לומדים מתמטיקה

מתחילים גאומטריה

נעמי רובינזון
נעמי תעיזי



מטה מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי טכנולוגי
על-שם עמוס דה-שליט

משרד החינוך
האגף לתכנון ולפיתוח תוכניות לימודים

מכון ויצמן למדע
המחלקה להוראת המדעים

ראש הפרויקט:
פרופ' אברהם הרכבי

ייעוץ:
פרופ' אברהם הרכבי
נורית הדס

עריכה לשונית:
נדין קלברמן

הקלדה:
רותי נודלמן

סידור במחשב:
ציפי עובדיה
רותי נודלמן

עיצוב, שרטוטים וגרפיקה ממוחשבת:
ציפי עובדיה

הפקה:
טליה מלול

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם, לאחסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט בכל דרך או אמצעי אלקטרוני, אופטי, או מכני, או אחר, כל חלק שהוא מהחומר שבספר זה. שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בספר זה אסור בהחלט, אלא ברשות מפורשת בכתב מהמו"ל.

©
כל הזכויות שמורות
משרד החינוך, התרבות והספורט
רחובות, תשס"ו, 2005
דפוס מאירי בע"מ

אל התלמידים

בספר **מתחילים גאומטריה** פותחים בלימוד הגאומטריה האוקלידית. הספר מתאים להתחלת לימוד הגאומטריה בכיתה ז' או בכיתה ח'.

כדי להקל על הכניסה לעולם הפורמלי של הגאומטריה, הספר מתחיל במלבן, שהוא צורה מוכרת לתלמידים ושכיחה ביותר בחיי היום-יום. מהמלבן עוברים למשולש ישר הזווית וממנו למשולשים אחרים. מוכיחים את משפט פיתגורס, עוסקים בשטחים, בחפיפת משולשים ומכירים קווים במשולש.

הלימוד בספר מבוסס על גילוי והתנסות, על חקר ושימוש באביזרים מוחשיים.

בעקבות החקירה וההתנסות מובא מהלך דדוקטיבי, המותאם להתפתחות החשיבה של התלמידים.

בספר משובצים תרגילים לביסוס החומר וכמו כן משחקים, ויש בו הפניה לפעילויות מחשב.

הספר מחולק ל-18 יחידות, המיועדות לשלושים שיעורים. בסיום כל יחידה מופיע סיכום: **"מה למדנו"?** שבו מתועדים ההגדרות, המושגים והמשפטים שנלמדו ביחידה. כמו כן מופיע בכל יחידה **"תרשים"** המראה את התפתחות מבנה הגאומטריה במהלך המוצג בספר.

תודות

אנחנו מודים לצוות המתמטיקה מחטיבת ביניים "מעלות" בראשון לציון אשר לימד מגִרסת הניסוי של ספר זה, ולתלמידים אשר למדו ממנו. הערותיהם תרמו רבות לגִרסה זו.

תוכן העניינים

יחידה 1: מלבנים 7

יחידה 2: שטח מלבן 18

יחידה 3: שטחים והיקפים 24

יחידה 4: כל מיני מצולעים 31

יחידה 5: ממלבן למשולש ישר זווית 37

יחידה 6: על מלבנים ומשולשים 48

יחידה 7: זוויות במשולש 59

יחידה 8: סכום הזוויות במשולש ובמרובע 65

יחידה 9: כל מיני משולשים 73

יחידה 10: חופפים מצולעים 81

יחידה 11: חופפים כאן 88

יחידה 12: חופפים בהתאמה 95

יחידה 13: לקראת משפט פיתגורס 108

יחידה 14: משפט פיתגורס 116

יחידה 15: גבהים במשולש 130

יחידה 16: עוד על זוויות 137

יחידה 17: כל מיני קטעים במשולש 148

יחידה 18: משולש שווה שוקיים ומשולש שווה צלעות 157

פעילויות מחשב 175

יחידה 1 – מלבנים

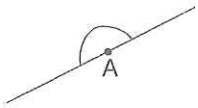
ניזכר במלבן, נגדיר מושגים הקשורים בו ונבדוק תנאים מספיקים ליצירתו;
נכיר מונחים כלליים הקשורים בלימוד גאומטריה.

לקראת מלבנים...

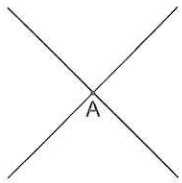


נזכרים ומושגים

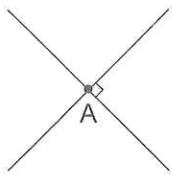
1. מסמנים נקודה A על דף.



א. מקפלים את הדף כך שהנקודה A תהיה על קו הקיפול.
פותחים את הדף ומסמנים את הישר שהתקבל בקו הקיפול.
הזווית המסומנת שנוצרה בנקודה A נקראת **זווית שטוחה**.
סמנו זווית שטוחה נוספת בנקודה A.



ב. מקפלים קיפול נוסף בנקודה A כך ששוקי הזווית A יהיו זו על זו.
פותחים את הדף ומוסיפים את קו הקיפול החדש.
כמה זוויות נוצרו? האם כולן באותו גודל?
הזוויות שנוצרו בנקודה A נקראות זוויות **ישרות**.
מסמנים זווית ישרה כך:



הישרים שיוצרים את הזווית הישרה נקראים **ישרים מאונכים**.
מצאו זוויות ישרות סביבכם.



מגדירים מלבן

2. מרובע הוא צורה סגורה בעלת ארבע צלעות.

א. חפשו סביבכם (בחדר, בתיק, על הבגדים...) מרובעים. אילו מרובעים מצאתם?

ב. לכל זוג דף "מלבני" בגודל אחיד (כגון דף מחברת שלם).
מה מראים בעזרת הנחת צלע על צלע? הדגימו בעזרת הדף.
מה מראים בעזרת הנחת זווית על זווית? הדגימו בעזרת הדף.
מה עוד תוכלו לומר על הזוויות של הדף המלבני?

הגדרה: מלבן הוא מרובע שצלעותיו הנגדיות שוות וכל זוויותיו ישרות.

צלעות סמוכות במרובע הן צלעות שיש להן קדקוד משותף. צלעות נגדיות במרובע הן צלעות שאין להן קדקוד משותף.

זוויות סמוכות במרובע הן זוויות הנמצאות על צלע אחת. זוויות נגדיות במרובע הן זוויות שאינן על צלע אחת.



עבודה עם הגדרת המלבן בעזרת קיפולים

3. לכל קבוצה דפים מלבניים בגודל אחיד.

א. קפלו דף נייר כך שייווצרו שני מלבנים המכסים זה את זה. הראו שהם מקיימים את ההגדרה.
כמה אפשרויות שונות יש?

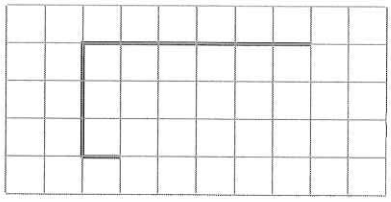
ב. קפלו דף נייר כך שייווצרו ארבעה מלבנים המכסים זה את זה. כמה אפשרויות שונות יש?

ג. קפלו דף נייר כך שיתקבלו שני מלבנים שבאחד מהם כל הצלעות שוות.
איך קוראים למלבן שווה הצלעות שקיבלתם?

הגדרה: ריבוע הוא מלבן שכל הצלעות שלו שוות.



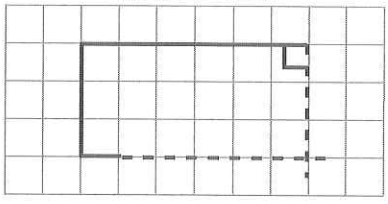
עבודה עם הגדרת המלבן בעזרת שרטוט



4. א. השלימו למלבן את הצורה שבשרטוט (ציירו על הקווים). חזרו על הפעולה כך שיתקבלו שלושה מלבנים שונים.

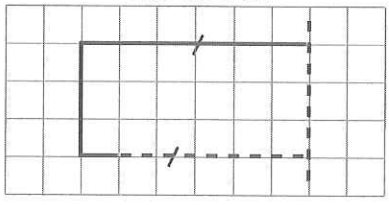
ב. האם אפשר להשלים לריבוע את הצורה שבשרטוט? מדוע?

הציור של כרמל



ג. כרמל אמרה: כדי לקבל מלבן, יצרתי זווית ישרה בקצה הצלע העליונה. המשכתי את הצלעות עד שנפגשו. האם קיבלה כרמל מלבן?

הציור של תמר



ד. תמר אמרה: כדי לקבל מלבן המשכתי את הצלע התחתונה כך שתהיה שווה לעליונה וחיברתי את הקצוות.
האם קיבלה תמר מלבן?

מהם התנאים המספיקים לקבלת מלבן?



מוצאים תנאים מספיקים למלבן

5. לכל קבוצה ארבעה קטעים של קשיות, (שני זוגות בעלי אורך שווה) וכן מנקי מקטרות לחיבור הקטעים.

חברו את הקטעים בעזרת מנקי המקטרות כך שיתקבל מרובע שצלעותיו הנגדיות שוות (שטחו את הצורה על השולחן).

האם קיבלתם מלבן? איזו תכונה צריך להוסיף כדי לקבל מלבן?

צרו במרובע זווית ישרה. איך השתנו הזוויות האחרות במרובע?

נסו לשנות כך שיתקבל מרובע שיש לו רק זווית ישרה אחת. האם הצלחתם?

האם די במידע שלפיו במרובע יש שני זוגות של צלעות נגדיות שוות וזווית ישרה אחת, כדי לדעת שהוא מלבן?

מלבן הוא מרובע שצלעותיו הנגדיות שוות ויש לו זווית ישרה.

אין צורך לבדוק אם **כל** הזוויות של המרובע ישרות כדי לקבוע שהוא מלבן. מספיק לבדוק:

- אם הצלעות הנגדיות שוות
- אם יש בו זווית ישרה אחת.



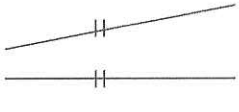
בודקים...

6. לכל קבוצה שני זוגות של קטעים שווים על נייר שקוף וזווית ישרה אחת.

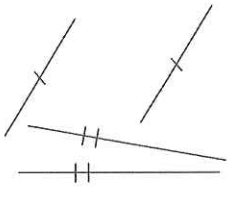
שערו ובדקו בכל סעיף אם המרובע הוא מלבן.

אם כן, הסבירו. אם לא, השלימו למרובע שאיננו מלבן.

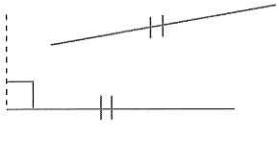
א. האם מספיק שבמרובע יש זוג אחד של צלעות נגדיות שוות, כדי שנדע שהוא מלבן?



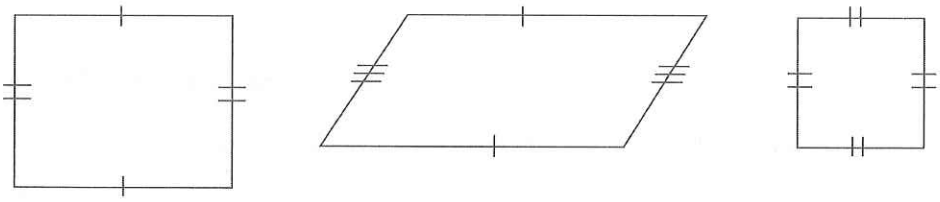
ב. האם מספיק שבמרובע יש שני זוגות של צלעות נגדיות שוות, כדי שנדע שהוא מלבן?



ג. האם מספיק שבמרובע יש זוג אחד של צלעות נגדיות שוות וזווית ישרה אחת, כדי שנדע שהוא מלבן?



ד. באילו מהשרטוטים הבאים רואים שמרובע שצלעותיו הנגדיות שוות, אינו בהכרח מלבן?



ה. האם מספיק שבמרובע כל הצלעות שוות, כדי שנדע שהוא ריבוע?



ממשיכים לחפש...

7. לכל קבוצה יש ישר ושלוש זוויות ישרות (יש לגזור אותן מנייר שקוף).

כדי להראות שלא תמיד מתקבל מלבן, מספיק להראות דוגמה אחת. לדוגמה כזו קוראים דוגמה נגדית.

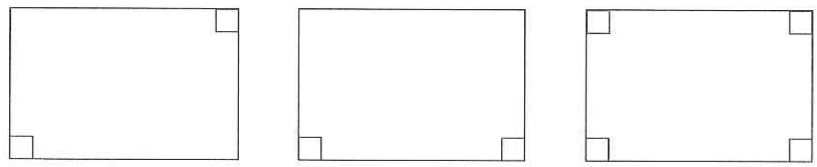
א. הניחו שתי זוויות ישרות שקופות כך שתהיינה זוויות סמוכות במרובע, והשלימו למלבן (בעזרת הישר השקוף).

ב. צרו באותו אופן מרובע שאיננו מלבן (בעל שתי זוויות סמוכות ישרות).

ג. הניחו שתי זוויות ישרות שקופות, כך שתהיינה זוויות נגדיות במרובע, והמרובע יהיה מלבן.

ד. צרו באותו אופן מרובע שאיננו מלבן (בעל שתי זוויות נגדיות ישרות).

ה. קבעו לכל שרטוט אם הנתונים **המסומנים** בו **מספיקים** כדי לקבוע שהוא מלבן. הסבירו.



מסקנה: מרובע בעל שתי זוויות ישרות הוא לפעמים מלבן ולפעמים אינו מלבן.

בעזרת דוגמאות (אפילו אחת) אפשר להסיק שתנאי אינו מספיק.

הראנו את נכונות תכונה זו באמצעות דוגמאות נגדיות.

לא מספיק שבמרובע תהיינה שתי זוויות ישרות כדי להסיק שהוא מלבן.



ומוד צודקים...

8. מה יקרה אם נבנה מרובע משלוש זוויות ישרות?

בתרגיל קודם ראינו כי אין הכרח שמרובע שיש בו **שתי זוויות ישרות**, יהיה מלבן.

נבדוק כעת מרובע שיש בו **שלוש זוויות ישרות**.

בידי כל קבוצה שלוש זוויות ישרות (שקופות).

צרו מרובע בעזרת שלוש זוויות ישרות. איזה מרובע קיבלתם?

צרו מרובעים נוספים. האם הצלחתם לבנות מרובע שאינו מלבן? מה מסקנתכם?

מרובע בעל שלוש זוויות ישרות הוא מלבן.

אם ידוע כי במרובע יש שלוש זוויות ישרות, **אין צורך** לבדוק את הזווית הרביעית ואין צורך לבדוק שוויון צלעות כדי להראות שהמרובע הוא מלבן. מספיק לוודא שיש שלוש זוויות ישרות.

תנאים מספיקים



מלבן או ריבוע

9. א. אילו מההיגדים הבאים מתארים מלבן?

- מרובע שכל זוויותיו ישרות.
- מרובע שיש לו 3 זוויות ישרות.
- מרובע שיש לו 2 זוויות ישרות.
- מרובע שצלעותיו הנגדיות שוות.
- מרובע שצלעותיו הנגדיות שוות ויש לו זווית ישרה.

ב. מצאו דוגמה נגדית לכל היגד מסעיף א, שאינו מתאר מלבן.

ג. אילו מההיגדים הבאים מתארים ריבוע?

- מרובע שכל צלעותיו שוות.
- מרובע שכל זוויותיו שוות.
- מרובע שכל צלעותיו שוות ויש לו זווית ישרה.
- מלבן שכל צלעותיו שוות.
- מלבן שיש לו זוג צלעות סמוכות שוות.
- מלבן שיש לו 3 צלעות שוות.

ד. מצאו דוגמה נגדית לכל היגד מסעיף ג, שאינו מתאר ריבוע.

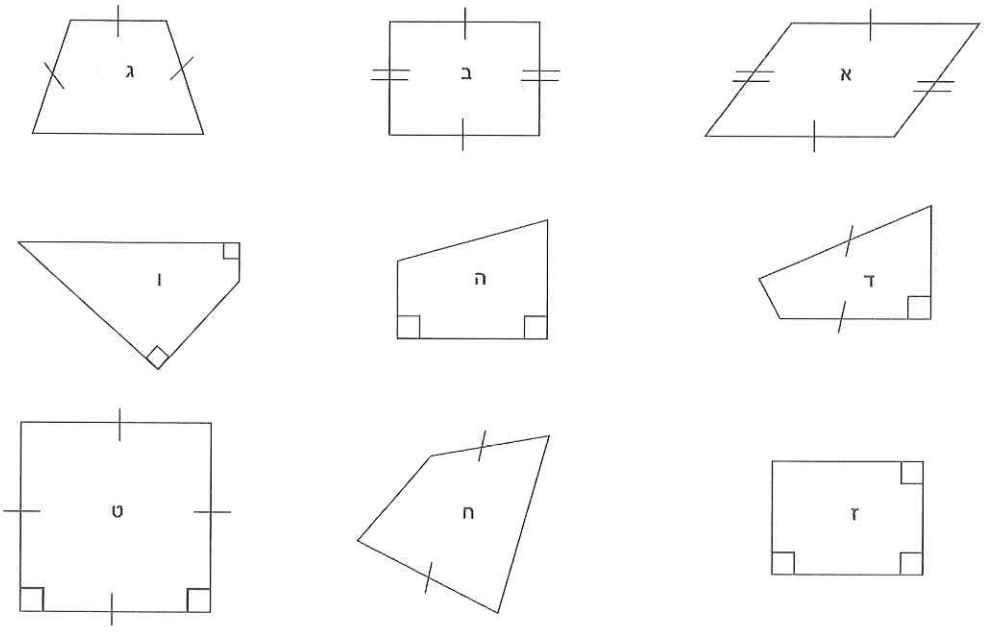
10. הכינו טבלה, כמודגם כאן, ושבצו תנאים ושרטוטים מתאימים מתוך המאגרים שבהמשך (הצמידו שרטוט רק לתנאי שאינו מספיק).

תנאים מספיקים	היגדים:	
תנאים לא מספיקים	היגדים:	**שרטוטים** של דוגמה נגדית

מאגר היגדים

- מרובע שיש לו 3 צלעות שוות.
- מרובע שיש לו 2 זוגות של צלעות נגדיות שוות.
- מרובע שיש לו 2 זוגות של צלעות נגדיות שוות וזווית ישרה.
- מרובע שיש לו זוג אחד של צלעות נגדיות שוות וזווית ישרה.
- מרובע שיש לו 2 זוויות סמוכות ישרות.
- מרובע שיש לו 2 זוויות נגדיות ישרות.
- מרובע שיש לו 3 זוויות ישרות.

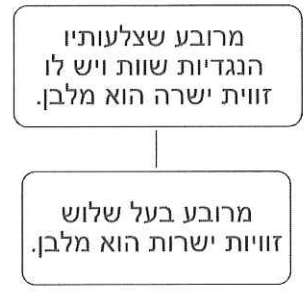
מאגר שרטוטים:



מה למדנו?

- נזכרנו במושגים: זווית שטוחה, זווית ישרה וישרים מאונכים.
- הגדרנו:
  - מלבן הוא מרובע שצלעותיו הנגדיות שוות וכל זוויותיו ישרות.
  - ריבוע הוא מלבן שכל צלעותיו שוות.
- בדקנו תנאים מספיקים לכך שמרובע יהיה מלבן.
- הוכחנו כי:
  - כדי שהמרובע יהיה מלבן, לא מספיק שהצלעות הנגדיות במרובע שוות.
  - כדי שהמרובע יהיה מלבן, לא מספיק שיש זווית ישרה אחת או שתי זוויות ישרות.
- ראינו באמצעות התנסויות, וקיבלנו בלי להוכיח, כי:
  - מרובע שצלעותיו הנגדיות שוות ויש לו זווית ישרה, הוא מלבן.
  - מרובע שיש לו שלוש זוויות ישרות, הוא מלבן.
- הכרנו מונחים שישמשו אותנו בכל הנושאים בגאומטריה: הגדרה,דוגמה נגדית, תנאי מספיק.

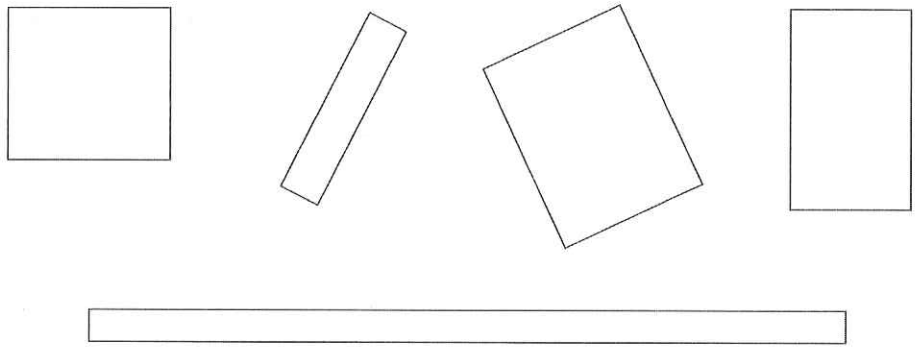
ביחידה ראשונה זו קיבלנו על סמך התנסויות את המסקנות האלה:



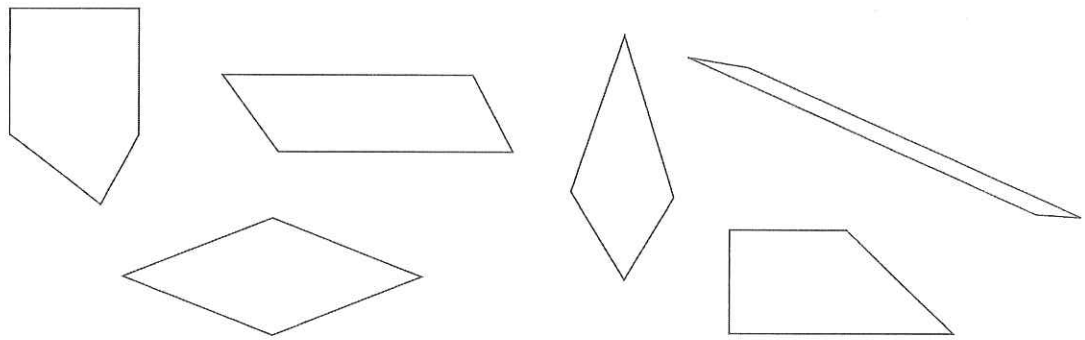
מסקנות אלו ישמשו אבני בסיס להמשך הכרת מבנה הגאומטריה.

בכל יחידה נציג תרשים ובו נתאר מה היה ומה נוסף.

1 א. הצורות הבאות הן מלבנים.

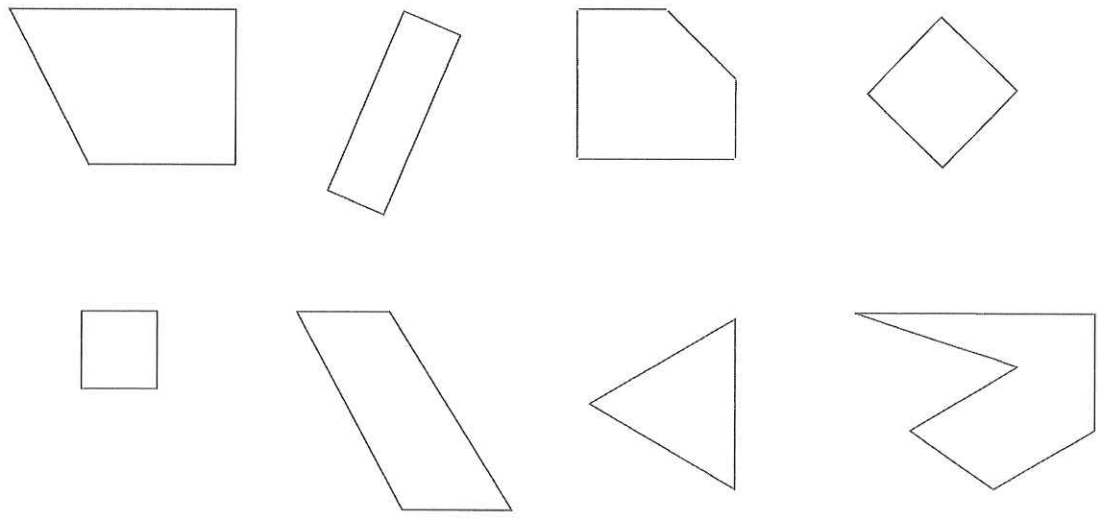


הצורות הבאות הן לא מלבנים.

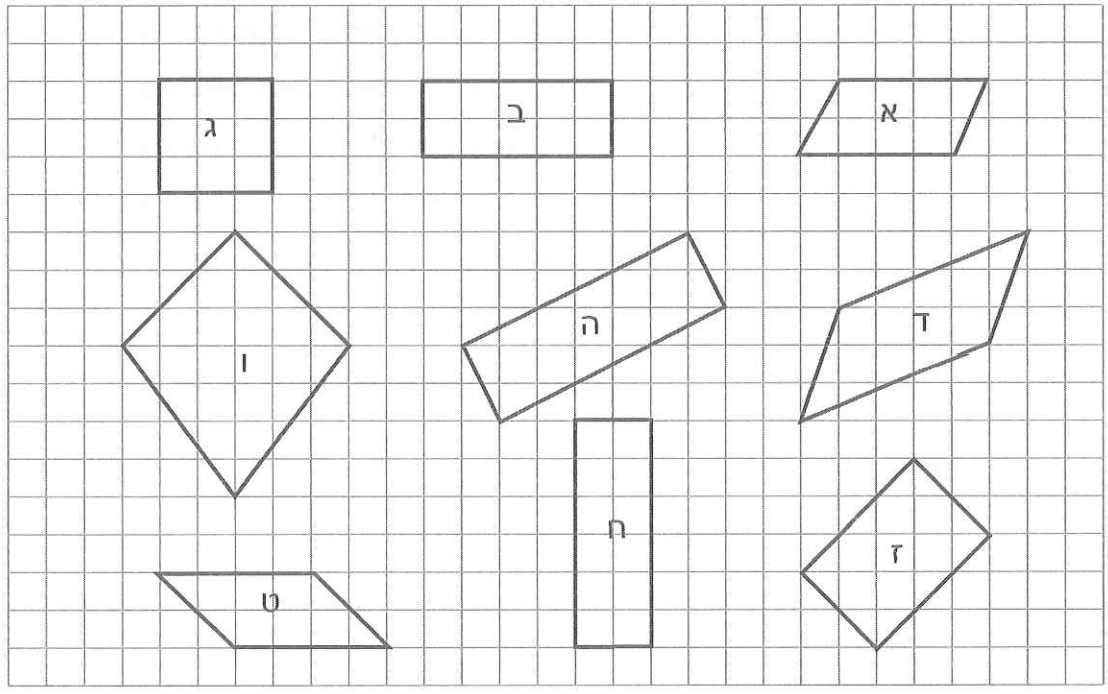


שרטטו צורה נוספת שאינה מלבן.

ב. רק שלוש מהצורות הבאות הן מלבנים. סמנו אותן.



2. קבעו אילו מהצורות הבאות הן מלבנים ואילו אינן מלבנים. הסבירו איך קבעתם זאת.



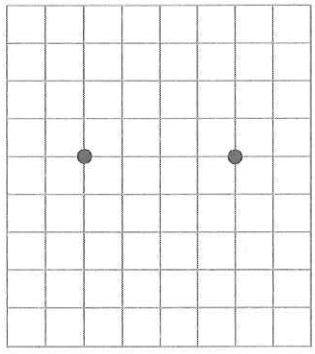
3. שתי הנקודות שבשרטוט הן קדקודים סמוכים של מלבן.

שרטטו מלבן כזה.

כמה מלבנים כאלה תוכלו לשרטט? הסבירו.

האם אחד המלבנים ששרטטתם הוא ריבוע?

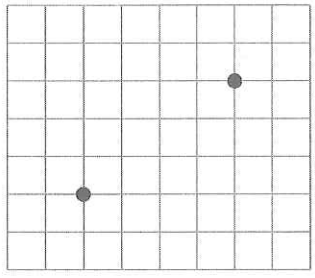
אם כן, מהו? אם לא, הוסיפו ריבוע.



4. שתי הנקודות הבאות הן קדקודים נגדיים של מלבן.

שרטטו מלבן כזה.

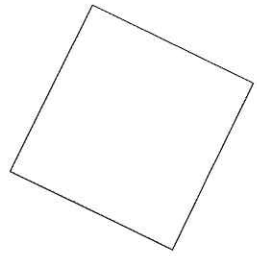
שרטטו עוד מלבן כזה.



5. א. שרטטו מלבן שאינו ריבוע. סמנו √ ליד תכונה המתאימה למלבן.

- כל הצלעות במלבן שוות זו לזו.
- כל הזוויות במלבן ישרות.
- הצלעות הנגדיות במלבן שוות זו לזו.
- כל הזוויות במלבן שוות זו לזו.

ב. בשרטוט ריבוע. סמנו √ ליד תכונה המתאימה לריבוע.



- כל הצלעות בריבוע שוות זו לזו.
- כל הזוויות בריבוע ישרות.
- הצלעות הנגדיות בריבוע שוות זו לזו.
- כל הזוויות בריבוע שוות זו לזו.

6. סיירו בסביבת מגוריכם והתבוננו בריצופי המדרכות.

א. האם מצאתם ריצופים ממלבנים?

אם כן, ציירו על דף את הריצוף.

ב. האם המלבנים בריצוף זהים? האם המלבנים בריצוף הם בגדלים שונים?

ג. האם בריצוף שלכם יש קשר בין אורכי הצלעות של המלבנים? הדגימו.

7. סמנו היגדים המתארים מלבן:

א. מרובע שצלעותיו הנגדיות שוות.

ב. מרובע שכל זוויותיו ישרות.

ג. מרובע שיש לו 3 זוויות ישרות.

ד. מרובע שצלעותיו הנגדיות שוות ויש לו זווית ישרה.

8. מחקו את ההיגדים שאינם מספיקים להגדרת מלבן.

חברו כל היגד המתאר מלבן אל התנאי המספיק שבעזרתו קובעים שזהו מלבן.



9. לכל אחד מההיגדים הבאים שרטטו מרובע שמקיים את התנאי ואינו מלבן.

א. מרובע שיש בו 2 זוויות ישרות.

ב. מרובע שיש בו 2 זוגות של צלעות נגדיות שוות.

ג. מרובע שיש בו זווית ישרה ו-3 צלעות שוות.

10. לכל אחד מההיגדים הבאים שרטטו מרובע שמקיים את התנאי ואינו ריבוע.

א. מרובע שיש בו 4 צלעות שוות.

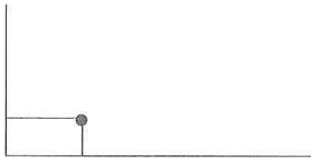
ב. מרובע שיש בו 3 צלעות שוות וזווית ישרה.

יחידה 2 – שטח מלבן

נבנה רשת של מלבנים חופפים ונלמד על שטח מלבן



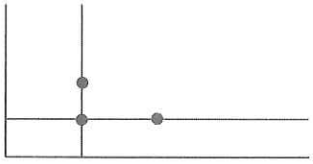
בונים רשת של מלבנים



1. בדף זווית ישרה ונקודה.

א. נשרטט אנכים מהנקודה לשוקי הזווית הישרה.

מדוע המרובע שנוצר הוא מלבן?

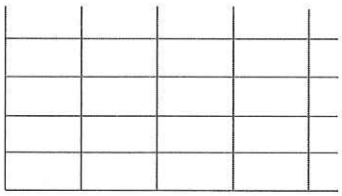


ב. נמשיך את צלעות המלבן כמו בשרטוט.

נסמן נקודות במרחקים שווים לאורך הצלעות ונשרטט אנכים מהנקודות המסומנות.

אם נמשיך בתהליך זה, נקבל רשת של מלבנים.

הסבירו מדוע התקבלו מלבנים.



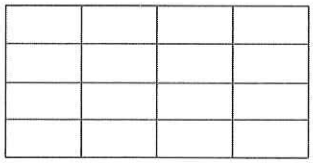


יוצרים רשת מלבנים בעזרת קיפולים

2. לכל אחד דף מלבני בגודל אחיד.

א. קפלו דף נייר כך שייווצרו שני מלבנים המכסים זה את זה.

הגדרה: מלבנים המכסים זה את זה נקראים מלבנים חופפים.



קפלו את הדף קיפול נוסף, במאונך לקיפול הקודם.

המשיכו בתהליך זה פעמיים נוספות, בכל פעם בכיוון מאונך לקיפול הקודם. פתחו את הדף המקופל.

הראו צלעות שוות וזוויות ישרות בדף שקיפלתם.

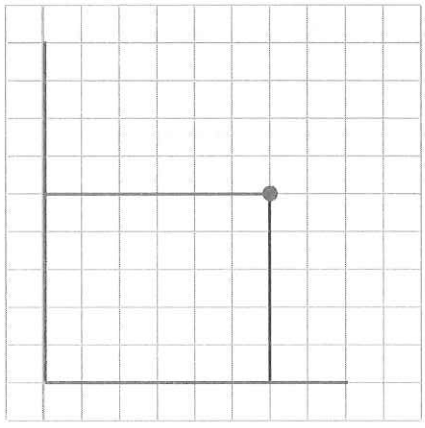
ב. כמה מלבנים קטנים קיבלתם?

למספר המלבנים החופפים המכסים מלבן גדול קוראים שטח המלבן הגדול ביחידות של מלבנים קטנים.

ג. מהו שטח הדף כולו ביחידות של מלבנים קטנים?



בונים רשת של ריבועים



3. א. בדף המשובץ משורטט מרובע.
מהו המרובע שבשרטוט? נמקו.
מה שטחו ביחידות של משבצת? כיצד מצאתם?
מה היקפו? כיצד מצאתם?

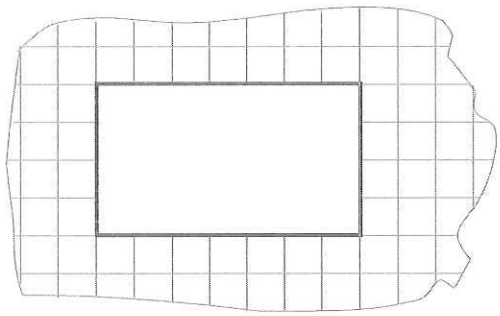
ב. שרטטו על דף משובץ מלבנים ששטחם 18 משבצות.
מצאו מהו ההיקף של כל מלבן.
האם אחד המלבנים שקיבלתם הוא ריבוע?

ג. שרטטו מלבנים ששטחם 16 משבצות. האם אחד המלבנים שקיבלתם הוא ריבוע? הסבירו.
תנו דוגמה נוספת למספר המתאר שטח של ריבוע. הסבירו.

הגדרה: למספר הריבועים החופפים המכסים מלבן קוראים שטח המלבן (ביחידות ריבועיות).



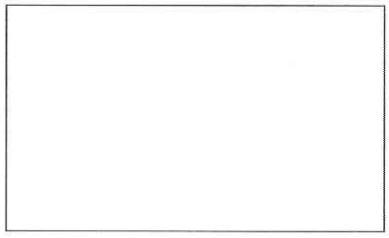
מחשבים היקף ושטח מלבן

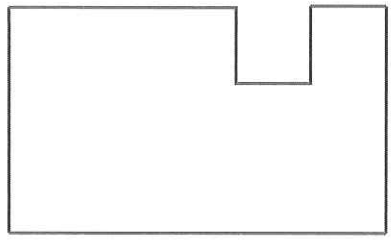


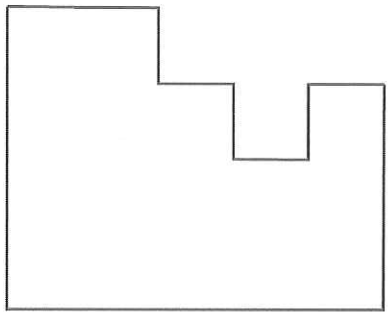
4. א. בשרטוט מופיע מלבן.
מהו היקף המלבן ביחידות של ⊢ (צלע משבצת)?
מהו שטח המלבן ביחידות של ☐ (משבצת)?
איך אפשר לחשב שטח מלבן, בלי לספור את מספר המשבצות בתוכו? הסבירו.

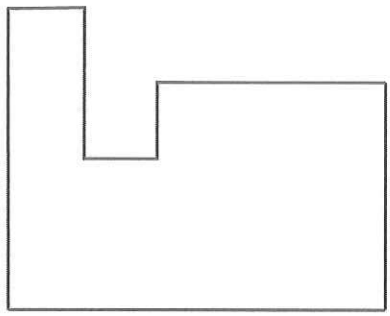
היקף מלבן הוא סכום אורכי הצלעות שלו. מודדים היקף ביחידות אורך, כמו ס"מ, מ'.
שטח מודדים ביחידות שטח, כמו משבצת, סמ"ר, מ"ר.
שטח מלבן מתקבל ממכפלת אורכי שתי צלעות סמוכות.

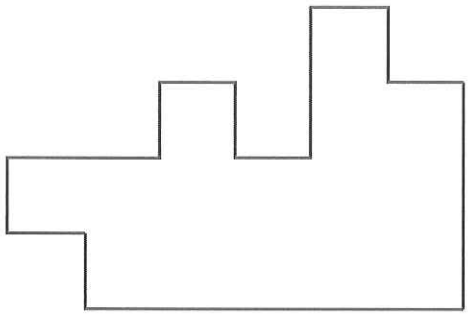
5. העתיקו את המלבן על נייר שקוף.
בדקו ומצאו, לאילו צורות יש שטח ששווה למלבן, אילו לאילו צורות יש שטח גדול מהמלבן ולאילו שטח קטן יותר.
הסבירו כיצד בדקתם זאת.

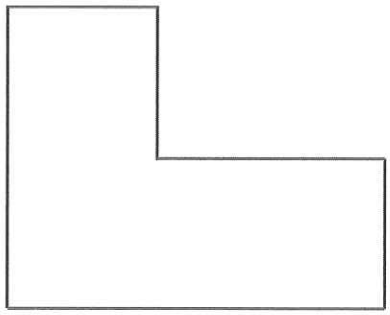


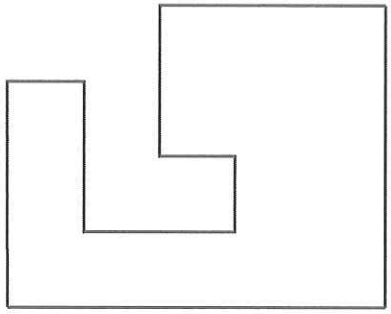


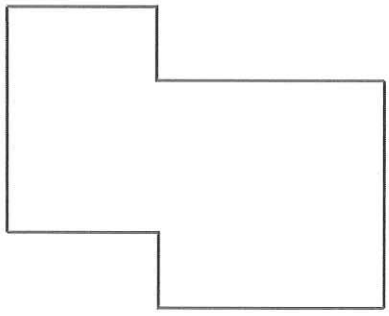


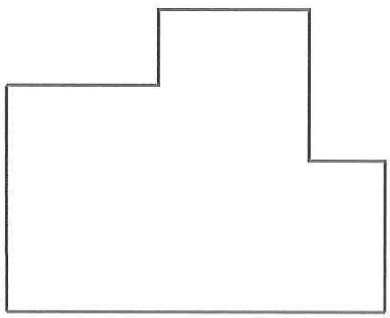






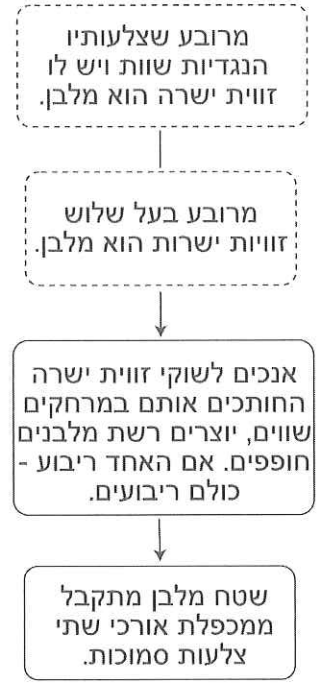






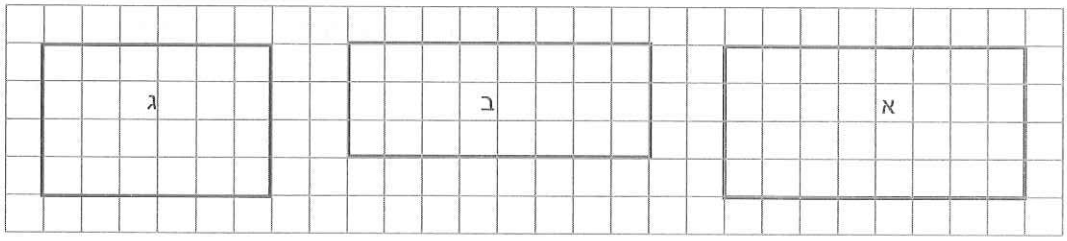
מה למדנו?

- בנינו רשת של מלבנים חופפים.
- בנינו רשת של ריבועים חופפים.
- נעזרנו ברשת הריבועים כדי להגדיר שטח של מלבן: שטח המלבן התקבל על-ידי מספר הריבועים הקטנים המכסים אותו.
- מצאנו כי אפשר לחשב שטח של מלבן על-ידי מכפלת אורכיהן של שתי צלעות סמוכות.
- היקף של מלבן הוא סכום אורכי הצלעות.



1. א. מצאו בין המלבנים הבאים שני מלבנים שווי שטח. נמקו.

האם היקפם שווה?

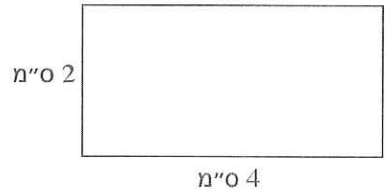


מהו היקפו של כל אחד מהמלבנים האלו?

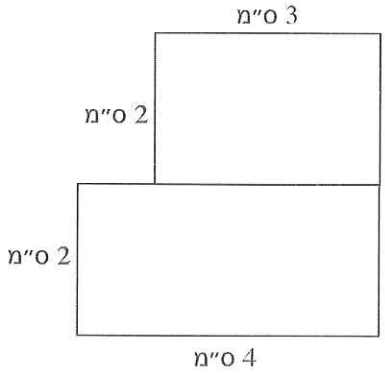
ב. ציירו על דף משובץ שני מלבנים שונים ששטחם 20 משבצות.

2. חשבו את שטחי הצורות הבאות:

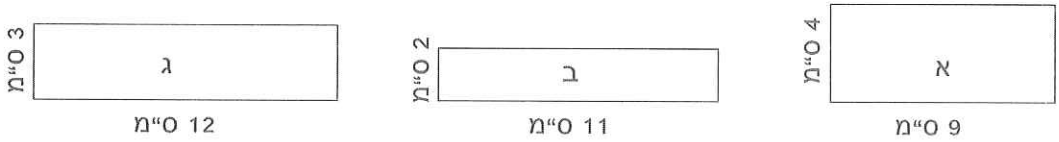
א. מלבן



ב. צורה המורכבת משני מלבנים



3. נתונים המלבנים הבאים:



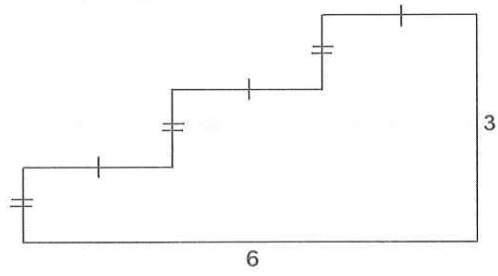
א. מצאו בין המלבנים שני מלבנים שווי שטח. נמקו. האם גם היקפם שווה?

שרטטו ריבוע ששטחו 36 סמ"ר. מה היקפו?

ב. מצאו שני מלבנים שווי היקף. הסבירו. האם גם השטחים שלהם שווים?

שרטטו ריבוע שהיקפו 26 ס"מ. מה שטחו?

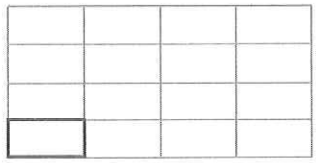
4. חשבו את שטח הצורה הבאה. הסבירו כיצד חישבתם.



5. א. שרטטו בדף משובץ שלושה מלבנים שונים ששטחם 16 משבצות.

ב. שרטטו בדף משובץ שני מלבנים שהיקפם 12 יחידות (באורך צלע של משבצת).

6. קפלו דף מלבני כמו בשרטוט.



א. בחרו מלבן קטן אחד כיחידת שטח.

צבעו מלבן שהיקפו גדול פי 2 מהיקף המלבן הקטן.

מה שטח מלבן זה ביחידות של מלבנים קטנים?

ב. צבעו מלבן נוסף בתוך הדף, ששטחו ארבעה מלבנים קטנים.

כמה מלבנים שונים כאלה תוכלו לצבוע? הדגימו.

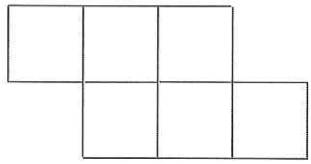
יחידה 3 – שטחים והיקפים

נמצא שטחים והיקפים של צורות.

מוצאים היקפים של צורות שוות שטח



סופרים ומוצאים שטחים והיקפים

1. נמצא על-ידי ספירה את שטח הצורה  ביחידות של 

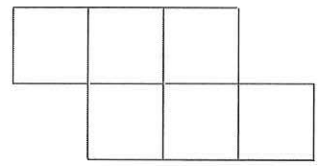
נמדוד את היקף הצורה ביחידות השוות לאורך צלע של הריבוע ———.

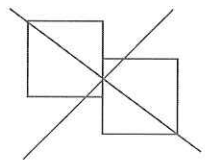
א. מהו שטח הצורה? הסבירו כיצד מצאתם.

ב. מהו היקף הצורה? הסבירו כיצד מצאתם.



בונים צורות שוות שטח ובודקים היקפים

2. נתונה הצורה 

במהלך הפעילות ניצור צורות נוספות משישה ריבועים, נקפיד שלכל ריבוע תהיה צלע משותפת אחת לפחות עם ריבוע אחר. אסור לצרף כך: 

א. בנו צורות נוספות משישה ריבועים ושרטטו אותן.

האם קיבלתם צורה ששטחה שונה משטח הצורה הנתונה? הסבירו.

האם קיבלתם צורה שונה בהיקפה מהצורה המקורית? אם כן, מהם ההיקפים השונים של הצורות שהתקבלו?

ב. שנו מקום אחד הריבועים בצורה הנתונה, כך שהיקף הצורה יקטן.

שנו מקום אחד הריבועים בצורה הנתונה, כך שהיקף הצורה לא ישתנה.

שנו מקום אחד הריבועים בצורה הנתונה, כך שהיקף הצורה יגדל.

ג. האם אפשר ליצור משישה ריבועים צורה שהיקפה 11 יחידות אורך? 13 יחידות אורך?

אם כן, הדגימו. אם לא, נמקו.

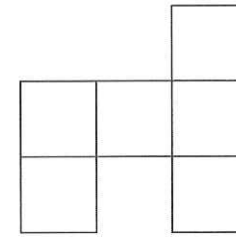
האם אפשר ליצור צורה שהיקפה קטן מ- 10 יחידות אורך? הסבירו.

משנים שטחים ובודקים היקפים...



חוקרים שינויים בשטח ובהיקף

3. א. נתונה הצורה:



הוסיפו ריבוע אחד לצורה כך שההיקף יגדל.

הוסיפו ריבוע אחד לצורה כך שההיקף לא ישתנה.

הוסיפו ריבוע אחד לצורה כך שההיקף יקטן.

ב. בנו מריבועים צורות שונות שהיקפן 18 יחידות אורך.

ציירו את הצורות השונות שבניתם. מהם השטחים השונים שהתקבלו?



חוקרים צורות שוות היקף

4. א. מהו המספר הקטן ביותר של ריבועים הדרוש כדי לקבל צורה שהיקפה 18 יחידות אורך?

ב. מהו המספר הגדול ביותר של ריבועים שניתן ליצור מהם צורה שהיקפה 18 יחידות אורך?

שטחים והיקפים של מלבנים



מוצאים שטחים והיקפים של מלבנים

5. ללוח מוצמד מלבן. בטאו



בכל סעיף את שטח המלבן ואת היקף המלבן בעזרת הצלעות.

א. מסמנים צלעות סמוכות ב: a ו-b.

ב. מסמנים את הצלעות הסמוכות ב: a ו-3.

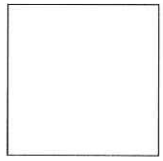
ג. מסמנים צלעות סמוכות ב: a, a + 5.

