההתמודדות המוקדמת אתם תקל על השתלבות התלמיד בשיעור הבא, בלמידה בקבוצה. לפיכך, למרות שעוסקים בציר מספרים מ-3 עד 6 בלבד, עוסקים בהתלבטויות דומות לאלו שבמשימה בכיתה.

לדוגמה: במשימה ללמידה קבוצתית "בגורד השחקים", התלמידים עוסקים בשאלה (סעיף א'): "הייתכן? דייר מספר 4 הגיע לקומת הכניסה עמוס בחבילות. הוא ירד למרתף שלו, אחסן את החבילות ועלה לדירתו. בדרך אל הדירה, אסף שני דיירים: דייר מספר 2 ודייר מספר 5 העומדים כל אחד בפתח המרתף שלו. הסבירו את תשובתכם".

כדי להשתתף בדיון זה, יש צורך להבין את סדר הדירות והמרתפים בבניין. לשם כך יש צורך "לרדת" ו"לעלות" קומות בבנין באופן דמיוני, לבצע הפשטה ולהסיק לגבי העניין הנדון. עיסוק מקדים לכך ייעשה איפוא בהטרמה.

במהלך ההטרמה עוסקים גם במעבר מ"קומות" למספרים, בגלל ההנחה שהפורמליזציה הזו מהווה קושי.

להלן מובאת הצעה להטרמה למשימה הקבוצתית "בגורד השחקים". (המשימה ללמידה קבוצתית "בגורד השחקים" מצורפת בחוברת זו, בעמוד 6).

יושבים סביב בריסטול, עליו ציור של לחצנים במעלית. במהלך הדיון נעזרים בציור. מבקשים מהתלמידים להצביע על הלחצן המתאים, או להתקדם בעזרת רצי משחק למקום המתאים.

שאלות לדוגמה:

- קומת משרדים ו'
- קומת משרדים ה'
- קומת משרדים ד'
- קומת משרדים ג'
- קומת משרדים ב'
- קומת משרדים א'
- קומת כניסה
- קומת מרתף א'
- קומת מרתף ב'
- קומת מרתף ג'

- מה מתואר בשרטוט?
 - כמה קומות יש בבניין (כולל מרתפים וקומת הכניסה)?
 - לאן נגיע אם: נעלה מהכניסה שתי קומות?
 - נרד משם שתי קומות?
 - כמה קומות צריך לרדת מקומת משרדים ד' לקומת מרתף ב'?
 - איזו קומה מרוחקת מהכניסה כמו קומת מרתף ג'?
 - אם רוצים לסמן את הקומות במספרים, אילו מספרים הייתם רשמים לקומות השונות (לכניסה, מעל לכניסה מתחתיה)?
 - בשלב זה שואלים **שאלות דומות** לקודמות, עם מספרים, למשל:
 - ליד איזו קומה נרשום 5?
 - ליד איזו קומה נרשום 3-?
 - איזו קומה גבוהה יותר, 2 או 3-?
 - איזו קומה קרובה יותר לקומת הכניסה, 4 או 2-?
- במהלך איסוף התשובות לשאלות עם המספרים, מצמידים לצד לוח המעלית בריסטול, שעליו ציר מספרים אנכי עם המספרים מ-3 עד 6.

2. גיבוי ידע קודם

מטרת הטרמה כזו היא גיבוי הידע הקודם הנדרש, לשם השתלבות במשימה ללמידה קבוצתית. תלמידים מתקשים מאופיינים פעמים רבות בפערים שצברו בידע הקודם שנלמד. הטרמה כזו חשובה לכן, כדי להקל את השתלבותם.

דוגמה להטרמה כזו היא ההטרמה להכנסת פעולת החילוק (על מספרים III, שיעור 27).

בשיעור 27, במהלך הלמידה הקבוצתית עוסקים בפעולת החילוק בעולם המספרים המורחב. במהלך הפעילות

מתייחסים לכלל: תוצאת המנה $a : b$ היא כמו תוצאת המכפלה $a \cdot \frac{1}{b}$, כדבר ידוע ומוכר.

האומנם כך הוא? האומנם כל תלמידי הכיתה זוכרים אותו? האם כל התלמידים מסוגלים לעשות העברה מלימודיהם הקודמים, בנוגע למספרים טבעיים, אל לימודיהם הנוכחיים, בנוגע למספרים אחרים? כמובן שזה מהווה קושי לחלק מהתלמידים. מאידך, אין טעם להזכיר כלל זה לכולם. זה מיותר, משעמם ומתסכל.