ד. מסמנים צלעות סמוכות ב: 5·a, 2·a.



מוצאים שטחים והיקפים של ריבועים

6. ללוח מוצמד ריבוע.



בטאו בכל סעיף את שטחו ואת היקפו בעזרת הצלע.

א. צלע הריבוע a

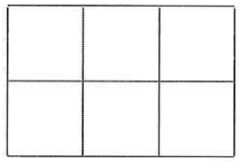
ב. צלע הריבוע a + 3

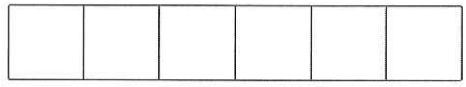
ג. צלע הריבוע 3·a.



חוקרים מלבנים

7. א. נבנה מלבנים מריבועים שאורך הצלע שלהם 1 ס"מ בשורה אחת ובשתי שורות.
לפניכם שני מלבנים ששטח כל אחד מהם 6 סמ"ר.





האם גם ההיקף שווה? לאיזה מלבן היקף גדול יותר?

האם אפשר לבנות שני מלבנים כאלה משבעה ריבועים? הסבירו.

מה אפשר לומר על מספר הריבועים, אם אפשר לבנות מהם מלבנים בשתי שורות?

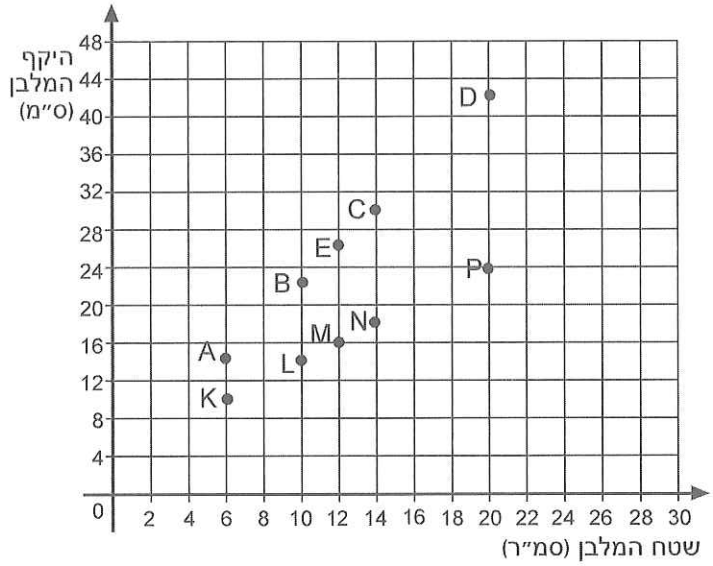
ב. השלימו את הטבלה.

שטח המלבן	היקף המלבן בשורה אחת	היקף המלבן בשתי שורות
6		
10		
14		
	42	
		16

האם מלבנים ששווים בשטחם, שווים גם בהיקפם?

מה מאפיין את המלבן שהיקפו גדול יותר?

ג. במערכת הצירים שלהלן הנקודות מייצגות את שטחם ואת היקפם של המלבנים המופיעים בטבלה.



איזה מלבן מסמנת הנקודה E? מה שטחו? מה היקפו? כמה שורות במלבן?

כמה שורות במלבן המסומן ב- M? מה שטחו? מה היקפו? כמה שורות במלבן?

ד. התבוננו במערכת הצירים ומצאו שתי נקודות נוספות המייצגות מלבנים שווי שטח, האחד בשורה אחת והשני בשתי שורות. למי מהמלבנים היקף גדול יותר ובכמה? נמקו.



ממשיכים לחקור...

8. א. חברו בקו את כל הנקודות המייצגות את המלבנים המסודרים בשורה אחת.
חברו בקו נוסף את כל הנקודות המייצגות את המלבנים המסודרים בשתי שורות.
המשיכו את הישרים. לשני הישרים נקודה משותפת. מהי? מה היא מייצגת?

ב. מה היקפו של המלבן הקטן ביותר בשורה אחת? בשתי שורות?

ג. מה היקפו של המלבן ששטחו 12 משבצות בשורה אחת? בשתי שורות?

ד. האם אפשר לבנות מ-12 משבצות מלבן בשלוש שורות?

ה. מצאו מספר נוסף של ריבועים שאפשר לבנות מהם מלבנים בשורה אחת, בשתי שורות ובשלוש שורות.

ו. האם מ-33 ריבועים אפשר לבנות מלבן בשורה אחת? בשתי שורות? בשלוש שורות? במספר אחר של שורות? הסבירו.
באיזה מקרה יתקבל ההיקף הגדול ביותר של מלבן? הסבירו.



אפשר לשלב כאן פעילות מחשב: היקף קבוע שטח משתנה.

מה למדנו?

- נזכרנו בשטחים ובהיקפים של צורות.
- ראינו כי לצורות בעלות היקף שווה יכולים להיות שטחים שונים.
- ראינו כי לצורות בעלות שטח שווה יכולים להיות היקפים שונים.

ביחידה זו לא המשכנו לפתח את מבנה הגאומטריה.

1. א. שרטטו בדף משובץ שלוש צורות שונות שהשטח שלהן 12 משבצות.

ב. שרטטו בדף משובץ שתי צורות שונות שההיקף שלהן 10 יחידות (באורך צלע של משבצת).

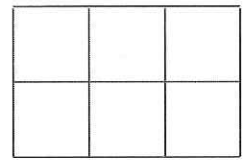
2. א. שרטטו על דף משובץ שש צורות שונות שההיקף שלהן 12 יחידות והשטח שלהן 5 משבצות.

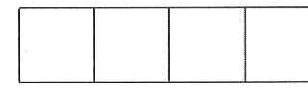
ב. שרטטו בדף משובץ חמש צורות שונות בשטחן, כך שההיקף שלהן יהיה 12 יחידות והשטח שלהן - 5, 6, 7, 8, 9 משבצות.

3. א. שרטטו בדף משובץ שלושה מלבנים שונים ששטחם 12 משבצות.

ב. שרטטו בדף משובץ שני מלבנים שהיקפם 10 יחידות (באורך צלע של משבצת).

4. נבנה זוגות של מלבנים שווים בהיקפם בשורה אחת ובשתי שורות.





א. מה ההיקף ומה השטח של כל אחד מהמלבנים המשורטטים?

ב. השלימו את הטבלה הבאה:

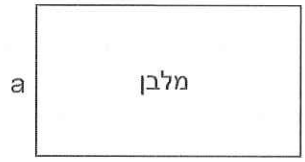
היקף המלבן	שטח המלבן בשורה אחת	שטח המלבן בשתי שורות
10		
14		
	16	
		20

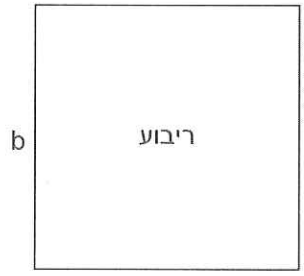
האם מלבנים ששווים בהיקפם, שווים גם בשטחם?

למי מהמלבנים שטח גדול יותר? בכמה?

5. חברו כל שרטוט אל היקפו ואל שטחו.

ציינו על הקו היקף או שטח.

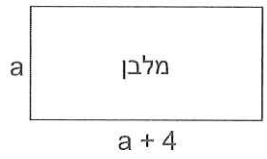


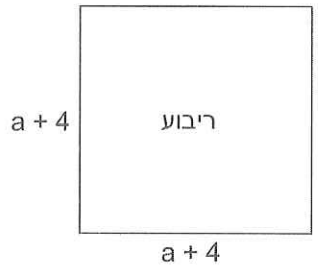


- $2 \cdot b + a$
- $b \cdot b$
- $4 \cdot b$
- $a \cdot b$
- $2 \cdot a + 2 \cdot b$

6. חברו כל שרטוט אל היקפו ואל שטחו.

ציינו על הקו היקף או שטח.





- $4 \cdot (a + 4)$
- $4 \cdot a$
- $2 \cdot (a + 4) + 2 \cdot a$
- $8 \cdot a^2$
- $a \cdot (a + 4)$
- $(a + 4) \cdot (a + 4)$

ב. קבעו לאיזו צורה ההיקף הגדול ביותר? הקטן ביותר? הצדיקו.

יחידה 4 – כל מיני מצולעים

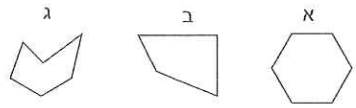
ניזכר במצולעים מסוגים שונים.



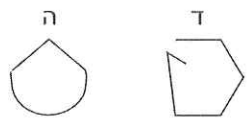
מצהים מצולעים

1. מצולע הוא – קו שבור וסגור.

הצורות הבאות הן מצולעים:



הצורות הבאות אינן מצולעים:





לפניכם תמונה אווירית של משרד ההגנה האמריקני.

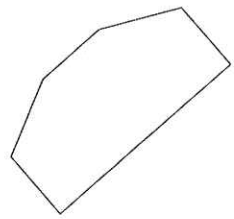
א. אילו **מצולעים** אתם רואים בתמונה?

מצאו משושה, מחומש, מרובע ומשולש.

ב. הניחו שקף או נייר שקוף על התמונה והעתיקו שלושה מחומשים שונים.

ג. תהל אמרה: "מצאתי **רק** שני מחומשים – אחד מקיף את הבניין, והשני במרכזו".
רחל אמרה: "מצאתי מחומשים נוספים". אילו הם המחומשים הנוספים שמצאה רחל?

ד. יואל אמר: "מצאתי משושה כזה."



היכן נמצא המשושה של יואל? מאילו צורות הוא מורכב?

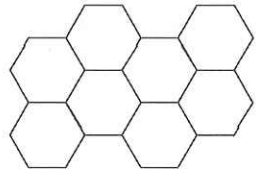
ה. מצולע קמור – מצולע שכל אחת מזוויותיו קטנה מזווית שטוחה.
מצולע קעור – מצולע שיש לו זווית אחת לפחות הגדולה מזווית שטוחה.
האם המשושה שמצא יואל קמור? קעור? הסבירו.



קטן או קמור?

2. מצולע משוכלל הוא מצולע שכל צלעותיו שוות זו לזו וכל זוויותיו שוות זו לזו.

יאיר אמר: "בציור משושים **משוכללים**".



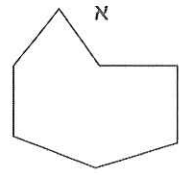
א. ציירו משושה שאינו משוכלל ושמקיים את אחד מהתנאים הדרושים לקבלת משושה משוכלל.

ב. סמנו בציור מצולע עם 12 צלעות. האם הוא משוכלל? מדוע?

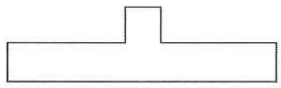
ג. סמנו בציור מצולע עם 20 צלעות. האם הוא קמור או קעור? הסבירו.

ד. המצולעים הבאים קעורים:

א



ב



כמה זוויות גדולות מזווית שטוחה יש במצולע א? במצולע ב?



מציירים מצולעים

3. שרטטו בדף הנקודות מצולעים שקדקודיהם על הנקודות.

א. ציירו שני מצולעים משוכללים, שלכל אחד מהם מספר צלעות שונה.

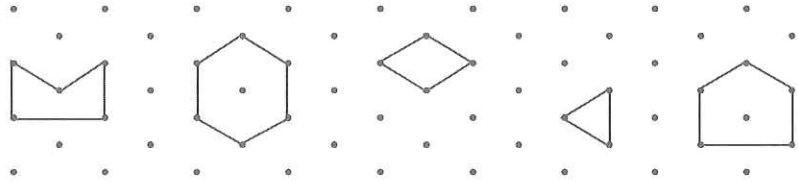
ב. ציירו שני מצולעים קמורים נוספים, שלכל אחד מהם מספר צלעות שונה.

ג. ציירו שלושה מצולעים קעורים, שלכל אחד מהם מספר צלעות שונה



מי מהם משוכלל?

4. לפניכם חמישה מצולעים.



אורן אמר: "כל המצולעים משוכללים".

עומר אמר: "רק המחומש אינו משוכלל, כי לא כל צלעותיו שוות".

א. האם צדק אורן? האם צדק עומר? נמקו.

ב. האם כל המצולעים קמורים?

האם ייתכן מצולע משוכלל שהוא קעור?

ג. האם ייתכן שמצולע שצלעותיו שוות, אינו משוכלל?

האם המרובע שבשרטוט הוא מצולע משוכלל? מדוע?

ד. במשושה המשוכלל שבשרטוט כל הצלעות שוות וכל הזוויות שוות.

האם ייתכן שמצולע שזוויותיו שוות, אינו משוכלל? אם כן, ציירו. אם לא, הסבירו.

ה. כמה צורות משוכללות בשרטוט? אילו הן?



מדברים מהטלח

5. חפשו אום של בורג.

מהי צורתו החיצונית? מהי צורתו הפנימית? מדוע?

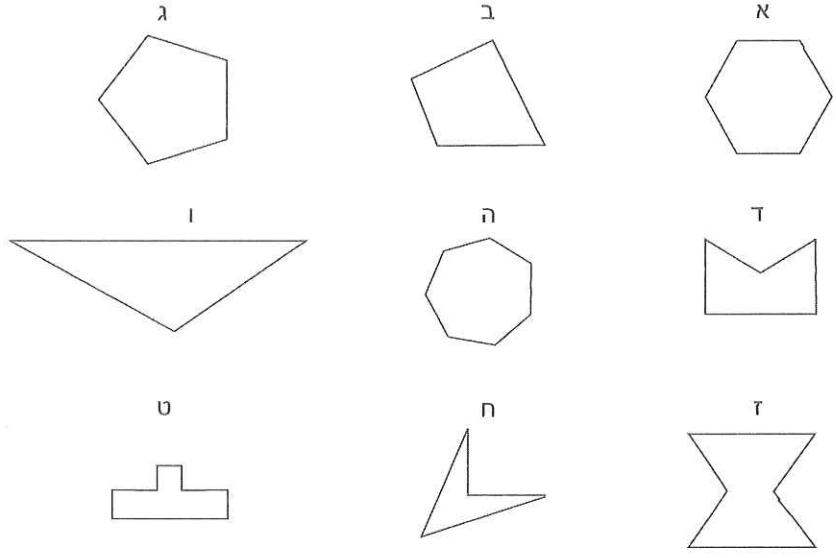
התבוננו במכסים של בורות ביוב. מה צורתם?

מדוע אין משתמשים במכסה בצורת ריבוע?

מה למדנו?

- נזכרנו במושגים: מצולע, מצולע קמור, מצולע קעור, מצולע משוכלל.

1. רשמו לכל מצולע את השם המתאים לו: מעושר, מתומן, משושה, משולש, מרובע, משובע, מתושע, מחומש. ציינו אם המצולע קעור או קמור.



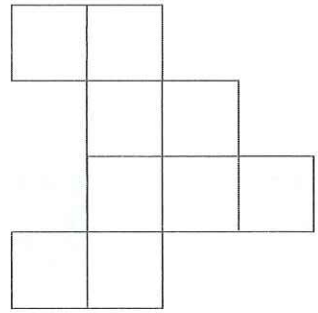
2. ציירו מצולעים שונים לפי ההנחיות האלה:

א. שלושה מצולעים משוכללים;

ב. שני מצולעים קמורים שאינם משוכללים;

ג. שני מצולעים קעורים.

3. בשרטוט נתון מצולע.



א. תנו שם למצולע.

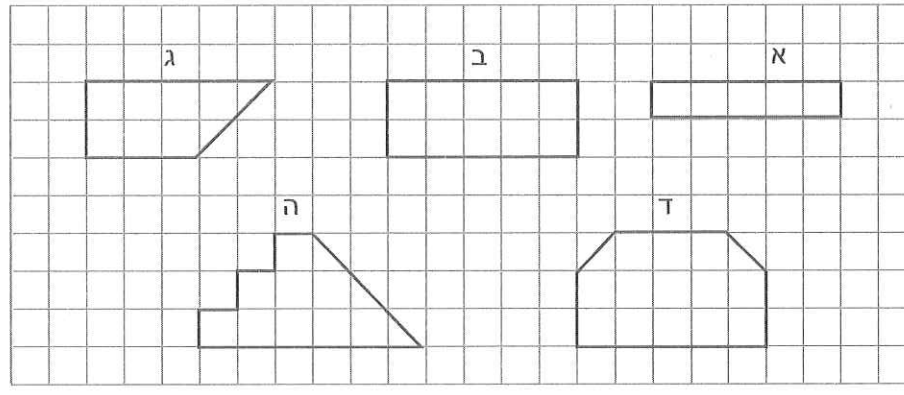
ב. האם המצולע קמור או קעור? הסבירו.

ג. כל משבצת בשרטוט היא יחידת שטח אחת.
מהו שטח המצולע?

ד. כל צלע של משבצת היא יחידת אורך אחת. מהו היקף המצולע?

ה. ציירו מצולע קמור ששטחו זהה לשטח המצולע שבשרטוט.
מהו המצולע ששרטטתם?
מה היקפו?

4. נתונים המצולעים האלה:

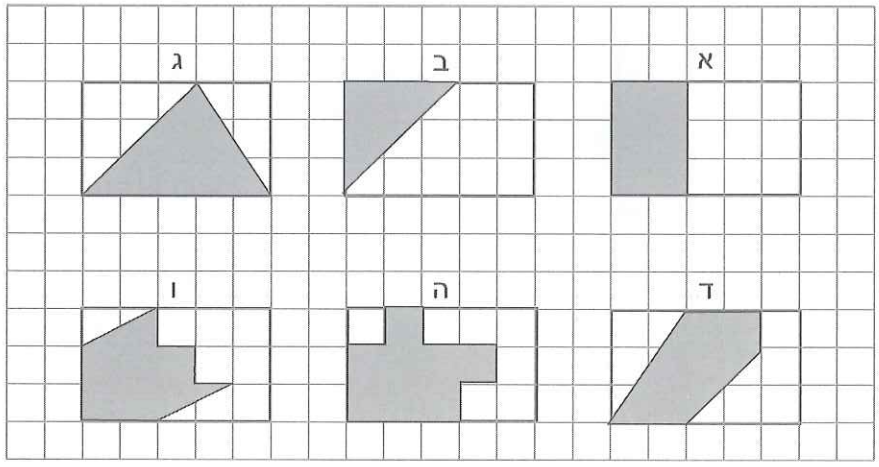


א. שערו לאיזה מצולע השטח הגדול ביותר, לאיזה מצולע השטח הקטן ביותר.

ב. מצאו מהו השטח של כל אחד מהמצולעים.

ג. אפשר למצוא בקלות את היקפם של חלק מהמצולעים. של אילו מהם? מהו ההיקף?

5. נתונים שישה מלבנים זהים. בתוך כל מלבן צבוע מצולע.



א. מהו שטח המלבן המקיף את כל אחד מהמצולעים? מהו היקף המלבן?

ב. אילו מהמצולעים הצבועים קמורים? אילו מהם קעורים?

ג. לאיזה מהמצולעים השטח הקטן ביותר?

ד. מצאו מהו השטח של כל אחד מהמצולעים.

ה. מצאו שני מצולעים שווים בשטחם. מהו השטח?

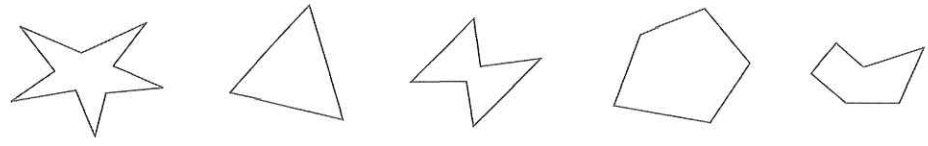
ו. איזה מהמצולעים שווה בשטחו למחצית שטח המלבן המקיף?
מהו שטח המצולע הזה?

ז. את היקפם של אילו מצולעים אפשר למצוא בקלות? מהו היקפם?

ח. סדרו לפי ההיקף את המצולעים א, ד, ה.

היקף מצולע _____ > היקף מצולע _____ > היקף מצולע _____.

6. הגדרנו מצולעים קמורים וקעורים לפי קיומה של זווית הגדולה מזווית שטוחה.
אפשר לזהות מצולע קעור ומצולע קמור באמצעות העברת כל האלכסונים.
שרטטו את כל האלכסונים (אלכסון הוא קו המחבר קדקודים שאינם סמוכים)
במצולעים הבאים ונסו למצוא הגדרות מתאימות.



יחידה 5 – ממלבן למשולש ישר זווית

נלמד על שטח משולש ישר זווית ונכיר את מבנה הגאומטריה.

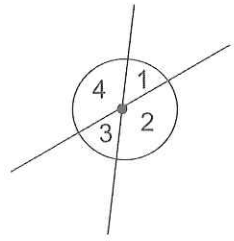
לקראת משולש ישר זווית...



סוגים של זוויות

1. ביחידה 1 נזכרנו בזווית ישרה ובזווית שטוחה. ניזכר עכשיו בזווית קהה ובזווית חדה.

א. מסמנים זווית בעזרת הסימן ∢.



מיינו את ∢1 ; ∢2 ; ∢3 ; ∢4 שבשרטוט לזוויות קטנות מזווית ישרה ולזוויות גדולות מזווית ישרה.

∢1 היא **זווית חדה**. מצאו בשרטוט זווית חדה נוספת.

∢2 היא **זווית קהה**. מצאו בשרטוט זווית קהה נוספת.

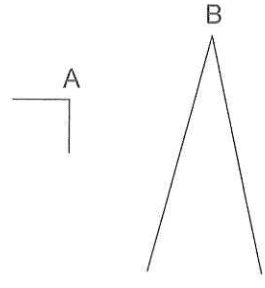
זווית חדה היא זווית קטנה מזווית ישרה.

זווית קהה היא זווית גדולה מזווית ישרה וקטנה מזווית שטוחה.

ב. השלימו: זווית שטוחה/זווית ישרה.

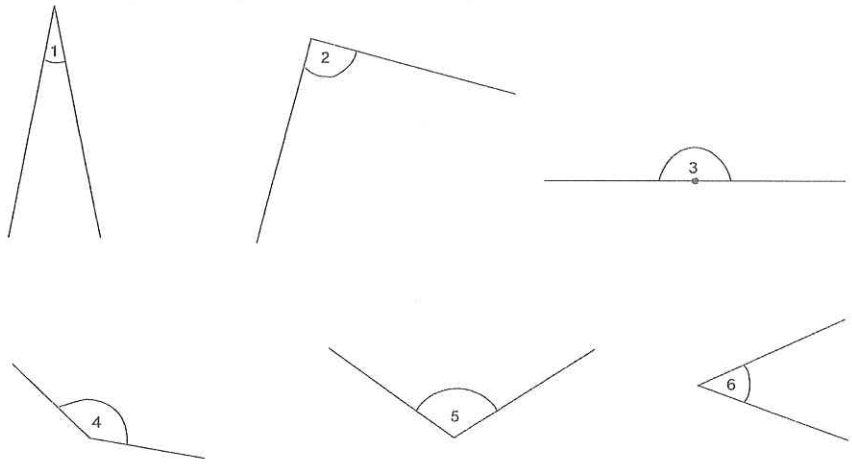
_____ > זווית קהה > _____ > זווית חדה

ג. מסמנים זוויות גם בעזרת האות שבקדקוד. הוסיפו סימן סדר בין הזוויות ∢A ◯ ∢B



ד. סדרו את הזוויות שבשרטוטים למטה לפי גודלן.

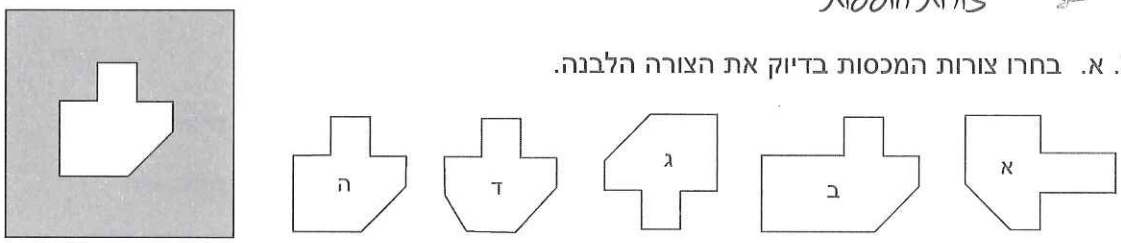
___ ☆ > ___ ☆ > ___ ☆ > ___ ☆ > ___ ☆ > ___ ☆



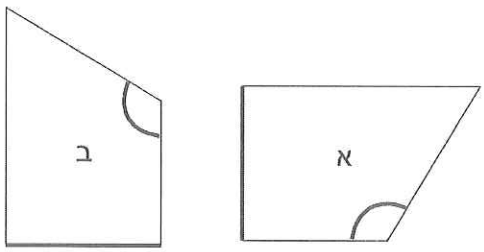


צורות חופפות

2. א. בחרו צורות המכסות בדיוק את הצורה הלבנה.



ב. בשרטוט שני מרובעים. הצלע הצבועה במרובע **א** שווה לצלע הצבועה במרובע **ב**.
הזווית הצבועה במרובע **א** שווה לזווית הצבועה במרובע **ב**.
צבעו צלעות שוות וזוויות שוות באותו צבע.

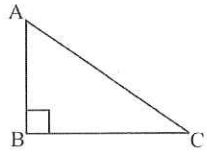


צורות המכסות זו את זו הן צורות חופפות. לצורות חופפות יש אותו שטח. מצולעים חופפים הם מצולעים שבהם הצלעות והזוויות במצולע אחד שוות לפי הסדר לצלעות ולזוויות במצולע השני.



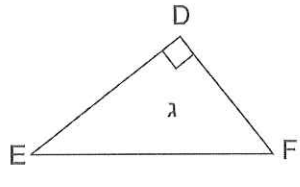
נלכרים במשולש ישר זווית

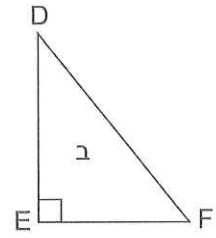
3. במשולש ABC שבשרטוט: B∢ היא ישרה.

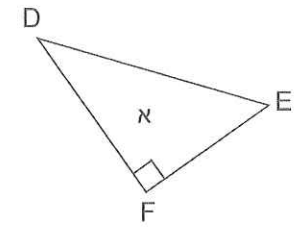


הצלעות AB ו- BC שנמצאות על שוקי הזווית הישרה נקראות **ניצבים**.

הצלע AC שמול הזווית הישרה נקראת **יתר**. המשולשים שבשרטוט הם ישרי זווית.







השלימו: במשולש _____ ; DE הוא יתר.

במשולשים _____ ; _____ ; DE הוא ניצב.

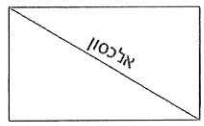
משולש שיש לו זווית ישרה אחת - הוא משולש ישר זווית.

שטח משולש ישר זווית



שטח של משולש ישר זווית

4. א. מצמידים ללוח מלבן ובו אלכסון.

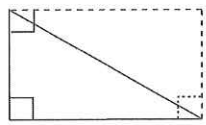


קפלו דף מלבני לאורך האלכסון וגזרו לשני חלקים.

נוצרו שני משולשים ישרי זווית.

האם הם חופפים?

ב. נראֶה שכל משולש ישר זווית אפשר להשלים למלבן.

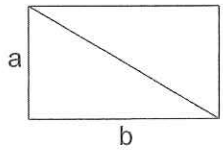


משרטטים אנכים לניצבי המשולש בקדקודים שבהם הזוויות חדות (ראו שרטוט).

האם התקבל מלבן? על מה הסתמכתם?

מה אפשר ללמוד מכך על שטח משולש ישר זווית?

ג. בטאו את שטח המלבן בעזרת a ו-b.



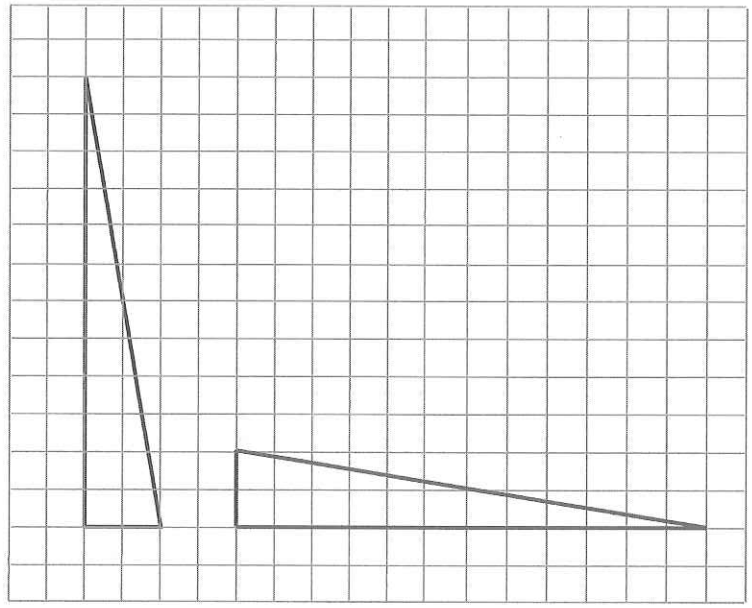
בטאו בעזרת a ו-b את השטח של כל אחד מהמשולשים ישרי הזווית שהתקבלו על-ידי האלכסון.

5. א. שרטטו על דף משובץ משולש ישר זווית ששטחו $\frac{1}{2}$ משבצת.

ב. שרטטו על דף משובץ שני משולשים ישרי זווית שונים ששטחם 3 משבצות.

ג. שרטטו על דף משובץ שלושה משולשים ישרי זווית שונים ששטחם 6 משבצות.

ד. רחל שרטטה שני משולשים ישרי זווית, ששטח כל אחד מהם 12 משבצות.



האם המשולשים של רחל חופפים זה לזה? הסבירו.

שרטטו משולש ישר זווית ששטחו 12 משבצות והוא אינו חופף למשולשים של רחל.

למשולשים חופפים יש שטח זהה, אבל משולשים ששטחם שווה לא תמיד חופפים.



מאמינים בחישובים

6. א. תנו הצעות למידות של אורכי הניצבים של משולש ישר זווית ששטחו 15 משבצות.

הסבירו איך מצאתם זאת.

ב. יואל אמר: אורכי הניצבים הם 6, 5.

יגאל אמר: אורכי הניצבים הם 3, 5.

יואב אמר: אורכי הניצבים הם 3, 10.

מי צודק? הסבירו.

מבנה הגאומטריה



לומדים על המבנה

7. התבוננו בתרשים בסוף יחידה זו.

א. מה רשום בתוך המסגרות השונות?

ב. מצאו את המסגרת שבה כתובה הטענה: שטח משולש ישר זווית שווה...

לטענה כזו קוראים בגאומטריה – משפט.

אל המסגרת הזו מגיעים שני חצים. מהן הטענות שמהן יוצאים החצים?

מה מבטאים החצים?

ג. מדוע לדעתכם לחלק מהמסגרות קו רצוף ולחלק קו מקווקו?

השוו לתרשים בסוף יחידה 2, עמוד 21.



מאמינים עם מבנה הגאומטריה

8. התבוננו בתרשים בסוף יחידה 8, עמוד 69.

א. מהם המשפטים שנלמדו ביחידה זו? הסבירו כיצד קבעתם זאת.

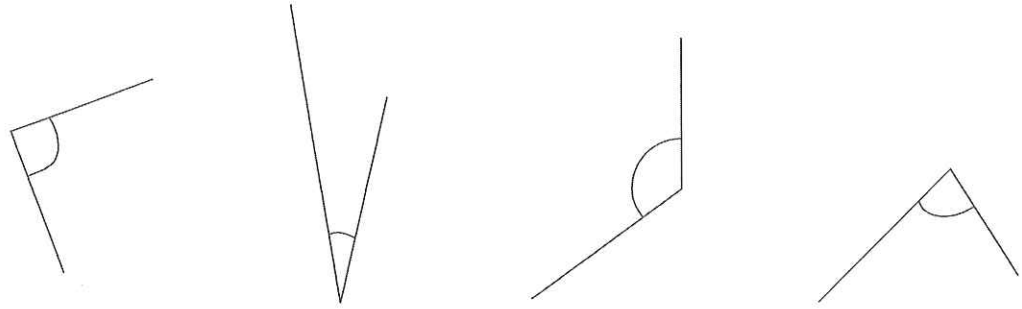
ב. אחד המשפטים הוא מסקנה של שני משפטים. מהו המשפט? מאילו משפטים הוא נובע?

מה למדנו?

- נזכרנו בזוויות חדות וקהות.
- צורות חופפות הן צורות המכסות זו את זו. לצורות חופפות אותו שטח.
- משולש ישר זווית הוא משולש שיש לו זווית ישרה.
- חילקנו מלבן בעזרת אלכסון לשני משולשים ישרי זווית חופפים.
- ראינו שאפשר להשלים למלבן כל משולש ישר זווית.
- למדנו כי שטח משולש ישר זווית הוא מחצית ממכפלת אורכי הניצבים שלו.



1. א. לפניכם כמה זוויות. סמנו את הזוויות הגדולות מזווית ישרה.

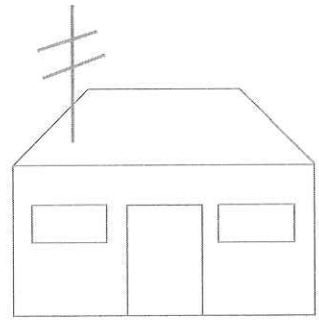


ב. מִצאו בציור שלפניכם זוויות ישרות, חדות וקהות.

בזוויות הישרות רשמו י

בזוויות החדות רשמו ח

בזוויות הקהות רשמו ק

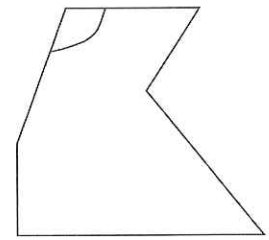


ג. שרטטו מצולע שכל הזוויות שלו ישרות.

ד. שרטטו מצולע שכל הזוויות שלו חדות.

ה. שרטטו מצולע שכל הזוויות שלו קהות.

2. א. במצולע שבשרטוט סומנה זווית. שערו מהו גודל הזווית:



- יותר מזווית ישרה.
- פחות מזווית ישרה.
- שווה לזווית ישרה.
- אי-אפשר לדעת.

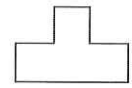
ב. מצאו במצולע זווית גדולה מזווית שטוחה.

ג. כמה זוויות חדות יש במצולע?

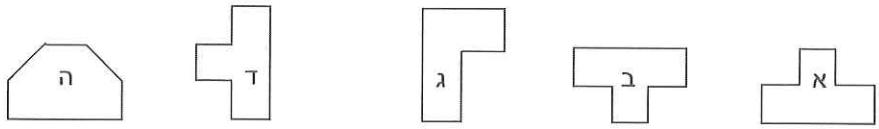
ד. האם יש זווית ישרה במצולע?

ה. כמה זוויות קהות יש במצולע?

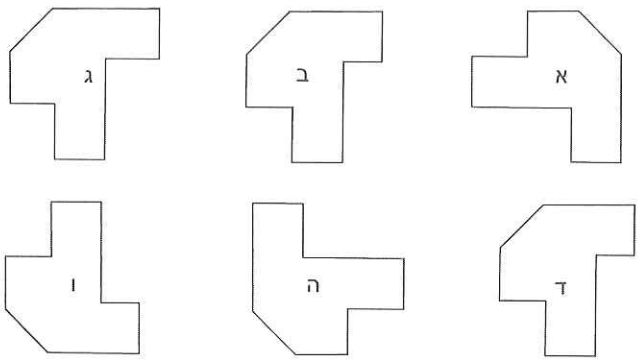
3. נתונה הצורה:



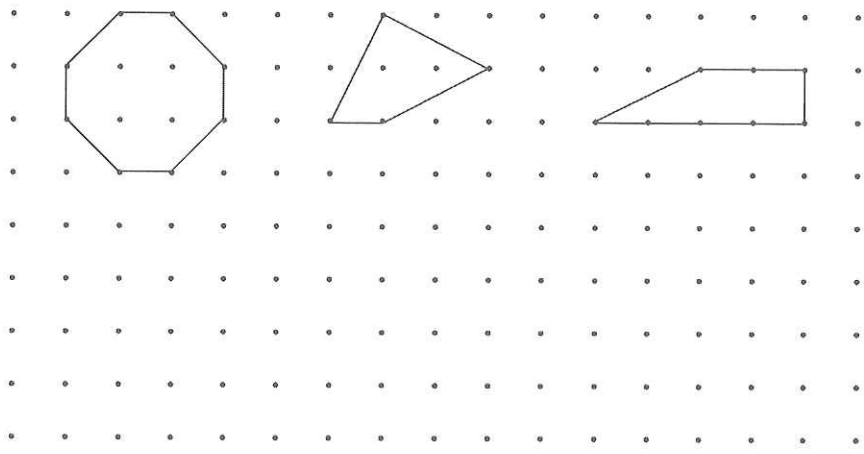
מצאו מהצורות הבאות את כל הצורות החופפות לה.



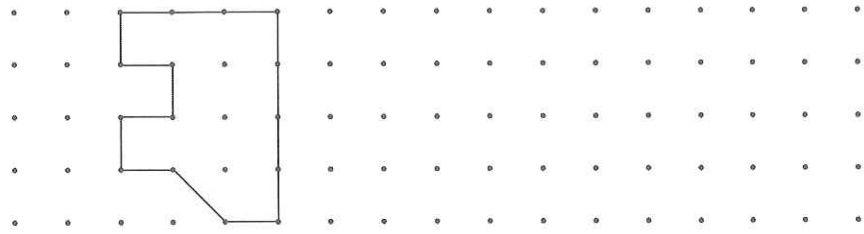
4. זהו מתוך הצורות הבאות צורות חופפות.



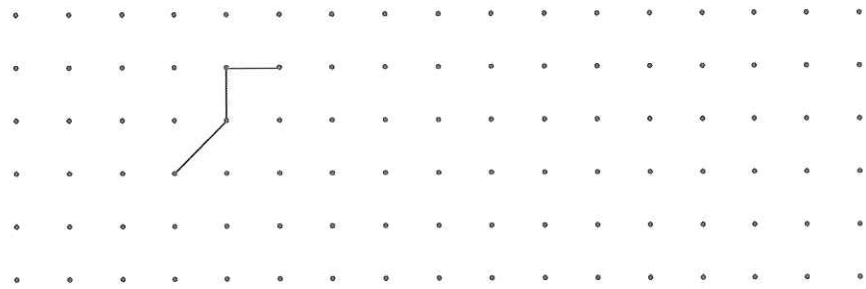
5. ציירו צורות חופפות לכל אחת מהצורות הבאות. היעזרו בנייר הנקודות.



6. א. ציירו צורה חופפת לצורה הבאה.



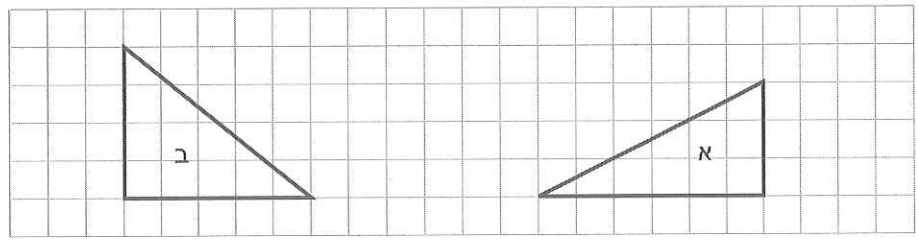
ב. מור התחילה לצייר כך:



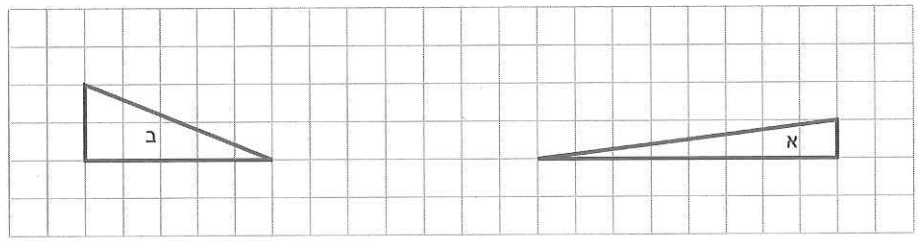
השלימו את הציור של מור, כך שנקבל צורה חופפת לזו שבסעיף א.

7. בדקו בכל סעיף לאיזה מהמשולשים שטח גדול יותר? איך קבעתם?

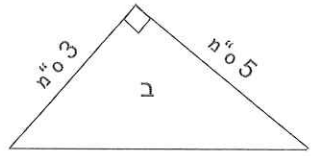
א.

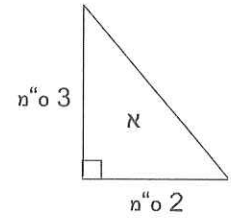


ב.



8. א. חשבו את שטחי המשולשים הבאים:

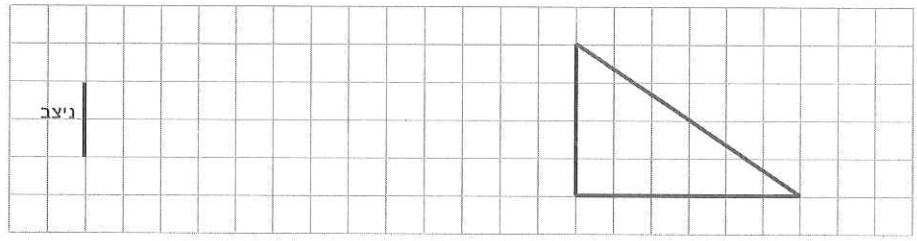




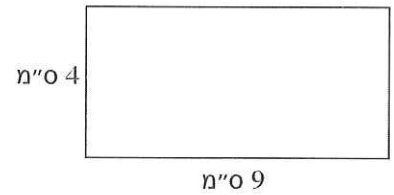
ב. שטח משולש ישר זווית הוא 30 סמ"ר. אורך אחד הניצבים הוא 6 ס"מ.
מצאו את אורך הניצב השני.

9. א. שרטטו על דף משובץ משולש ישר זווית שניצביו 6 ס"מ ו-8 ס"מ.
מהו שטחו?

ב. בשרטוט משולש ישר זווית. מה שטחו?
בנו משולש ישר זווית בעל שטח שווה, כך שהקטע שבשרטוט יהיה ניצב שלו.



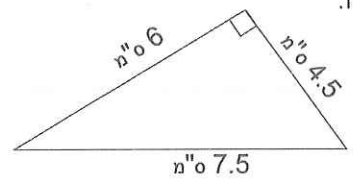
10. נתון המלבן:



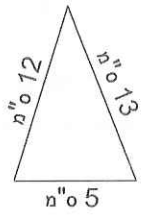
שרטטו משולש ישר זווית ששטחו מחצית משטח המלבן.
האם היקפו שווה למחצית היקף המלבן? נמקו.

11. חשבו את שטחו ואת היקפו של כל אחד מהמשולשים הבאים:

I.



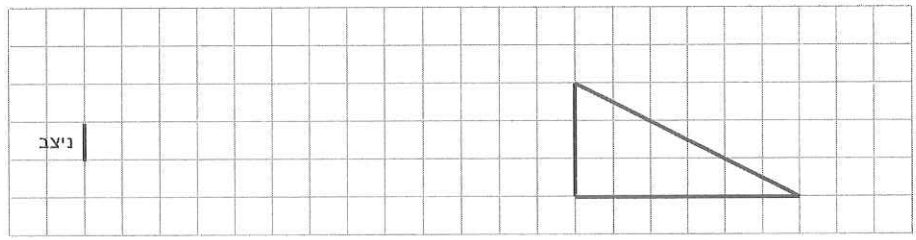
II.



III. משולש שאורכי הניצבים שלו הם 4 ס"מ ו-3 ס"מ, ואורך היתר 5 ס"מ.

12. א. שטח משולש ישר זווית הוא 48 סמ"ר. תנו שלוש הצעות שונות לאורכי הניצבים.

ב. בשרטוט משולש ישר זווית.



שרטטו משולש נוסף השווה בשטחו, כך שהקטע שבשרטוט יהיה ניצב שלו.

שרטטו משולש שלישי שהוא בעל אותו שטח.

יחידה 6 – על מלבנים ומשולשים

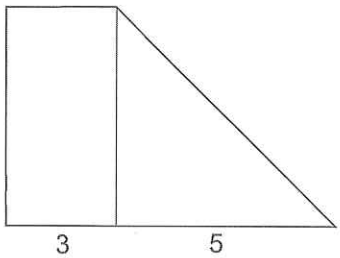
נמצא קשרים בין מלבנים ומשולשים, נכיר את המושג "גובה במשולש" ונלמד על שטח משולש.

צורות מורכבות



חוקרים קשרים

1. נתונים מלבן ומשולש ישר זווית צמודים כמו בשרטוט שלפניכם.
גל, טל ורן דנו בשאלה למי יש שטח גדול יותר; למלבן או למשולש.

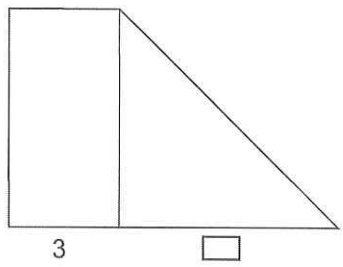


טל אמר: שטח המלבן תמיד גדול יותר.
רן אמר: תלוי בגודל הצלע המשותפת למלבן ולמשולש.
גל אמר: השטחים יהיו שווים.
בדקו את טענתו של רן. היעזרו במספרים שונים בעבור הצלע המשותפת.



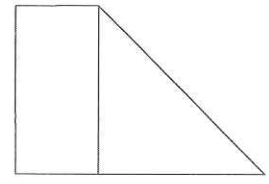
מאמצים לחקור

2. א. בשרטוט הבא שטחי המלבן והמשולש שווים.
השלימו במשבצת את אורך הצלע החסרה.
הסבירו כיצד מצאתם זאת.

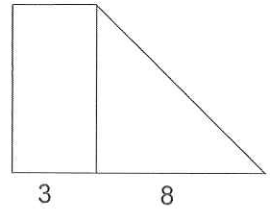


ב. קבעו בכל שרטוט, איזה שטח יהיה גדול יותר, המלבן או המשולש. הסבירו.
(השרטוטים אינם לפי קנה מידה.)

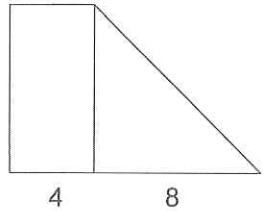
שרטוט א



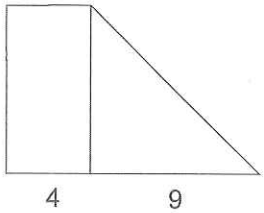
שרטוט ב



שרטוט ג



שרטוט ד

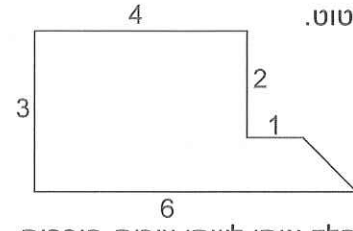




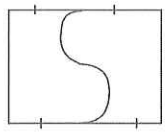
מציאת שטחים של צורות מורכבות

במתמטיקה אפשר למצוא שטח של צורה מורכבת בעזרת חלוקה לצורות שיודעים לחשב את שטחן. בהמשך נמצא שטח של משולש בעזרת חלוקה לצורות.

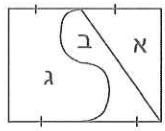
3. א. מצאו את שטח הצורה שבשרטוט.



ב. בשרטוט מופיע מלבן. הקו מחלק אותו לשתי צורות חופפות.



מעבירים קו נוסף, כמו בשרטוט.



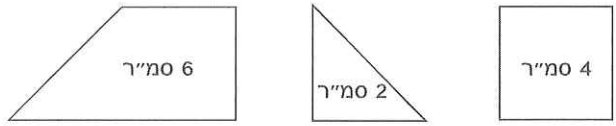
מקבלים שלושה שטחים. ידוע ששטח א הוא 10 סמ"ר.

מה גודלו של שטח ב? מה גודלו של שטח ג? הסבירו.



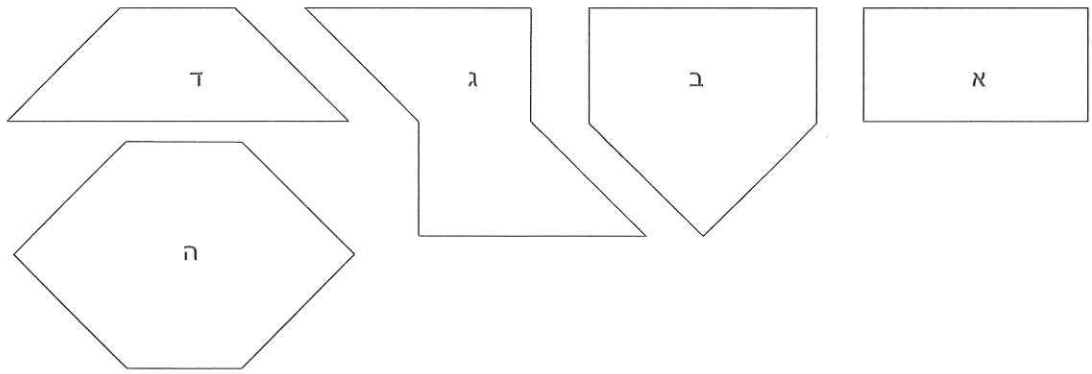
מכסים שטחים של צורות מורכבות

4. בידי כל קבוצה הצורות הבאות:



בתוך כל צורה רשום שטח הצורה.

א. היעזרו בצורות הנתונות וסמנו בצורות הבאות קווי חלוקה מתאימים.



ב. מצאו את שטחה של כל אחת מהצורות בסעיף א.

ג. האם אפשר לחלק כל אחת מהצורות בעזרת הטרפז הנתון בלבד?

ד. האם אפשר לחלק כל אחת מהצורות בעזרת הריבוע הנתון בלבד?

ה. האם אפשר לחלק כל אחת מהצורות בעזרת המשולש הנתון בלבד?

כיצד מחשבים שטח משולש?

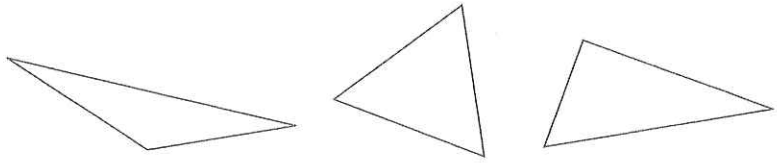


נכריח בעזרה במשולש

5. א. לכל קבוצה שלושה משולשים: משולשים קהה זווית, ישר זווית וחד זווית קפלו את המשולשים כך שכל משולש יחולק לשני משולשים ישרי זווית.
האם אפשר לחלק כל משולש לשני משולשים ישרי זווית?

מקפלים משולשים כך שמקבלים שני משולשים ישרי זווית, קו הקיפול הוא הגובה.

ב. העבירו אנך מקדקוד לצלע שממול בכל אחד מהמשולשים הבאים.
לאנך שהעברתם קוראים: גובה במשולש.

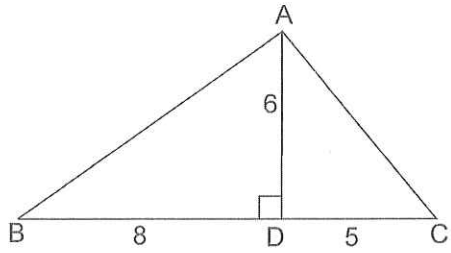


הגדרה: גובה במשולש הוא אנך שעובר מקדקוד לישר שעליו הצלע ממול.



שטח משולש

6. א. בשרטוט משולש ABC. על חלק מהקטעים רשומות המידות.

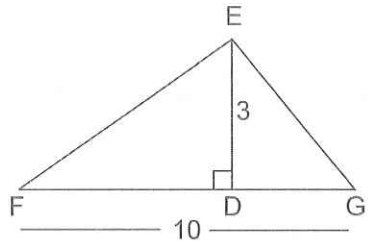


רשמו את מידות הקטעים: AD , BD , CD.
מהו הגובה? לאיזו צלע הוא מתחבר? מה אורך הצלע?
חשבו את שטחי המשולשים: ΔABD, ΔACD, ΔABC.
הסבירו איך מצאתם זאת.

דנה אמרה: שטח משולש ABC הוא $\frac{13\cdot 6}{2}$.
הסבירו את החישוב של דנה. במה הוא שונה מהחישוב על-ידי סכום השטחים?

חדווה רשמה: $\frac{6\cdot 13}{2} = \frac{6\cdot(8+5)}{2}$ מה הראתה חדווה בחישוב שלה?

ב. מצאו את שטח המשולש ΔEFG. הסבירו.



נועם אמר: חישבתי $\frac{10\cdot 3}{2}$, כי יכול להיות ש- D

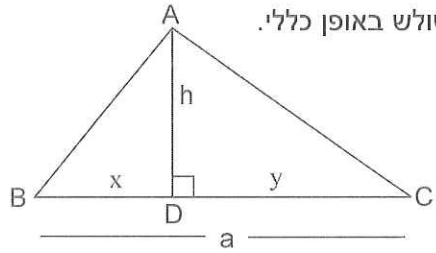
מחלקת את FG לשני קטעים: FD=6, DG=4

לכן השטח הוא: $\frac{3\cdot 10}{2}=\frac{3\cdot(6+4)}{2}=\frac{6\cdot 3+4\cdot 3}{2}=\frac{6\cdot 3}{2}+\frac{4\cdot 3}{2}$

ומה אם במקום 6 ו- 4 נבחר 7 ו- 3? ומה אם נבחר 8 ו- 2?

מה הראה נועם בחישוב שלו?

ג. השתמשו בדרך של נועם כדי להשלים את חישוב שטח המשולש באופן כללי.



מסמנים את הצלע שמול הקדקוד A באות a

(משתמשים באות קטנה אחת לסימון קטע).

מסמנים את הגובה ב- h.

נתון: a - צלע במשולש, h - הגובה לצלע a.

הוכחה: ניעזר באלגברה כדי לחשב את שטח המשולש באופן כללי. נשתמש באותיות לסימון שני הקטעים שהתקבלו: $BD = x$, $DC = y$.

עובדות	נימוקים
$x + y = a$	כך סימנו את הקטעים: הקטע a הוא חיבור של הקטעים x ו-y.
שטח ΔADC הוא $\frac{y\cdot h}{2}$	ΔADC ישר זווית
שטח ΔADB הוא $\frac{x\cdot h}{2}$	ΔADB ישר זווית
$\Downarrow$	
שטח ΔABC הוא _____	$\frac{x\cdot h}{2}+\frac{\quad}{2}=\frac{(\ \ +\ \ )\cdot h}{2}=\frac{a\cdot}{2}$

דני טען: כמו בחישוב של נועם, גם בהוכחה אין צורך לדעת מהם x ו- y. הסבירו.

ד. מכל נקודה מחוץ לישר אפשר להעביר אנך לישר. ראינו כי במשולש תמיד אפשר להעביר אנך מאחד הקדקודים הנמצא בתוך המשולש, לכן אפשר לחלק כל משולש לשני משולשים ישרי זווית.

האם גם הטענה ההפוכה נכונה? כלומר, האם מכל שני משולשים ישרי זווית אפשר ליצור משולש אחד? אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

רחל יצרה משולש אחד משני המשולשים ישרי הזווית שבידה.

מה תוכלו לומר על המשולשים שבידי רחל?

משפט: שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה.

הוכחת המשפט התבססה על חישוב שטח של משולש ישר זווית ועל הטענה שאפשר לחלק כל משולש לשני משולשים ישרי זווית.

הוכחנו משפט זה רק למקרים שהגובה עובר בתוך המשולש.
אפשר להוכיח למקרים נוספים בעזרת הפרש שטחים.
נעשה זאת במשימות 7 ו- 8.



בשבילים – לשם תמיד שורך המשולש...

7. א. בידי כל קבוצה משולש חד זווית. קפלו את המשולש בשלושה אופנים, כך שייווצרו בכל פעם שני משולשים ישרי זווית. סמנו בשלושה צבעים את הגבהים שיצרתם על- ידי הקיפול.

ב. בידי כל קבוצה משולש ישר זווית. קפלו את המשולש כך שייווצרו שני משולשים ישרי זווית.

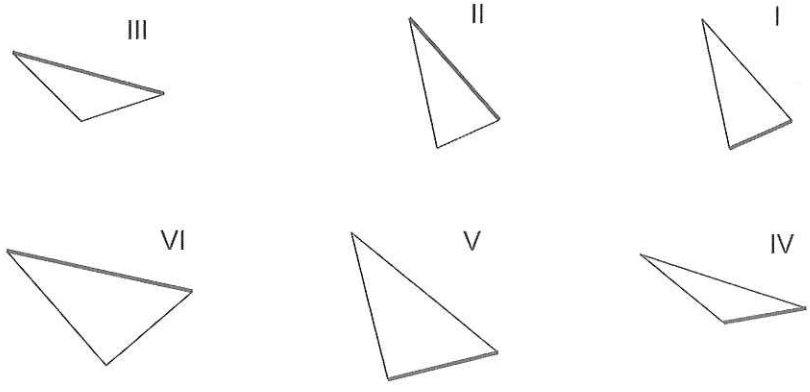
כמה קיפולים אפשר לעשות? סמנו את הגובה שהתקבל.

היכן שני הגבהים האחרים? צבעו אותם.

ג. בידי כל קבוצה משולש קהה זווית. קפלו את המשולש כך שייווצרו שני משולשים ישרי זווית.

כמה קיפולים אפשר לעשות? סמנו את הגובה שהתקבל. היכן שני הגבהים האחרים?
הניחו את המשולש על דף משובץ, העתיקו אותו, מצאו גובה נוסף וצבעו אותו.
חזרו על התהליך כדי למצוא גובה שלישי. צבעו גם אותו.

ד. ציינו לכל משולש, אם הגובה לצלע המודגשת הוא בתוך המשולש, מחוץ למשולש או צלע של המשולש.

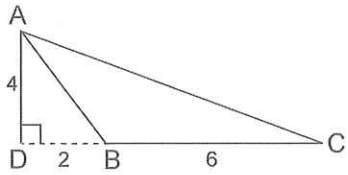


במשולש חד זווית כל הגבהים נמצאים בתוך המשולש, במשולש קהה זווית שניים מהגבהים נמצאים מחוץ למשולש, במשולש ישר זווית הניצבים משמשים גבהים.



שטח משולש כשהגובה מחוץ למשולש

8. נתון המשולש ΔABC וגובה AD לצלע BC.



על חלק מהקטעים רשומות המידות.

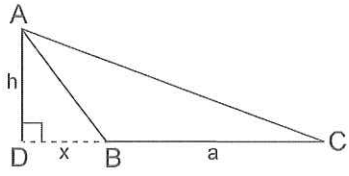
א. חשבו את שטח המשולש כהפרש של שני משולשים ישרי זווית.

ב. דני טען: הנתון של אורך הקטע המקווקו BD אינו נחוץ, כי:

$$\frac{4(6+2)}{2}-\frac{4\cdot 2}{2}=\frac{4\cdot 6}{2}+\frac{4\cdot 2}{2}-\frac{4\cdot 2}{2}=\frac{4\cdot 6}{2}$$

האם דני צודק?

ג. ניעזר באלגברה כדי לחשב באופן כללי.



a מסמנת את הצלע, h – הגובה לצלע, a ו- DB = x.

השלימו: שטח ____Δ הוא: $\frac{h(x+a)}{2}$

הסבירו מדוע.

שטח ΔADB הוא: $\frac{h\cdot}{2}$

שטח ΔABC הוא ההפרש: $\frac{}{2}-\frac{}{2}$ מכאן: _____

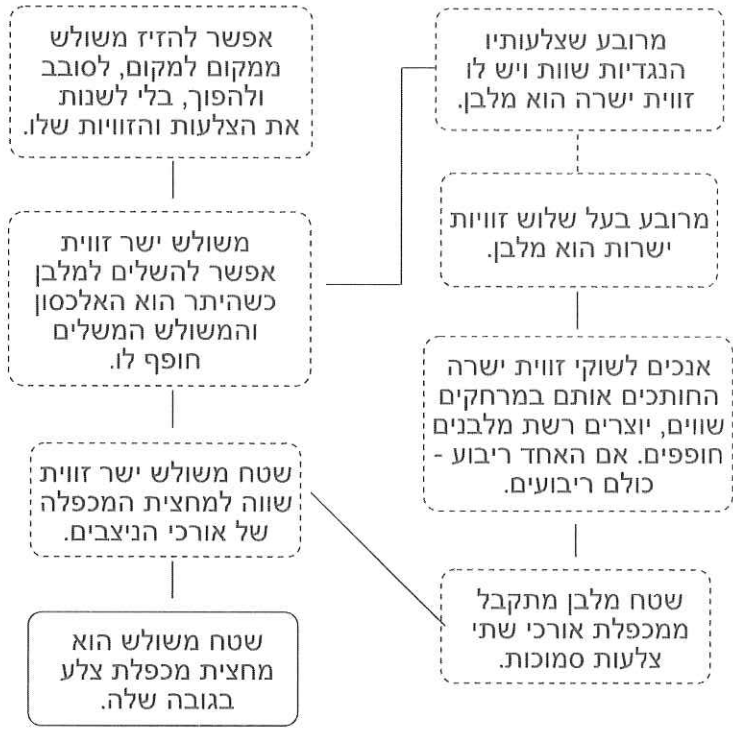
השלמנו גם בעבור גובה שמחוץ למשולש את המשפט: שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה.



אפשר לשלב כאן פעילות מחשב: גובה במשולש.

מה למדנו?

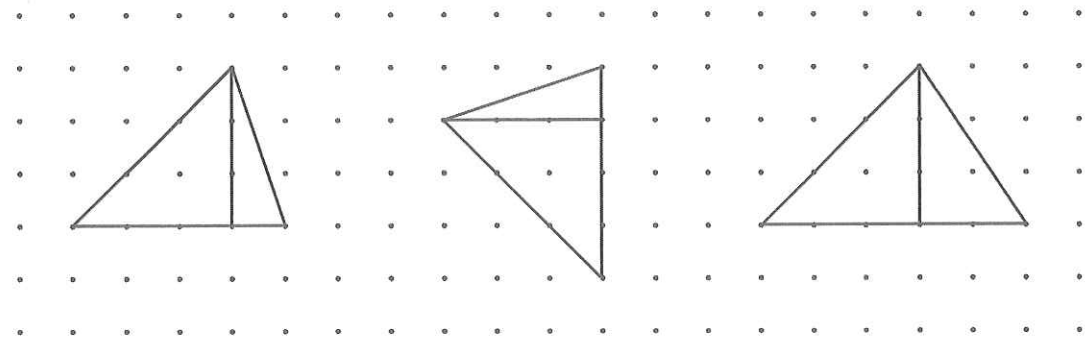
- הגדרנו גובה של משולש.
- ראינו כי אפשר לחלק כל משולש לשני משולשים ישרי זווית, ולכן בכל משולש אפשר לשרטט לפחות גובה אחד העובר "בתוך" המשולש.
- במשולש חד זוויות כל הגבהים בתוך המשולש.
- במשולש ישר זווית הניצבים משמשים גבהים זה לזה.
- במשולש קהה זווית שניים מהגבהים נמצאים מחוץ למשולש.
- הוכחנו בעבור כל משולש, כי שטח של משולש הוא מחצית מכפלת אורך צלע בגובה שלה.



1. נתונים שלושה משולשים.

א. אילו מהמשולשים חופפים?

ב. אילו מהמשולשים הם שווי שטח?



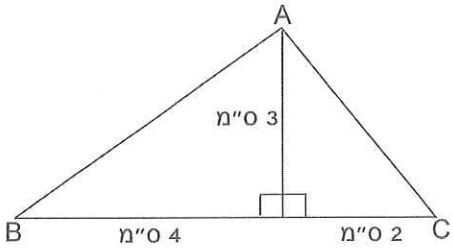
2. בשרטוט נתון משולש ΔABC.

א. שרטטו משולש חופף לו.

ב. שרטטו משולש השווה בשטחו ל-ΔABC, אך אינו חופף לו.

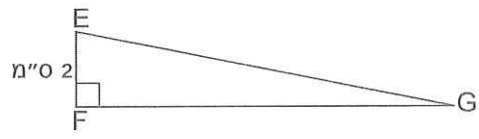


3. א. מהו שטח משולש ABC? הסבירו.

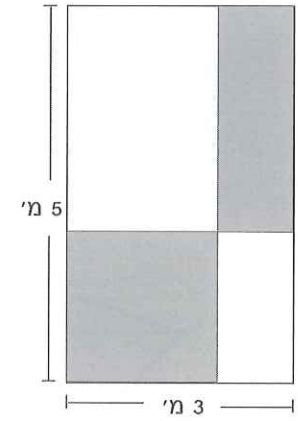


ב. שטח המשולש EFG הוא 10 סמ"ר.

מהו אורך FG? הסבירו.



4. א. בשרטוט שטיח מלבני שאורך צלע אחת שלו 3 מטר ואורך צלעו השנייה 5 מטר.

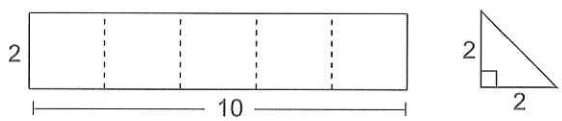


מצאו את גודל שני החלקים הצבועים, אם אורך צלע הריבוע הצבוע הוא 2 מטרים.

ב. שרטטו שלושה משולשים שונים ששטחם 12 סמ"ר.

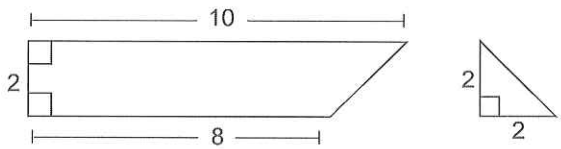
5. א. נתונים מלבן ומשולש ישר זווית כמו בשרטוט.

כמה משולשים כאלה מכסים את המלבן? הסבירו.



מצאו את שטחם של המשולש והמלבן.

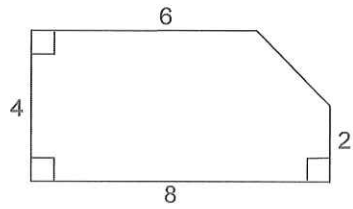
ב. נתונים מרובע ומשולש ישר זווית כמו בשרטוט.



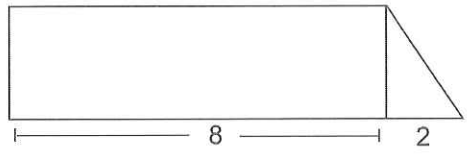
מצאו את שטחם של המשולש והמרובע.

כמה משולשים כאלה מכסים את המרובע? הסבירו.

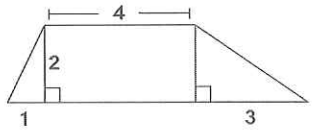
ג. מהו שטח המחומש שבשרטוט? היעזרו בשרטוט כדי להסביר איך מצאתם זאת?



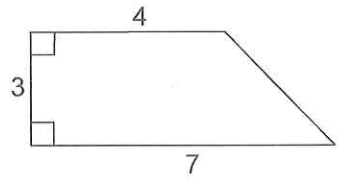
6. א. פי כמה גדול שטח המלבן משטח המשולש שצמוד אליו? הסבירו.

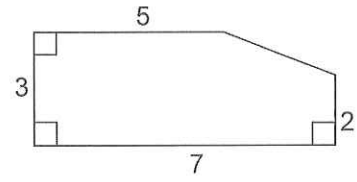


ב. מהו השטח המרובע שבשרטוט? הסבירו.

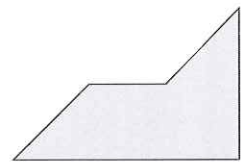


ג. חשבו את שטחי הצורות הבאות והסבירו.

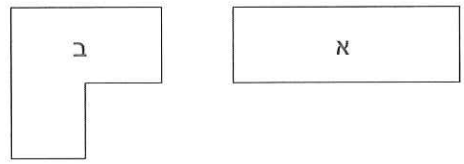




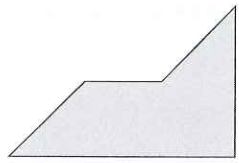
7. נתונה הצורה



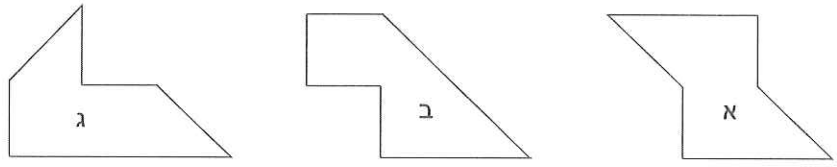
הראו כיצד לחלק את הצורה הנתונה כך שאפשר יהיה לכסות בעזרת החלקים כל אחת מהצורות הבאות:



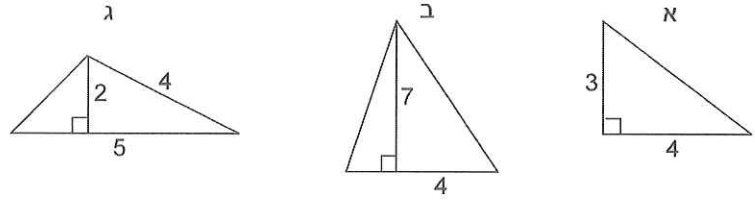
8. נתונה הצורה



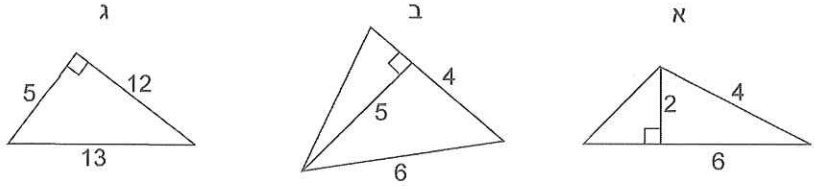
מצאו קו חלוקה אחד לצורה הנתונה כך שאפשר יהיה לסדר את שני החלקים באופנים שונים ולקבל את הצורות הבאות:



9. חשבו את שטחי המשולשים האלה:



10. חשבו את שטחי המשולשים האלה:



נזכר במדידת זוויות ונשער השערות.

מידות של זוויות



נכיר במדידת זוויות

1. בידי כל זוג תלמידים זווית קהה מנייר.

א. מקפלים את הזווית לשני חלקים שווים וחוזרים על הקיפול פעמיים נוספות (סה"כ 3 קיפולים).
פותחים את הקיפולים. לכמה חלקים הזווית מחולקת?
אילו מהזוויות הבאות תוכלו לבנות? הסבירו.
$\frac{1}{8}$ הזווית הנתונה, $\frac{1}{2}$ הזווית הנתונה, $\frac{3}{4}$ הזווית הנתונה, $\frac{2}{3}$ הזווית הנתונה, $\frac{3}{8}$ הזווית הנתונה.

נבחר את $\frac{1}{8}$ הזווית הנתונה **כיחידת מידה**.

שרטטו זוויות בגדלים הבאים: 3 יחידות, 5 יחידות, 9 יחידות.
איזו מהזוויות ששרטטתם גדולה מהזווית הנתונה ואילו מהזוויות קטנות ממנה? הסבירו.
האם כדאי להשתמש ביחידת המידה של הזווית הנתונה למדידת זוויות אחרות? דונו בכך.

ב. במדידות של אורך נוהגים להשתמש ביחידות של ס"מ, מ', ק"מ. במדידות של שטחים נוהגים להשתמש ביחידות של סמ"ר, מ"ר, קמ"ר.
אם מחלקים זווית ישרה ל-90 זוויות שוות, מקבלים **יחידת מדידה לזוויות הנקראת – מעלה.**
במדידות של זוויות נוהגים להשתמש ביחידת מידה הנקראת **מעלה**.
זווית ישרה היא בת °90 (קוראים: תשעים מעלות).
זווית שלמה היא זווית בת °360.
כמה מעלות בזווית שטוחה?
כמה מעלות בשתי זוויות שטוחות?

ג. כמה זוויות ישרות במלבן?
מהו סכום הזוויות במלבן? הסבירו.
מה נוכל להסיק על סכום הזוויות בריבוע? הסבירו.

משפט: סכום הזוויות במלבן °360



מודדים זוויות



2. א. מדדו בעזרת מד זווית את הזוויות הבאות:

$\sphericalangle 1 =$ _____° $\sphericalangle 2 =$ _____°

ב. שרטטו זווית של 56°.

שרטטו זווית של 110°.

ג. ציינו אילו מהזוויות הבאות חדות ואילו קהות: 45°, 145°, 37°, 187°, 157°, 87°, 90°.

האם יש זוויות שלא סימנתם? מדוע?

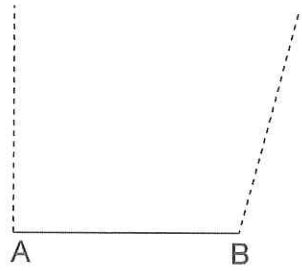
האם מתקבל משולש?



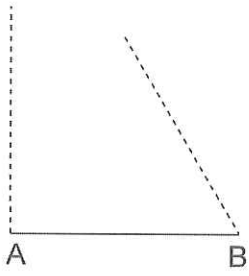
בודקים מתי שתי זוויות יכולות להיות זוויות של משולש

3. באילו מהשרטוטים הבאים אי-אפשר לבנות משולש, גם אם נמשיך את הקווים המקווקווים? הסבירו.

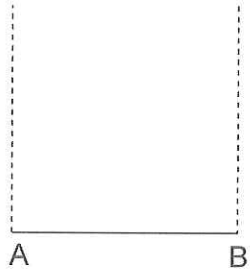
א



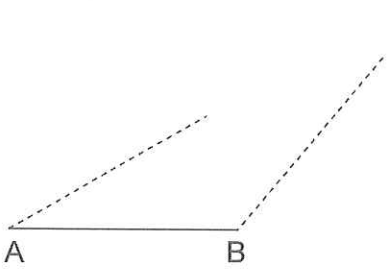
ב



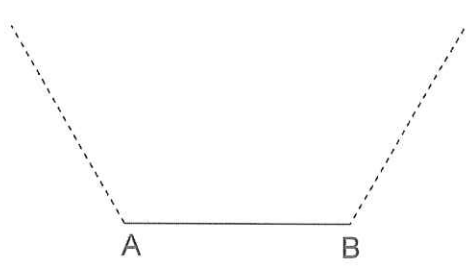
ג



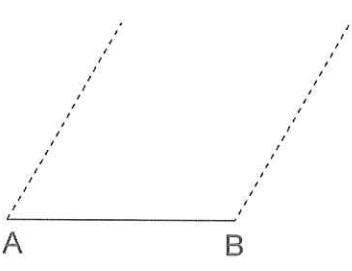
ד



ה



ו





מאמינים לצדוק

4. א. בדקו בכל זוג אחד של זוויות, אם ייתכן ששתי הזוויות תהיינה במשולש אחד. נמקו.

$90°$, $60°$; $110°$, $30°$; $90°$, $110°$; $35°$, $35°$.

ב. רני שִׂרטט זווית של $110°$. חבריו הציעו לו את הזוויות הבאות בתור זווית שנייה לאותו משולש:

$90°$; $20°$; $75°$; $120°$.

באילו הצעות יוכל רני להצליח לבנות משולש? הסבירו.



מסיקים מסקנה

5. א. שרטטו קטע. שרטטו זוויות בשני קצות הקטע, כך שיתקבל משולש.

שרטטו קטע נוסף. שרטטו זוויות בשני קצות הקטע, כך שלא יתקבל משולש.

מה אפשר לומר על גודל הזוויות שבשני קצוות הקטע, כאשר יש אפשרות לבנות משולש?

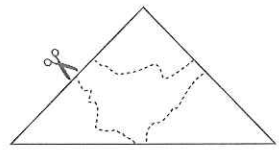
ב. בידי כל קבוצה משולש (לכל קבוצה משולש אחר).

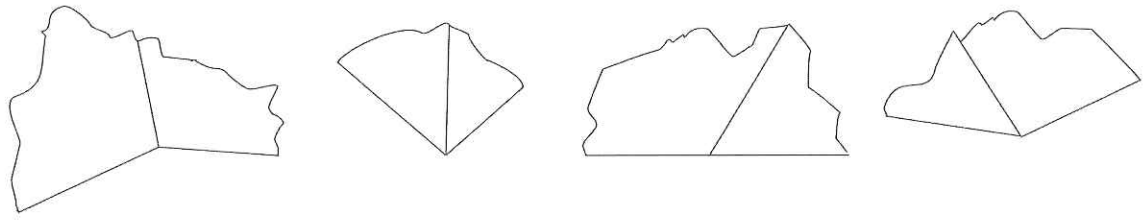
גוזרים את זוויות המשולש (ראו ציור).

בוחרים שתיים מזוויות המשולש.

מניחים זו ליד זו כך שהקדקודים יהיו בנקודה אחת.

אילו מהשרטוטים הבאים יכולים להתקבל? הסבירו.





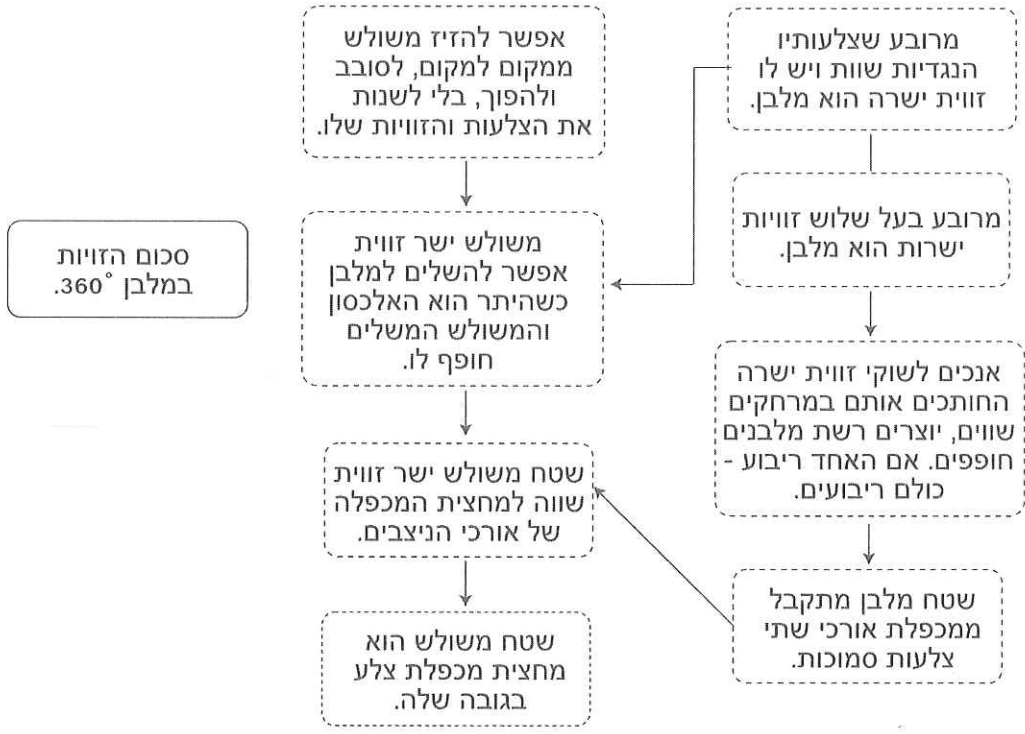
סכום שתי זוויות במשולש קטן מ- $180°$



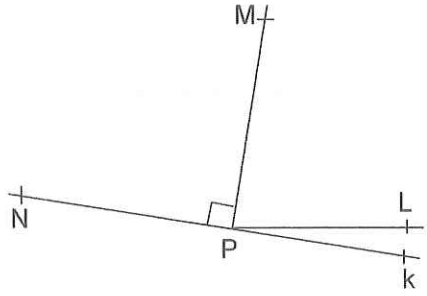
אפשר לשלב כאן פעילויות מחשב: סידור זוויות, סכום זוויות במשולש.

מה למדנו?

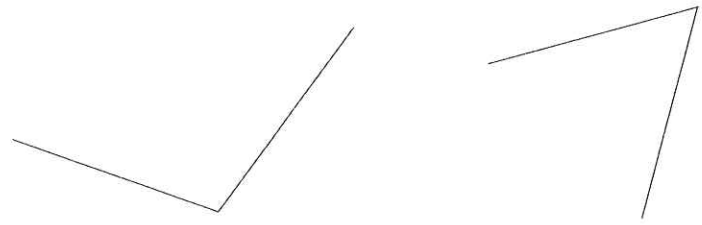
- ראינו שיש צורך ביחידת מידה משותפת למדידת זוויות והכרנו את היחידה **מעלות**.
- למדנו שהמידה של זווית ישרה היא °90, המידה של זווית שטוחה היא °180, וזווית שלמה היא בת °360.
- מהגדרת המלבן ביחידה 1 נובע שכל זוויותיו ישרות. ביחידה זו למדנו שזווית ישרה היא בת °90, ומכאן שסכום הזוויות במלבן הוא °360.
- בדקנו זוויות במשולש. הגענו למסקנה שסכום שתי זוויות במשולש קטן מ-°180.



1. מצאו בשרטוט את הזוויות המצוינות מטה וצבעו אותן בצבעים שונים:
שתי זוויות חדות, שתי זוויות ישרות, זווית קהה, זווית שטוחה.

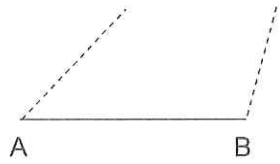


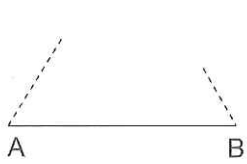
2. מדדו בעזרת מד זווית את הזוויות הבאות:



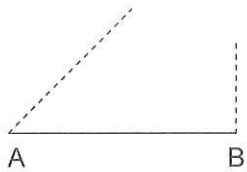
3. שרטטו את הזוויות הבאות: א. 50° ב. 80° ג. 115°

4. באילו מהשרטוטים הבאים אי-אפשר לקבל משולש על-ידי המשכת הקווים המקווקווים?

א


ב


ג


ד


5. אילו מזוגות הזוויות הבאים יכולים להיות שתי זוויות באותו משולש? נמקו.

א. 140° , 10° ב. 40° , 90° ג. 140° , 40°

ד. 140° , 80° ה. 140° , 160° ו. 90° , 90°

6. מצאו את הזווית בין מחוגי השעון בשעות הבאות (זִכרו כי בשעות שלמות המחוג הגדול מראה על 12):

א. בשעה 9 ב. בשעה 3 ג. בשעה 6 ד. בשעה 4

7. מִצאו שעה שלמה (מחוג הדקות מראה 12) המתאימה לכל המקרים האלה:

א. הזווית בין המחוגים בשעון היא של $90°$.

ב. הזווית בין המחוגים בשעון היא של $60°$.

ג. הזווית בין המחוגים בשעון היא של $120°$.

ד. הזווית בין המחוגים בשעון היא של $180°$.

8. הזוויות הבאות מתארות את הזוויות בין המחוג הגדול לקטן **בשעות שלמות**. קבעו מה השעה, אם אפשר. אם אין אפשרות כזו, הסבירו.

א. הזווית בין המחוג הגדול לקטן היא של 150^0.

ב. הזווית בין המחוג הגדול לקטן היא של 270^0.

ג. הזווית בין המחוג הגדול לקטן היא של 140^0.

ד. הזווית בין המחוג הגדול לקטן היא של 360^0.

9. נסתכל על הזוויות בין מחוגי השעון בשעות שלמות. כלומר, כאשר מחוג הדקות מראה על 12.

א. באילו שעות נוצרת בין המחוגים זווית של $90°$?

ב. באיזו שעה נוצרת בין המחוגים זווית של $180°$?

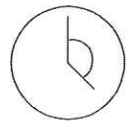
ג. מה גודל הזווית בין המחוגים בשעה 1? הסבירו.

(רמז: היעזרו בגודל הזווית בשעה 3.)

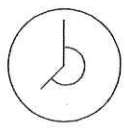
ד. מה גודל הזווית בשעה 5?

ה. מה גודל הזווית בשעה 7?

כרמל אמרה שבשעה 7 נוצרת אותה זווית כמו בשעה 5. מה דעתכם?



מירון אמר שאם נסמן תמיד את הזווית "מאותו צד" כך:



נקבל זוויות שונות. מהן?

ו. מה גודל הזווית בשעה 12?

מה תגיד כרמל? מה יגיד מירון? מדוע שניהם צודקים?

יחידה 8 – סכום הזוויות במשולש ובמרובע

נוכיח משפטים הקשורים לסכום הזוויות במשולש ובמרובע.

סכום הזוויות במשולש

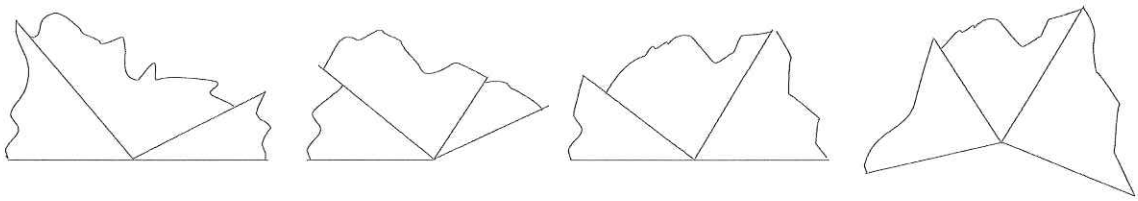


נבדוק אם שלוש זוויות יכולות להיות זוויות של משולש

1. א. בחרו שלוש זוויות **שיוצרות משולש** והדביקו אותן זו ליד זו כך שהקדקודים יהיו בנקודה אחת. מה קיבלתם?

ב. יואב גזר שלוש זוויות של משולש והדביק אותן זו ליד זו.

אילו מהאיורים הבאים יכולים לתאר את מה שהתקבל אצל יואב? הסבירו.



ג. מה אפשר לשער על סכום זוויות בכל משולש?
האם הדוגמאות הן הוכחה?

בעזרת ההתנסויות הגענו למסקנות האלה:
א) כדאי להסתכל על סכום הזוויות.
ב) סכום הזוויות במשולש הוא $180°$.

לא מכל שלוש זוויות אפשר ליצור משולש.



סכום הזוויות במשולש ישר זווית

2. א. בידי כל קבוצה משולש ישר זווית ודף שקוף. העתיקו את המשולש באמצעות הדף השקוף.

ב. צרו מלבן משני המשולשים. הסבירו מדוע המרובע הוא מלבן.

ג. הסבירו מדוע לשני המשולשים זוויות שוות.

ד. סמנו זוויות שוות בשני המשולשים.

ה. מהו הסכום הכולל של כל הזוויות בשני המשולשים? למה?

ו. מה תוכלו להסיק משוויון הזוויות ומהסכום הכולל? הסבירו.

בהוכחה התבססנו על כך ש:
א) מרובע שצלעותיו הנגדיות שוות ויש לו זווית ישרה הוא מלבן.
ב) במשולשים חופפים הצלעות והזוויות שוות, לפי הסדר.
ג) סכום הזוויות במלבן הוא $360°$.

משפט: סכום הזוויות במשולש ישר זוויות הוא $180°$.



מחשולש ישר זווית למשולש כלשהו

3. בידי כל קבוצה משולש כלשהו. לכל קבוצה משולש אחר (חד זווית או קהה זווית).
ביחידה הקודמת ראינו שאפשר לחלק כל משולש לשני משולשים ישרי זווית.
קפלו את המשולש כך שייווצרו שני משולשים ישרי זווית.

א. איך קוראים לקו הקיפול?

ב. מהו סכום הזוויות בכל אחד מהמשולשים ישרי הזווית שנוצרו על-ידי הקיפול?

מהו סכום הזוויות בשני המשולשים ביחד?

אילו זוויות אינן שייכות למשולש המקורי?

מהו סכום הזוויות במשולש המקורי?

ג. אורי אמר: כאשר משרטטים גובה במשולש נוצרים שני משולשים. סכום הזוויות בכל משולש שנוצר הוא 180° וכך גם במשולש המקורי; והרי 180° + 180° = 360°.
איך ייתכן? הסבירו לאורי.

הוכחנו משפט זה על סמך המשפט בדבר סכום הזוויות במשולש ישר זווית.

משפט: סכום הזוויות במשולש הוא 180°



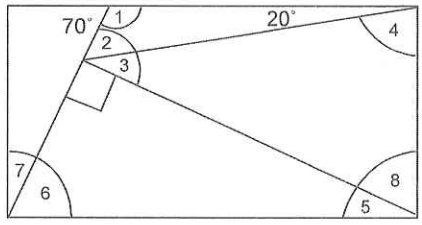
בודקים ומחשבים זוויות במשולש

4. א. האם ייתכן שבמשולש יש:
- שלוש זוויות חדות?
- שתי זוויות חדות?
- שתי זוויות ישרות?
- שתי זוויות קהות?

אם כן, הדגימו. אם לא, הסבירו.

ב. בשרטוט מלבן מחולק למשולשים. מצאו את גודל הזוויות הבאות והסבירו כיצד מצאתם אותו.

∡1 ; ∡2 ; ∡3 ; ∡4 ; ∡5 ; ∡6 ; ∡7 ; ∡8



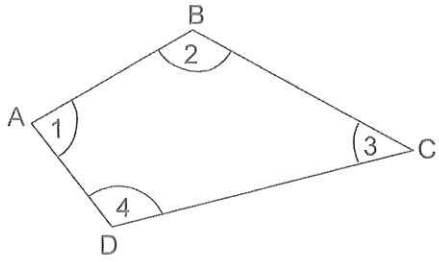
סכום זוויות במרובע



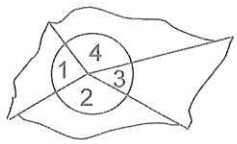
משפרים, בודקים, מוכיחים

5. לפניכם מרובע ABCD.

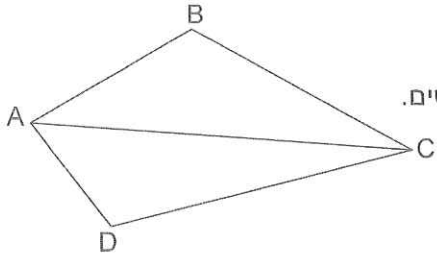
א. שערו מהו סכום הזוויות במרובע.



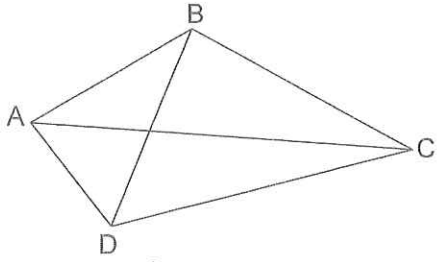
ב. עומר אמר: גזרתי את זוויות המרובע והנחתי אותן סביב נקודה אחת, כך:
קיבלתי סיבוב שלם, כלומר 360^0.
ציירו מרובע, גזרו את זוויותיו ובדקו.



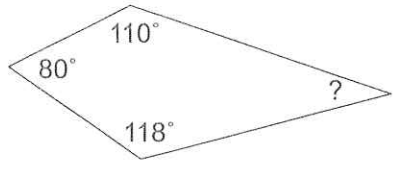
ג. אסף אמר: העברתי את האלכסון AC. קיבלתי שני משולשים.
כיצד יראה אסף שסכום הזוויות במרובע ABCD הוא 360^0?



ד. שחר אמר: העברתי את שני האלכסונים. קיבלתי ארבעה משולשים.
סכום הזוויות שלהם הוא: $4 \cdot 180 = 720$
איך ימשיך שחר להראות שסכום הזוויות במרובע ABCD הוא 360^0?



ה. מצאו את גודל הזווית המסומנת ב- ?



ו. מי מבין התלמידים עומר, שחר ואסף, נתן דוגמה בלבד?
מי מהם הוכיח?
איזו הוכחה הייתם בוחרים? מדוע?

משפט: סכום הזוויות במרובע הוא 360^0

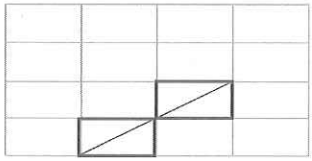
השתמשנו בסכום הזוויות במלבן כדי להוכיח כי סכום הזוויות במשולש ישר זווית הוא $180°$. בעזרת תכונה זו הוכחנו כי סכום הזוויות בכל משולש הוא $180°$. לבסוף השתמשנו בכך כדי להוכיח כי סכום הזוויות בכל מרובע הוא $360°$.

אפשר לחלק כל מרובע לשני משולשים.



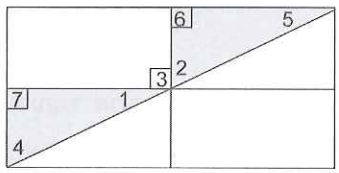
חוצרים לרשת של מלבנים

6. א. צרו רשת של מלבנים על-ידי שרטוט או קיפול דף.



סמנו שני מלבנים שיש להם קדקוד משותף.

העבירו בכל מלבן אלכסון היוצא מהקדקוד המשותף.



נגדיל את המלבנים שבהם העברנו אלכסונים.

האם המשולשים הצבועים חופפים? הסבירו.

ב. עוז אמר: האלכסונים של שני המלבנים נמצאים על ישר אחד.

האם עוז צודק?

השלימו: $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 2 =$ ____

הקיפו שוויונים נכונים. איזה שוויון מראה שעוז צדק? הסבירו.

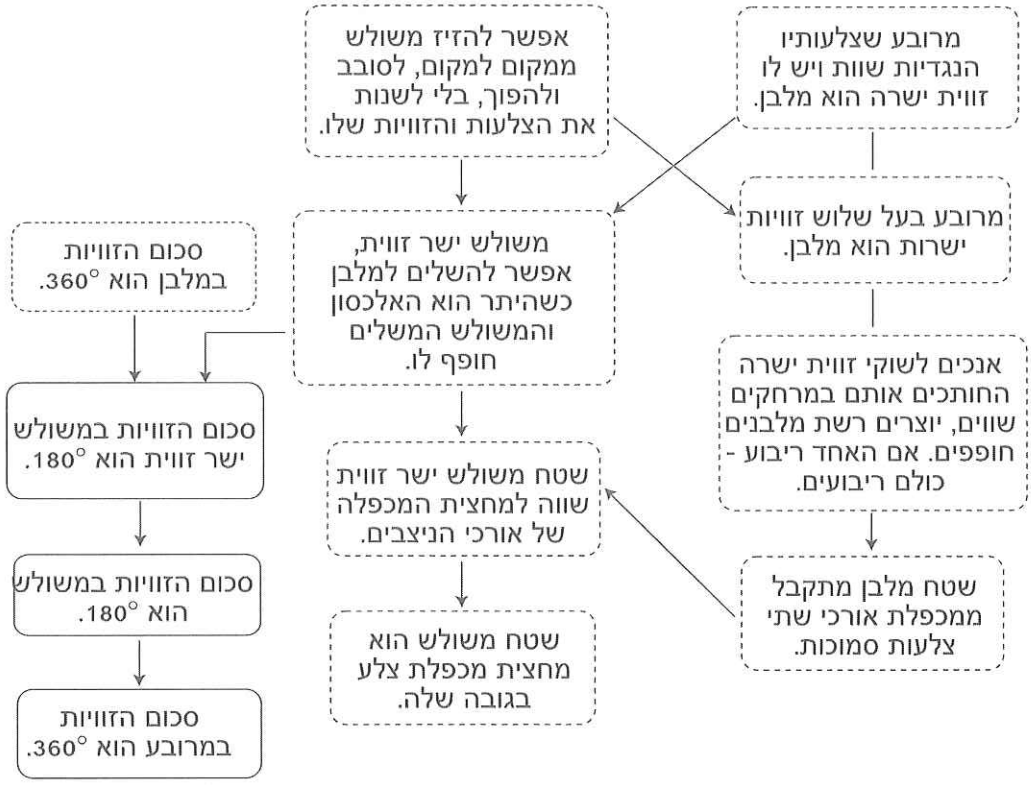
$\sphericalangle 4 = \sphericalangle 2$ $\sphericalangle 2 = \sphericalangle 1$ $\sphericalangle 7 = \sphericalangle 3$

$\sphericalangle 1 + \sphericalangle 4 + \sphericalangle 7 = 180°$ $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 5 + \sphericalangle 3 = 180°$ $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 3 + \sphericalangle 2 = 180°$

ברשת של מלבנים חופפים המשך האלכסון של מלבן הוא אלכסון של מלבן שבו הוא עובר.

מה למדנו?

- הוכחנו שסכום הזוויות במשולש ישר זווית הוא 180°.
- הוכחנו שסכום הזוויות במשולש הוא קבוע ושווה ל-180°.
- הוכחנו שסכום הזוויות במרובע אף הוא קבוע ושווה ל-360°.
- הוכחנו כי ברשת של מלבנים חופפים המשך האלכסון של מלבן הוא אלכסון במלבן שבו הוא עובר.