המשימה הקבוצתית מבוססת על ההנחה שכל התלמידים יוכלו להשלים את הכלל (ראו סעיף א' בעמוד 38, בספר "על מספרים III"). אך בשיעור הקודם (שיעור 26), מומלצת פעילות הטרמה שמטרתה "לפרק" את

הקושי הזה, להזכיר את הכלל, ולהביא את המתקשים מוכנים יותר לשיעור. ראו הטרמה במשימות 4-6 בעמוד 33 (שם). התבוננות במרכיבים של ההטרמה, תגלה כי היא מגוונת הן מבחינת סוג הפעילות של המורה ורמת מעורבותו והן מבחינת אופי התרגילים בהם עוסקים.

המשימות 4-6 שונות לחלוטין ממשימה 1 בשיעור 27 (עמודים 38-39) אך העיסוק בהם בקבוצה קטנה יכול להעניק לתלמידים בטחון ואפשרות להשתלבות במשימה הקבוצתית, לאחר מכן.

להלן מובאת ההצעה להטרמה למשימה הקבוצתית בשיעור 27 (כפי שהיא מופיעה בספר הלימוד).

4. השלימו, אם אפשר, כך שיתקבלו פסוקי אמת.

$$0 \cdot \square = 1 \quad (-7) \cdot \square = 1 \quad \left(-\frac{1}{10}\right) \cdot \square = 1 \quad 5 \cdot \square = 1$$

5. פתרו והשוו כל זוג תרגילים.

$$6 : 2 = \quad \quad \quad 6 \cdot \frac{1}{2} = \quad \quad \quad \text{א)}$$

$$16 : 4 = \quad \quad \quad 16 \cdot \frac{1}{4} = \quad \quad \quad \text{ב)}$$

$$10 : \frac{1}{2} = \quad \quad \quad 10 \cdot 2 = \quad \quad \quad \text{ג)}$$

6. ראינו כי במקום לחלק במספר, אפשר לכפול במספר ההופכי לו. היעזרו בחוק זה ופתרו.

$$6 : (-2) = 6 \cdot \square = \quad \quad \quad \text{א)}$$

$$18 : (-3) = 18 \cdot \square = \quad \quad \quad \text{ב)}$$

$$(-20) : (-4) = (-20) \cdot \square = \quad \quad \quad \text{ג)}$$

עוד על שיעורי בית

חומר הלימודים לכיתה הטרוגנית מובא במסגרת של שיעורים. בסוף כל שיעור ניתנות משימות כהצעה לשיעורי בית. כפי שהמשימות לביסוס ידע אישי מובאות ברמות קושי שונות, כך גם המשימות לשיעורי הבית. המשימות לשיעורי הבית מבוססות על מה שנלמד בכיתה ומובאות מן הקל אל הקשה. אם עסקו ביותר מרעיון מתמטי אחד בשיעור, מובאות המשימות בכמה "מעגלים", כאשר המשימות בכל "מעגל" מדורגות. כאשר התלמידים עובדים בקבוצות הטרוגניות קטנות, האחריות על הלמידה מועברת אל התלמידים כיחידים וכקבוצה. נורמות של אחריות ושיתוף פעולה מאפשרות לכל תלמיד לבחור את המשימות המתאימות ליכולתו. הציפייה היא שתלמידים לא יבחרו במשימות קלות מידי או קשות מידי, אלא יקחו על עצמם את האחריות לעמוד בציפיות של המורה. נתייחס להלן לשתי שאלות עיקריות, הנוגעות לשיעורי הבית בספרים מהסדרה "לומדים מתמטיקה".

איך נותנים שיעורי בית?

מקובל בבתי ספר לחייב הכנת שיעורי בית בכלל ובמתמטיקה בפרט. מקובל שתלמידים צריכים לתרגל את החומר הנלמד. בגלל שונות התלמידים, לא ייתכן שכולם יעסקו באותן משימות, ובפרט בזמן הכנת שיעורי הבית לבד בבית. לפיכך, המשימות לשיעורי הבית, כמו המשימות לביסוס ידע אישי, מובאות מן הקל אל הקשה. תפקיד המורה להבהיר לתלמידיו, מה דרגת הקושי של כל משימה ולהנחותם באילו משימות לבחור ובכמה.

מומלץ לא לתת הרבה שיעורי בית. לכל היותר, מומלץ לבקש הכנת שתיים, שלוש משימות, מכל תלמיד. לדוגמה: בסוף שיעור 6, בספר "על מספרים I", העוסק בחוק הקיבוץ ובהסכמי סדר הפעולות, מכריזים: כולם מבצעים את משימה 4 או את 4* (ראה במדריך, "לעל מספרים I"). ובחרים משימה אחת מתוך המשימות 1-3, שהן משימות קלות יותר, או משימה אחת מתוך המשימות 5-8, שהן משימות יותר קשות. משימה 9 היא אתגר - תלמידים שרוצים יכולים להגיש משימה זו לבדיקה. באופן כזה, כל התלמידים מבצעים את המשימות המבוססות על הידע שהם רכשו במהלך השיעור. כל תלמיד בוחר את המשימה שהוא מסוגל להתמודד איתה. אם הוא מתקשה, הוא יכול לבחור משימה אחרת מקבילה, קלה יותר.