1. הייתכן? נמקו.

א. זוויות המשולש הן: 30^0 ; 75^0 ; 55^0.

ב. זוויות המשולש הן: 42^0 ; 100^0 ; 40^0.

ג. זוויות המשולש הן: 90^0 ; 90^0 ; 10^0.

ד. זוויות המשולש הן: 170^0 ; 8^0 ; 2^0.

ה. זוויות המשולש הן: 60^0 ; 60^0 ; 60^0.

2. קבעו אם המשפטים הבאים נכונים. אם כן, נמקו. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

א. אם במשולש יש זווית ישרה, אז שתי הזוויות האחרות הן חדות.

ב. אם במשולש יש זווית ישרה, אז שתי הזוויות האחרות הן של 45° כל אחת.

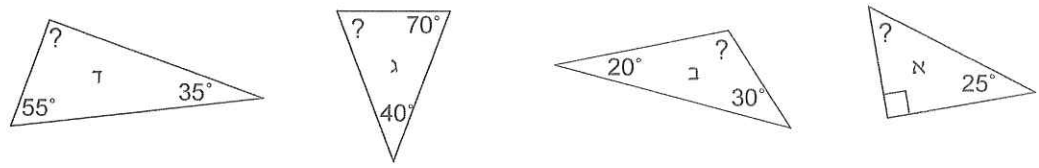
ג. אם במשולש יש זווית ישרה, אז סכום שתי הזוויות האחרות הוא 90.

ד. אם במשולש יש זווית קהה, אז שתי הזוויות האחרות הן חדות.

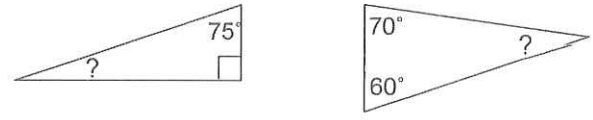
ה. לא קיים משולש בעל שתי זוויות קהות.

3. א. מצאו את גודל הזוויות המסומנות ב- "?"

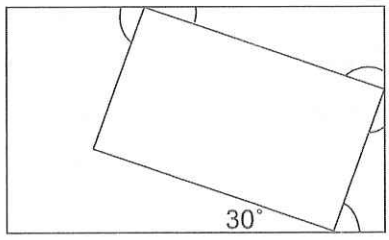
ב. ציינו לכל משולש אם הוא חד זווית, ישר זווית או קהה זווית.



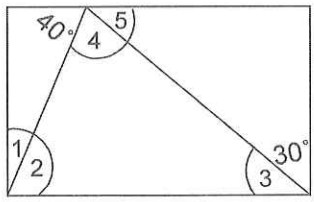
4. א. נתונים שני משולשים. קבעו באיזה מהם הזווית החסרה קטנה יותר. הסבירו.



ב. בשרטוט מלבן ובתוכו מלבן נוסף.
מצאו את גודלן של כל הזוויות המסומנות.



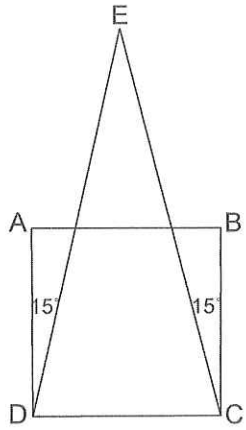
5. א. בשרטוט מלבן המחולק לשלושה משולשים.
מצאו את גודל הזוויות.



ב. מצאו זוגות של זוויות שוות.

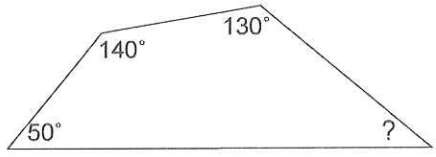
6. בשרטוט ריבוע ABCD ומשולש AEB.

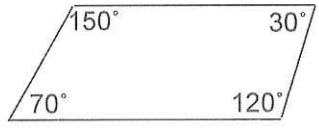
א. מצאו בעזרת הזוויות הנתונות את זוויות המשולש DEC.



ב. כמה זוויות של 75° יש בשרטוט? היכן?

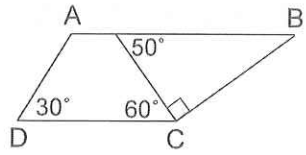
7. א. מצאו את הזווית המסומנת ב-"?"





ב. הייתכן? הסבירו.

8. מצאו את זוויות המרובע ABCD.



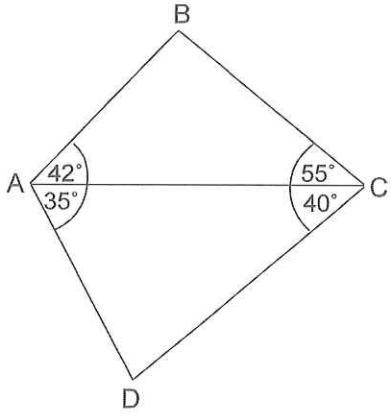
חפשו שתי דרכים שונות והראו את החישוב המתאים לכל דרך.

9. א. ABCD הוא מרובע.

מה גודל הזווית B במשולש ABC?

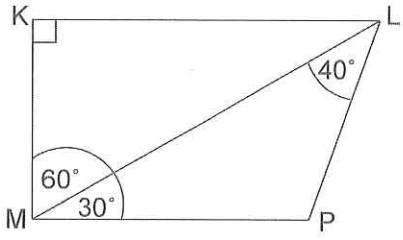
מה גודל הזווית D במשולש ABC?

חשבו את סכום הזוויות במרובע ABCD.



ב. KLPM הוא מרובע. מה גודל הזווית P במשולש MLP?

מהו סכום הזוויות במרובע?



10. הכינו שני משולשים ישרי זווית חופפים.

הצמידו בכל פעם צלעות שוות בשני המשולשים.

א. הצמידו את המשולשים זה לזה כך שיתקבל מצולע שסכום הזוויות שלו 180°.

כמה אפשרויות יש ? אילו צלעות הצמדתם? אילו מצולעים התקבלו?

ב. הצמידו את המשולשים זה לזה כך שיתקבל מצולע שסכום הזוויות שלו 360°.

יש ארבע אפשרויות שונות. מצאו ופרטו אילו צלעות הצמדתם בכל אפשרות.

ג. האם אפשר להצמיד את המשולשים כך שיתקבל סכום זווית אחר? הסבירו.

יחידה 9 – כל מיני משולשים

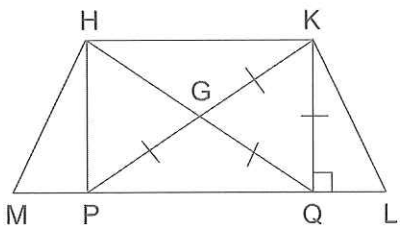
נמיין משולשים לפי צלעות ולפי זוויות

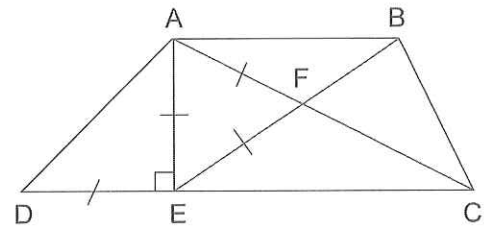
מיון משולשים



מלהיט משולשים בעזרת מרובע

1. בשרטוטים שעל הלוח חילקו מרובעים למשולשים שונים.





א. מצאו במרובע ABCD משולש שווה צלעות.

מצאו במרובע ABCD משולש שכל צלעותיו שונות. איך קוראים למשולש כזה?

מצאו במרובע ABCD משולש שווה שוקיים.

מצאו במרובע ABCD משולש ישר זווית.

מצאו במרובע ABCD משולש קהה זווית. האם יש עוד משולש קהה זווית?

כמה משולשים חדי זווית יש במרובע ABCD? אילו הם?

ב. נתייחס למרובע HKLM.

מיינו לפי צלעות ולפי זוויות כל אחד מהמשולשים הבאים:

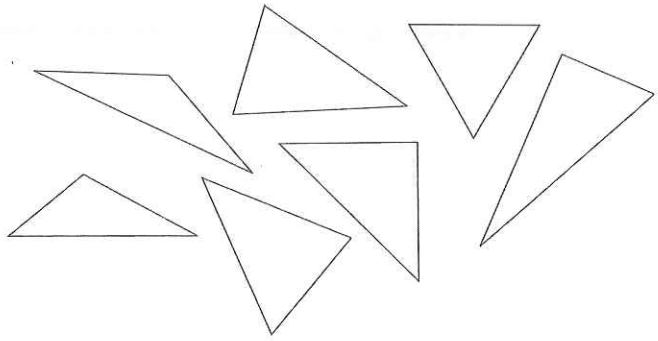
ΔHPM , ΔKGQ , ΔPGQ , ΔHPQ.

ג. לפניכם שתי טענות הפוכות זו לזו:

- כל משולש שווה צלעות הוא שווה שוקיים.
- כל משולש שווה שוקיים הוא שווה צלעות.

ציינו ליד כל אחת מהטענות אם היא נכונה או לא והסבירו.

2. מצמידים ללוח 7 משולשים מנייר מסוגים שונים.



א. צבעו באדום צלעות שוות. סמנו באדום זווית ישרה ב- ⌊ זווית קהה ב- ⌒

ב. מיינו את המשולשים לפי צלעות.

ג. מיינו את המשולשים לפי זוויות.

ד. על הלוח טבלה:

	שווה שוקיים		שונה צלעות
	שווה צלעות		
חדי זוויות			
ישר זווית			
קהי זווית			

מצאו משולשים חדי זוויות ושבצו בטבלה. כמה זוויות חדות בכל משולש?

מצאו משולשים ישרי זווית ושבצו בטבלה. כמה זוויות ישרות בכל משולש?

האם קיים משולש ישר זווית ושווה צלעות? הסבירו.

מצאו משולשים קהי זווית ושבצו בטבלה. כמה זוויות קהות בכל משולש?

האם קיים משולש קהה- זווית ושווה צלעות? הסבירו.

האם קיים משולש ישר זווית שיש לו זווית קהה? הסבירו.



אפשר לשלב פעילות מחשב: מיון משולשים

משחק - מירוץ משולשים (משחק ל-2-4 משתתפים)

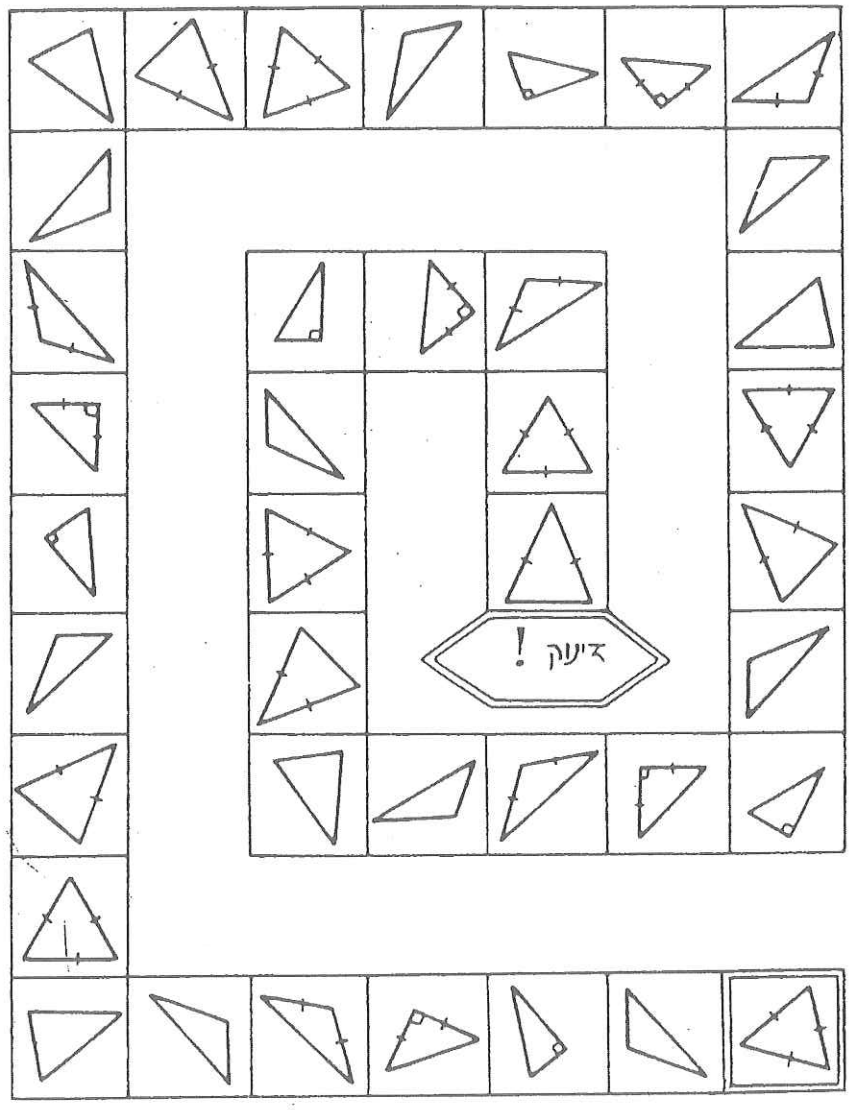
אביזרים למשחק:

- לוח משחק,
- רצים כמספר המשתתפים,
- קובייה שעליה רשום: חד זווית, ישר זווית, קהה זווית, שונה צלעות, שווה שוקיים, שווה צלעות.

הוראות המשחק:

- מעמידים את הרצים בנקודת הזינוק.
- כל משתתף בתורו זורק את הקובייה ומתקדם למשבצת הקרובה ביותר, שבה נמצא משולש בעל התכונות הרשומות על הקובייה.
- אם אין משבצת מתאימה בלוח, מפסידים תור.

מנצח – הראשון שהגיע למשולש שווה הצלעות שבמשבצת האחרונה.

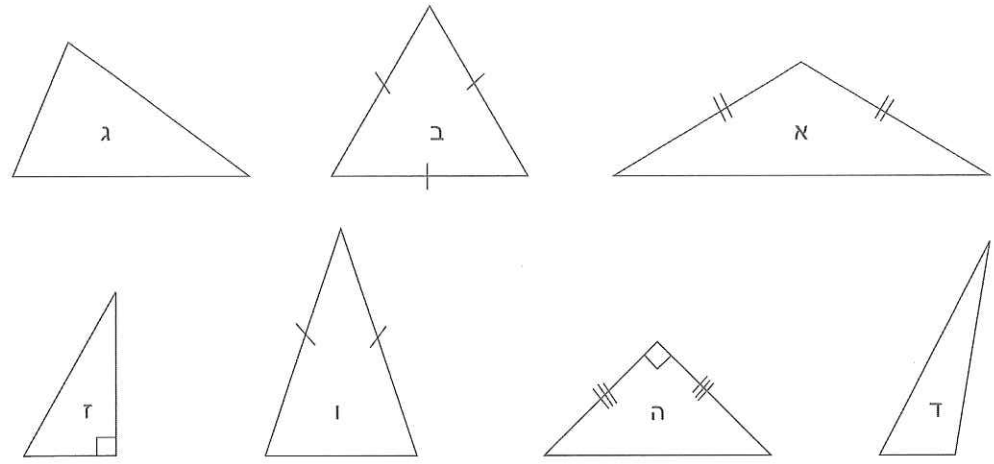


מה למדנו?

- למדנו למיין משולשים לפי צלעות וזוויות.
- ראינו כי משולש שווה צלעות הוא משולש שווה שוקיים, אך הטענה ההפוכה אינה נכונה.
- נוכחנו כי יש לעתים תנאים בלתי אפשריים. למשל, אין משולש ישר זווית שהוא שווה צלעות.

ביחידה זו לא המשכנו לפתח את מבנה הגאומטריה.

1. לפניכם שבעה משולשים.

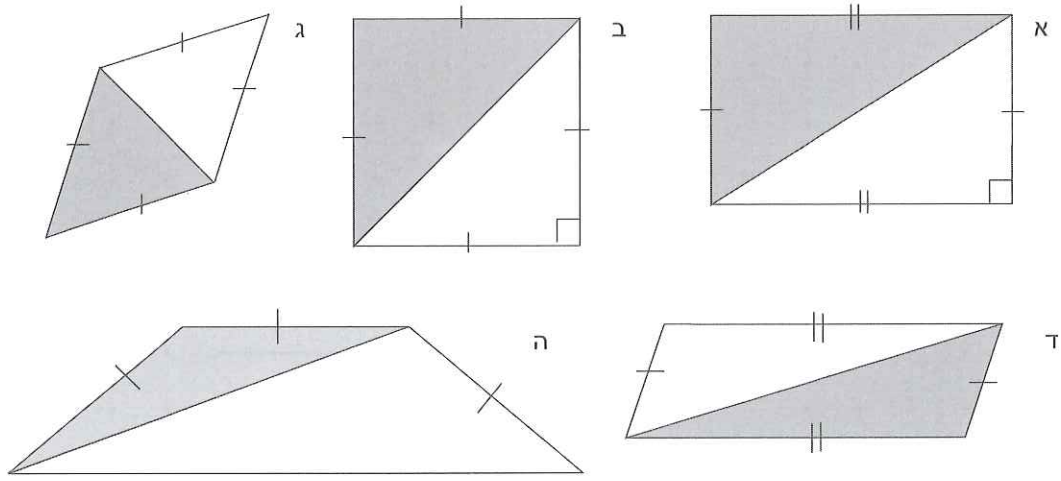


א. לכל משולש מקום מתאים בטבלה. רשמו את האות שבתוך המשולש במקום המתאים.

	שווה שוקיים		שונה צלעות
	שווה צלעות		
חד זוויות			
ישר זווית			
קהה זווית			

ב. אי-אפשר לבנות שני סוגי משולשים, לכן נשארו שתי משבצות ריקות בטבלה, אילו הן?

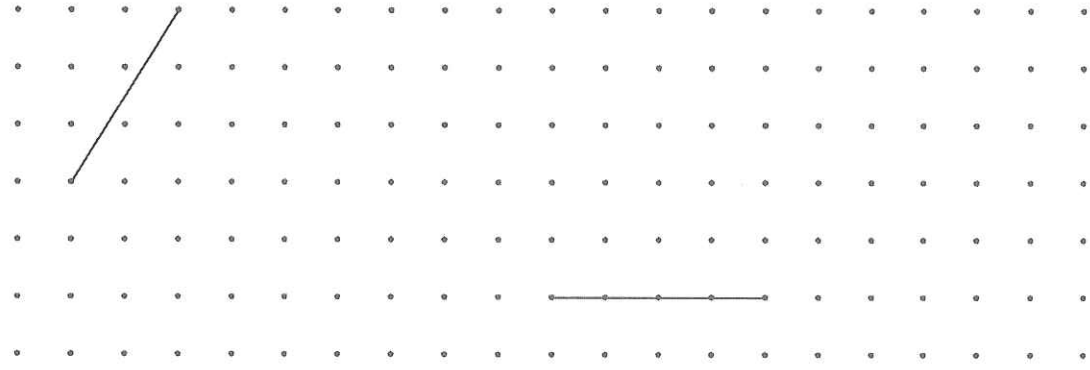
2. א. ציינו איזה סוג של משולש צבוע בכל מרובע והסבירו.



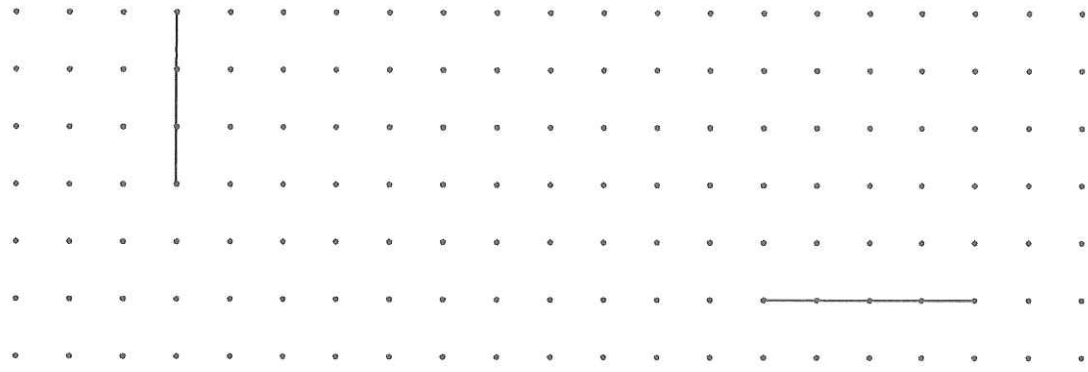
ב. ציירו מרובע והעבירו בו אלכסון, כך שיתקבל משולש חד זווית שווה צלעות.

3. השלימו כל קטע למשולש בעזרת שני קטעים נוספים (הקודקודים על נקודות הרשת).

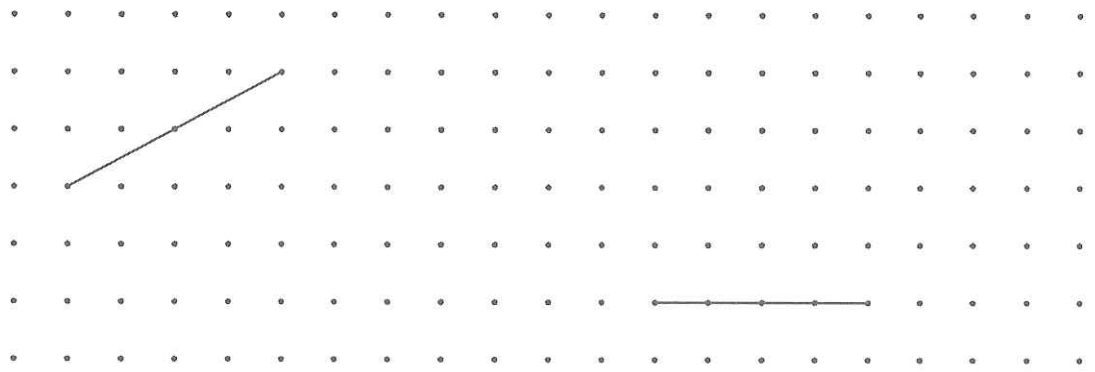
א. משולשים חדי-זוויות.



ב. משולשים ישרי זווית.

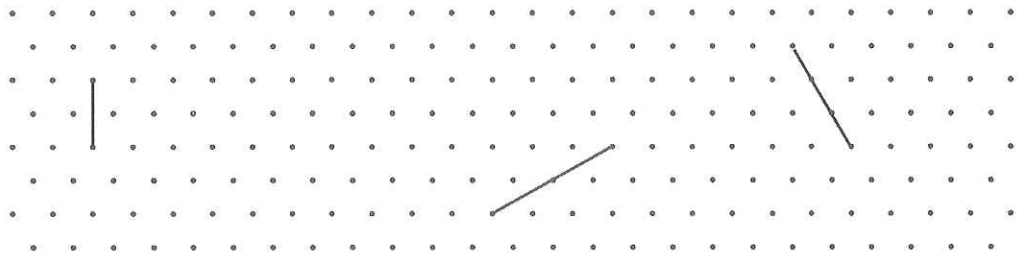


ג. משולשים קהי זווית.

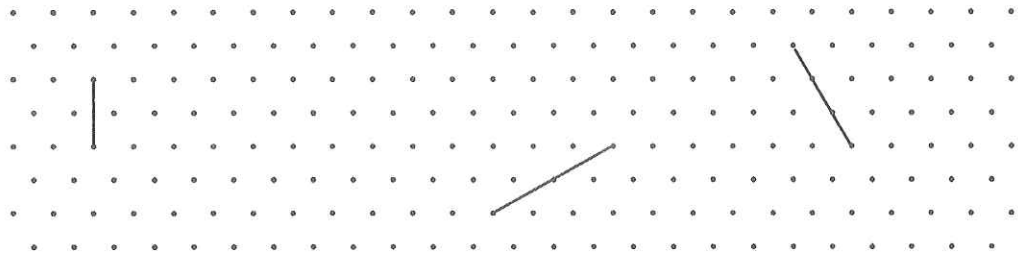


4. השלימו, אם אפשר, כל קטע למשולש בעזרת שני קטעים נוספים. שימו לב שהקודקודים של המשולש יהיו נקודות ברשת.

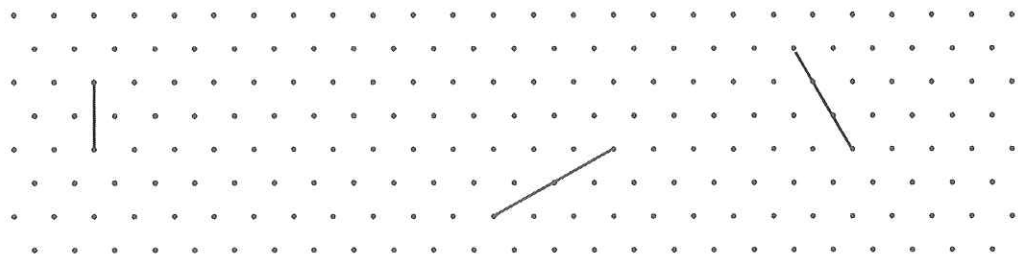
א. משולשים חדי זוויות.



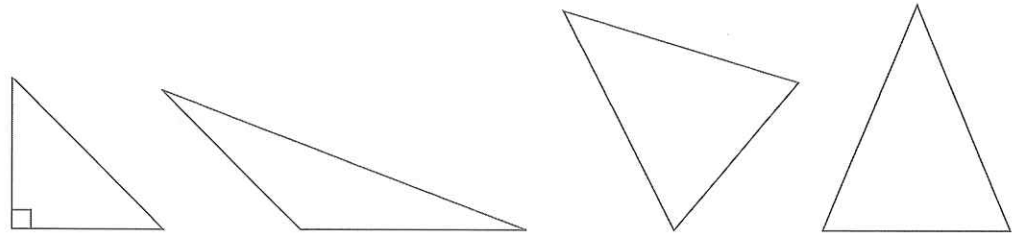
ב. משולשים ישרי זווית.



ג. משולשים קהי זווית.



5. א. סמנו צלעות שוות במשולשים שווי השוקיים שלפניכם:



ב. ציירו משולש חד זווית, משולש ישר זווית ומשולש קהה זווית.

6. א. איזה מהמשפטים הבאים נכון? הסבירו.

משולש שווה שוקיים הוא שווה צלעות.

משולש שווה צלעות הוא שווה שוקיים.

ב. האם ייתכן? אם כן, ציירו משולש מתאים. אם לא, הסבירו.

מספר הזוויות החדות במשולש הוא שלוש.

מספר הזוויות החדות במשולש הוא שתיים.

מספר הזוויות החדות במשולש הוא אחת.

מספר הזוויות הישרות במשולש הוא שתיים.

במשולש יש גם זווית קהה וגם זווית ישרה.

יחידה 10 – חופפים מצולעים

נבדוק אם מצולעים השווים בצלעותיהם לפי הסדר או בזוויותיהם - הם חופפים.

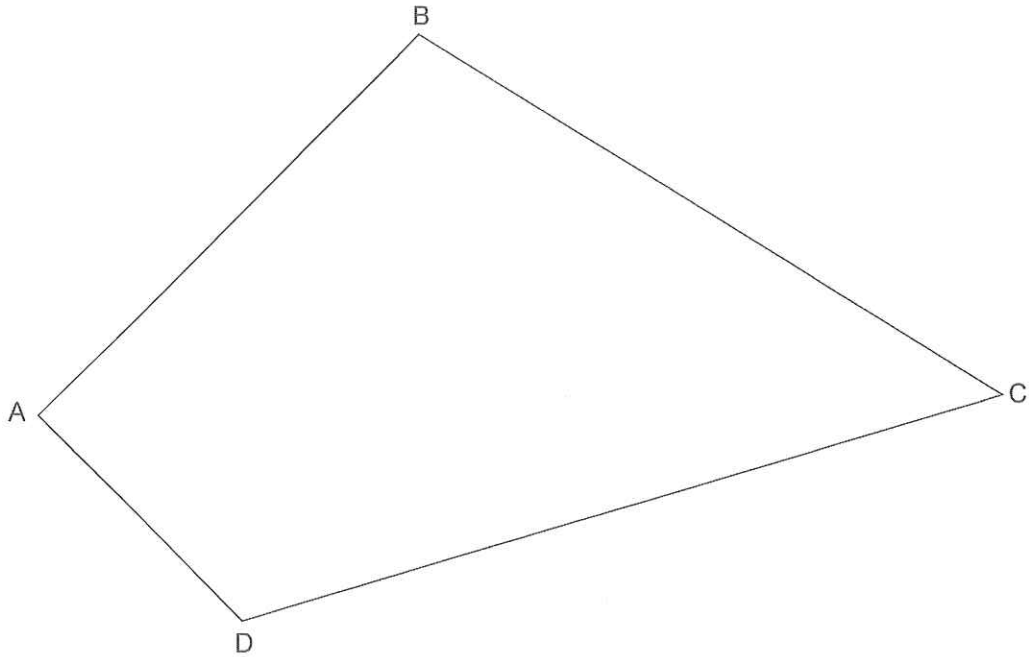
האם מספיק שוויון צלעות?



מרובעים השווים באורכם צלעות

1. א. מה תוכלו לומר על הצלעות ועל הזוויות של מרובעים חופפים?

ב. גזרו קטעים של קשיות באורך הצלעות של המרובע ABCD.



חברו את הקשיות למרובע לפי הסדר שבשרטוט בעזרת מנקי מקטרות.

האם המרובע שקיבלתם חופף למרובע ABCD?

לחצו על שני קדקודים נגדיים: האם הצלעות השתנו? האם הזוויות השתנו?

האם המרובע חופף למרובע ABCD?

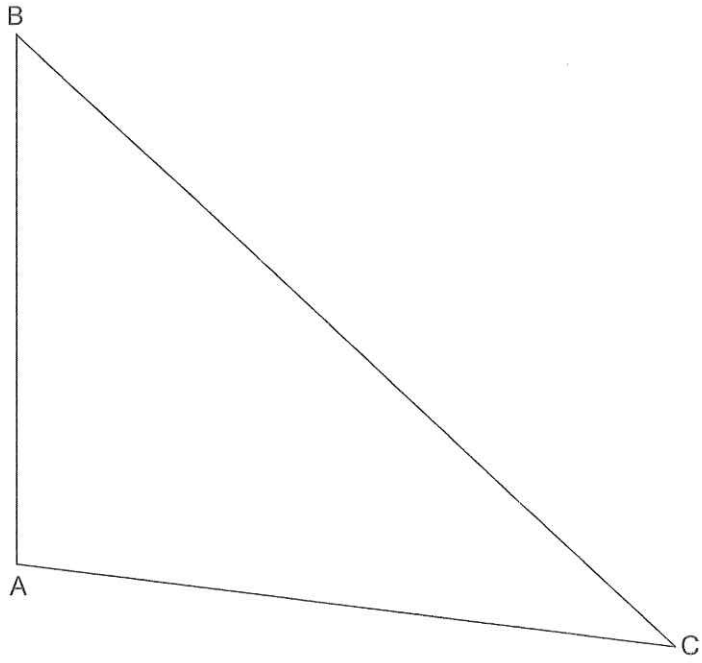
האם מספיק לדעת שארבע צלעות של שני מרובעים שוות לפי הסדר, כדי שהמרובעים יהיו חופפים? הסבירו.

הוכחנו באמצעות דוגמה שמרובעים השווים בארבע צלעות, לפי הסדר, **אינם** תמיד חופפים.

ראינו כי מספיק להביא דוגמה נגדית כדי להראות שטענה אינה נכונה.

2. א. מה תוכלו לומר על הצלעות ועל הזוויות של משולשים חופפים?

ב. גִזרו קטעים של קשיות באורך צלעות המשולש ABC.



חברו את הצלעות למשולש כמו בשרטוט בעזרת מנקי מקטרות.

- האם המשולש שקיבלתם חופף למשולש ABC? האם הזוויות בשני המשולשים שוות?
- האם אפשר לשנות את המשולש בלי לשנות את הצלעות?
- האם כל המשולשים שהתקבלו בכיתה חופפים זה לזה?
- האם מספיק לדעת ששלוש צלעות של שני משולשים שוות כדי שהמשולשים יהיו חופפים?

הראנו שמשולשים השווים בשלוש צלעות הם חופפים.

משפט חפיפה: אם שלוש צלעות במשולש אחד שוות לשלוש צלעות במשולש אחר, המשולשים חופפים.

בקיצור אומרים: צלע – צלע – צלע, ומסמנים: צ. צ. צ.

לא הוכחנו משפט זה.
הראנו על-ידי התנסות שהתנאי של שוויון שלוש צלעות מספיק לחפיפה.

האם מספיק שוויון זוויות?



משולשים השווים בשלוש זוויות

3. ראינו שמספיק ששלוש צלעות של שני משולשים שוות כדי שהמשולשים יהיו חופפים.
נבדוק אם מספיק לדעת ששלוש הזוויות של שני משולשים שוות כדי שהמשולשים יהיו חופפים.
צרו משולש מזוויות השוות לזוויות המשולש ABC.
האם המשולשים שהתקבלו בכיתה חופפים זה לזה?
המשולש שהכינה יעל חופף למשולש ABC. האם מספיק לדעת ששלוש הזוויות של שני משולשים שוות כדי שהמשולשים יהיו חופפים?

הוכחנו שמשולשים השווים בשלוש זוויות **אינם תמיד** חופפים.

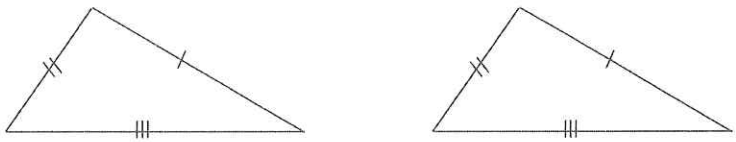
דוגמה נגדית מספיקה כדי **להוכיח** ששוויון הזוויות **אינו** מספיק לחפיפה.



בודקים חפיפה

4. קבעו בכל סעיף אם הנתונים בשרטוט מספיקים כדי לקבוע שהמשולשים חופפים. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

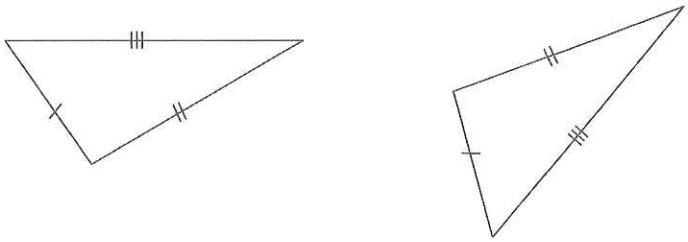
א



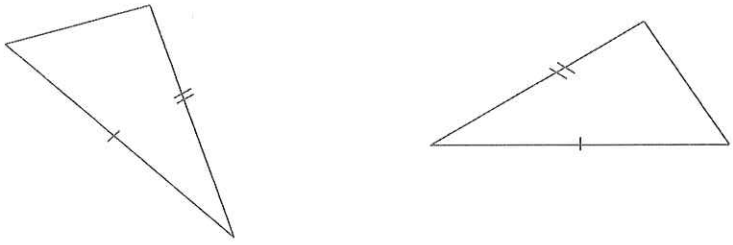
ב



ג

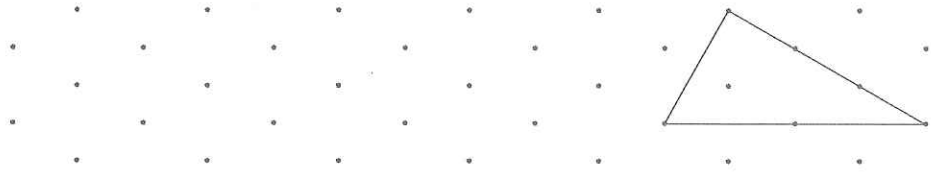


ד



5. שרטטו משולש חופף לכל אחד מהמשולשים המשורטטים.

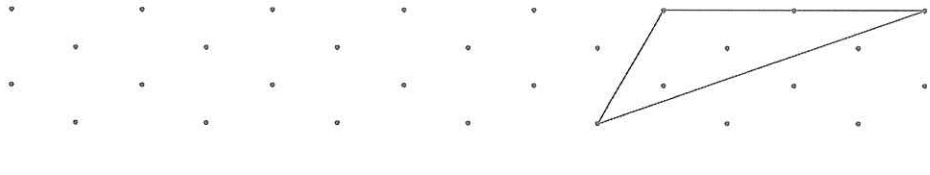
א.



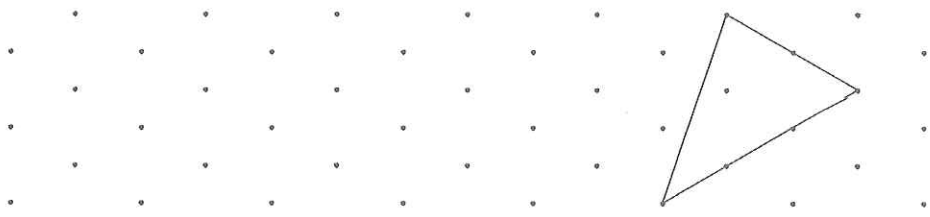
ב.



ג.



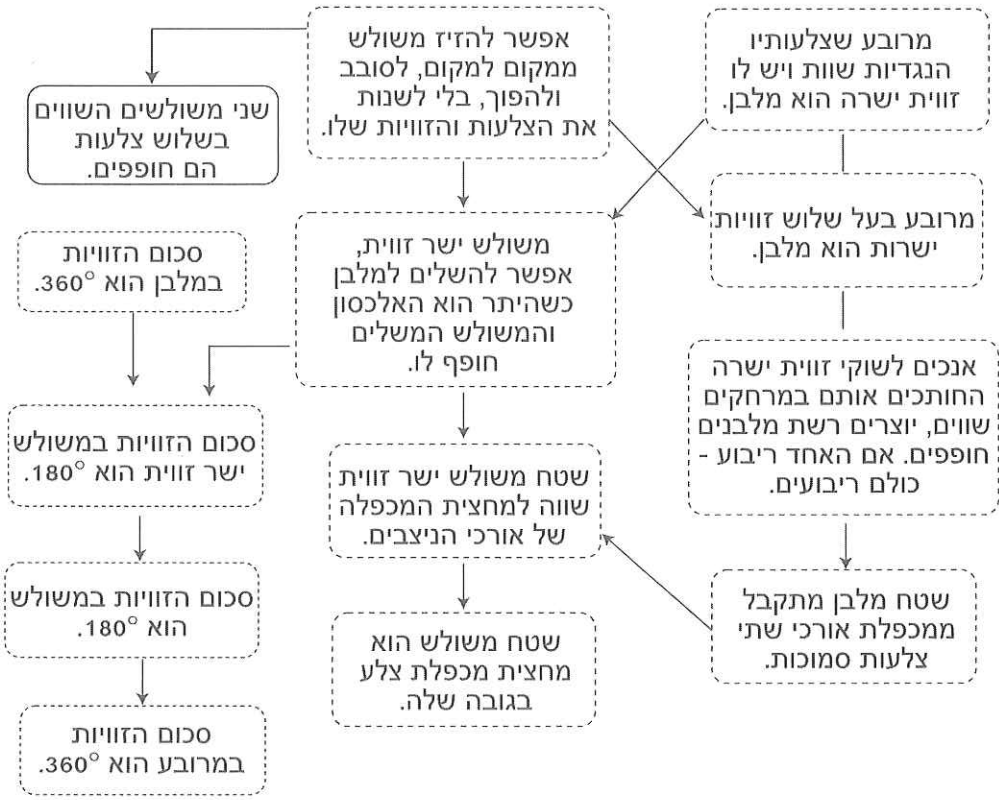
ד.



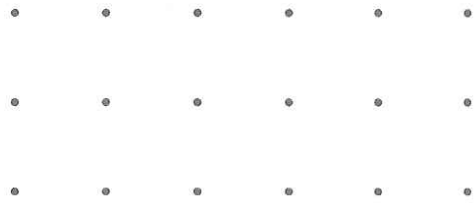
אפשר לשלב כאן פעילות מחשב: משולשים ומרובעים לפי צלעות ולפי זוויות.

מה למדנו?

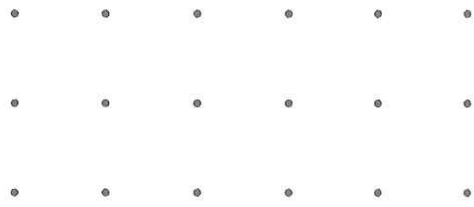
- ביחידה 5 הגדרנו מצולעים חופפים כמצולעים שבהם הצלעות והזוויות שוות בהתאמה (לפי הסדר).
  ביחידה זו התחלנו בבדיקת האפשרות לצמצם את מספר התנאים הדרושים לחפיפה.
  - ראינו כי **שוויון צלעות** (מתאימות) בלבד אינו מספיק לחפיפה של מרובעים, אבל מספיק לחפיפת משולשים.
  - ראינו כי **שוויון זוויות** בלבד אינו מספיק לחפיפת משולשים.
- ביחידה זו הכרנו טענה המאפשרת צמצום של מספר התנאים לחפיפת משולשים. ביחידות הבאות נכיר טענות נוספות שנקראות משפטי חפיפה.



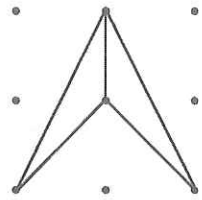
1. א. שרטטו זוג משולשים חופפים כך שהקדקודים יהיו על הנקודות.



ב. שרטטו זוג נוסף של משולשים חופפים.

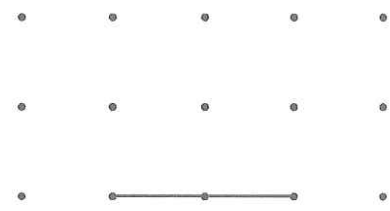


2. א. יעל שרטטה זוג משולשים כמו בשרטוט.



מה דעתכם? האם הם חופפים? הסבירו.

ב. שרטטו זוג משולשים חופפים כך שהקטע המסומן יהיה צלע של שניהם והקדקודים יהיו על הנקודות.



3. קבעו בכל סעיף אם הנתונים בשרטוט מספיקים כדי לקבוע אם המשולשים חופפים.

א



ב

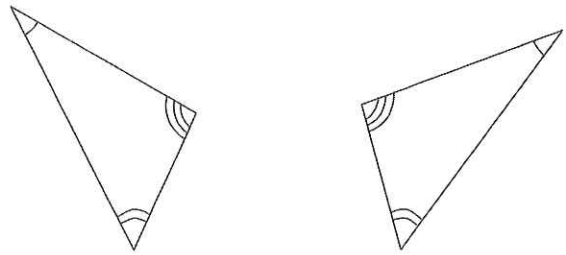


ג

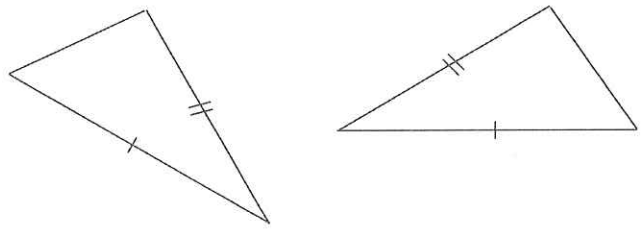


4. קבעו אם הנתונים בכל סעיף מספיקים כדי לקבוע שהמשולשים חופפים. אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

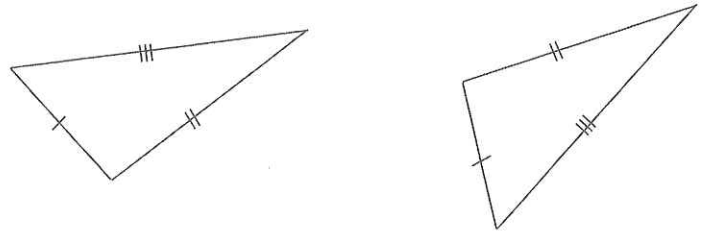
א



ב



ג



יחידה 11 – חופפים כאן...

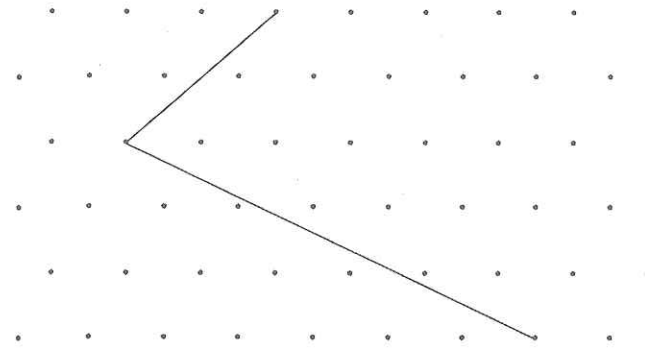
נעסוק במשולשים חופפים ונחפש תנאים מספיקים לחפיפה.

מחברים נקודות



מסביר ישר

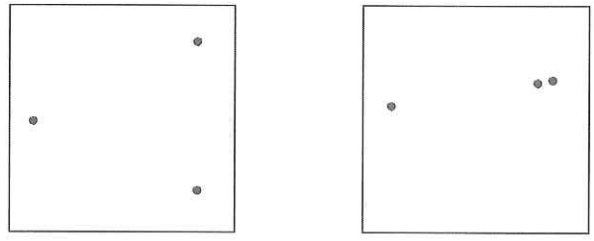
1. א. בשרטוט שני קטעים. מה צריך לעשות כדי לקבל משולש שהקטעים הם הצלעות שלו?



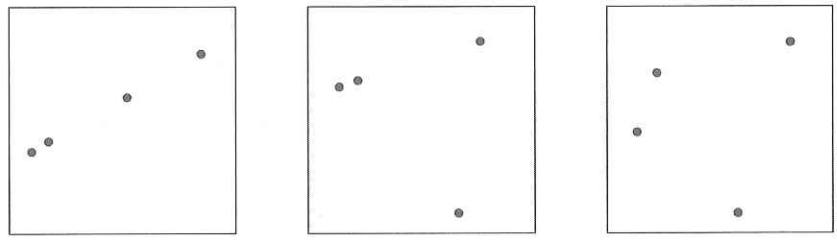
בכמה דרכים אפשר ליצור את המשולש? מדוע?

דרך שתי נקודות שונות עובר קו ישר אחד בלבד.

ב. בשרטוטים הבאים שלוש נקודות. מִצאו בכל שרטוט כמה ישרים אפשר להעביר דרך הנקודות. הסבירו.



ג. בשרטוטים הבאים ארבע נקודות. מצאו בכל שרטוט כמה ישרים אפשר להעביר דרך הנקודות. הסבירו.



עוד תנאי לחפיפת משולשים



משולשים השווים זשתי צלעות

2. בחרו בקשיות המתאימות באורכן לצלעות AB ו-BC במשולש ABC (מהיחידה הקודמת). חברו אותן בעזרת מנקי מקטרות.

הַניחו את הקשית באורך AB על הצלע AB במשולש. התאימו את הקודקוד המשותף ל-B. סובבו את הקשית באורך BC כך שהזווית תשתנה בכל פעם.

בדקו עבור זוויות קטנות מ- $\measuredangle B$, גדולות מ- $\measuredangle B$, שוות לה.

באיזה מקרה יתקבל משולש חופף (הוסיפו צלע שלישית ובדקו.)?

דניאל קיבל משולש חופף למשולש ABC. מהי הזווית בין הקשיות שחיבר?

ישראל קיבל משולש שונה ממשולש ABC. מה תוכלו לומר על הזווית בין הקשיות?

האם מספיק לדעת ששתי צלעות של שני משולשים שוות, כדי שהמשולשים יהיו חופפים?

הראנו שמשולשים השווים בשתי צלעות ובזווית שבין הצלעות הם חופפים.

כדי להשלים למשולש חיברנו את קצות הצלעות זו לזו. לשם כך הסתמכנו על כך שדרך שתי נקודות שונות עובר קו ישר אחד בלבד.

משפט חפיפה: אם במשולש שתי צלעות והזווית שביניהן שוות לשתי צלעות ולזווית שביניהן במשולש אחר, המשולשים חופפים.

בקיצור אומרים: צלע – זווית – צלע, ומסמנים: צ. ז. צ.



אפשר לשלב כאן פעילות מחשב: משפטי חפיפה.

מזהים משולשים חופפים

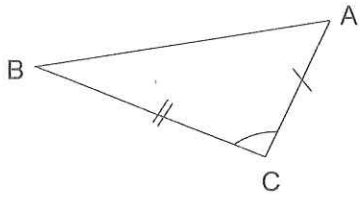


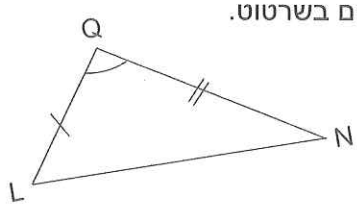
שוויונים במשולשים חופפים

3. א. כתבו שיוויונים על סמך הנתונים בשרטוט.

ב. האם המשולשים חופפים?

מהו משפט החפיפה?

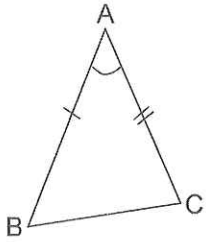


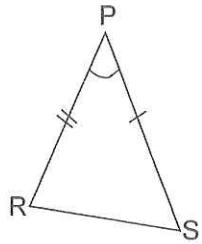




קונגרואנטיות חפיפה

4. א. כתבו שוויוניים על סמך הנתונים המסומנים בשרטוט.





AB = PS

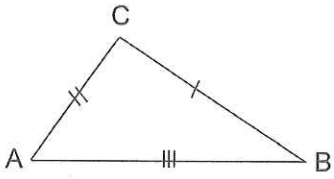
∠A = _____

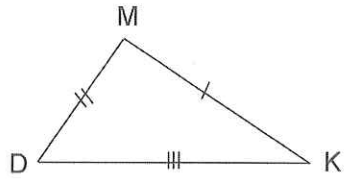
_____ = _____

האם המשולשים חופפים?

מהו משפט החפיפה?

ב. כתבו שוויוניים על סמך הנתונים בשרטוט.





_____ = _____

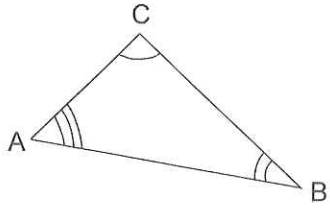
_____ = _____

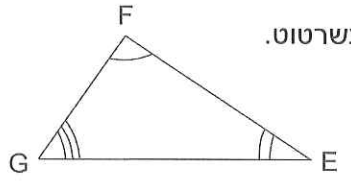
_____ = _____

האם המשולשים חופפים? מהו משפט החפיפה?

ג. כתבו שוויוניים על סמך הנתונים בשרטוט.

האם המשולשים חופפים? נמקו.

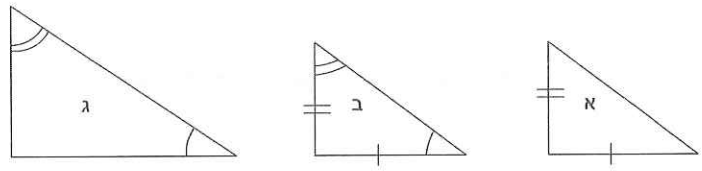






האם הם חופפים?

5. לפניכם משולשים ישרי זווית (הזווית הישרה למטה משמאל) ובהם מסומנים נתונים.



היעזרו במשולשים כדי לקבוע אם המשפטים הבאים נכונים.

אם כן, ציינו על סמך איזה משפט חפיפה.

אם לא, ציינו אותיות של זוג משולשים שהם דוגמה נגדית.

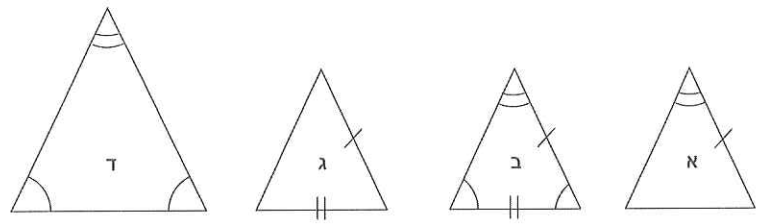
א. אם בשני משולשים ישרי זווית הניצבים שווים, אז המשולשים חופפים.

ב. אם בשני משולשים ישרי זווית הזווית החדות שוות, אז המשולשים חופפים.



מיהם החופפים?

6. לפניכם משולשים שווי שוקיים (הבסיס למטה), שבהם מסומנים נתונים.



היעזרו במשולשים כדי לקבוע אם המשפטים הבאים נכונים.

אם כן, ציינו על סמך איזה משפט חפיפה. אם לא, ציינו אותיות של זוג משולשים שהם דוגמה נגדית.

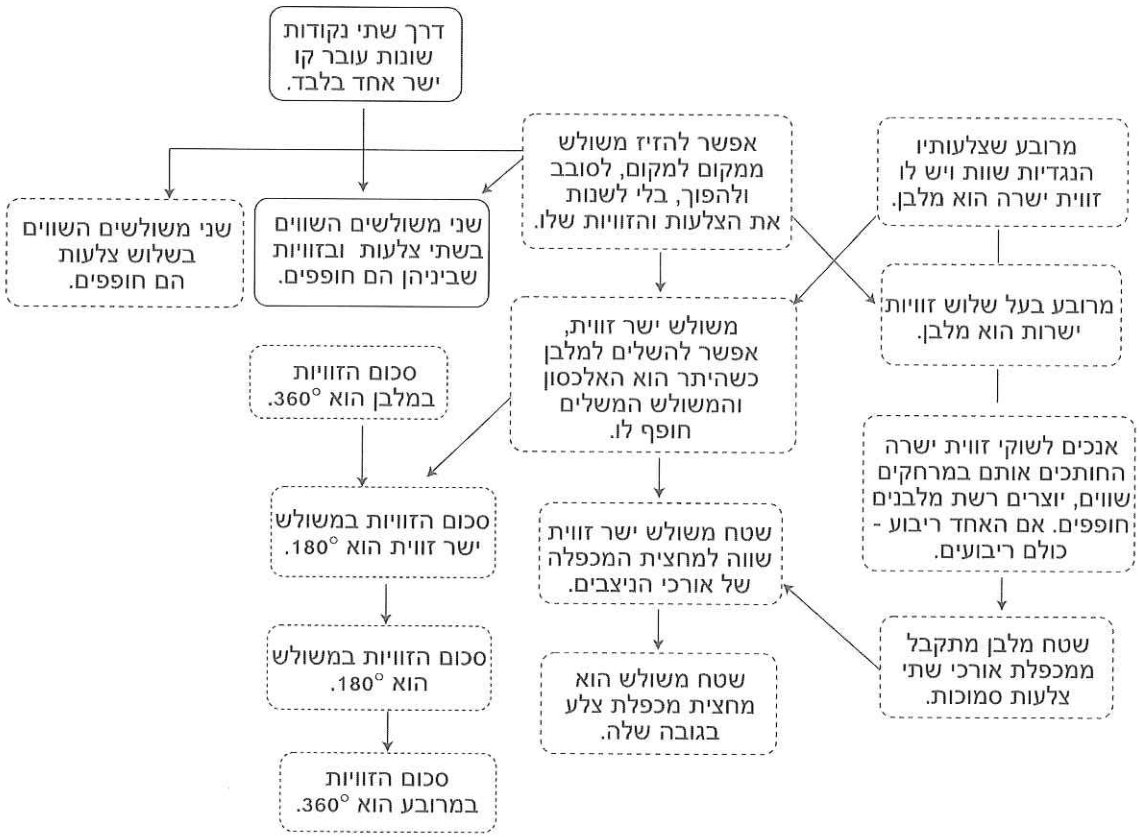
א. שני משולשים שווי שוקיים השווים בשוק ובזווית שבין השוקיים, חופפים.

ד. שני משולשים שווי שוקיים השווים בשלוש זוויותיהם, חופפים.

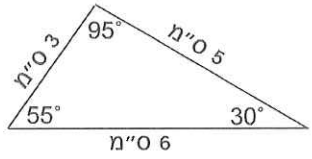
ג. שני משולשים שווי שוקיים השווים בבסיס ובשוק, חופפים.

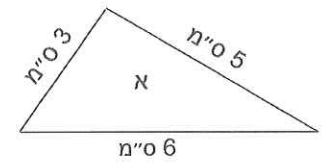
מה למדנו?

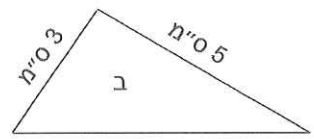
- למדנו כי דרך שתי נקודות שונות עובר קו ישר אחד בלבד.
- ראינו כי **שוויון** בין **שתי צלעות** במשולש אחד לשתי צלעות במשולש אחר, **אינו מספיק** לחפיפת משולשים.
- ראינו כי **שוויון** בין **שתי צלעות וזווית ביניהן** במשולש אחד לבין שתי צלעות במשולש אחר, **מספיק** כדי להסיק חפיפה של שני משולשים.

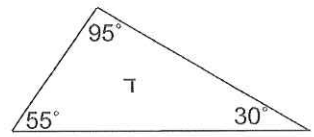


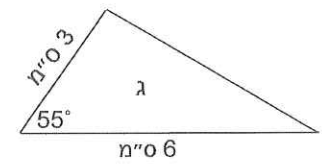
1. במשולש שבשרטוט נתונות המידות של הצלעות והזוויות.
קבעו לפי הנתונים אילו מהמשולשים הבאים חופפים לו:



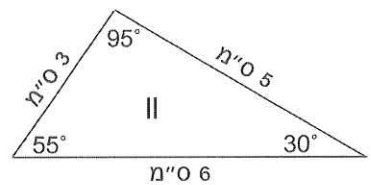


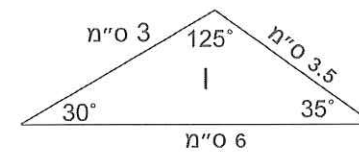




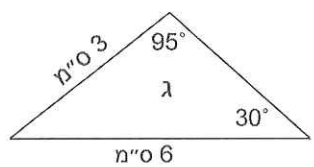


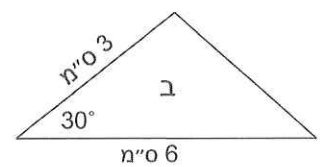
2. במשולשים שבשרטוט נתונות המידות של הצלעות והזוויות (המשולשים אינם משורטטים לפי הגדלים המדויקים).

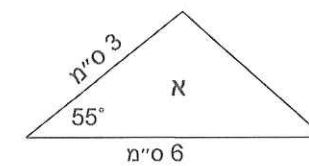


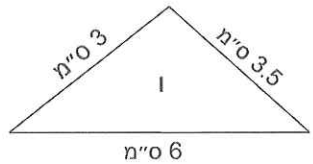


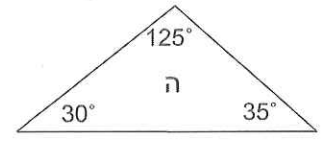
זהו משולשים חופפים לכל אחד מהם. ציינו על סמך איזה משפט קבעתם. מחקו משולשים שאינם חופפים לאף אחד מהם (המשולשים אינם משורטטים לפי הגדלים המדויקים).

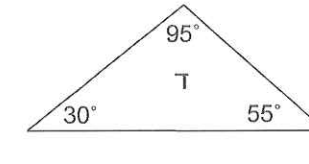






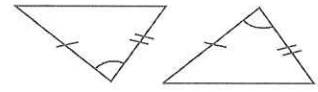




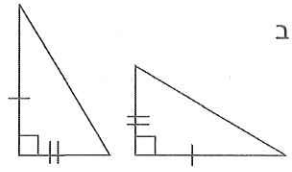


3. קבעו אם ניתן להסיק מהנתונים שהמשולשים חופפים. אם כן, ציינו על סמך איזה משפט.
אם לא, שרטטו דוגמה נגדית.

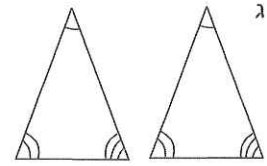
א



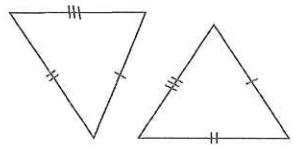
ב



ג

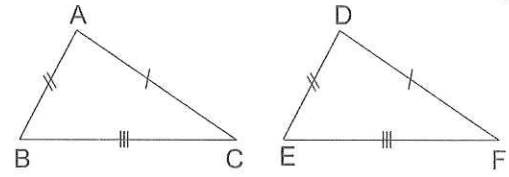


ד

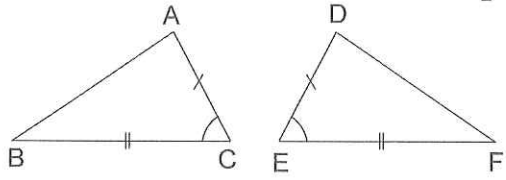


4. כתבו בכל סעיף שוויונים לפי השרטוט. ציינו אם המשולשים חופפים.

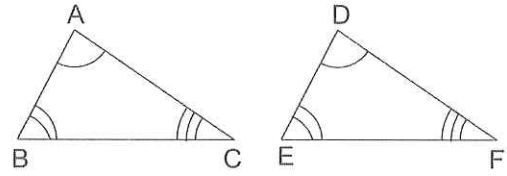
א



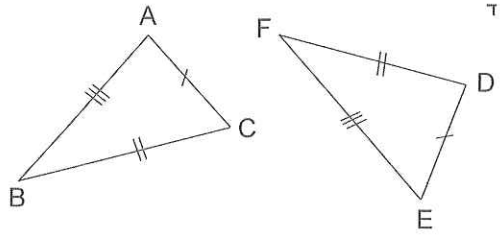
ב



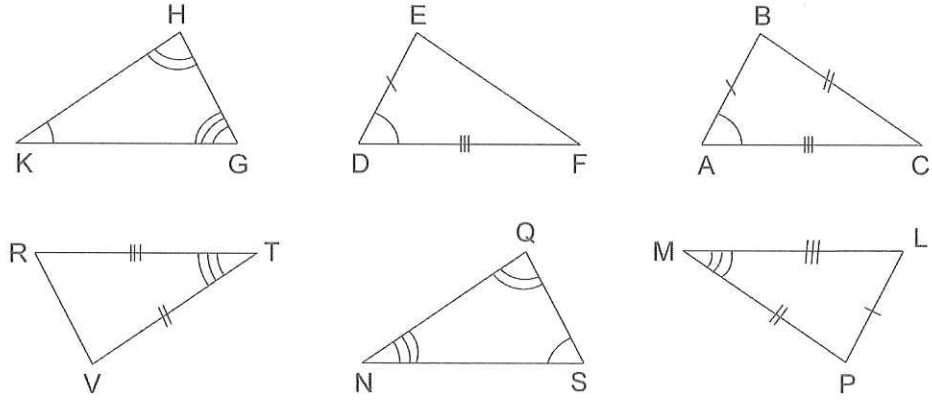
ג



ד



5. מצאו זוגות של משולשים חופפים. כתבו שוויונים מתאימים וציינו מהו משפט החפיפה.



יחידה 12 - חופפים בהתאמה

נכיר עוד תנאים מספיקים לחפיפה ונשים לב להתאמה בין חלקים שווים במשולשים חופפים.

מה עוד מספיק כדי לקבל משולשים חופפים?



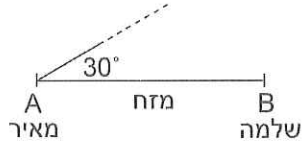
קונסטרוקציה משולש יחיד

1. מאיר ושלמה עומדים על המזח במרחק 100 מ' זה מזה וצופים אל הים. מקומות התצפית מסומנים באותיות A ו- B.



א. מאיר צפה בסירה. הזווית בין המזח לבין הקו הדמיוני בין מאיר לסירה היא 30°.

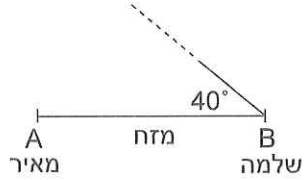
מאיר צייר כך:



היכן יכולה להיות הסירה?

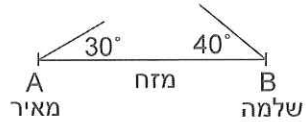
ב. שלמה צפה בסירה. הזווית בין המזח לבין הקו הדמיוני בין שלמה לסירה היא 40°.

שלמה צייר כך:



היכן יכולה להיות הסירה?

ג. סמנו את הזוויות של מאיר ושלמה בציור אחד ומצאו היכן נמצאת הסירה וסמנו ב- C. הסבירו.



ראינו שקטע עם שתי זוויות בקצותיו, שאפשר להרכיב מהן משולש, יוצרים משולש יחיד.

2. מצמידים ללוח משולש ABC.

א. ניצור משולש שיש לו צלע שווה לצלע BC, וזוויות שוות לזוויות ∡B ו- ∡C.

- האם נוצר משולש חופף למשולש ABC?
- איזה חלקים שווים בשני המשולשים?
- האם מספיק לדעת שצלע אחת ושתי הזוויות שלידה שוות בשני משולשים, כדי שהמשולשים יהיו חופפים?

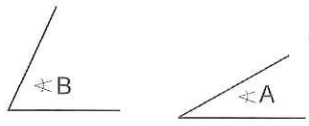
משפט חפיפה: משולשים השווים בצלע ובשתי הזוויות שלידה הם חופפים.

מצאנו כאן על-ידי התנסות אפשרות נוספת להסיק חפיפה.

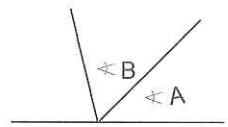
בקיצור אומרים: זווית – צלע – זווית, ומסמנים: ז. צ. ז.

ב. ליואב קטע באורך הצלע BC והזוויות בגודל זוויות ∡A ו- ∡B.

כיצד ייבנה משולש חופף למשולש ABC?



יואל הציע להעתיק את זוויות ∡A ו- ∡B זו ליד זו כך:



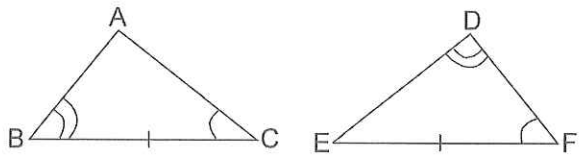
היכן בשרטוט מסתתרת זווית ∡C? הסבירו.

ג. בשרטוט שני משולשים השווים בצלע ובשתי זוויות.

BC = EF

∡B = ∡D

∡C = ∡F



האם המשולשים חופפים?

דני אמר: המשולשים חופפים כי יש במשולשים צלע ושתי זוויות שוות.

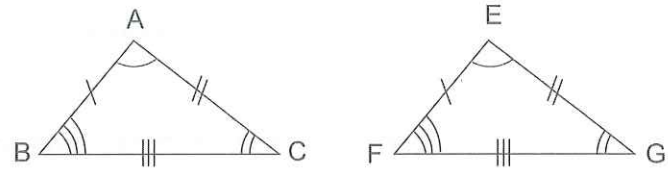
האם דני צודק? הסבירו.

האם מספיק לדעת שצלע אחת ושתי זוויות של שני משולשים שוות כדי שהמשולשים יהיו חופפים? מה צריך להוסיף?

האם מספיק לדעת שצלע אחת ושתי זוויות של שני משולשים שוות **בהתאמה** כדי שהמשולשים יהיו חופפים?

אם צלע אחת ושתי זוויות במשולש אחד שוות **בהתאמה** (לפי הסדר) לצלע ולשתי זוויות במשולש אחר, המשולשים חופפים.

ג. המשולשים ΔABC ו-ΔEFG חופפים. מסמנים ΔABC ≅ ΔEFG



אם נניח אותם זה על זה - ייפול קדקוד E על קדקוד A, קדקוד G על ____, קדקוד F על ____.

השלימו שוויונים:

AB = FE

AC = ____

BC = ____

∡A = ∡____

∡____ = ∡G

∡____ = ∡____

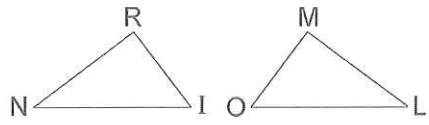
במשולשים חופפים חייבים להקפיד על **התאמת הקדקודים**.

התאמה במשולשים חופפים



חלקים מתאימים במשולשים

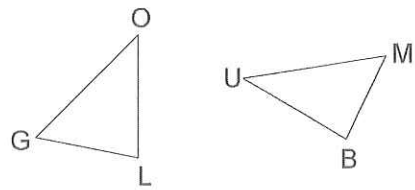
3. לפניכם זוגות של משולשים חופפים. היעזרו בנייר שקוף והשלימו לפי איזו התאמה המשולשים מכסים אחד את השני.



א. N על _____

I על _____

R על _____



ב. G על _____

O על _____

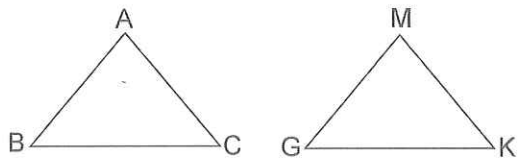
L על _____



מתאימים קדקודים

4. משולש ABC חופף למשולש MKG.

מסמנים: ΔABC ≅ ΔMKG



אם מניחים את המשולשים זה על זה כך שהם יכסו זה את זה, יהיה קדקוד A על קודקוד M.

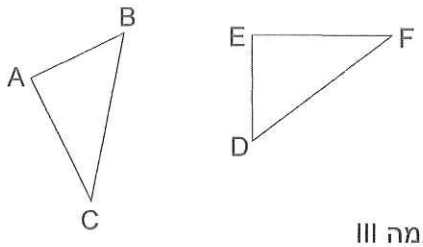
איך מתאימים הקדקודים האחרים? K על _____ G על _____.

השלימו: MK = ____ KG = ____ ____ = ____

∡G ____ ∡B = ____ ____ = ____



התאמה של משולשים

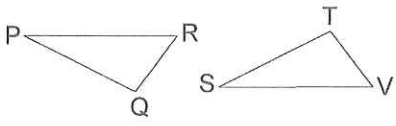


5. א. לפניכם שני משולשים חופפים.

בחרו מבין ההתאמות הבאות: לפי איזו התאמה מכסים המשולשים זה את זה בדיוק (היעזרו בנייר שקוף)?

התאמה I	התאמה II	התאמה III
D על A	E על A	E על A
E על B	D על B	F על B
F על C	C על F	D על C

ב. נתונים שני משולשים חופפים. מצאו התאמה בין הקדקודים והשלימו.



$\measuredangle Q =$ _____ $PQ =$ _____

$\measuredangle R =$ _____ $QR =$ _____

$\measuredangle P =$ _____ $PR =$ _____



האם הם חופפים?

6. באילו מהסעיפים המשפטים נכונים? ציינו על סמך איזה משפט.

אם המשפט אינו נכון, תנו דוגמה נגדית.

א. שני משולשים ישרי זווית השווים ביתר ובזווית חדה, חופפים.

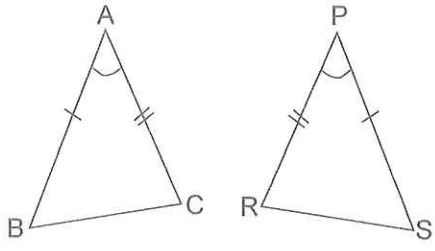
ב. שני משולשים ישרי זווית השווים ביתר שלהם, חופפים.

ג. שני משולשים ישרי זווית השווים בניצב ובזווית חדה בהתאמה, חופפים.

ד. שני משולשים ישרי זווית השווים בניצב ובזווית חדה, חופפים.

ה. שני משולשים ישרי זווית ושווי שוקיים השווים בשוק, חופפים.

7. א. כתבו שוויונים על סמך הנתונים המסומנים בשרטוט.



_____ = _____AB__

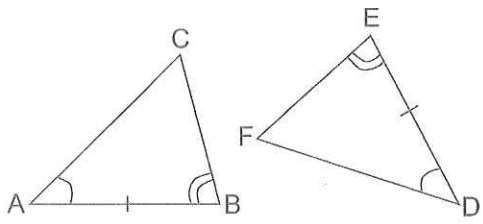
_____ = _____∡A__

_____ = _____

השלימו את חפיפת המשולשים **לפי סדר הקדקודים**. ציינו לפי איזה משפט חפיפה.

$\Delta ABC \cong \Delta$ _____

ב. כתבו שוויונים על סמך הנתונים המסומנים בשרטוט.



AB = _____

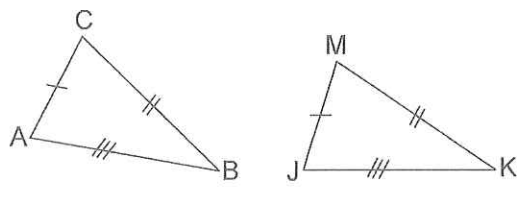
∡D = _____

∡B = _____

השלימו את חפיפת המשולשים לפי סדר הקדקודים. ציינו לפי איזה משפט חפיפה.

$\Delta ABC \cong$ _____

ג. כתבו שוויונים על סמך הנתונים בשרטוט.



_____ = _____

_____ = _____

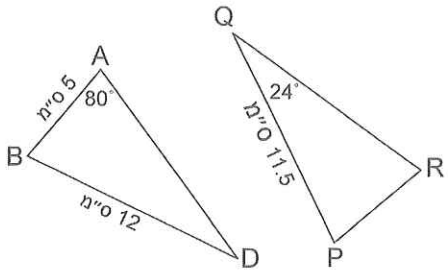
_____ = _____

השלימו את חפיפת המשולשים לפי סדר הקדקודים. ציינו לפי איזה משפט חפיפה.

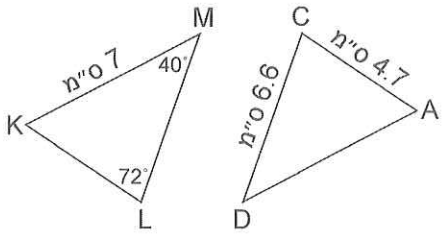
$\Delta ABC \cong \Delta$ _____

8. רשמו על השרטוטים את הגדלים של הצלעות והזוויות בכל משולש. הסתמכו על הנתונים הרשומים בשרטוטים ועל החפיפה הנתונה. (השרטוטים אינם על פי הגדלים הרשומים).

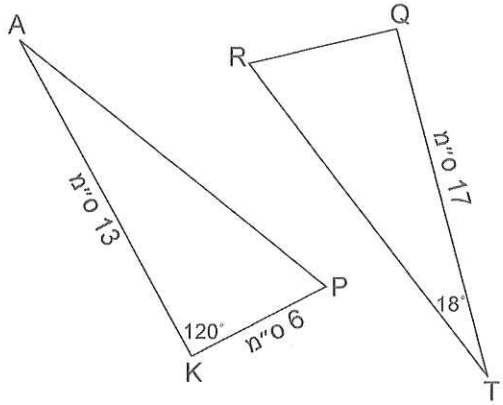
א. נתון: $\Delta ABD \cong \Delta PRQ$



ב. נתון: $\Delta MKL \cong \Delta DAC$

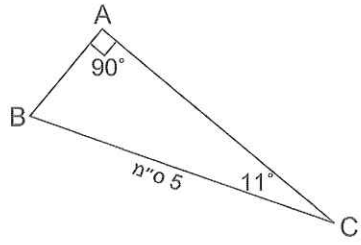


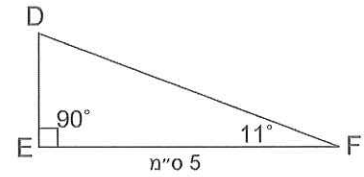
ג. נתון: $\Delta AKP \cong \Delta TRQ$



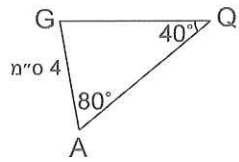
9. חשבו את הזוויות החסרות ורשמו את גודלן. מצאו כמה גדלים שווים יש בשני המשולשים. קבעו על סמך הנתונים הרשומים אם המשולשים חופפים. אם כן, רשמו את החפיפה.

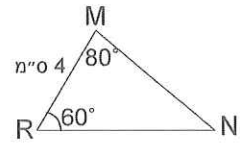
א



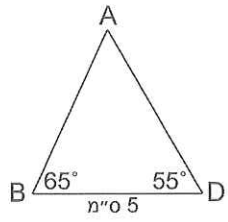


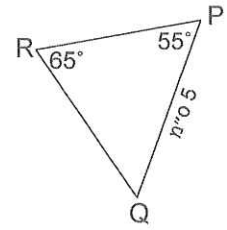
ב





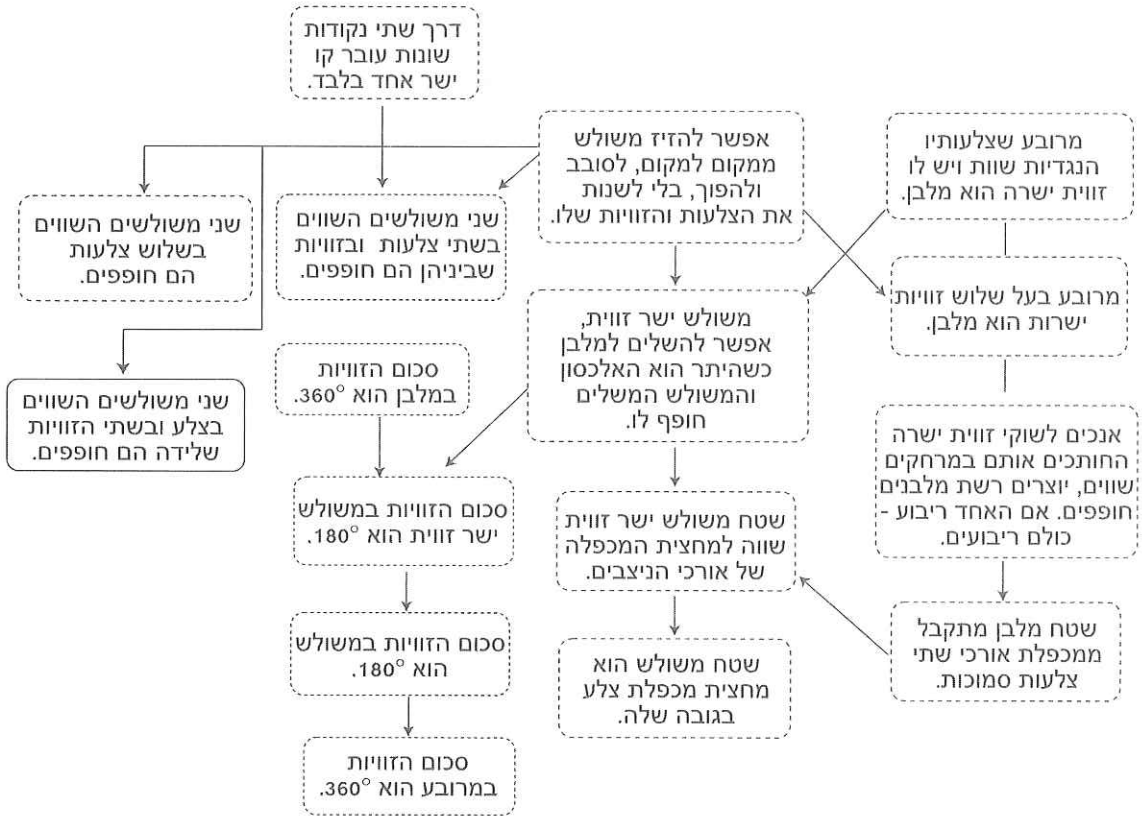
ג





מה למדנו?

- התנסינו והסקנו משפט חפיפה נוסף: שני משולשים השווים בצלע ובשתי הזוויות שלידה – חופפים.
- נוכחנו בחשיבות מושג **ההתאמה** בין הגדלים בשני משולשים חופפים.

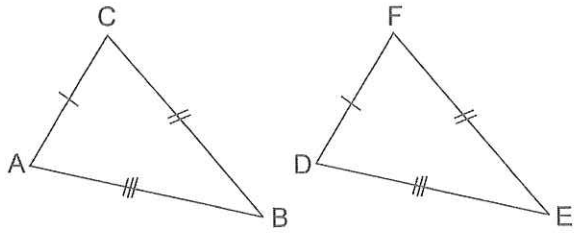


1. השלימו על סמך הסימונים בשרטוטים.

א. נתון: _____ = _____

_____ = _____

_____ = _____

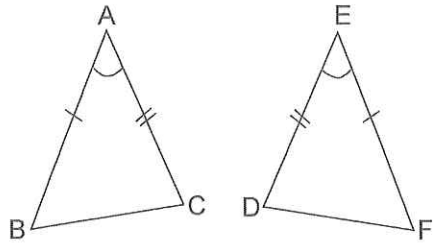


מסקנה: Δ_____ $\cong \Delta$_____

ב. נתון: _____ = _____

_____ = _____

_____ = _____

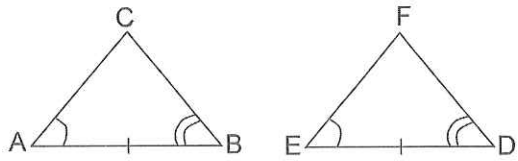


מסקנה: Δ_____ $\cong \Delta$_____

ג. נתון: AB = _____

$\measuredangle$E = _____

$\measuredangle$B = _____

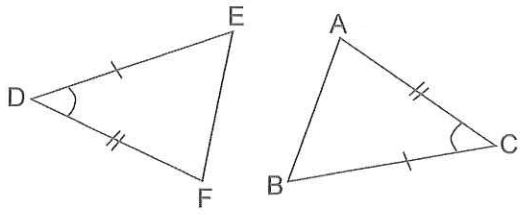


מסקנה: Δ_____ $\cong \Delta$_____

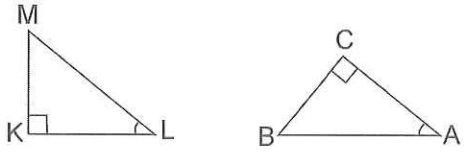
2. החלקים השווים מסומנים בשרטוטים בסימון שווה.

השלימו את שם המשולש או את האותיות ליד הקדקודים (שִמרו על ההתאמה בין הקדקודים).

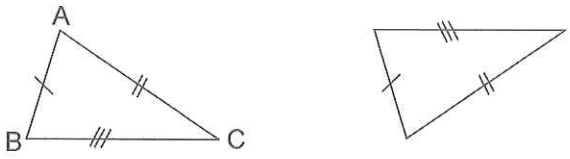
א. $\Delta ABC \cong \Delta F____$



ב. $\Delta MKL \cong \Delta ____$

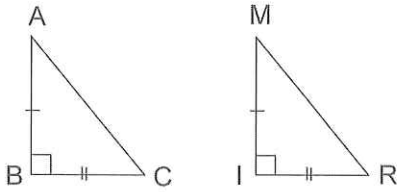


ג. $\Delta ABC \cong \Delta FGM$

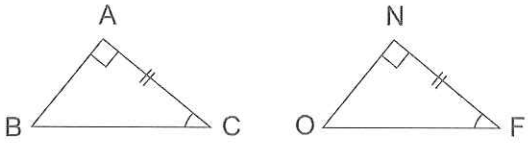


3. השלימו ונמקו.

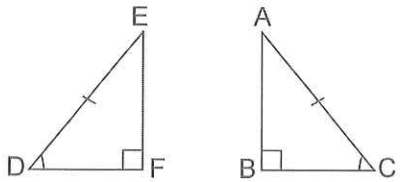
א. $\Delta ABC \cong \Delta ____$



ב. $\Delta ABC \cong \Delta ____$

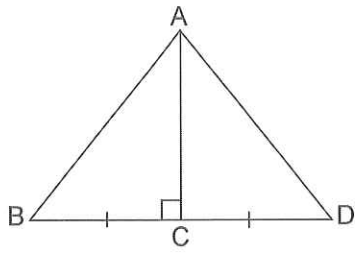


ג. $\Delta ABC \cong \Delta ____$

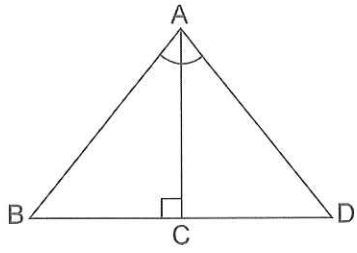


4. השלימו ונמקו.

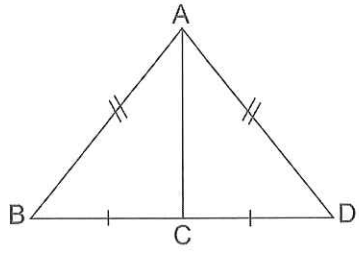
א. $\Delta ABC \cong \Delta$ _____



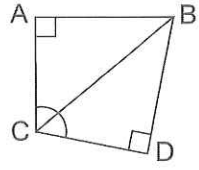
ב. $\Delta ABC \cong \Delta$ _____



ג. $\Delta ABC \cong \Delta$ _____

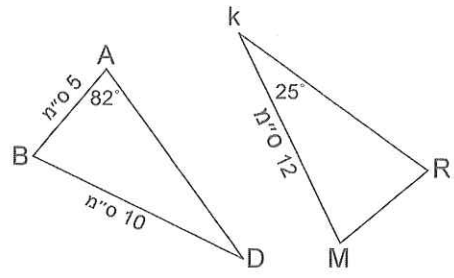


ד. $\Delta ABC \cong \Delta$ _____

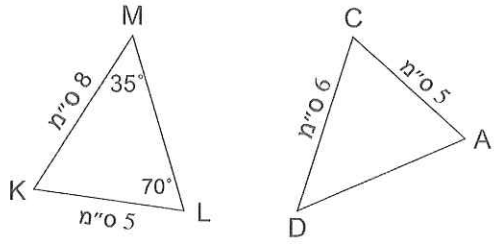


5. על סמך הנתונים הרשומים בשרטוטים ועל סמך החפיפה הנתונה, רשמו על השרטוטים את הגדלים של הצלעות ושל הזוויות בכל משולש (השרטוטים אינם על פי הגדלים הרשומים).

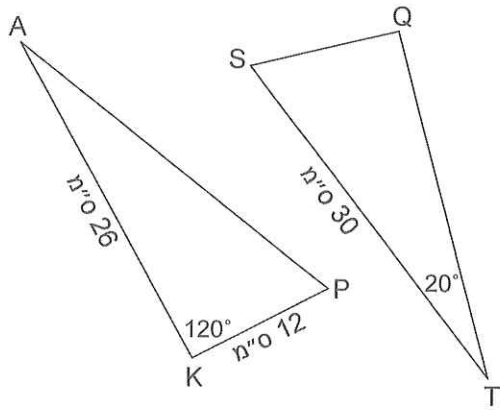
א. נתון: $\Delta ABD \cong \Delta MRK$



ב. נתון: $\Delta MKL \cong \Delta DAC$



ג. נתון: $\Delta AKP \cong \Delta TQS$

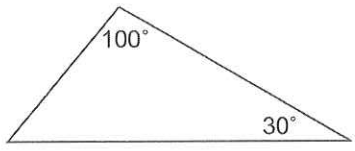


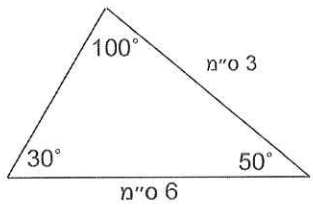
6. חברו בקו משולשים בטור א אל משולשים חופפים להם מטור ב (השרטוטים אינם על פי הגדלים הרשומים).

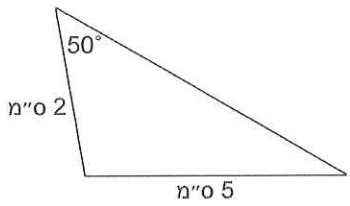
רשמו על הקו את משפט החפיפה המתאים.

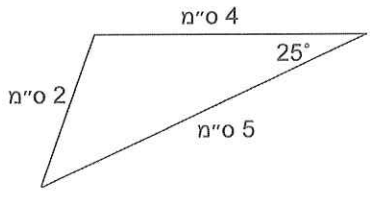
מחקו משולשים שאין להם משולש חופף.

טור ב

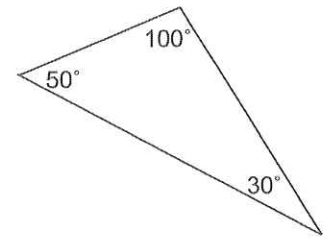


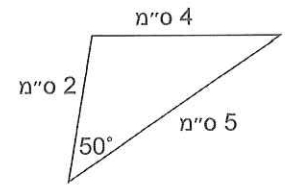


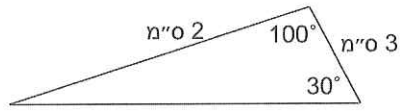


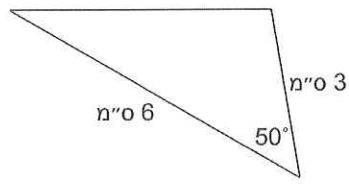


טור א









יחידה 13 – לקראת משפט פיתגורס

נבדוק קשרים בין שטחי ריבועים הבנויים על צלעות של משולש ישר זווית שווה שוקיים.

כל מיני ריבועים



יוצרים ריבועים מריבועים

1. בידי כל קבוצה נתונים 5 ריבועים חופפים (אורך צלע 9 ס"מ).

א. קחו שני ריבועים. חלקו כל אחד מהם לשני משולשים וצרו מהחלקים ריבוע גדול.
פי כמה גדול שטח הריבוע החדש משטח הריבוע הנתון?

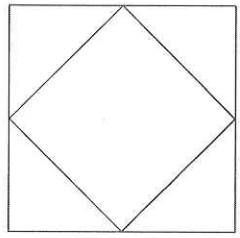
ב. צרו מריבוע נתון שני ריבועים ששטח כל אחד מהם חצי מהריבוע הנתון.
כמה ריבועים קטנים כאלה יש בריבוע הגדול שיצרתם בסעיף א?

ג. קחו שני ריבועים מהנתונים. גזרו אחד מהם לארבעה משולשים חופפים. צרו מהריבוע שנותר ומהמשולשים ריבוע גדול.
מה תוכלו לומר על שטחו?



האם קיבלתן ריבוע?

2. נתון ריבוע. חברו את אמצעי הצלעות בזה אחר זה.

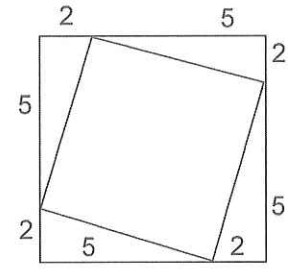


א. איזה מרובע התקבל?
האם הוא מלבן?
מה צריך להראות כדי לדעת שהמרובע הוא מלבן?
האם הוא ריבוע?
מה צריך להראות כדי לדעת שהוא ריבוע?

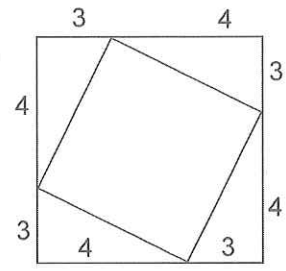
ב. איזה חלק מהריבוע הגדול מהווה הריבוע הקטן? הצדיקו.

3. נתונים הריבועים הבאים:

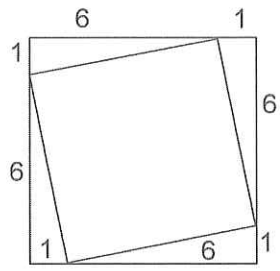
א



ב

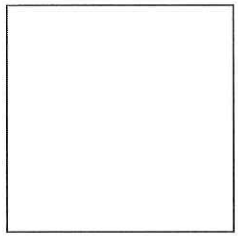


ג



א. האם המרובעים הפנימיים הם ריבועים? הצדיקו.

ב. מצאו בכל שרטוט את שטח הריבוע הפנימי (היעזרו בשטחי המשולשים ישרי הזווית שנוצרו).



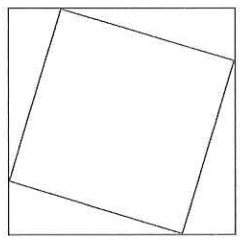
ג. נתון ריבוע. היכן תקבעו את הנקודות על הצלעות

כך שיתקבל ריבוע פנימי ששטחו $\frac{1}{2}$ מהריבוע הנתון?

האם אפשר לקבל ריבוע פנימי ששטחו פחות מ- $\frac{1}{4}$

הריבוע הנתון? הסבירו.

גזרו ריבוע ששטחו $\frac{1}{4}$ משטח הריבוע הנתון והניחו בתוך הריבוע. מה קיבלתם?



ד. נתון ריבוע שאורך צלעו 9 יחידות אורך. בתוכו ריבוע פנימי שקדקודיו על צלעות הריבוע הנתון נמצאים במרחקים שווים מקדקודי הריבוע החיצוני.

איזה מהמספרים הבאים יכול להיות שטח הריבוע הפנימי?

מחקו מספרים שאינם מתאימים:

$20 \; , \; 40 \; , \; 40\frac{1}{2} \; , \; 42 \; , \; 45 \; , \; 75 \; , \; 80\frac{1}{2} \; , \; 83 \; , \; 100$.

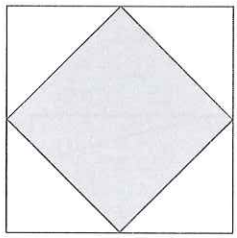
הסבירו.

ציינו לגבי כל אחד מהמספרים הנותרים, אם קדקודי הריבוע הפנימי קרובים יותר לאמצע הצלעות של הריבוע החיצוני או קרובים יותר לאחד מקדקודיו.



חבצים שטחים

4. יעל ודפנה שיחקו בצביעת שטחים של ריבוע בתוך ריבוע.
מי שצבעה שטח גדול יותר ניצחה. יעל צבעה כך:



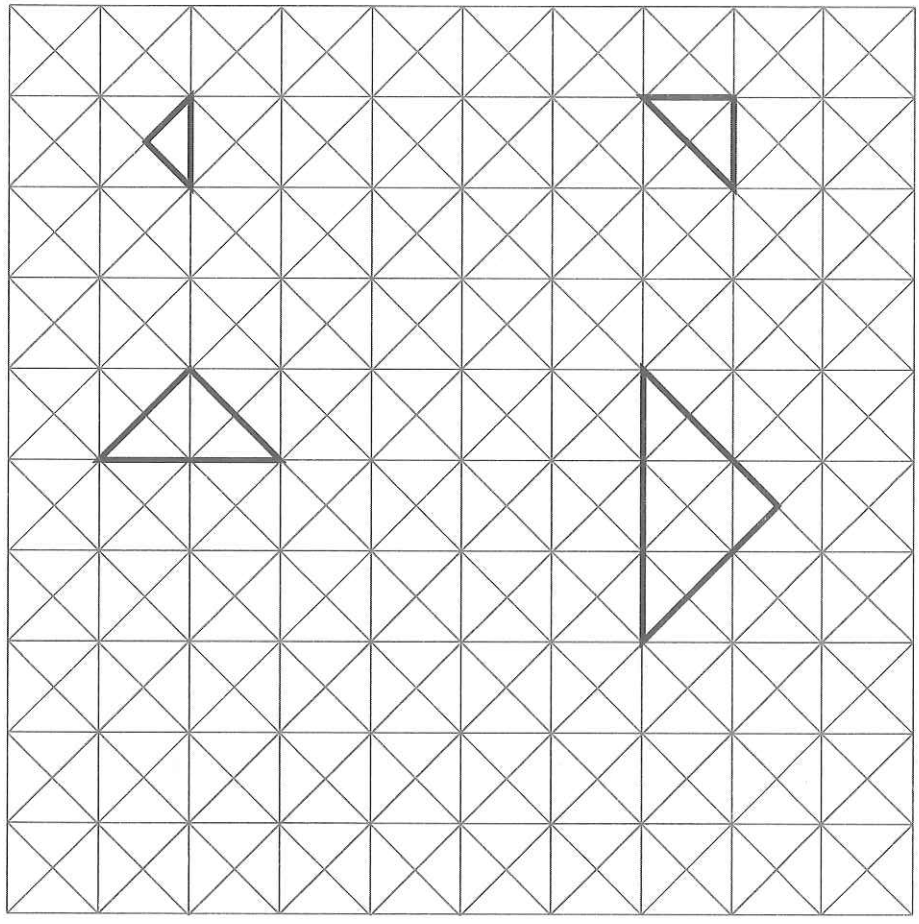
תנו הצעה לדפנה, היכן לסמן קדקודים כך שיתקבל ריבוע פנימי גדול יותר.