התלמידים יודעים שעל פי מה שמצפים מהם, גם ייבחנו בהמשך. מצפים מתלמיד מצטיין לבחור במשימות קשות יותר ואפילו באתגר. אם הוא יבצע תמיד רק משימות ממקבץ המשימות הקלות, ייתכן שיקשה עליו להתמודד עם הדרישה ממנו (שהיא ברמה גבוהה יותר) במהלך הבחנים והמבחנים. גילויי אחריות עצמית יחייב אותו לבחור בהמשך, במשימות יותר מתאימות לו לתרגול בבית. המטרה היא לאפשר לתלמיד לבחור, אם ואיך הוא מתכוון לקחת אחריות על הלמידה שלו. בכל מקרה הוא עתיד לשאת בתוצאות. לעיתים יקרה שתלמידים מתקשים מאוד לא יוכלו להתמודד לבד בבית עם המשימות הקלות ביותר לשיעורי בית. במקרים אלה רצוי להכין עבורם משימות קלות יותר, שיוצגו לבחירה למי שמתקשה במקבץ המשימות שבספר.

איך בודקים שיעורי בית?

נתינת שיעורי בית מחייבת התייחסות לביצוע או אי-ביצוע שיעורי הבית, ויש המחייבים גם התייחסות לאופן הביצוע. מכיוון ששיעורי הבית ניתנים ברמות קושי שונות וכל תלמיד בוחר את המשימות המתאימות לו, הקושי של בדיקת שיעורי הבית הולך וגדל. בדיקה פרונטלית שגרתית של שיעורי הבית מעוררת קושי בהקשבה ובשילוב בשיעור, של התלמידים ששיעורי הבית הנדונים אינם שיעורי הבית "שלהם".

להלן יובאו מספר הצעות לאופן בדיקת שיעורי הבית בכיתה ההטרוגנית. מאחורי כל הצעה מסתתרים מסרים או נורמות חשובים.

א) אוספים מחברות לבדיקה בכל שבוע.

המסר הוא - שיעורי הבית חשובים. ההתייחסות מאפשרת למורה לדעת האם ואיך הבינו התלמידים את הנלמד. בדיקת המחברות היא חלק מההערכה המעצבת. אפשר לאסוף בכל שבוע מספר מחברות. אין צורך לקחת מכולם.

ב) מכריזים בכל שבוע על משימות מתוך שיעורי הבית שתימסרנה לבדיקה. (לפי דרגות קושי שונות). המסר המועבר הוא שימת דגש על שיעורי הבית כחלק מההערכה המעצבת.

ג) עורכים בוחן על שיעורי הבית אחת לשבוע או עשרה ימים. הבוחן מורכב ממשימות שניתנו לתלמידים, באופן מדורג. הציפייה היא שכל תלמיד יוכל לבצע בבוחן משימות שהוא ביצע בשיעורי הבית. בנוסף לדגש על שיעורי הבית, מועבר כאן מסר של אחריות כל תלמיד לבחירה מתאימה של המשימות לשיעורי הבית.

ד) תלמידים שמתקשים בשיעורי הבית מתבקשים לתאר בכתב למורה מהו הקושי שלהם. הכתיבה מחייבת ולכן פחות תלמידים ישתמשו בסיבה של "קושי" כאשר לא הכינו מסיבות אחרות. הכתיבה מרגילה ללקיחת אחריות, ומחייבת חשיבה נוספת על המשימות שלא הוכנו.

ה) אחת למספר שיעורים, פותחים את השיעור במשימת "פינג פונג" מהירה ומדורגת מהקל אל הקשה, העוסקת בשיעורי הבית. רצוי להבהיר לתלמידים את הקשר בין המשימה לבין שיעורי הבית. בדרך כזו כולם נוטלים חלק בפעילות, כל אחד לפי יכולתו. יש התייחסות לא ישירה לשיעורי הבית, אך המורה יוכל לדעת בעקבות זאת מה הבינו התלמידים בנושא הנלמד.

בכל אחת מההצעות (ויש כמובן דרכים נוספות) יש דגש על חשיבות שיעורי הבית לתלמיד כדרך לבדיקת ידע עצמי, ובידור מידת ההבנה שלו את החומר הנלמד. בנוסף, מהווה כאמור כל אחת מהדרכים הללו אמצעי להערכה מעצבת של ידע התלמידים, עבור המורה.