משולש ישר זווית ושווה שוקיים



חוקרים משולשים ברשת

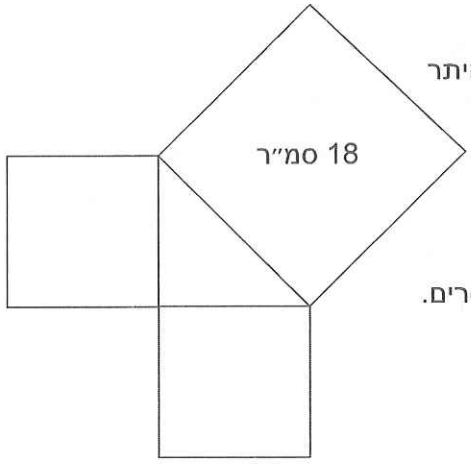
5. א. מהו סוג המשולשים המצוירים על הרשת (שימו לב לצלעות ולזוויות)?



ב. ציירו ריבוע על כל צלע של כל אחד מהמשולשים.

ג. מצאו בכל משולש קשר בין שטחי הריבועים שעל הניצבים לבין שטח הריבוע שעל היתר.

ד. יעל אמרה: בשרטוטים שלנו מצוירים משולשים ישרי זווית שווי שוקיים. מצאתי ששטח הריבוע שעל היתר הוא פי 2 משטח הריבוע שעל כל ניצב.
מה דעתכם?

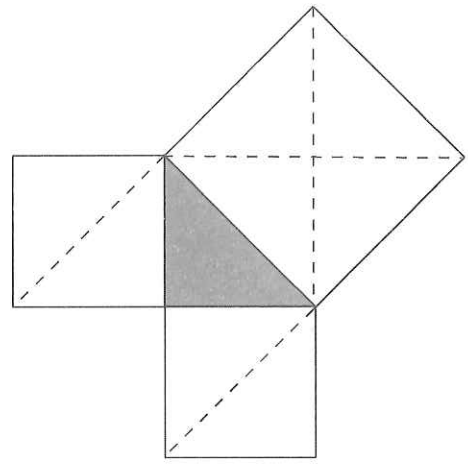


השלימו לפי הצעתה של יעל את שטחי הריבועים החסרים.



קשרים בין שטחי ריבועים

6. לפניכם משולש ישר זווית ושווה שוקיים. על כל אחת מצלעותיו בנו ריבוע.



א. שטח המשולש ישר הזווית הוא 5 סמ"ר.
מהו שטחו של כל אחד מהריבועים שעל הניצבים?
מהו סכום שטחי הריבועים על הניצבים?
מה שטחו של הריבוע אשר על היתר?
מהו הקשר בין שטחי הריבועים?

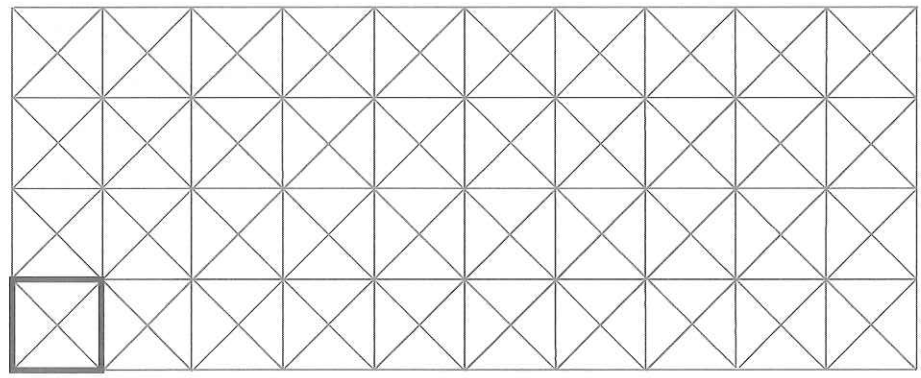
ב. האם בכל משולש ישר זווית שווה שוקיים קיים הקשר שמצאתם בסעיף א'?
היעזרו בחלוקה של הריבועים למשולשים והצדיקו את הקשר שמצאתם.

מה למדנו?

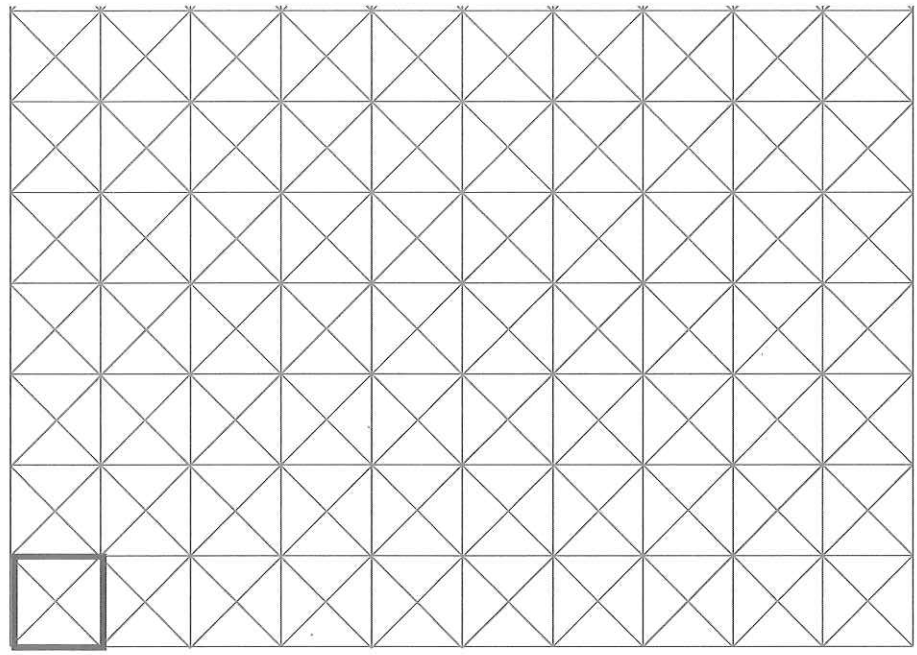
- הוכחנו כי במשולש ישר זווית ושווה שוקיים שטח הריבוע שעל היתר שווה לפעמיים שטח הריבוע שעל ניצב. לכן, סכום שטחי הריבועים שעל הניצבים שווה לשטח הריבוע שעל היתר.
- הוכחנו כי אם מחברים זה אחר זה אמצעי צלעות ריבוע המרובע הפנימי המתקבל הוא ריבוע המשפט אינו ברור לי, אולי בגלל היעדר פיסוק. ההוכחה מבוססת על כך שארבעת המשולשים ישרי הזווית שהתקבלו הם חופפים, ומכאן נובע שהצלעות של המרובע שוות זו לזו. הזוויות של המרובע ישרות כי כל אחת מהן משלימה שתי זוויות חדות של משולש ישר זווית ל-°180.

יחידה זו מהווה שלב בבניית משפט פיתגורס שאותו נוכיח ביחידה הבאה ונוסיף למבנה הגאומטריה.

1. בפינת הרשת מודגש ריבוע. סמנו על דף רשת ארבעה ריבועים נוספים שונים בגודלם.



2. בפינת הרשת מודגש ריבוע. שטחו 1 יחידת שטח. צלעו 1 יחידת אורך.



א. שרטטו ריבוע ששטחו גדול פי 2 מהריבוע הנתון. סמנו אותו ב- א.

ב. שרטטו ריבוע ששטחו גדול פי 4 מהריבוע הנתון. סמנו אותו ב- ב.

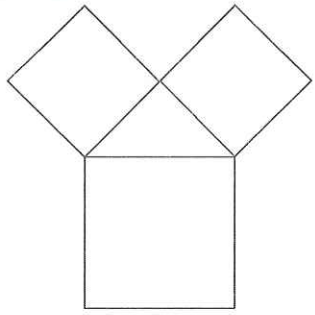
ג. שרטטו ריבוע ששטחו גדול פי 8 מהריבוע הנתון. סמנו אותו ב- ג.

ד. שרטטו ריבוע ששטחו גדול פי 9 מהריבוע הנתון. סמנו אותו ב- ד.

ה. רשמו את אורך הצלע של ריבוע ב ושל ריבוע ד.

3. בכל אחד מהסעיפים נתון שטח המשולש ישר הזווית שווה השוקיים.

כתבו בכל סעיף את שטחי הריבועים.



א. שטח המשולש: 5 סמ"ר.

מהו שטח הריבוע שעל ניצב?

מהו שטח הריבוע שעל היתר?

ב. שטח המשולש: 8 סמ"ר.

מהו שטח הריבוע שעל ניצב?

מהו שטח הריבוע שעל היתר?

ג. שטח המשולש: 1 סמ"ר.

מהו שטח הריבוע שעל הניצב?

מהו שטח הריבוע שעל היתר?

ד. שטח המשולש: 3 סמ"ר.

מהו שטח הריבוע שעל ניצב? מהו שטח הריבוע שעל היתר?

4. אורך כל ניצב במשולש ישר זווית שווה שוקיים הוא 3 ס"מ.

א. מה שטח הריבוע שעל הניצב?

ב. מה שטח הריבוע שעל היתר?

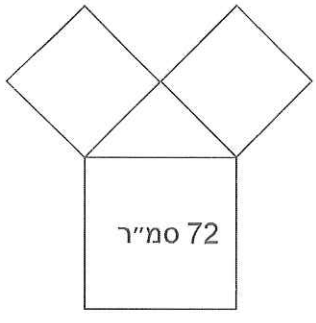
5. א. בשרטוט משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

שטח הריבוע שעל היתר הוא 72 סמ"ר.

מצאו את שטח הריבוע שעל כל ניצב.

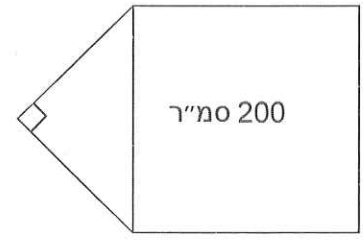
מצאו את שטח המשולש.

מצאו את אורכו של כל ניצב.



ב. המשולשים בשרטוטים ישרי זווית ושווי שוקיים. חשבו את אורכי הניצבים בכל משולש.



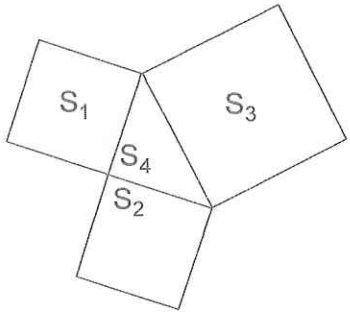


6. אורך כל ניצב במשולש ישר זווית שווה שוקיים הוא 7 ס"מ.

א. מה שטח הריבוע שעל הניצב?

ב. מה שטח הריבוע שעל היתר? מה אורכו בקירוב?

7. בשרטוט משולש ישר זווית ושווה שוקיים וריבועים על צלעותיו.



מצאו קשרים בין השטחים וכתבו אותם במילים ובשפה מתמטית.

דוגמה: הקשר בין S_1 לבין S_4 הוא: S_1 גדול פי 2 מ- S_4

כותבים: $S_1 = 2 \cdot S_4$

א. הקשר בין S2 לבין S4

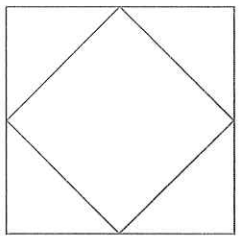
ב. הקשר בין S3 לבין S4

ג. הקשר בין S1 לבין S2

ד. הקשר בין S1 לבין S3

ה. הקשר בין S1, S2 לבין S3.

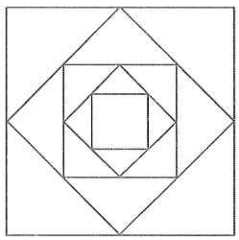
8. נתון ריבוע שאורך צלעו 10 ס"מ. מחברים את אמצעי הצלעות לפי הסדר.



א. מה שטח הריבוע החיצוני?

ב. מה שטח הריבוע הפנימי?

9. נתונה סדרה של חמישה ריבועים. אורך צלע הריבוע החיצוני (הראשון) הוא 4 ס"מ.



כל ריבוע פנימי נוצר על-ידי חיבור של אמצעי צלעות הריבוע הקודם לו.

א. מהו שטח הריבוע החמישי (הקטן ביותר)?

ב. באיזה מקום בסדרה נמצא הריבוע ששטחו 4 סמ"ר?

ג. רשמו את שטחי חמשת הריבועים מהגדול לקטן.

ד. אם נוסיף ריבוע שישי מה יהיה שטחו?

יחידה 14 – משפט פיתגורס

נבדוק קשרים בין שטחי ריבועים הבנויים על צלעות משולש ישר זווית ונוכיח את משפט פיתגורס.

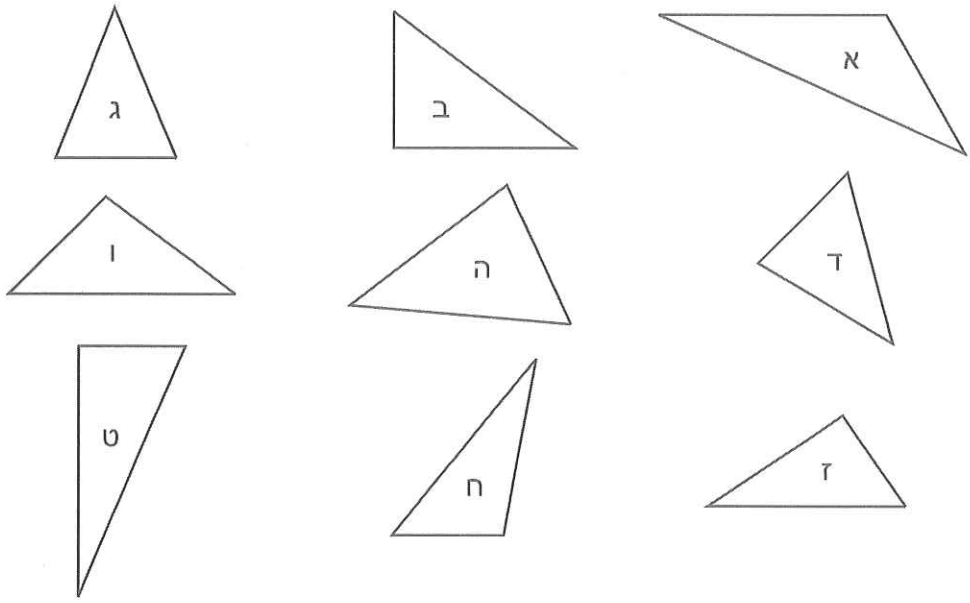
חוקרים בין שטחי ריבועים על צלעות משולש ישר זווית



חוקרים קשרים בין שטחי ריבועים על צלעות משולשים

1. חוקרים קשרים בין שטחי ריבועים על צלעות משולשים.

א. סמנו זווית ישרה ב- ⌐ וזווית קהה ב- ⦞ במשולשים הבאים:



ב. בחרנו שישה משולשים מסעיף א (ראו בעמוד הבא) ובנינו ריבועים על הצלעות של כל משולש.

– מצאו לכל משולש את שטחי הריבועים שעל הצלעות. רשמו את השטח ביחידות של משבצת.

– מצאו קשרים בין שטחי הריבועים **בכל** משולש (כל משבצת מייצגת 1 יחידת שטח).

ג. השלימו בהתאם לתוצאות שקיבלתם וציינו תכונה משותפת לשני המשולשים.

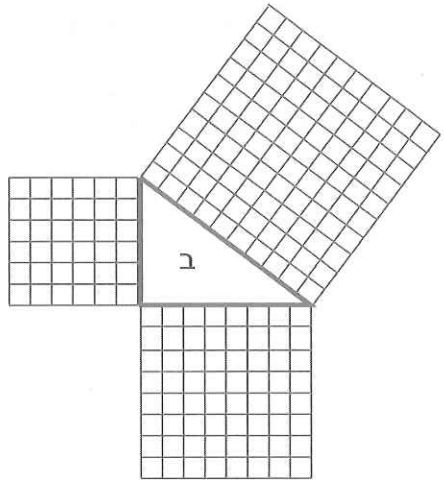
במשולשים ___ ו- ___ שטח הריבוע שעל הצלע הגדולה **גדול מסכום** שטחי הריבועים שעל הצלעות הקטנות. משולשים אלו הם _____ זווית.

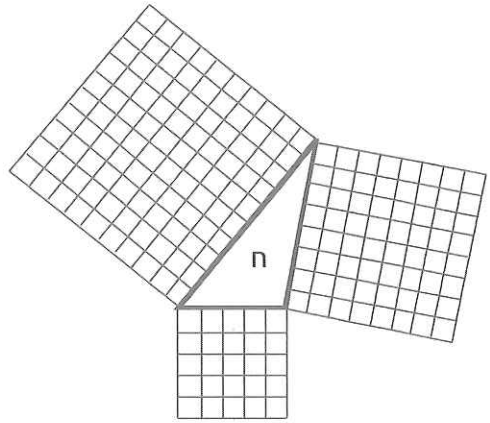
במשולשים ___ ו- ___ שטח הריבוע שעל הצלע הגדולה שווה **לסכום** שטחי הריבועים שעל הצלעות הקטנות. משולשים אלו הם _____ זווית.

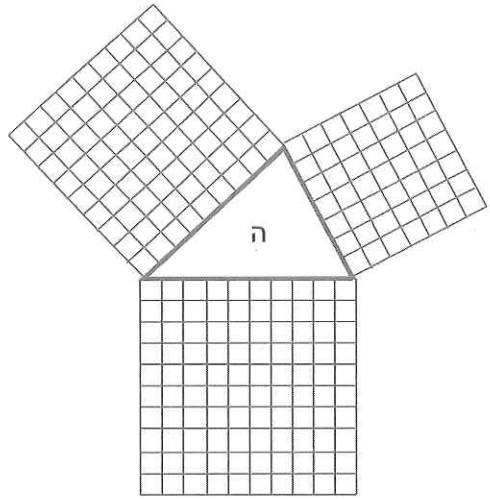
במשולשים ___ ו- ___ שטח הריבוע שעל הצלע הגדולה **קטן מסכום** שטחי הריבועים שעל הצלעות הקטנות. משולשים אלו הם _____ זווית.

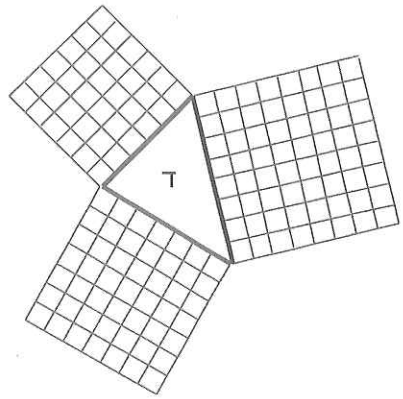
ד. **במשולש ישר זווית** הצלע הגדולה (מול הזווית הישרה) נקראת **יתר**, ושתי הצלעות האחרות נקראות **ניצבים**. השלימו את המשפט בהתאם לתוצאות החישובים שקיבלתם.

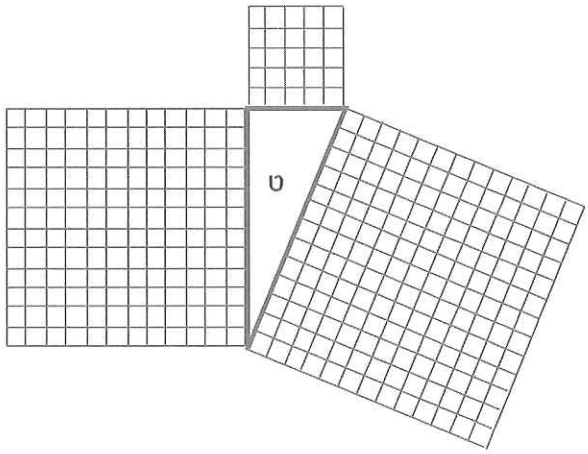
במשולש ישר זווית שטח הריבוע שעל היתר _____ לסכום שטחי הריבועים שעל הניצבים.

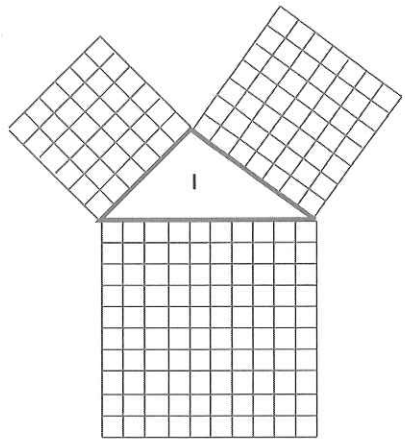


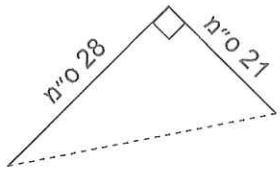




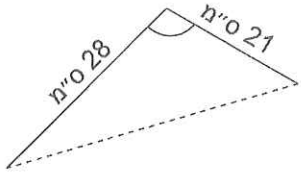




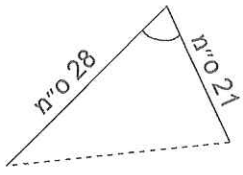




2. א. בונים זווית ישרה משתי רצועות (מחוברות בסיכה), מצמידים אותה ללוח ומחברים למשולש.
מהו לדעתכם הקשר בין סכום הריבועים שעל הניצבים לבין הריבוע שעל היתר?



ב. מגדילים את הזווית הישרה - התקבלה זווית קהה.
כיצד השתנתה הצלע שמול הזווית?
האם שטח הריבוע שעל צלע זו יהיה גדול/שווה/קטן מסכום שטחי הריבועים שעל הצלעות האחרות?



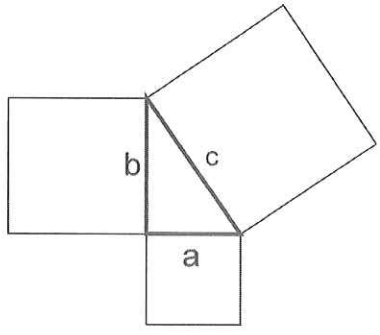
ג. מקטינים את הזווית הישרה - התקבלה זווית חדה.
כיצד השתנתה הצלע שמול הזווית?
האם שטח הריבוע שעל צלע זו יהיה גדול/שווה/קטן מסכום שטחי הריבועים שעל הצלעות האחרות?

משפט פיתגורס

במשולש ישר זווית שטח הריבוע שעל היתר שווה לסכום שטחי הריבועים שעל הניצבים.

כלומר: אם a ו-b הם הניצבים ו- c הוא היתר במשולש ישר זווית, רושמים:

$a^2 + b^2 = c^2$



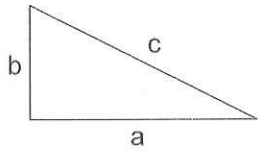
למשפט פיתגורס הוכחות רבות. בהמשך נכיר כמה מהן.

הוכחות של משפט פיתגורס בדרכים שונות



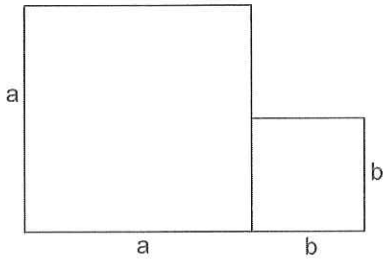
מוכיחים את משפט פיתגורס

3. ציירו משולש ישר זווית שניצביו a ,b והיתר c.



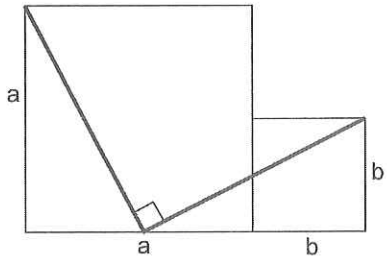
א. בנו ריבועים על כל אחת מהצלעות.

ב. גזרו את שני הריבועים שעל הניצבים (ריבוע שאורך צלעו a וריבוע שאורך צלעו b) והצמידו זה לזה, כך שתתקבל הצורה:

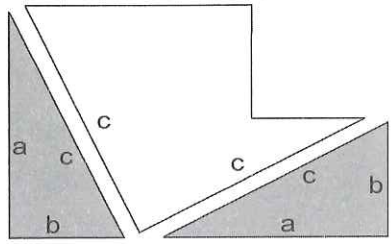


רשמו את השטח של הצורה כולה.

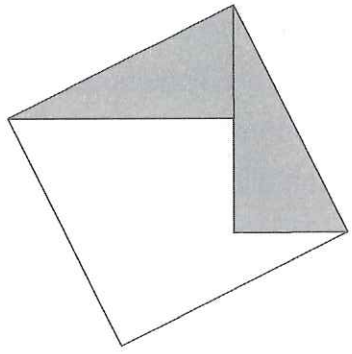
ג. ציירו על הצורה שני משולשים ישרי זווית חופפים למשולש המקורי כך:
אורך ניצב אחד בכל משולש a, כאורך צלע ריבוע אחד,
ואורך ניצב שני b, כאורך צלע הריבוע האחר.
הסבירו מדוע הזווית שסימנו ב-⌐ היא אכן ישרה.



ד. גזרו את שני המשולשים כך שיתקבלו שלושה חלקים.
האם תוכלו ליצור מהחלקים ריבוע?
הסבירו מדוע לדעתכם קיבלתם ריבוע?
מה אורך צלעו?
מה שטחו?

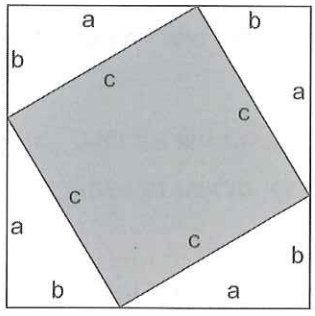


ה. גזרתם צורה ששטחה $__^2 + __^2$
הרכבתם מהחלקים ריבוע ששטחו $__^2$
לכן: $__ = __$
שוויון זה מבטא את משפט פיתגורס.



4. בידי כל קבוצה 8 משולשים ישרי זווית חופפים.

א. שרטטו ריבוע שצלעו כגודל היתר. מה שטחו?



הניחו סביבו 4 מהמשולשים, כמו בשרטוט,

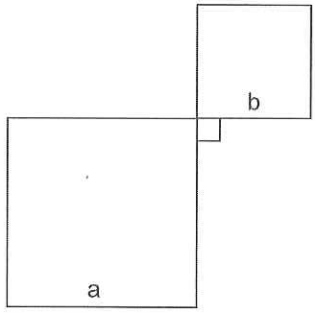
האם התקבל מרובע?

הראו שצלעות המשולשים יוצרות קווים ישרים (כלומר סכום הזווית בנקודת החיבור הוא 180°).

האם המרובע הוא ריבוע? נמקו (מדוע הוא מלבן? האם צלעותיו הסמוכות שוות?)

מה אורך צלעו?

ב. שרטטו ריבועים שצלעם a ו- b.

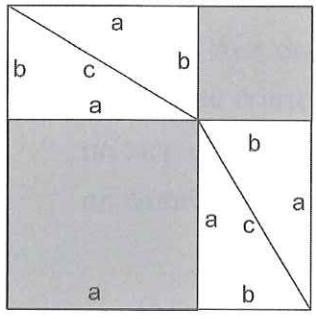


הניחו אותם, קדקוד אל קדקוד, כך שתיווצר זווית ישרה, כך:

קחו 4 משולשים נוספים, צרו מכל שניים מלבן.

מה אורך צלעות המלבן?

הצמידו אותם לריבועים כמו בשרטוט:



הראו שקיבלתם מרובע.

האם המרובע הוא ריבוע?

נמקו.

מה אורך צלעו?

ג. הריבועים הגדולים שנוצרו בסעיפים א ו-ב חופפים.

בשני הסעיפים כיסינו חלק מהריבוע ב-4 משולשים ישרי זווית שניצביהם a ו-b והיתר c.

מהו שטח הריבוע הפנימי שנוצר בסעיף א?

מהו שטח הריבועים הפנימיים שנוצרו בסעיף ב?

מה אפשר להסיק מכך?

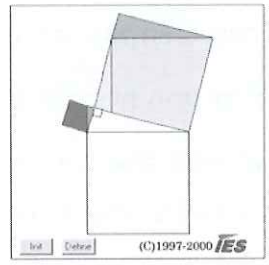
5. הוכחה למשפט פיתגורס המלווה במשחק תמצאו באתר האינטרנט בכתובת:

http://www.ies.co.jp/math/java/geo/pythasvn/pythasvn.html

א. היכנסו לאתר.

ייפתח מסך:

הפעילו את המשחק בהתאם להוראות.



ב. הדפיסו פעמיים את הדף המוצג.

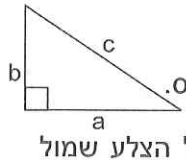
גִזרו את השרטוט שבמסגרת בשלמותו והדביקו במחברת.

גִזרו את החלקים המרכיבים את שני הריבועים שעל הניצבים (החלקים הצבעוניים), כסו בהם את הריבוע שעל היתר והדביקו.

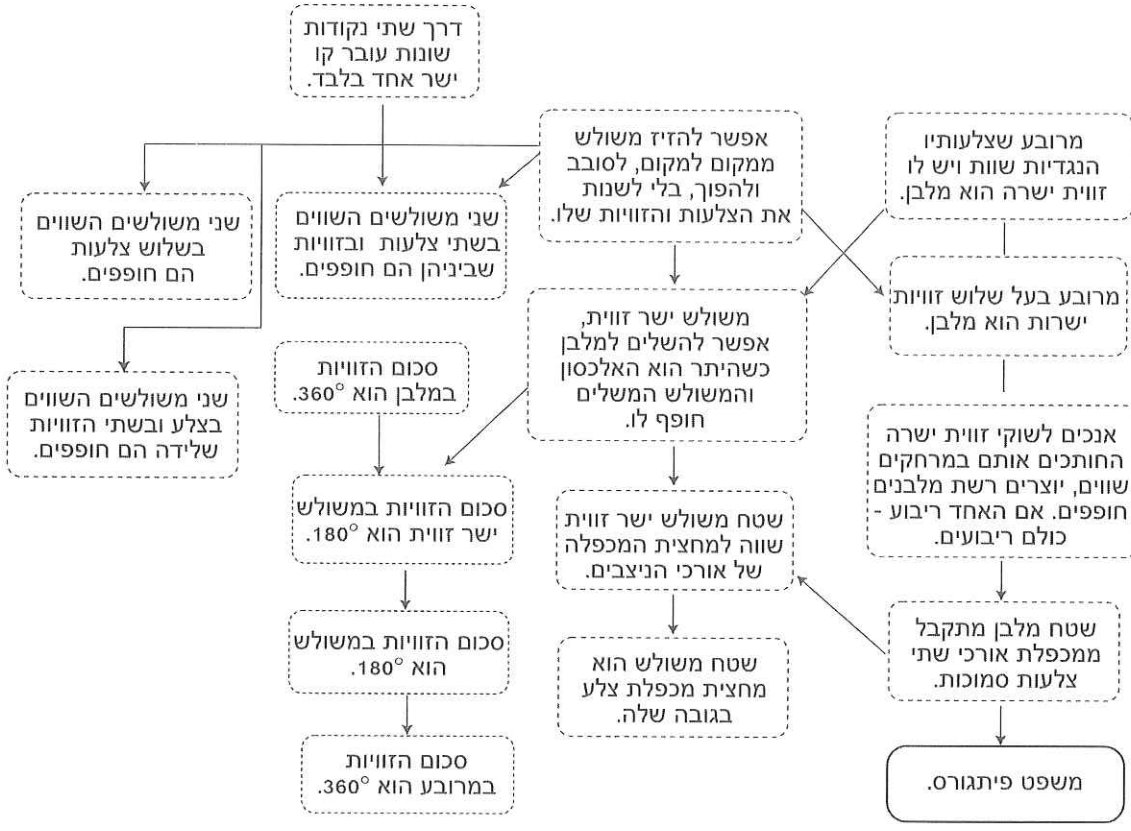
ג) מה הקשר בין הפעילות לבין משפט פיתגורס?

מה למדנו?

- חקרנו קשרים בין שטחי ריבועים הבנויים על צלעות המשולשים. מצאנו על-ידי התנסות כי במשולש ישר זווית שטח הריבוע שעל היתר שווה לסכום שטחי הריבועים שעל הניצבים.

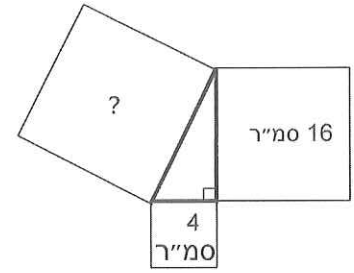


- הוכחנו כי במשולש ישר זווית מתקיים: $a^2 + b^2 = c^2$. למשפט זה קוראים משפט פיתגורס.
- הראנו כי שינוי הזווית הישרה במשולש לזווית קהה – מגדיל את שטח הריבוע שעל הצלע שמול הזווית. שינוי הזווית הישרה במשולש לזווית חדה – מקטין את שטח הריבוע שעל הצלע שמול הזווית. לכן במשולש שאינו ישר זווית **לא יתקיים** השוויון $a^2 + b^2 = c^2$.

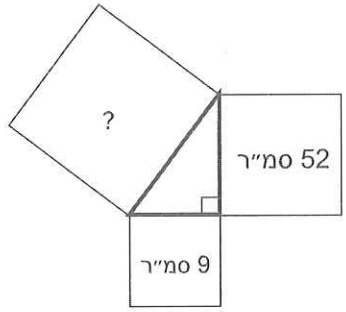


1. חשבו את שטח הריבועים החסרים לפי משפט פיתגורס.

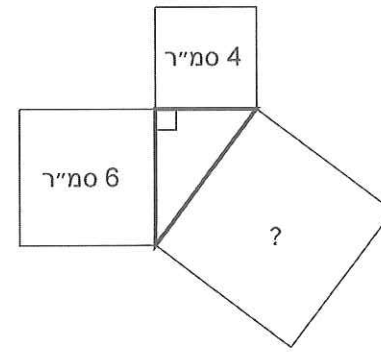
א



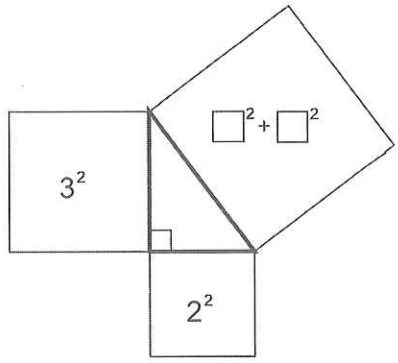
ב



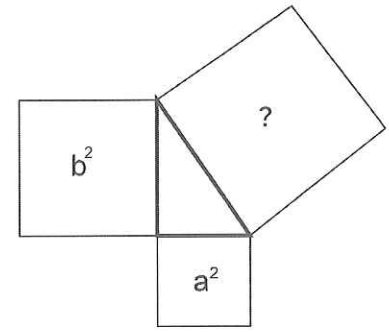
ג



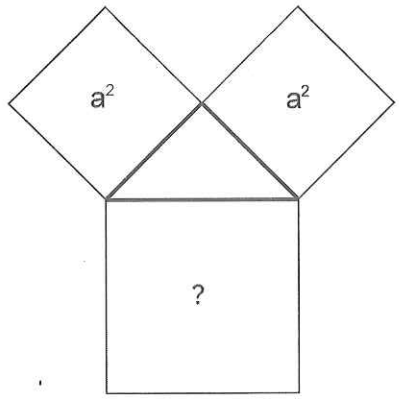
ד



ה

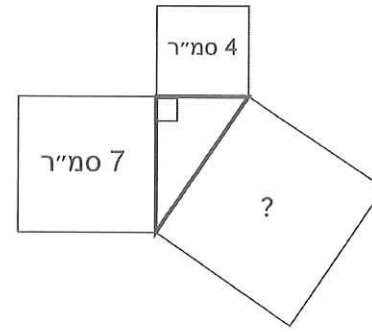


ו

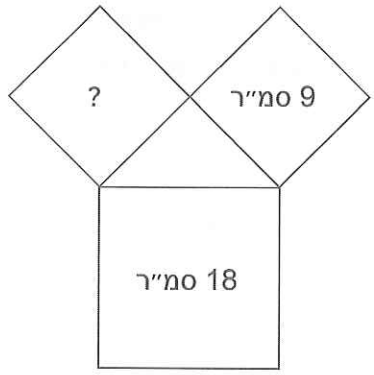


2. חשבו את שטח הריבועים המסומנים בסימן שאלה.

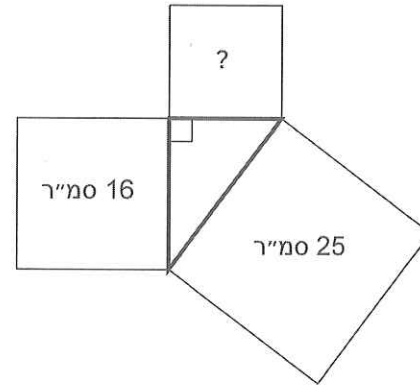
א



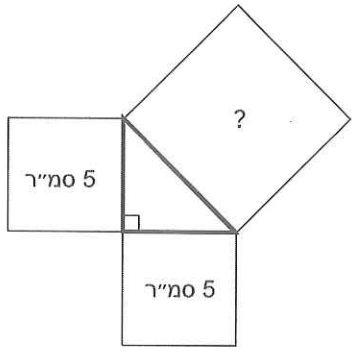
ב



ג

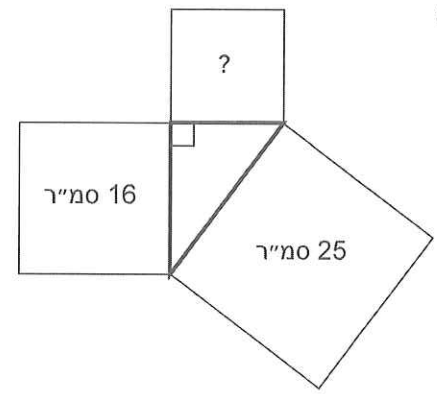


ד

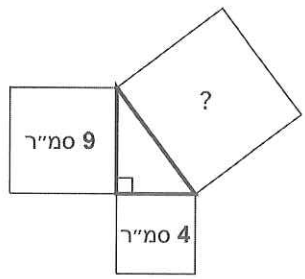


3. חשבו את שטחי הריבועים החסרים לפי משפט פיתגורס.

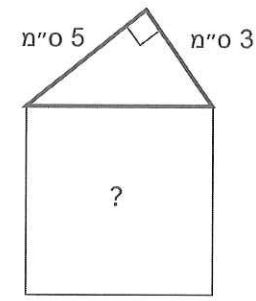
א



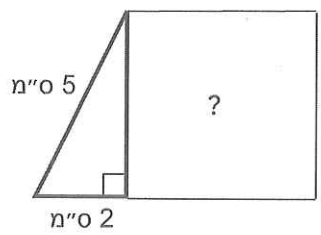
ב



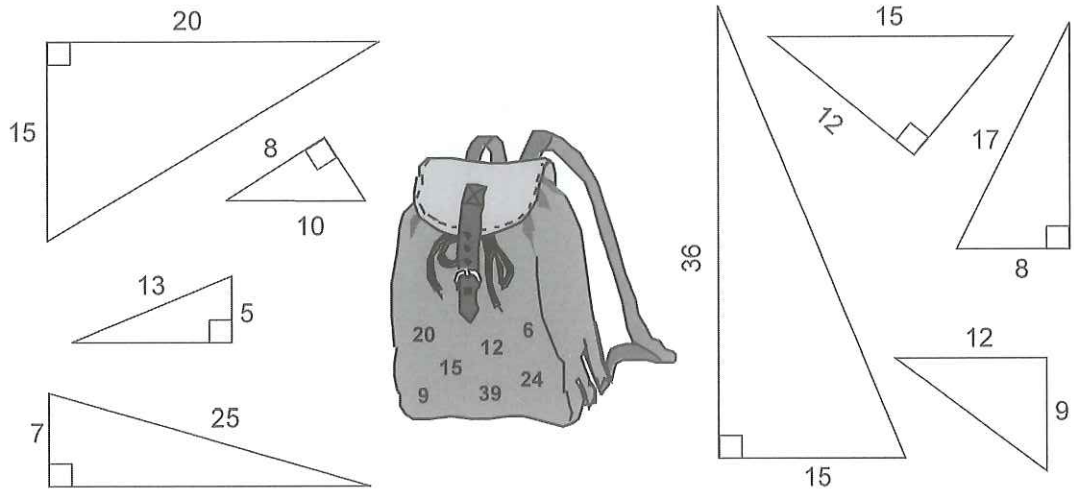
ג



ד

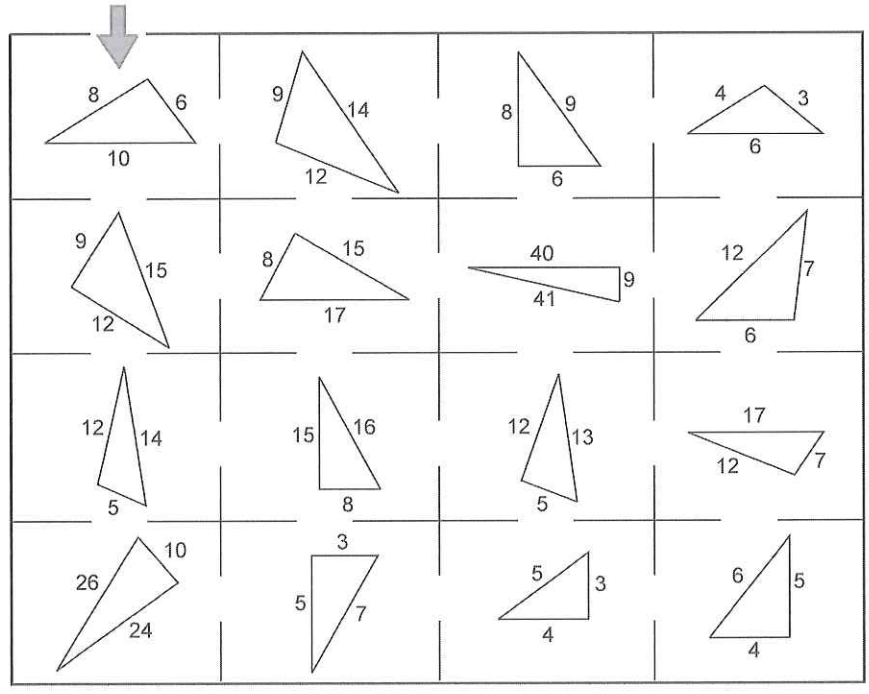


4. א. השלימו את אורכי הצלעות (ניצב או יתר) החסרות (המספרים בתוך הילקוט).

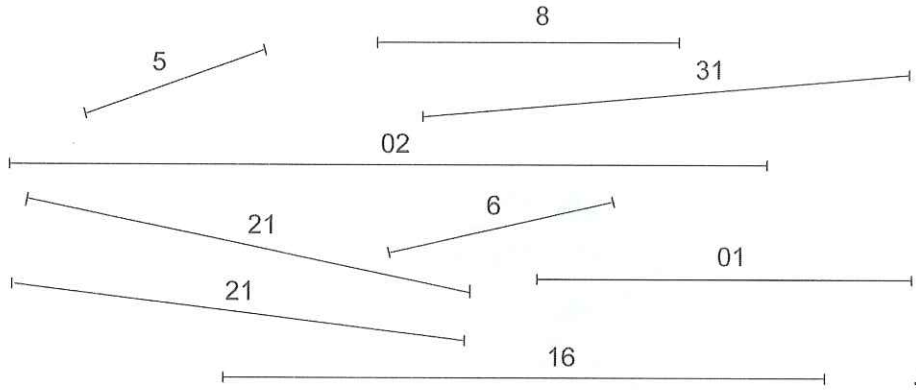


ב. לפניכם מבוך משולשים.

עברו רק דרך משבצות שבהן המשולשים מקיימים: $c^2 = a^2 + b^2$.



5. א. הרכיבו שלושה משולשים ישרי זווית מהצלעות הנתונות. רִשמו את אורכי הצלעות של כל משולש שהרכבתם.



ב. חשבו את אורכי הצלעות החסרות במשולשים ישרי הזווית.

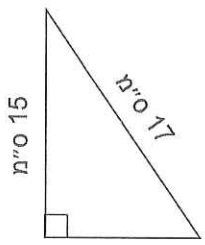
ניצב	ניצב	יתר
8	15	____
18	24	____
12	____	20
____	12	15
____	24	26
20	___	25

6. בשרטוט משולש ישר זווית.

א. מצאו את אורך הניצב החסר.

ב. מצאו את היקף המשולש.

ג. מצאו את שטחו.

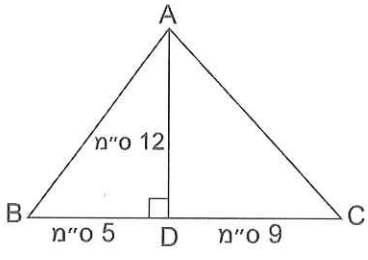


7. בשרטוט משולש ABC.

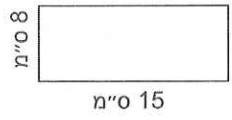
א. מצאו את צלעות המשולש ABC.

ב. מצאו את היקף המשולש ABC.

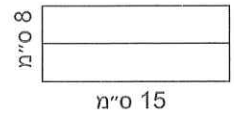
ג. מצאו את שטח המשולש ABC.



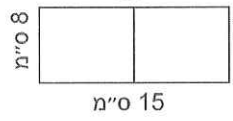
8. לשחר, לעוז ולגל מלבנים זהים שגודלם נתון בשרטוט:
כל אחד קיפל את המלבן כך שיתקבלו שני חלקים שווים בשטחם.
הקיפולים שלהם מובאים בשרטוטים הבאים:



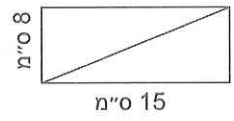
שחר



עוז



גל



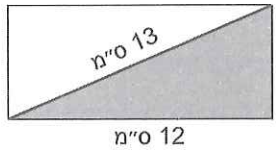
א. למי קו הקיפול הארוך ביותר? הקצר ביותר? הסבירו.

ב. בכמה ס"מ הקו של גל ארוך מהקו של שחר?
בכמה ס"מ הקו של גל ארוך מהקו של עוז?

ג. מצאו את שטח המלבן.

ד. מצאו לכל אחד משלושת המלבנים את היקף חצי המלבן. למי היקף גדול יותר? קטן יותר?

9. לפניכם שרטוט של מלבן ובו צבוע משולש. הקיפו בכל סעיף תשובה נכונה.



א. אורך הצלע הנוספת במלבן שבציור הוא:
25 ס"מ 1 ס"מ 5 ס"מ 6 ס"מ

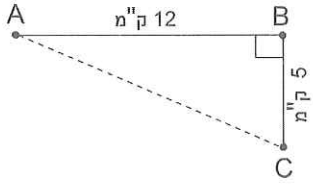
ב. שטח המלבן שבציור הוא:
270 סמ"ר 30 סמ"ר 60 סמ"ר 25 סמ"ר

ג. שטח המשולש הצבוע הוא:
60 סמ"ר 30 סמ"ר 25 סמ"ר 17 סמ"ר

ד. היקף המלבן הוא:
17 ס"מ 34 ס"מ 25 ס"מ 30 ס"מ

ה. היקף המשולש הצבוע הוא:
17 ס"מ 25 ס"מ 30 ס"מ 15 ס"מ

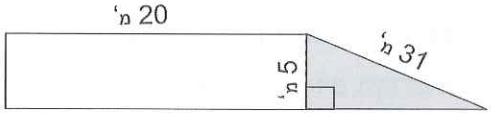
10. רוצים לסלול כביש חדש שיחבר בקו ישר את קיבוץ A עם קיבוץ C.
מה יהיה אורך הכביש?



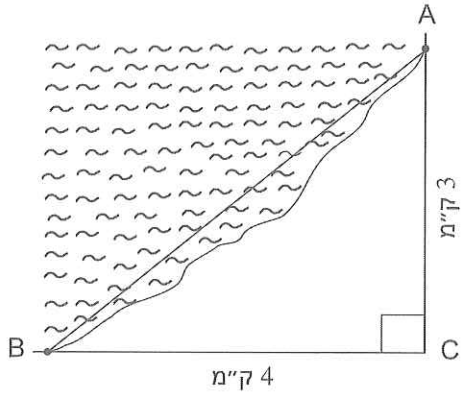
11. לרחבת משחקים מלבנית הוסיפו חלקה שצורתה משולשת.

ראו שרטוט.

חִשבו מה היקף הרחבה כולה לאחר התוספת.



12. בציור שלפניכם תרשים של מפרץ.



יוסי ואורי היו בנקודה A ורצו להגיע ל-B.

יוסי הלך בכביש המסומן בשרטוט מ-A ל-C ומ-C ל-B.

אורי הפליג בסירה מנקודה A במסלול ישר ל-B.

א. מי עבר דרך ארוכה יותר?

ב. מה אורך הדרך שעבר יוסי?

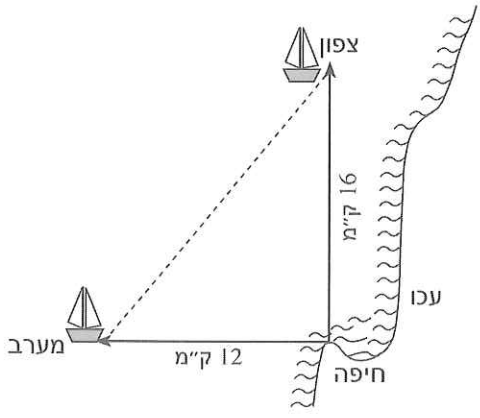
ג. מה אורך הדרך שעבר אורי?

13. מנמל חיפה יצאו שתי ספינות דייג.

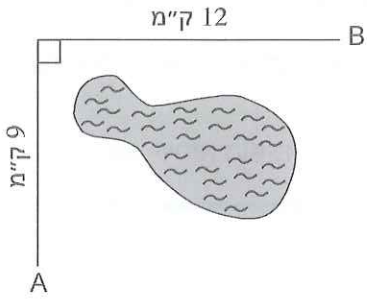
אחת הפליגה מערבה ועצרה במרחק 12 ק"מ מן הנמל.

השנייה הפליגה צפונה ועצרה במרחק 16 ק"מ מן הנמל.

מהו המרחק בין שתי הספינות?



14. בין שני מקומות המסומנים ב-A ו-B נמצא אגם.



כדי להגיע מ-A ל-B סללו כביש העוקף את האגם ויוצר זווית ישרה.

לימים הוחלט לבנות גשר על פני האגם אשר יחבר את שני המקומות בקו ישר.

א. מה אורך הגשר?

ב. בכמה ק"מ קצרה הדרך החדשה מהישנה?

15. שתי אניות הפליגו מאותו נמל.

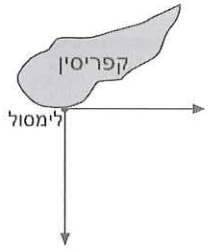
האחת שטה מערבה ועברה מרחק של 45 ק"מ.

השנייה שטה דרומה ועברה מרחק של 60 ק"מ.

א. שרטטו שרטוט מתאים.

ב. מה המרחק בין שתי האניות?

16. מנמל לימסול שבקפריסין יצאו שתי ספינות.



א. ספינה אחת פנתה מזרחה במהירות של 10 ק"מ לשעה ונעצרה לדייג כעבור 3 שעות.

איזה מרחק עברה?

ב. הספינה השנייה הפליגה דרומה במהירות של 20 ק"מ לשעה ונעצרה לדייג כעבור שעתיים.

איזה מרחק עברה?

ג. מה המרחק בין שתי הספינות לאחר שנעצרו?

יחידה 15 – גבהים במשולש

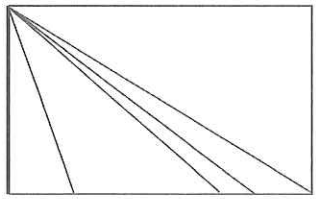
נזכר באנך שהוא המרחק מנקודה לישר ונעסוק בגבהים במשולש.

מרחק בין נקודה לישר



בודקים איזה קטע הוא הקצר ביותר

1. קחו דף נייר מלבני, צבעו את הצלע הקטנה של המלבן, קפלו לאורך האלכסון וצבעו אותו. קפלו שלושה קיפולים נוספים מהקדקוד המחבר את הצלע הקטנה והאלכסון, וצבעו את קווי הקיפול הנוספים. איזה מחמשת הקטעים הצבועים הוא הקצר ביותר? היעזרו במשפט פיתגורס והצדיקו.



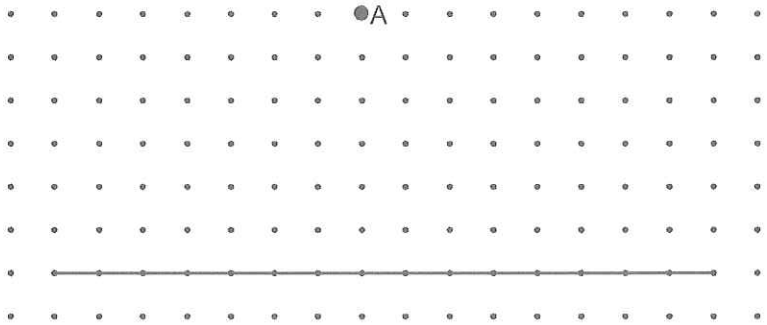
הגדרה: המרחק בין נקודה לישר הוא אורך האנך מהנקודה לישר.

משפט: הקטע הקצר ביותר מנקודה לישר הוא האנך.

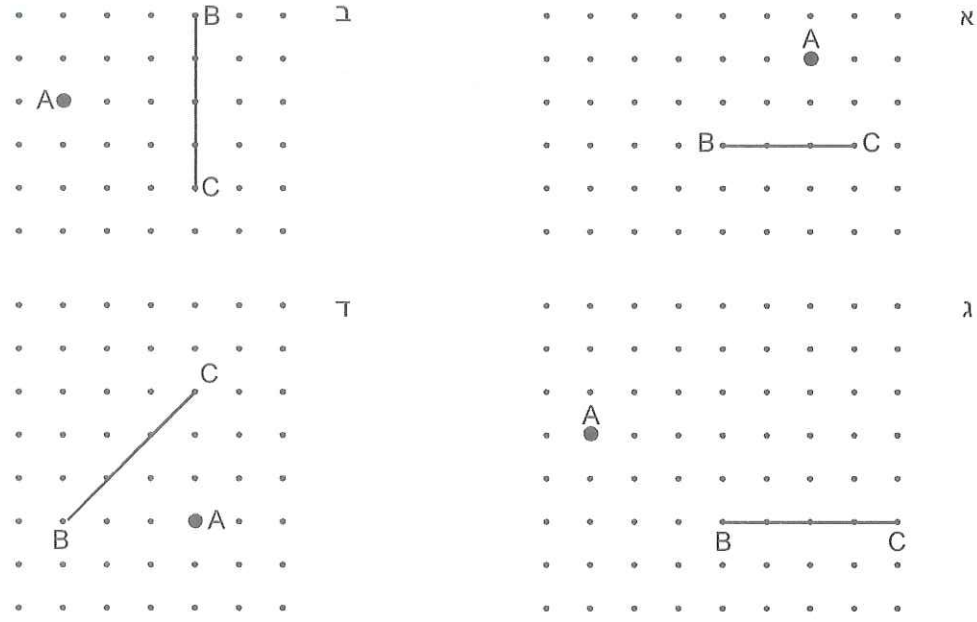


משרטטים אנכים

2. א. שרטטו קטעים מנקודה A לישר. האם שרטטתם את הקטע הקצר ביותר? אם כן, מה מאפיין אותו? אם לא, שרטטו אותו ותארו.

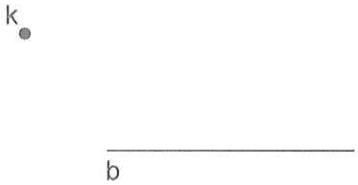


ב. שרטטו **אנך** מנקודה A לישר BC בכל אחד מהשרטוטים הבאים.



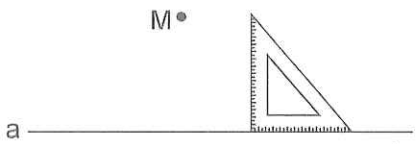
באיזה מהשרטוטים אין האנך מחובר לנקודה בתוך הקטע BC?

ג. שרטטו אנך מנקודה K לישר b.

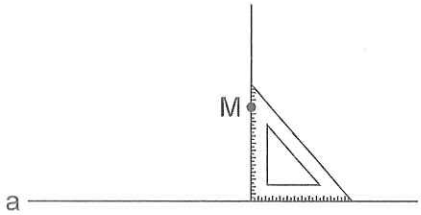


הערה: כשרוצים לשרטט אנך מנקודה M לישר a, אפשר להיעזר ב"כלים" הבאים:

- סרגל משולש כשצד אחד שלו צמוד לישר.

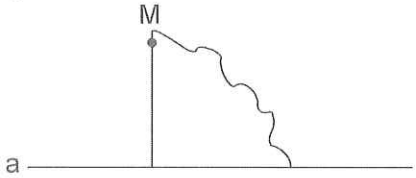


מזיזים את המשולש לאורך הישר a עד שהצלע השנייה שלו תעבור דרך הנקודה M.
משרטטים ישר לאורך הסרגל.



- זווית ישרה שמתקבלת על-ידי קיפול נייר.

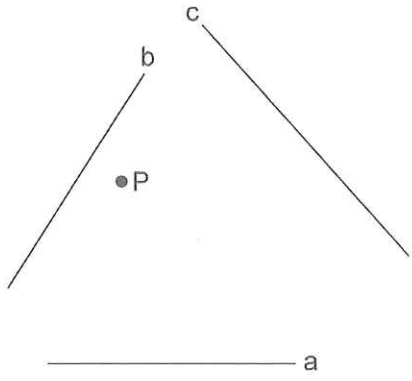
בשרטוט מודגם כיצד משרטטים אנך מנקודה M לישר a באמצעות קיפול נייר.





משווים מרחקים מישרים

3. א. שערו לאיזה מהישרים הנקודה P קרובה ביותר?



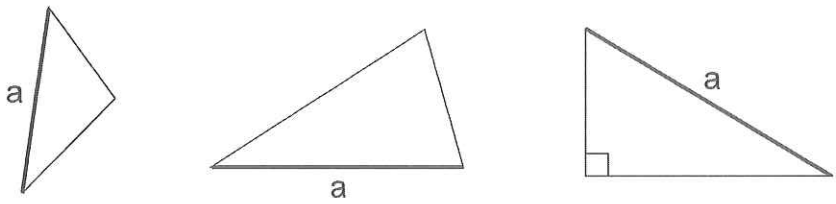
ב. שרטטו את מרחקי הנקודה P מכל אחד משלושת הישרים ובדקו את תשובתכם.

גובה במשולש

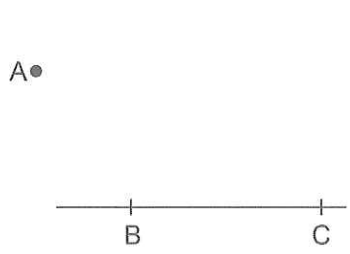


בודקים היכן הגבהים במשולש

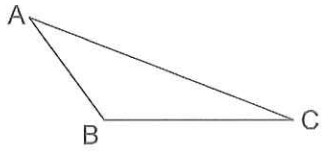
4. שרטטו בכל אחד מהמשולשים הבאים גובה לצלע a.



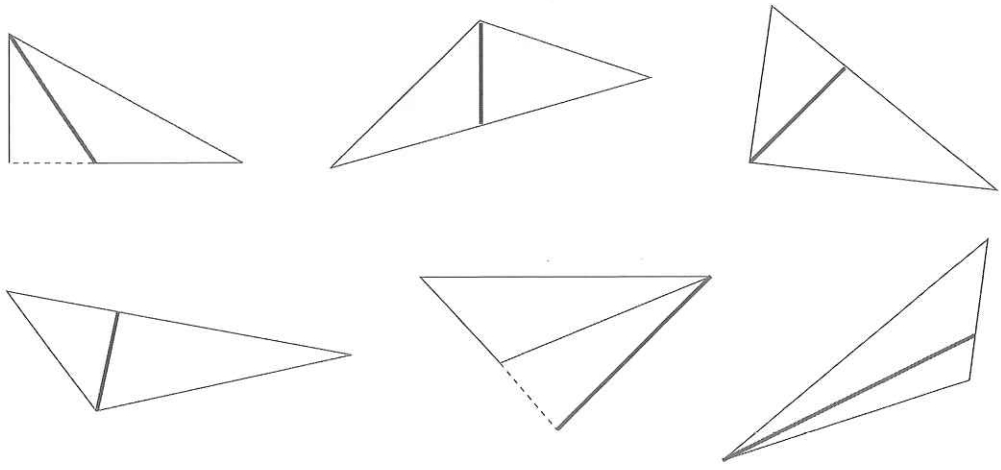
ב. שרטטו אנך מהנקודה A לישר BC.



ג. שרטטו אנך מהקדקוד A לצלע BC.



ד. סמנו משולשים שבהם הקטע המודגש הוא גובה לאחת הצלעות.





כמה גבהים שפנים?

5. כמה גבהים **בתוך** המשולש?

א. ורד טוענת: הגובה של המשולש תמיד נמצא בתוך המשולש.

ניר טוען: לדעתי לא.

מי לדעתכם צודק? הסבירו.

ב. כמה גבהים בכל משולש?

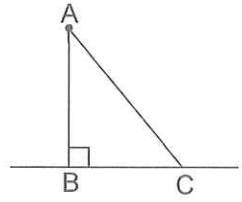
כמה מהם **בתוך** המשולש, אם המשולש חד זווית?

כמה מהם **בתוך** המשולש, אם המשולש ישר זווית? הסבירו.

כמה מהם **בתוך** המשולש, אם המשולש קהה זווית? הסבירו.

מה למדנו?

- הגדרנו מרחק בין נקודה לישר כאורך הקטע הקצר ביותר המחבר את הנקודה עם הישר.
- הוכחנו על סמך משפט פיתגורס שהאנך הוא המרחק בין נקודה לישר.

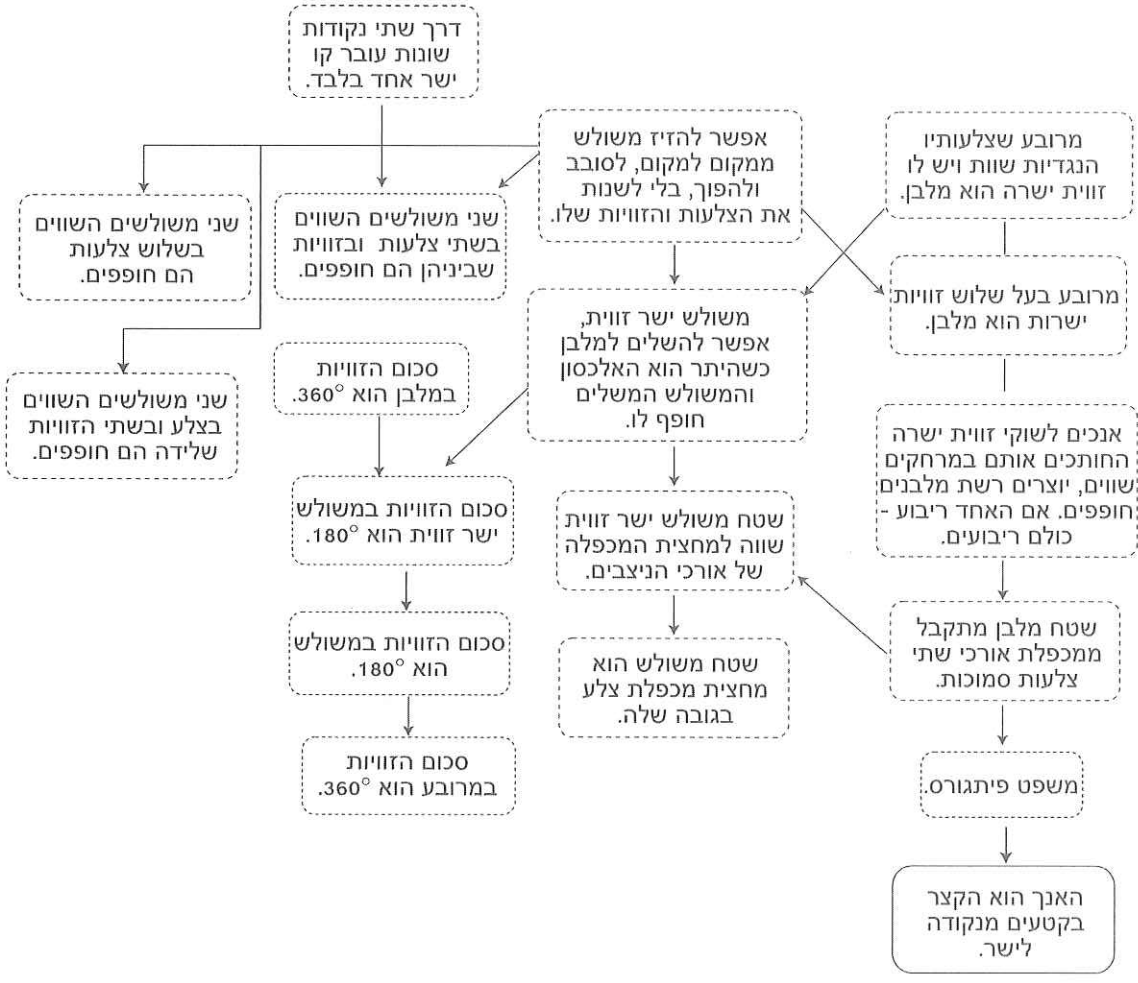


AB הוא אנך לישר BC (מסמנים: $AB \perp BC$)

מתקבל משולש ישר זווית $\sphericalangle B = 90°$

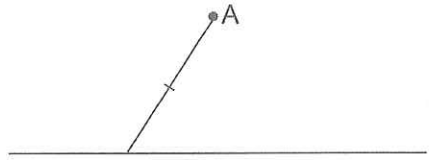
לפי משפט פיתגורס:

הריבוע שעל היתר שווה לסכום הריבועים שעל הניצבים, ולכן הריבוע שעל היתר גדול מהריבוע שעל ניצב, לכן $AB < AC$.

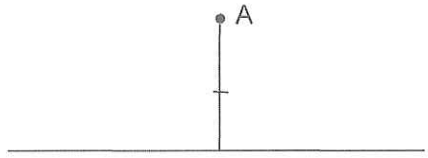


1. תלמידים התבקשו לשרטט את המרחק של הנקודה A מהישר.

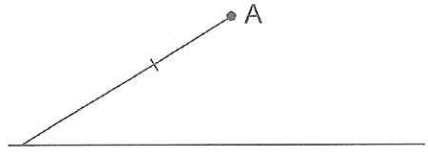
רמי שרטט:



דני שרטט:



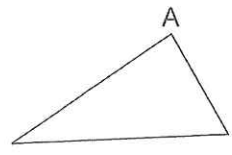
יוסי שרטט:



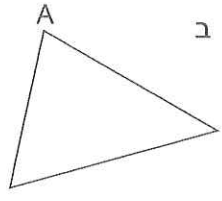
מי שרטט נכון? הסבירו.

2. העבירו בכל אחד מהמשולשים הבאים גובה מהקדקוד A.
(אם יש צורך, האריכו את הצלע שמול A).

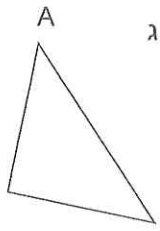
א



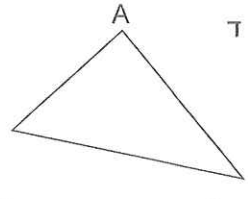
ב



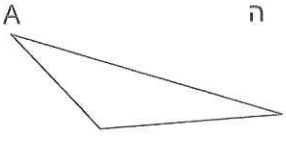
ג



ד



ה

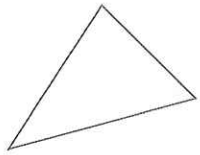


באיזה מהמשולשים הגובה הוא צלע במשולש? מדוע?

באיזה מהמשולשים הגובה מחוץ למשולש?

3. א. שרטטו גובה במשולש חד זווית.

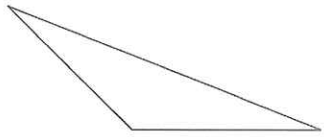
האם הגובה בתוך המשולש? מחוץ למשולש? על צלע המשולש?



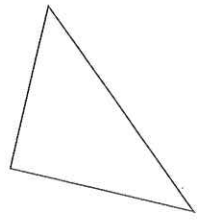
ב. שרטטו גובה במשולש קהה זווית.

האם הגובה בתוך המשולש?

אם כן, שרטטו גובה נוסף. האם גם הוא בתוך המשולש?



ג. צבעו במשולש ישר זווית צלע שהיא גם גובה.



4. א. שרטטו משולש כך שכל הגבהים יהיו בתוך המשולש.

ב. שרטטו משולש כך שלפחות אחד הגבהים שלו יהיה מחוץ למשולש. כמה גבהים מחוץ למשולש?

ג. שרטטו משולש כך שלפחות אחד הגבהים שלו יהיה צלע של המשולש.

5. א. שרטטו משולש כך שהקטע המשורטט יהיה גובה במשולש.

ב. שרטטו משולש כך שהקטע המשורטט יהיה גובה במשולש.



יחידה 16 – עוד על זוויות

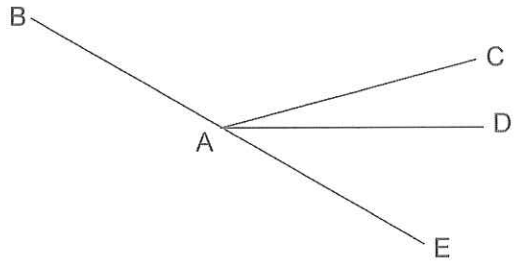
נכיר זוויות צמודות וזוויות קדקודיות. נכיר סימונים שונים לזוויות, נשתמש בהם בהמשך.

זוויות צמודות לזוויות קדקודיות



מלמ"ש לזויות "צמוד" לזויות

1. א. יעל ורחל התבוננו בשרטוט:



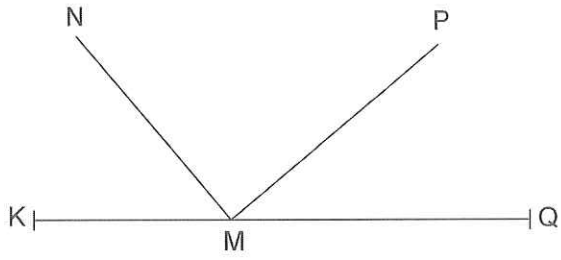
לפעמים מציגים זוויות בעזרת שלוש נקודות: הקדקוד של הזווית ומשני צדיו נקודה על כל אחת מהשוקיים של הזווית.

רחל מצאה בשרטוט שתי זוויות חדות: ∢DAE, ∢CAD.

יעל מצאה זווית חדה נוספת: ∢CAE. הסבירו.

מצאו בשרטוט שתי זוויות קהות.

ב. מצאו בשרטוט שלפניכם שתי זוויות קהות ושלוש זוויות חדות.



ג. סמנו זווית חדה בשרטוט.

סמנו זווית קהה בשרטוט.

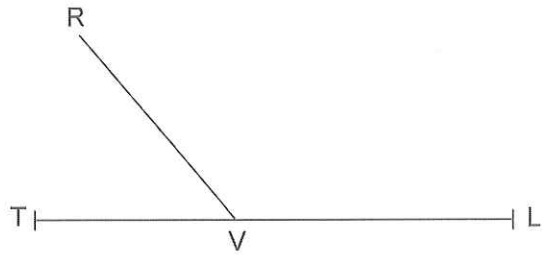
איזו זווית נוספת יש בשרטוט?

מה גודלה?

נגה אמרה: ∢TVR + ∢RVL = 180°

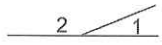
שירה אמרה: ∢TVL = 180°

מי צודקת? הסבירו.





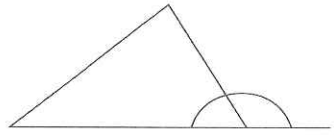
זוויות צמודות

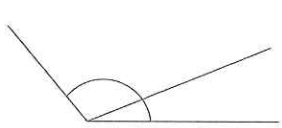
2. זוויות כמו בשרטוט:  הן זוויות צמודות.

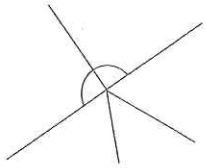
זוויות כמו בשרטוט:  אינן זוויות צמודות.

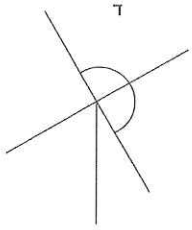
זוויות צמודות נוצרות כאשר משרטטים קרן היוצאת מנקודה על ישר.

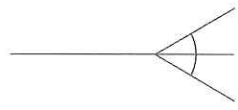
סמנו שרטוטים שבהם הזוויות המסומנות צמודות זו לו.

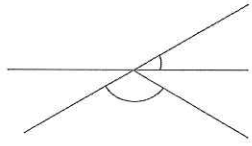
א 

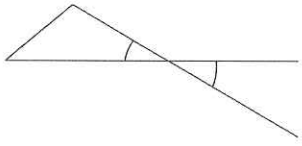
ב 

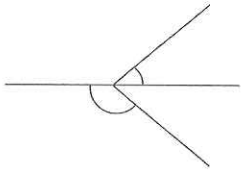
ג 

ד 

ה 

ו 

ז 

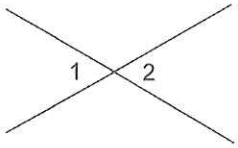
ח 



זוויות קדקודיות

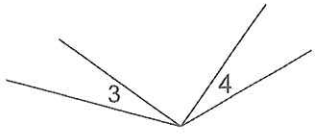
3. זוויות כמו 1∢, 2∢ שבשרטוט, נקראות זוויות קדקודיות.

סמנו בשרטוט עוד זוג של זוויות קדקודיות.

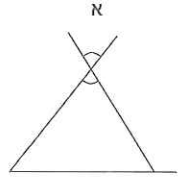


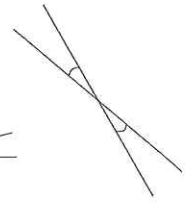
זוויות קדקודיות הן הזוויות הנוצרות בין שני ישרים נחתכים ואינן זוויות צמודות.

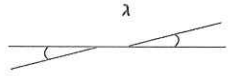
זוויות 3∢ ו- 4∢ אינן קדקודיות.

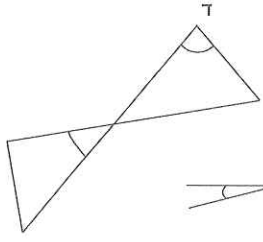


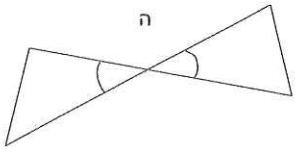
סמנו שרטוטים שבהם הזוויות המסומנות קדקודיות:

א 

ב 

ג 

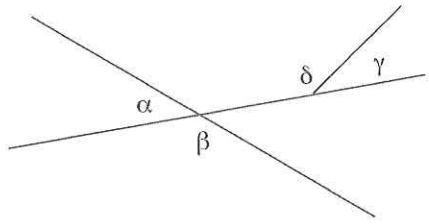
ד 

ה 



שני הן זוגות

4. א. עד כה סימנו זוויות בעזרת מספרים כך: 2∗, 1∗



מסמנים זוויות גם בעזרת אותיות יווניות:

α (אלפא), β (ביתא) γ (גמא) δ (דלתא).

נתון: $\alpha = 45^o$

$\delta = 135^o$

מצאו את גודל הזוויות הבאות והסבירו כיצד מצאתם זאת.

$\beta =$ _____ $\gamma =$ _____

כתבו את הסכומים: _____ $= \alpha + \beta$ _____ $= \gamma + \delta$ _____ $= \alpha + \delta$

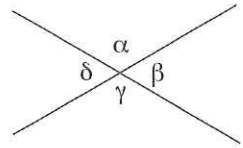
האם אפשר להסיק שזוויות α ו- δ צמודות? הסבירו.

כמה זוגות של זוויות שסכומן 180° בשרטוט שבסעיף א?

האם תמיד הזוויות צמודות? הסבירו.

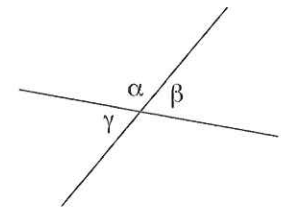
ב. $\beta = 80^o$, מצאו את הזוויות האחרות בשרטוט. הסבירו.

מצאו בשרטוט זוגות של זוויות שוות.



ג. $\alpha = 110^o$, מצאו את β ו-γ.

הסבירו מדוע הן שוות.



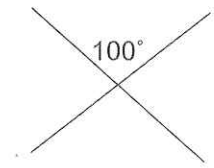


זוויות צמודות

5. א. צרו בעזרת קיפולי נייר זוויות קדקודיות. כמה קיפולים דרושים? צבעו כל זוג בצבע אחר.

מצאו זוגות של זוויות צמודות. האם הן צבועות באותו צבע?

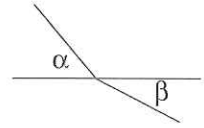
ב. השלימו את שלוש הזוויות האחרות:

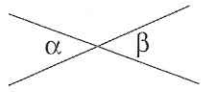


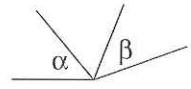


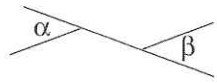
מתי הן קדקודיות?

6. בכל אחד מהשרטוטים שלפניכם מסומנות הזוויות α ו β.

א


ב


ג


ד


אנה אמרה: בשרטוטים א, ב ו-ג הזוויות קדקודיות כי יש להן קדקוד משותף.

בתיה אמרה: בשרטוטים ב, ג ו-ד הזוויות קדקודיות כי הן שוות זו לזו.

גילה אמרה: רק בשרטוטים ב ו-ג הזוויות קדקודיות כי הן גם שוות וגם בעלות קדקוד משותף.

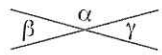
דליה אמרה: כולן שגו. רק בשרטוט אחד יש זווית בקדקודיות.

האם דליה צדקה? באיזה שרטוט לדעתה הזוויות קדקודיות ולמה?



ומכאן מוכיחים

7. מצאו בשרטוט זוג של זוויות קדקודיות.



מצאו בשרטוט שני זוגות של זוויות צמודות.

מה סכום הזוויות הצמודות?

מה תוכלו להסיק מכך על זוויות קדקודיות? הסבירו.

זוויות קדקודיות שוות זו לזו.

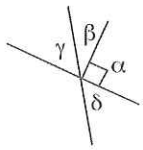
הוכחה זו מבוססת על ההגדרות של זוויות צמודות ושל זוויות קדקודיות ועל חישובים.



חישובי זוויות

8. א. נתון: $\alpha = 90°$ $\beta = \gamma$

השלימו על סמך הנתונים:



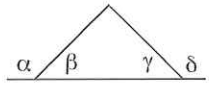
עובדות	**נימוקים**
$\beta + \gamma =$ _____	_____
$\beta =$ _____	_____
$\gamma =$ _____	_____
$\delta =$ _____	_____

ב. חשבו את δ אם $\alpha = 80°$.



סוג חישובי זוויות

9. א. נתון: $\beta = \gamma$ $\beta =$ 25°



השלימו על סמך הנתונים:

עובדות		נימוקים
_____	$\alpha =$	_____
_____	$\gamma =$	_____
_____	$\delta =$	_____

אם חישבתם נכון, קיבלתם $\delta = \alpha$.

ב. חשבו את גודל הזוויות α ו-δ אם נתון: $\beta = 52°$, $\gamma = \beta$.

ג. אם ידוע $\beta = \gamma$ ולא נתון גודל הזווית β. מה אפשר לומר על α ו-δ? הסבירו.

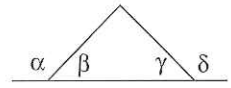


מציאת גודל הזוויות

10. נתון: $\beta = x$

$\alpha = 2x$

$\gamma = \beta$



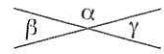
מצאו את הזוויות α, β, γ, ו- δ ואת הזווית השלישית של המשולש.

מה למדנו?

- הכרנו סימונים נוספים לזוויות: α, β, γ, δ.
- הכרנו זוויות צמודות וזוויות קדקודיות.
- הוכחנו כי זוויות קדקודיות שוות זו לזו. הסתמכנו על הגדרות של זוויות צמודות וקדקודיות ועל חישובים.

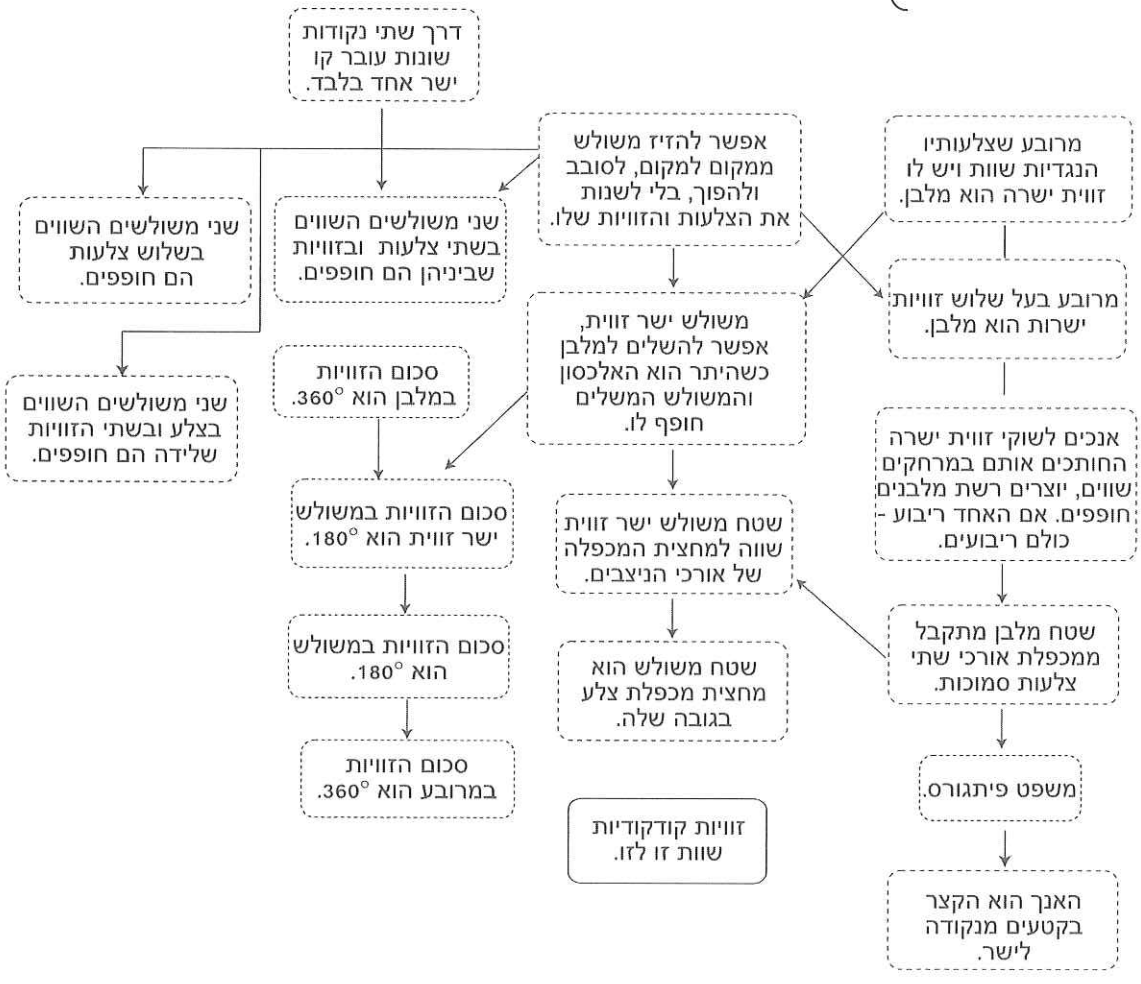
רושמים את ההוכחה כך:

נתון: γ, β קדקודיות



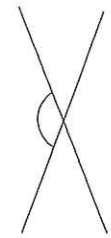
צריך להוכיח: $\beta = \gamma$

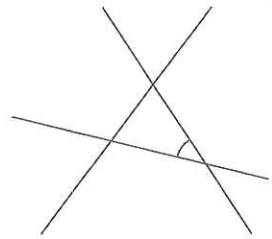
עובדות	נימוקים
$\alpha + \beta = 180$	סכום זוויות צמודות הוא $180°$.
$\alpha + \gamma = 180$	סכום זוויות צמודות הוא $180°$.
$\Downarrow$	
$\beta = 180 - \alpha$ $\gamma = 180 - \alpha$	חישובים
$\Downarrow$	
$\beta = \gamma$	

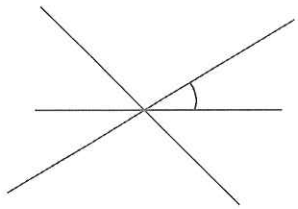


1. סמנו לכל זווית מסומנת את הזווית הקדקודית לה.

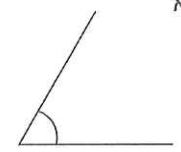
א

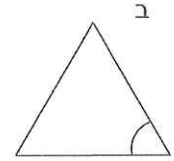

ב


ג


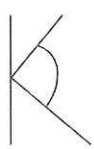
ד


2. בכל אחד מהשרטוטים הבאים שרטטו וסמנו זווית קדקודית לזווית המסומנת.

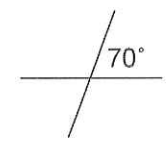
א


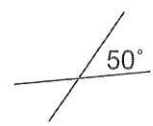
ב


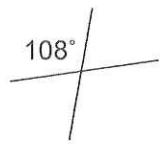
ג


ד


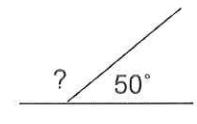
3. השלימו את שלוש הזוויות האחרות.

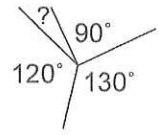
א


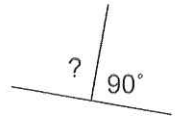
ב


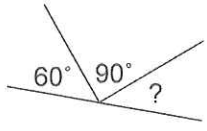
ג


4. השלימו את הזווית החסרה.

א


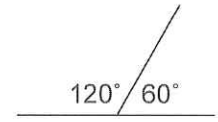
ב


ג


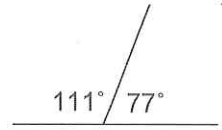
ד


5. קבעו בכל שרטוט אם הנתונים של הזוויות אפשריים. נמקו.

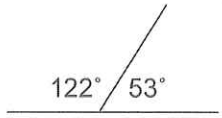
א



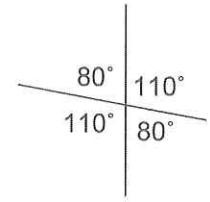
ב



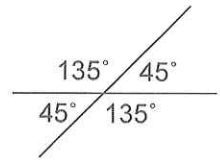
ג



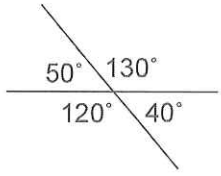
ד



ה

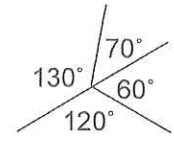


ו

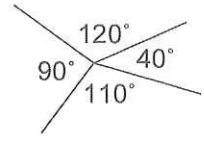


6. קבעו בכל שרטוט אם הנתונים של הזוויות אפשריים. נמקו.

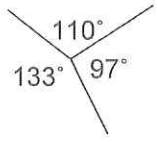
א



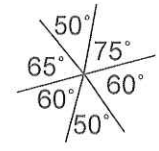
ב



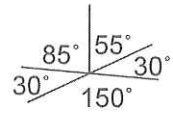
ג



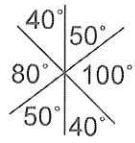
ד



ה



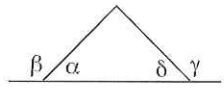
ו



7. חשבו על סמך הנתונים.

נתון: $\alpha = 52°$

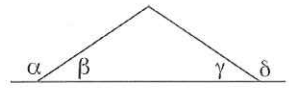
$\delta = 38°$



עובדות		נימוקים
_____	$\beta =$	_____
_____	$\gamma =$	_____

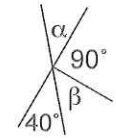
8. נתון: $\beta = \gamma$

הוכיחו כי: $\alpha = \delta$



עובדות		נימוקים
$\alpha =$ _____		_____
$\delta =$ _____		_____
⇓		
_____	= _____	

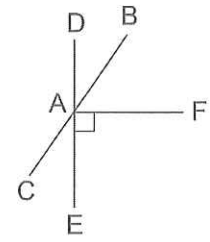
9. חשבו על סמך הנתונים שבשרטוט.



$\alpha =$ _____

$\beta =$ _____

10. נתון השרטוט:



א. השלימו זוויות קדקודיות:

$\sphericalangle BAD = \sphericalangle$_____

$\sphericalangle BAE = \sphericalangle$_____

ב. השלימו זוויות צמודות.

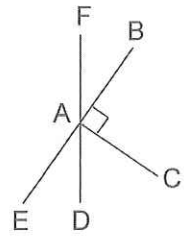
$\sphericalangle BAE + \sphericalangle$_____ $= 180^0$

$\sphericalangle CAE + \sphericalangle$_____ = _____

ג. זוויות $\sphericalangle FAE = 90^o$

השלימו זווית נוספת השווה ל- 90^o $\sphericalangle$_____ $= 90$

11. נתון השרטוט:



א. רשמו זוג של זוויות קדקודיות: _____

ב. רשמו זוג נוסף של זוויות קדקודיות: _____

ג. רשמו זוג של זוויות צמודות: _____

ד. רשמו זוג נוסף של זוויות צמודות: _____

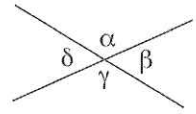
ה. מצאו זווית המשלימה את ∢EAD ל- 90°: _____

ו. השלימו: ∢DAC + ∢FAB = ____°

ז. רשמו ליד כל זווית אם היא חדה או קהה:

∢DAC _____ ; ∢EAD _____ ; ∢FAB_____ ; ∢EAF _____

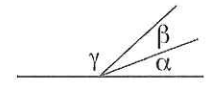
12. א. נתון השרטוט:

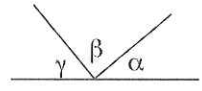


רשמו זוג זוויות קדקודיות חדות.

רשמו זוג זוויות קדקודיות קהות.

ב. באיזה מהשרטוטים יש שתי זוויות חדות שסכומן זווית חדה? הסבירו.



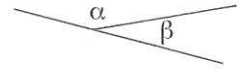


כמה זוויות חדות בכל שרטוט, וכמה זוויות קהות בכל שרטוט?

13. א. מצאו את גודל הזוויות.

$\alpha = 7x$

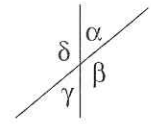
$\beta = 2x$



ב. מצאו את גודל הזוויות

$\alpha = x$ $\quad \gamma =$____

$\beta = 5x$ $\quad \gamma =$____



14. האם נכון תמיד?

א. אם α , β צמודות, אז אחת מהן זווית חדה.

ב. אם α , β זוויות חדות, סכומן קטן מ- 180°?

ג. אם α , β קדקודיות, אז שתיהן קהות.

ד. אם α ו- β צמודות, אז שתיהן קהות.

15. האם תמיד נכון? אם כן, נמקו. אם לא, תנו דוגמה נגדית.

א. אם α , β קדקודיות ו-α זווית חדה, אז β זווית קהה.

ב. אם α , β קדקודיות אז $\alpha + \beta > 90^\circ$.

ג. אם α , β צמודות ו-α חדה, אז β זווית קהה.

ד. אם α זווית חדה ו-β זווית קהה, אז סכומן 180°?

16. הייתכן? אם כן, קבעו את גודל הזווית, אם לא, נמקו.

א. α , β קדקודיות $\alpha + \beta = 180^\circ$

ב. α , β קדקודיות $\alpha - \beta = 20^\circ$

ג. α , β קדקודיות $\alpha + \beta = 90^\circ$

ד. α , β צמודות $\alpha - \beta = 90^\circ$

ה. α , β צמודות $\alpha = 2\beta$

ו. α , β קדקודיות $\alpha = 2\beta$

יחידה 17 – כל מיני קטעים במשולש

נמשיך ללמוד על הגובה במשולש ונכיר תיכון וחוצה זווית במשולש.

גובה, תיכון וחוצה זווית



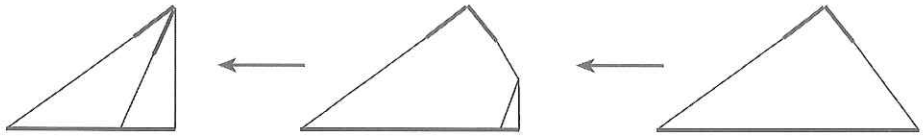
חוקרים קטעים במשולש

1. לכל ארבעה תלמידים: משולש ישר זווית, משולש קהה זווית ושני משולשים חדי זווית, אחד מהם שווה צלעות.

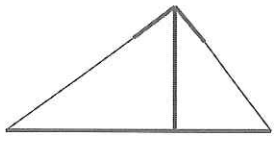
א. הניחו את המשולשים לפניכם כך שהזווית הגדולה במשולש תהיה כלפי מעלה. צבעו את הקדקוד שלמעלה ואת הצלע שמולו.

ב. גובה הוא אנך, ולכן כדי ליצור את הגובה למשולש, קפלו את המשולש כך שהצלע הצבועה תהיה על עצמה.

כדי לקבל את הגובה, מחליקים את הצלע על עצמה עד שהאנך עובר דרך הקדקוד הצבוע, כך:



פותחים את הקיפול וצובעים את קו הקיפול בשחור, כך:

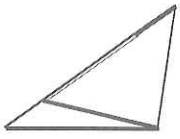


גובה במשולש הוא אנך מקדקוד לישר שעליו הצלע ממול.

ג. קפלו את המשולש כך ששוקי הזווית הצבועה יתלכדו.

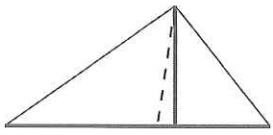
פתחו את הקיפול וצבעו את קו הקיפול באדום.

מה תוכלו לומר על הזוויות שנוצרו?



חוצה זווית במשולש הוא קטע היוצא מהקדקוד אל הצלע ממול וחוצה את הזווית.

מי קצר יותר - הגובה או חוצה הזווית? הסבירו.



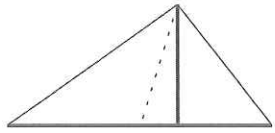
ד. מצאו את אמצע הצלע הצבועה. איך מצאתם?

קפלו את המשולש כך שיתקבל קו המחבר את הקדקוד עם אמצע הצלע הצבועה.

צבעו את הקו בכחול.

תיכון במשולש הוא קו המחבר קדקוד במשולש עם אמצע הצלע שממול.

מי קצר יותר - הגובה או התיכון? הסבירו.



ה. השוו את שלושת הקווים שנוצרו במשולשים השונים.

האם תמיד אותו הקו נמצא באמצע? אם כן, איזה הוא?

איזה קו הוא הקצר ביותר? איזה קו הוא הארוך ביותר?

ו. האם בכל משולש יתקבלו שלושה קווים שונים?

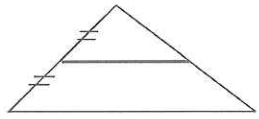
גזרו משולשים שונים ובדקו.



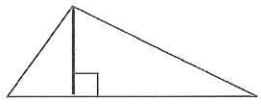
מלהיט תיכונים

2. באילו מהמשולשים המשורטטים הקטע המודגש הוא תיכון לאחת הצלעות? נמקו.

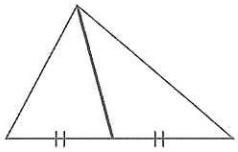
א



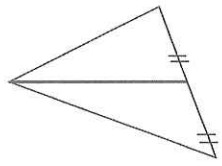
ב



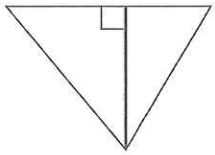
ג



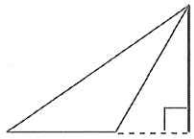
ד



ה

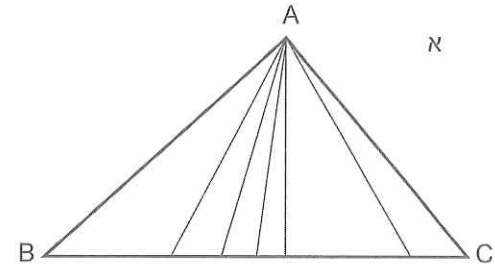


ו

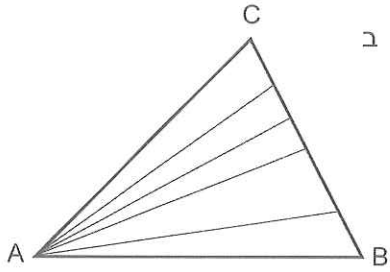


3. סמנו ב-AD את התיכון ל-BC, וב-AE את הגובה ל-BC. הסבירו כיצד זיהיתם אותם מתוך הקטעים במשולש.

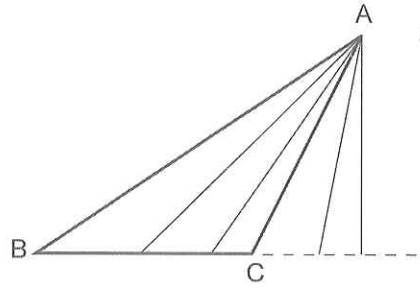
א



ב



ג



חישובי זוויות ואורכי צלעות

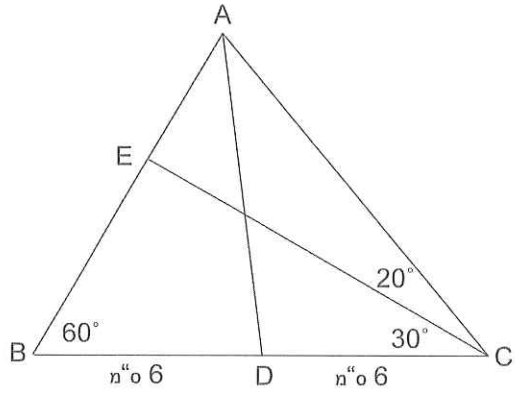


מחשבים ומלהיטים

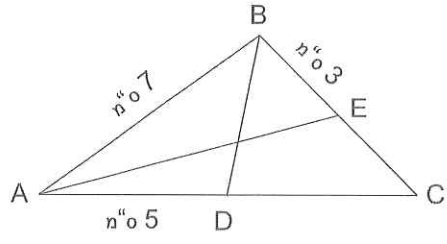
4. א. האם בשרטוט מסומן תיכון? אם כן, לאיזו צלע?

האם בשרטוט מסומן חוצה זווית? אם כן, לאיזו צלע?

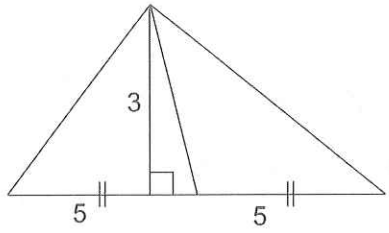
האם בשרטוט מסומן גובה? אם כן, לאיזו צלע?



ב. בשרטוט שני תיכונים. חשבו את היקף המשולש.



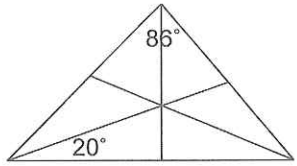
ג. חשבו את שטח המשולש שבשרטוט.



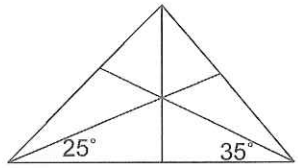


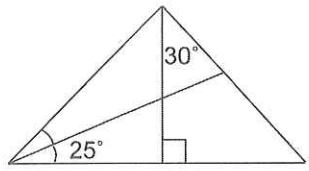
מחשבים כאן

5. א. במשולש משורטטים שלושת חוצי הזוויות.
השלימו את זויות המשולש ואת הזוויות שבין חוצי הזוויות לצלעות.



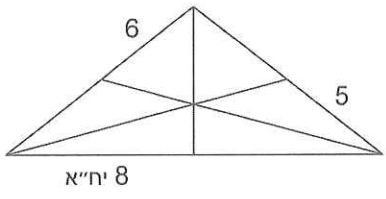
ב. במשולש משורטטים שלושת חוצי הזוויות.
השלימו את זויות המשולש ואת הזוויות שבין חוצי הזוויות לצלעות.



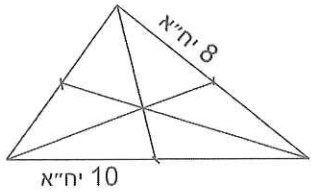


ג. במשולש משורטטים גובה וחוצה זווית (לא מאותו קדקוד).
השלימו את זויות המשולש ואת הזוויות שבין חוצה הזווית לצלעות.

ד. במשולש משורטטים שלושת התיכונים.
מצאו את היקף המשולש.



ה. במשולש משורטטים שלושת התיכונים.
היקף המשולש הוא 50 יחידות אורך.
מצאו את אורכי שלוש הצלעות.

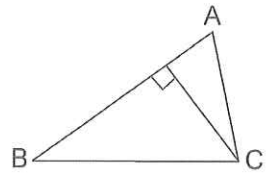




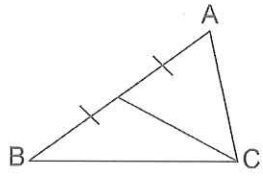
בודקים אי שרטט נכון

6. תלמידים התבקשו לשרטט תיכון לצלע AB במשולש ABC.

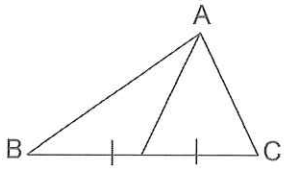
רמי שרטט כך:



משה שרטט כך:



דן שרטט כך:



א. מי לדעתכם שרטט נכון? הסבירו.

ב. מי לא שרטט תיכון? מה הוא שרטט?

ג. מי שרטט תיכון לצלע אחרת? לאיזו?



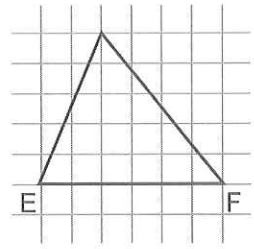
אפשר לשלב פעילות מחשב: קטעים במשולש.

מה למדנו?

- הזכרנו: גובה במשולש הוא אנך מקדקוד לישר שעליו נמצאת הצלע ממול.
- הגדרנו: חוצה זווית במשולש הוא קטע היוצא מהקדקוד אל הצלע שנמצאת ממול וחוצה את הזווית.
- הגדרנו: תיכון במשולש הוא קו המחבר קדקוד במשולש עם אמצע הצלע שממול.

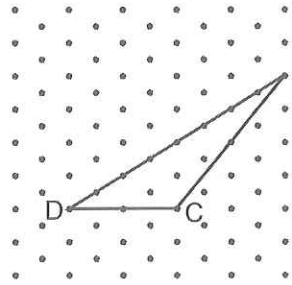
1. א. שרטטו את התיכון לצלע EF.

שרטטו את הגובה לצלע EF.



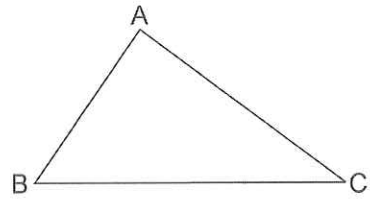
ב. שרטטו את התיכון לצלע DC.

שרטטו את הגובה לצלע DC.



2. א. שרטטו את הגובה לצלע BC.

שרטטו את התיכון לצלע BC.



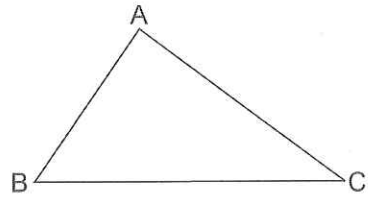
האם הגובה ארוך מהתיכון? קצר מהתיכון? שווה לתיכון? הסבירו.

ב. האם קיים משולש שבו התיכון קצר מהגובה? הסבירו.

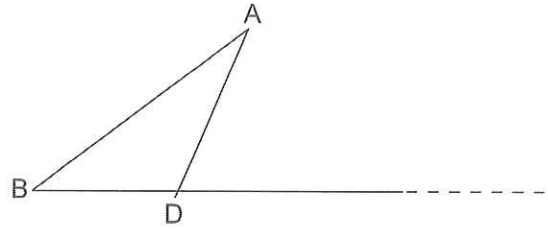
ג. מצאו משולש שבו התיכון והגובה הם אותו הקטע.

3. כמה תיכונים במשולש?

שרטטו אותם.

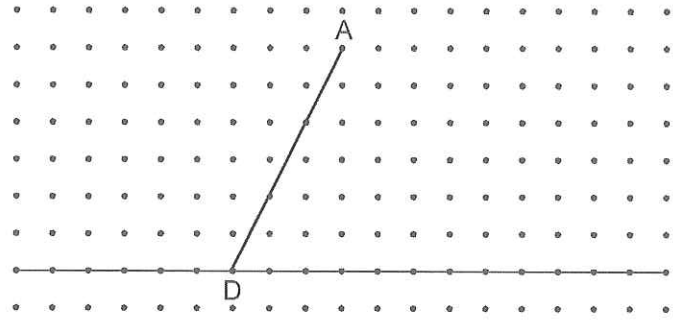


4. א. השלימו את השרטוט כך שיתקבל משולש ABC שבו AD הוא תיכון.

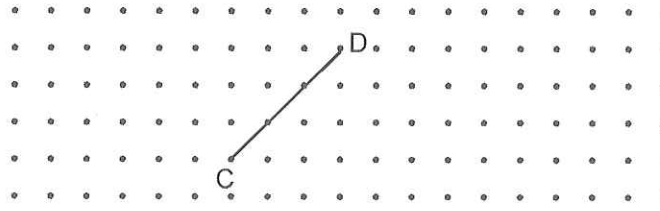


כמה משולשים כאלה יש?

ב. השלימו את השרטוט כך ש-AD יהיה תיכון במשולש והצלע BC תהיה על הישר המסומן.
כמה משולשים כאלה יש?



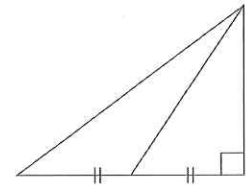
5. א. שרטטו משולש ABC כך ש-CD יהיה תיכון במשולש (הקדקודים בנקודות).

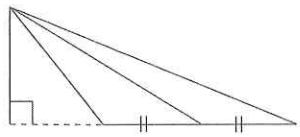


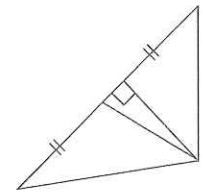
ב. כמה משולשים כאלו יש?

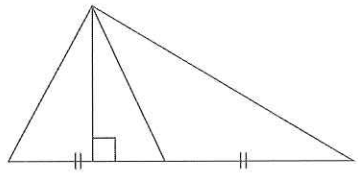
שרטטו בצבע שונה משולש נוסף שבו הצלע שמול C אינה נמצאת על הישר ששרטטתם דרך D.

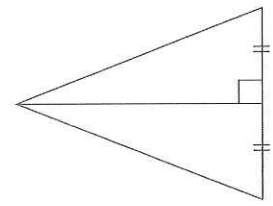
6. בכל אחד מהמשולשים שלפניכם משורטטים תיכון וגובה.
סמנו או צבעו את התיכון בכל משולש.
באיזה משולש הגובה והתיכון הם אותו הקטע? מה מיוחד במשולש?

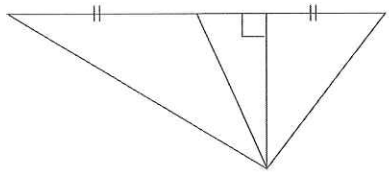
א


ב


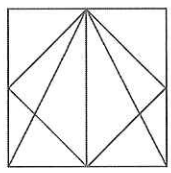
ג


ד


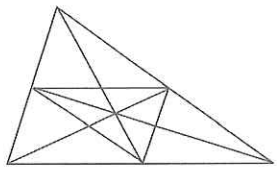
ה


ו


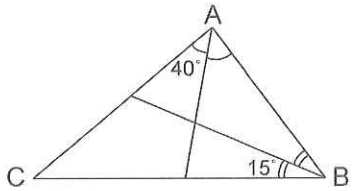
7. בשרטוט שלפניכם קדקודי הריבוע הפנימי הם אמצעי הצלעות של הריבוע החיצוני. מצאו משולשים שבהם משורטט תיכון לאחת הצלעות.
צבעו בכל פעם את המשולש והתיכון באותו צבע.



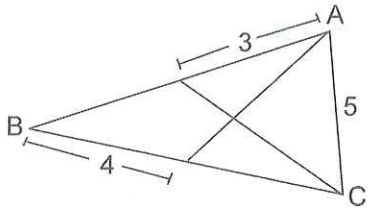
8. בשרטוט שלפניכם קדקודי המשולש הפנימי הם אמצעי הצלעות של המשולש החיצוני. מצאו משולשים שיש בהם תיכונים. ציינו בכמה משולשים משורטט תיכון אחד, בכמה משורטטים שני תיכונים, ובכמה משורטטים שלושה תיכונים.



9. במשולש משורטטים שני חוצי זווית. מצאו את זוויות המשולש.



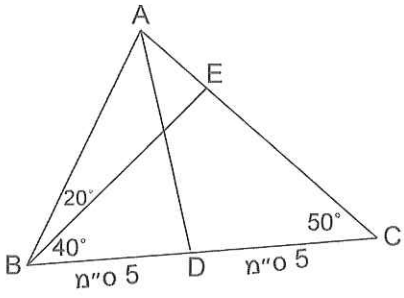
10. במשולש משורטטים שני תיכונים. מצאו את היקף המשולש.



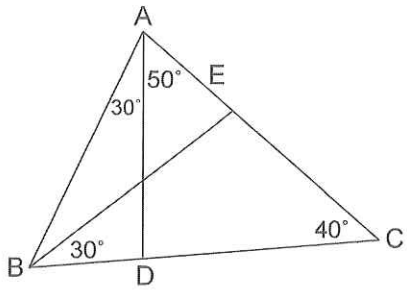
11.א. האם במשולש שבשרטוט מסומן תיכון? אם כן, לאיזו צלע?

ב. האם במשולש שבשרטוט מסומן חוצה זווית? אם כן, לאיזו זווית?

ג. האם במשולש שבשרטוט מסומן גובה? אם כן, לאיזו צלע?



12. היעזרו בחישובי זוויות בשרטוט כדי לזהות גובה וחוצה זווית. איזהו הגובה ואיזהו חוצה הזווית? איך קבעתם זאת?

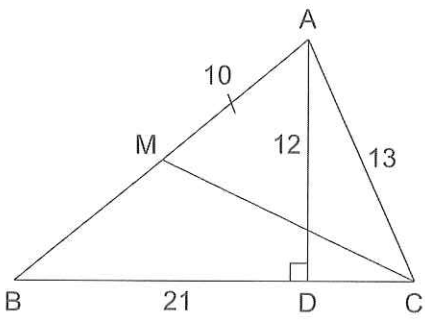


13. CM הוא תיכון במשולש ABO.

א. חשבו את אורך הצלע AB.

ב. מצאו את היקף המשולש.

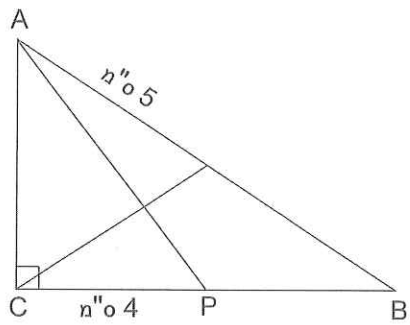
ג. מצאו את שטחו.



14. CM, AP הם תיכונים במשולש ישר הזווית ABC.

א. מצאו את היקף המשולש.

ב. מצאו את שטחו.



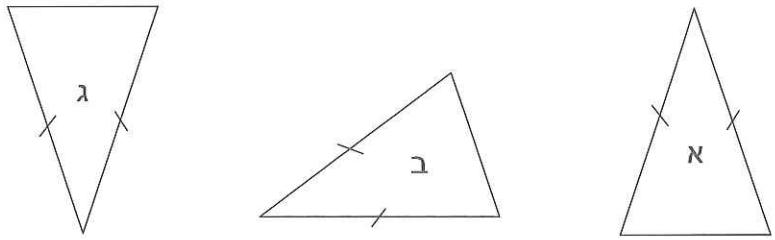
יחידה 18 – משולש שווה שוקיים ומשולש שווה צלעות

נכיר תכונות של משולש שווה שוקיים ושל משולש שווה צלעות.

משולש שווה שוקיים



מתי נזדקק למשולש שווה שוקיים



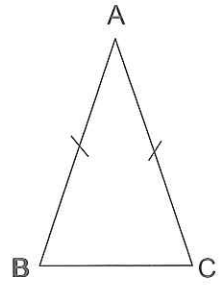
1. לפניכם שלושה משולשים שווי שוקיים.

א. סמנו במשולש א את הקדקוד של זווית הראש ב-M ואת הקדקודים של זוויות הבסיס ב-K וב-P.
5 ס"מ= PK; $MK = 2 \cdot PK$. מהו היקף המשולש?

ב. סמנו במשולש ב את הקדקוד של זווית הראש ב-D ואת קדקודי זוויות הבסיס ב-E וב-G.

אורך השוק הוא 11 ס"מ, היקף המשולש הוא 26 ס"מ. מהו אורך EG? מהו אורך DE?

ג. סמנו במשולש ג את זווית הראש ב-T ואת זוויות הבסיס ב-F וב-N.
אורך הבסיס 3 ס"מ. צלע NT גדולה ב-2 ס"מ מ-NF. רשמו את אורכי הצלעות במשולש.



משולש שווה שוקיים הוא משולש שיש לו **לפחות שתי** צלעות שוות.

זווית A∢ נקראת זווית הראש.

זוויות B∢ו- C∢ נקראות זוויות הבסיס.

2. בידי כל קבוצה משולש שווה שוקיים.

א. קפלו את המשולש כך שיתקבלו ממנו שני משולשים חופפים.

האם קיפלתם אותו דרך הקדקוד של זווית הראש? דרך קדקוד בסיס? הסבירו.

ב. שחר, יהודה ודניאל קיפלו את המשולש ויצרו שני משולשים חופפים.

שחר אמר: "קיפלתי את המשולש לאורך חוצה זווית הראש".

יהודה אמר: "קיפלתי את המשולש לאורך הגובה לבסיס".

דניאל אמר: "קיפלתי את המשולש לאורך התיכון לבסיס".

קפלו את המשולש לפי השיטות של שחר, יהודה ודניאל וצבעו בכל פעם את קו הקיפול בצבע אחר. מה קיבלתם?

ג. קפלו משולש שווה שוקיים לאורך חוצה זווית הבסיס, לאורך הגובה לשוק ולאורך התיכון לשוק.

כמה קווים שונים קיבלתם?

ד. משפט: במשולש שווה שוקיים, חוצה זווית הראש הוא גם תיכון לבסיס וגם גובה לבסיס.

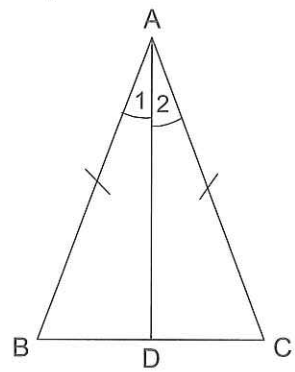
השלימו.

נתון: AB = AC

___ = ___

צריך להוכיח: ___ = ___

___ ⊥ ___



מה צריך להוכיח כדי להראות ששני הקטעים שווים?

מה צריך להוכיח כדי להראות ששני ישרים מאונכים?

מה צריך להוכיח כדי להראות שהזווית ישרה?

השלימו את ההוכחה.

ה. בסעיף הקודם הוכחנו בעזרת חפיפת המשולשים: $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ שבמשולש שווה שוקיים מתלכדים חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס.

מצאו תכונה נוספת של משולש שווה שוקיים שנובעת מחפיפת המשולשים.

משפט: במשולש שווה שוקיים מתלכדים חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס.

משפט: במשולש שווה שוקיים שוות זוויות הבסיס זו לזו.

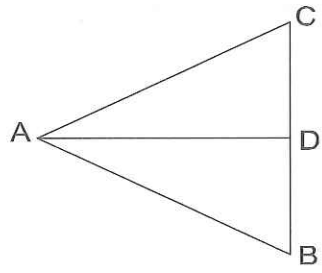
3. קבעו אם ניתן להסיק את המסקנה.

אם כן, רשמו על סמך איזה משפט. אם לא, נמקו או תנו דוגמה נגדית.

א. **נתון:** $AB = AC$

AD חוצה את $\measuredangle A$

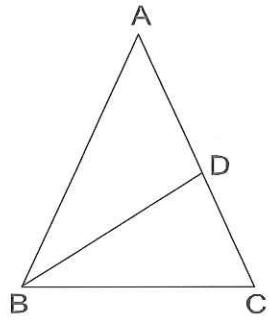
האם ניתן להסיק: $BD = CD$?



ב. **נתון:** $AB = AC$

BD חוצה את זווית $\measuredangle B$

האם ניתן להסיק: $AD = CD$?

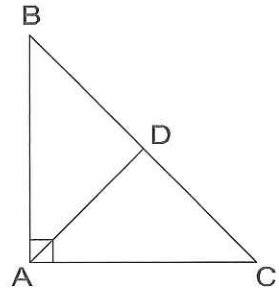


ג. **נתון:** $AB = AC$

BD חוצה את $\measuredangle A$

$BA \perp AC$

האם ניתן להסיק: $BD = CD$?

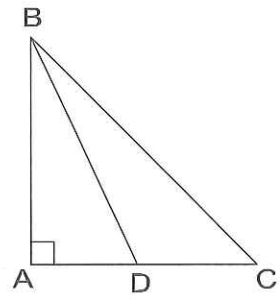


ד. **נתון:** $AB = AC$

D חוצה את $\measuredangle B$

$BA \perp AC$

האם ניתן להסיק: $AD = CD$?





משפט ישר והפוך

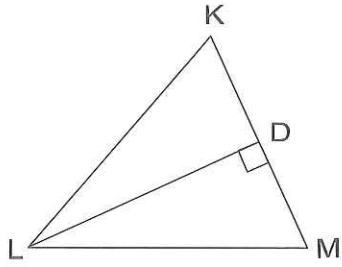
4. א. השלימו את המשפט: זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים _____.

איזה קטע שרטטנו מקדקוד הראש של המשולש כדי להוכיח את הטענה?

ב. נתון: $\sphericalangle K = \sphericalangle M$

$LD \perp KM$

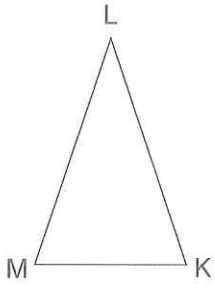
האם ניתן להסיק: $DM = DK$?



ג. במשולש KLM מתקיים: $\sphericalangle K = \sphericalangle M$

הראו כי המשולש הוא שווה שוקיים.

נסחו את המשפט.



ד. מה הקשר בין המשפטים בסעיפים א ו-ג?



כאשר הצורה שלכם שם תיכון או שם חוצה זווית

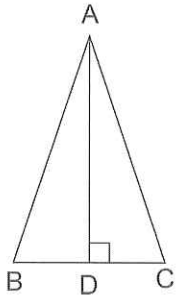
5. א. נתון: $AD \perp BC$

$BD = DC$

האם ניתן להסיק ש-$AB = BC$? הסבירו.

השלימו את המשפט: אם הגובה במשולש

הוא גם תיכון, אז המשולש הוא: _____.



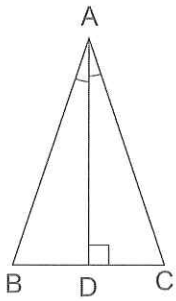
ב. נתון: $AD \perp BC$

$\sphericalangle BAD = \sphericalangle CAD$

האם ניתן להסיק ש-$AB = BC$? הסבירו.

השלימו את המשפט: אם הגובה במשולש

הוא גם חוצה זווית, אז המשולש הוא: _____.

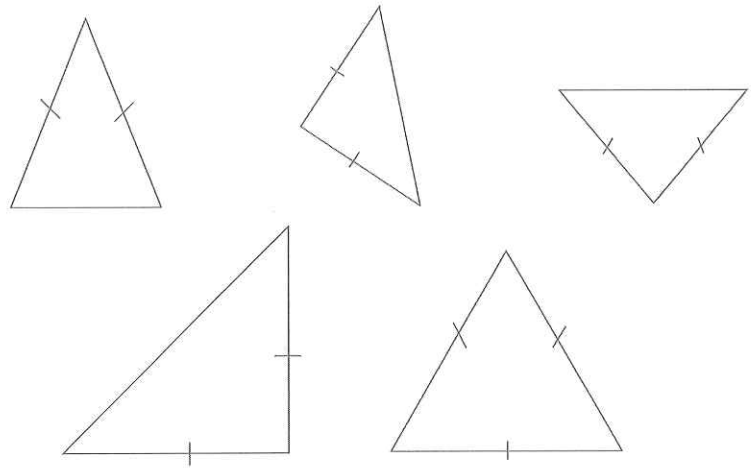


משולש שווה צלעות



מה שווה במשולש שווה צלעות

6. א. סמנו זוויות שוות.

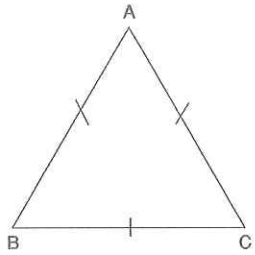


ב. איך קוראים למשולש שכל צלעותיו שוות?

ג. כמה זוויות שוות במשולש שווה צלעות? מה גודל כל זווית? הסבירו.

ד. נתון: 5 ס"מ = AB, ΔABC שווה צלעות.

רשמו את גודלן של כל צלע ושל כל זווית במשולש ΔABC.





קובעים מה נכון

7. קבעו אם הטענות הבאות נכונות ונמקו.

א. אם במשולש יש זווית בת 60°, אז המשולש שווה צלעות.

ב. אם במשולש שתי זוויות הן בנות 60°, אז המשולש שווה צלעות.

ג. אם זווית הראש במשולש שווה שוקיים היא בת 60°, אז המשולש שווה צלעות.

ד. אם זווית הבסיס במשולש שווה שוקיים היא בת 60°, אז המשולש שווה צלעות.

ה. אם משולש הוא ישר זווית ושווה שוקיים, אז המשולש שווה צלעות.

ו. אם משולש הוא ישר זווית ושווה שוקיים, אז זוויות הבסיס הן בנות 60° כל אחת.

ז. אם משולש הוא ישר זווית ושווה שוקיים, אז זוויות הבסיס הן בנות 45° כל אחת.

ח. אם משולש הוא קהה זווית, הוא אינו שווה צלעות.

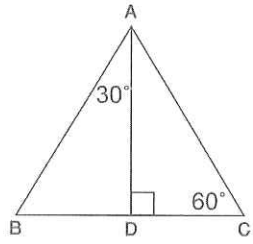
8. באילו מהסעיפים הבאים אפשר להסיק על סמך הנתונים, ש-ΔABC הוא שווה צלעות? נמקו. (השרטוטים אינם על פי הגדלים הרשומים).

א. נתון:

$AD \perp BC$

$\sphericalangle C = 60^\circ$

$\sphericalangle BAD = 30^\circ$

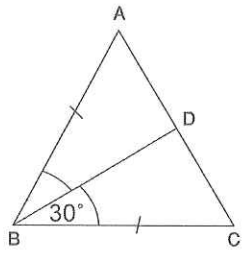


ב. נתון:

$AB = BC$

BD חוצה את $\sphericalangle B$

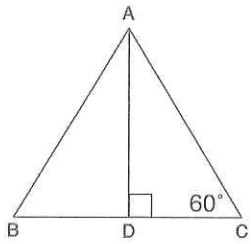
$\sphericalangle DBC = 30^\circ$



ג. נתון:

$AD \perp BC$

$\sphericalangle C = 60^\circ$

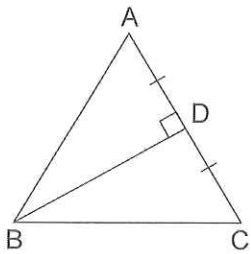


ד. נתון:

$AB = AC$

BD תיכון

BD גובה



האם היו סעיפים שבהם לא ניתן להסיק ש-ΔABC הוא שווה צלעות? הציעו נתון נוסף כך שיתקבל משולש שווה צלעות.

9. קבעו על סמך הנתונים המסומנים בשרטוט, אם אפשר לדעת אם המשולש הוא שווה צלעות או שווה שוקיים. הסבירו.

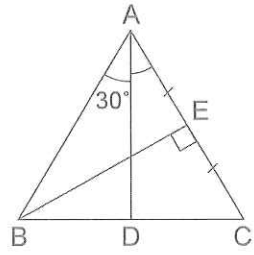
א. נתון:

$BE \perp AC$

$AE = EC$

AD חוצה זווית A

$\sphericalangle DAB = 30°$



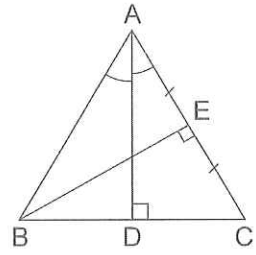
ב. נתון:

$AD \perp BC$

AD חוצה זווית A

$BE \perp AC$

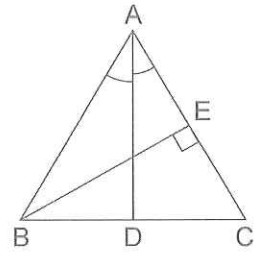
$AE = EC$



ג. נתון:

AD חוצה זווית A

$BE \perp AC$

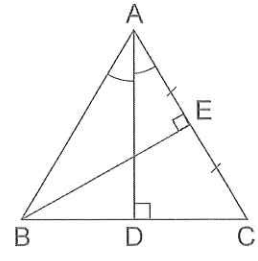


ד. נתון:

AD חוצה זווית

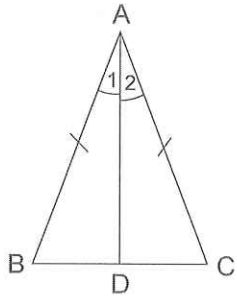
$BE \perp AC$

$AE = EC$



מה למדנו?

- למדנו כי במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש מחלק אותו לשני משולשים חופפים.



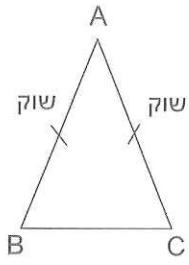
נתון: $AB = AC$

$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$

צריך להוכיח: $\Delta ABD \cong \Delta ACD$

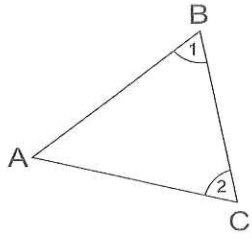
הוכחה:	עובדות	נימוקים
	$AB = AC$	נתון
	$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$	נתון
	$AD = AD$	צלע משותפת
	$\Downarrow$	
	$\Delta ABD \cong \Delta ACD$	לפי משפט חפיפה: צלע, זווית, צלע

- מחפיפת המשולשים הסקנו את המסקנות הבאות:
  - במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש, הגובה לבסיס והתיכון לבסיס, מתלכדים.
  - במשולש שווה שוקיים שוות זוויות הבסיס.



- הוכחנו את המשפט ההפוך למשפט זוויות הבסיס:

אם במשולש שתי זוויות שוות, אזי המשולש הוא שווה שוקיים.

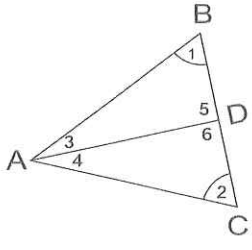


נתון: $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$

צריך להוכיח: $AB = AC$

הוכחה: ניצור שני משולשים ונראה שהם חופפים.

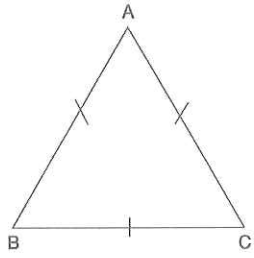
לשם כך נעביר את חוצה זווית A, כלומר, $\sphericalangle 3 = \sphericalangle 4$.



עובדות	נימוקים
$\sphericalangle 2 = \sphericalangle 1$	נתון
$\sphericalangle 4 = \sphericalangle 3$	לפי הבנייה
$\sphericalangle 6 = \sphericalangle 5$	במשולשים השווים בשני זוגות של זוויות, שווים גם בזוג השלישי.
$AD = AD$	צלע משותפת
$\Downarrow$	
$\Delta ABD \cong \Delta ACD$	לפי משפט חפיפה: צלע, זווית, צלע
$\Downarrow$	
$AB = AC$	צלעות מתאימות במשולשים חופפים

- הוכחנו כי: אם הגובה במשולש הוא גם תיכון, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
  אם הגובה במשולש הוא גם חוצה זווית, אז המשולש הוא שווה שוקיים.

- הוכחנו את המשפט: במשולש שווה צלעות כל הזוויות שוות זו לזו.



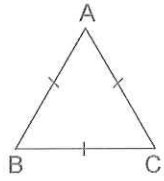
נתון: $AB = AC = BC$

צריך להוכיח: $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C$

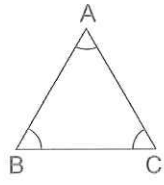
הוכחה:

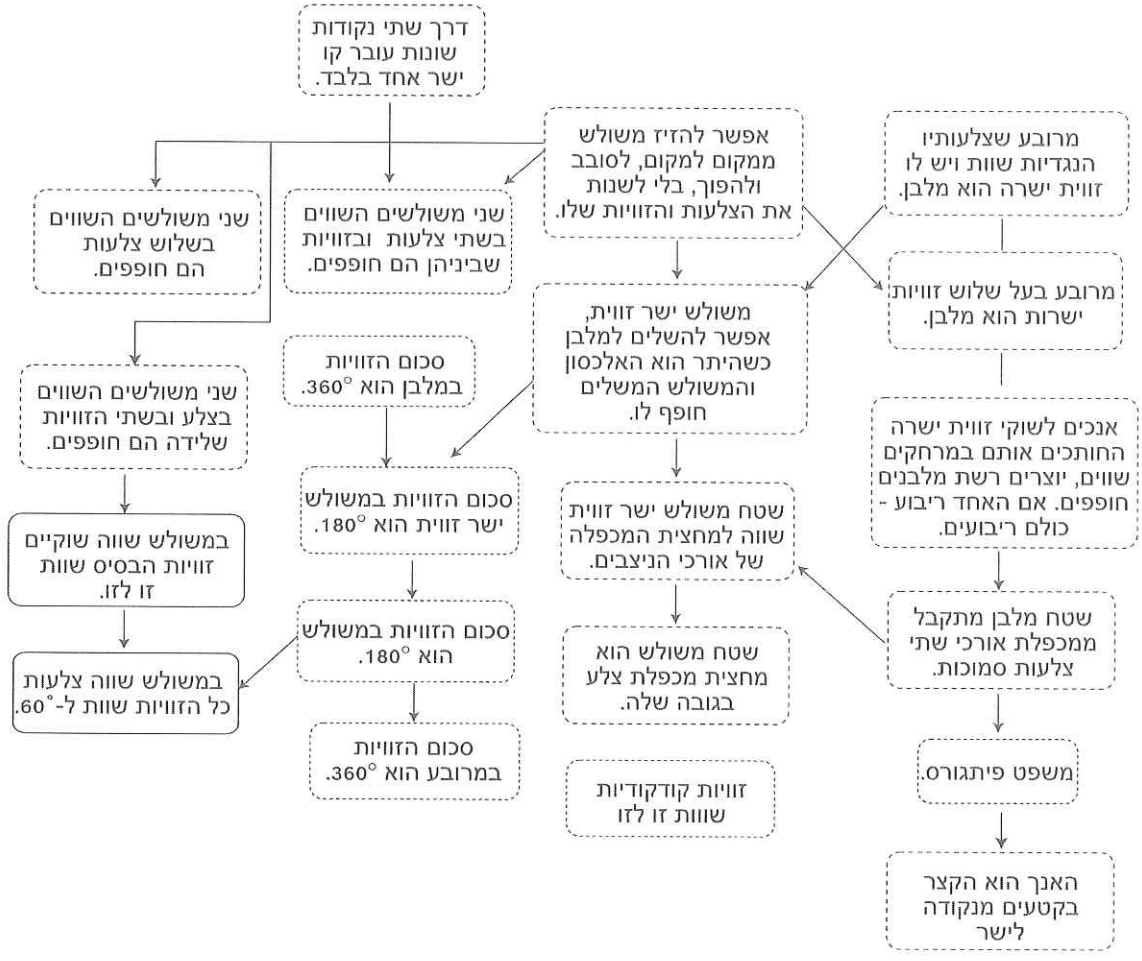
עובדות	נימוקים
$AB = AC$	נתון
$\Downarrow$	
$\sphericalangle B = \sphericalangle C$	זוויות בסיס במשולש שווה שוקיים
$AB = BC$	נתון
$\Downarrow$	
$\sphericalangle A = \sphericalangle C$	זוויות בסיס במשולש שווה שוקיים
$\Downarrow$	
$\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C$	

- גודלה של כל זווית במשולש שווה צלעות הוא 60° (= 180 : 3).

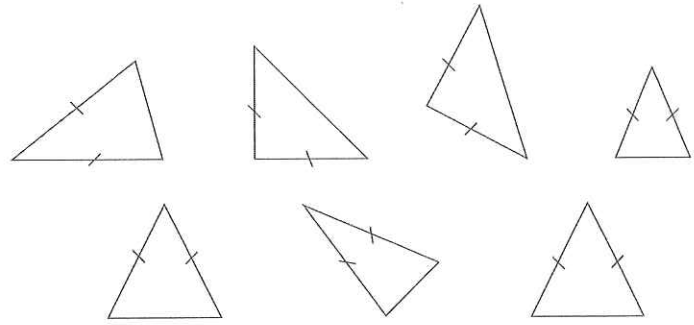


- המשפט ההפוך הוא:
  אם במשולש שוות כל הזוויות זו לזו, אז המשולש הוא שווה צלעות.

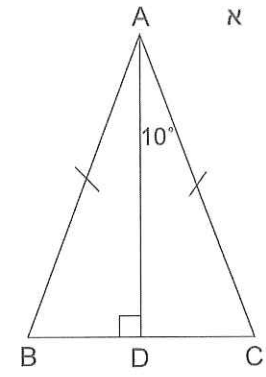


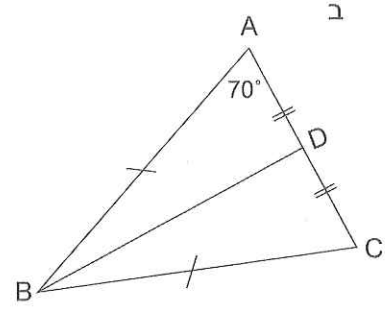

דרך שתי נקודות שונות עובר קו ישר אחד בלבד.
אפשר להזיז משולש ממקום למקום, לסובב ולהפוך, בלי לשנות את הצלעות והזוויות שלו.
מרובע שצלעותיו הנגדיות שוות ויש לו זווית ישרה הוא מלבן.
שני משולשים השווים בשלוש צלעות הם חופפים.
שני משולשים השווים בשתי צלעות ובזוויות שביניהן הם חופפים.
מרובע בעל שלוש זוויות ישרות הוא מלבן.
משולש ישר זווית, אפשר להשלים למלבן כשהיתר הוא האלכסון והמשולש המשלים חופף לו.
שני משולשים השווים בצלע ובשתי הזוויות שלידה הם חופפים.
סכום הזוויות במלבן הוא 360°.
אנכים לשוקי זווית ישרה החותכים אותם במרחקים שווים, יוצרים רשת מלבנים חופפים. אם האחד ריבוע - כולם ריבועים.
סכום הזוויות במשולש ישר זווית הוא 180°.
שטח משולש ישר זווית שווה למחצית המכפלה של אורכי הניצבים.
במשולש שווה שוקיים זויות הבסיס שוות זו לזו.
שטח מלבן מתקבל ממכפלת אורכי שתי צלעות סמוכות.
סכום הזוויות במשולש הוא 180°.
שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה.
במשולש שווה צלעות כל הזוויות שוות ל-60°.
משפט פיתגורס.
סכום הזוויות במרובע הוא 360°.
זוויות קודקודיות שוות זו לזו
האנך הוא הקצר בקטעים מנקודה לישר

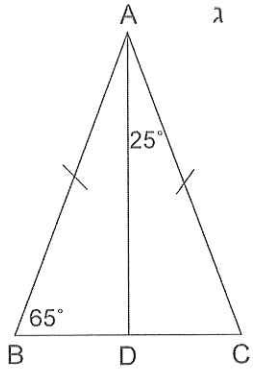
1. כל המשולשים בשרטוטים הבאים הם שווי שוקיים (הצלעות השוות מסומנות).
רשמו ליד כל צלע את השם המתאים - שוק, בסיס - וסמנו בקשת את זווית הראש.



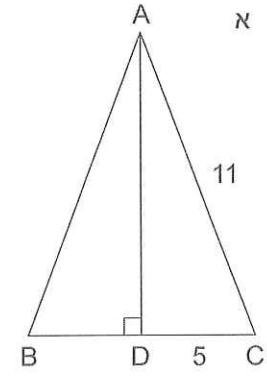
2. השלימו זוויות בשרטוטים ומצאו את זוויות המשולש.

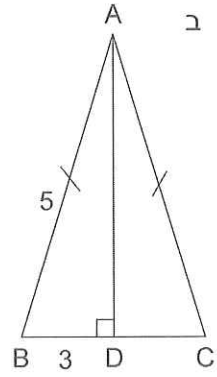
א


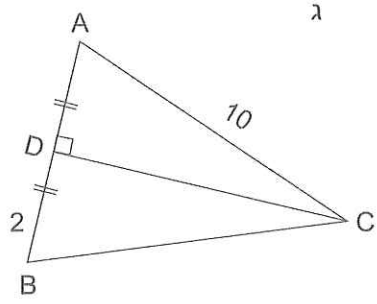
ב


ג


3. השלימו קטעים ומצאו את היקף המשולש.

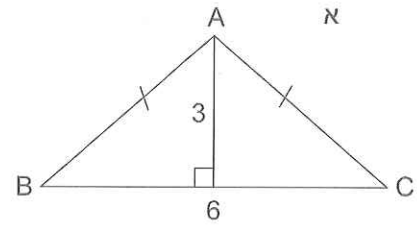
א


ב


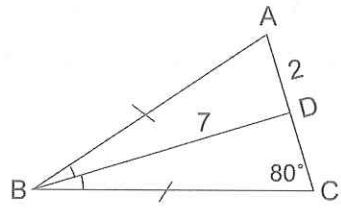
ג


4. השלימו, אם אפשר, זוויות וקטעים ומצאו את שטח המשולש.

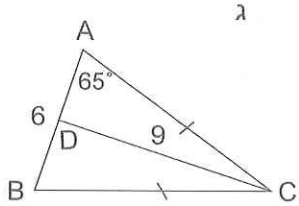
א



ב

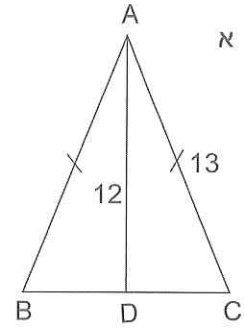


ג

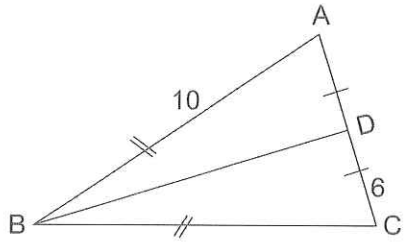


5. מצאו את השטח וההיקף של כל אחד מהמשולשים הבאים:

א

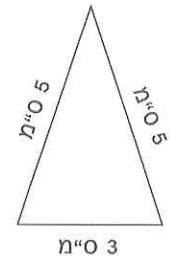


ב

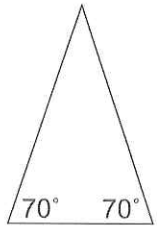


6. קבעו אם המשולש שווה שוקיים על פי הנתונים הרשומים בכל שרטוט. אם כן, סמנו את השוקיים, ואם לא - נמקו (השרטוטים אינם לפי המידות.)

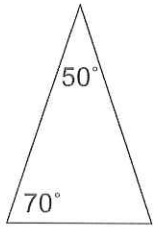
א



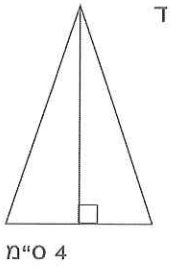
ב



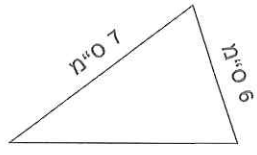
ג



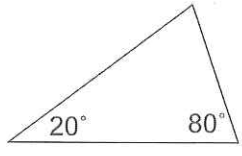
ד



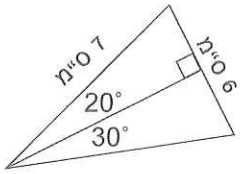
ה היקף 20 ס"מ



ו

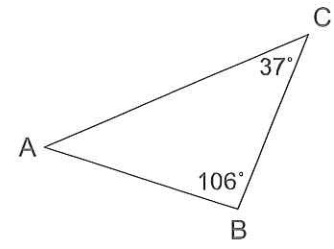


ז



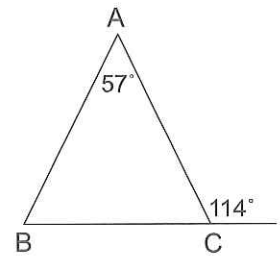
7. השלימו את כל הזוויות, קבעו לגבי כל אחד מהמשולשים אם הוא שווה שוקיים.
אם כן, רשמו מהן הצלעות השוות.

א.



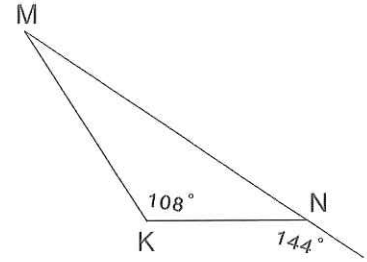
אינו שווה שוקיים/שווה שוקיים _____ = _____

ב.



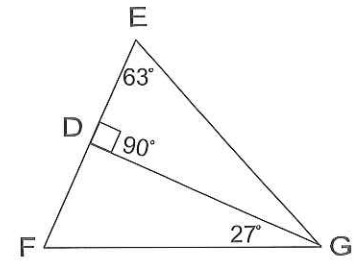
אינו שווה שוקיים/שווה שוקיים _____ = _____

ג.



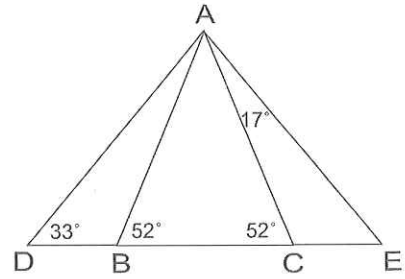
אינו שווה שוקיים/שווה שוקיים _____ = _____

ד.



אינו שווה שוקיים/שווה שוקיים _____ = _____

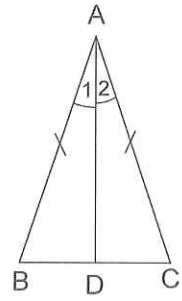
ה.



ΔABC אינו שווה שוקיים/שווה שוקיים _____ = _____

ΔADE אינו שווה שוקיים/שווה שוקיים _____ = _____

8. השלימו שוויונים



א. נתון: $AB = AC$

$\measuredangle 2 = \measuredangle 1$

לכן:

$BD =$ ____

$\measuredangle B =$ ___

ב. נתון:

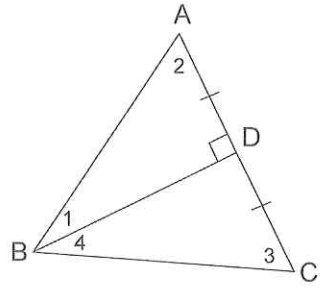
$BD \perp AD$

$AD = DC$

לכן: $AB =$ ____

$\measuredangle 1 =$ ____

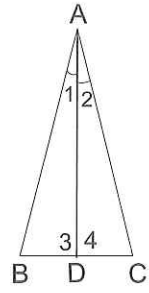
$\measuredangle 3 =$ ____



9. הוכיחו את המשפט הבא:

אם אחד מהגבהים במשולש הוא גם חוצה זווית,

אז המשולש שווה שוקיים.



נתון: ____ $= \measuredangle 1$

____ $\perp AD$

צריך להוכיח: ____ $= AB$

הוכחה:

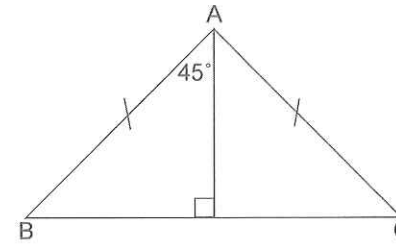
עובדות	נימוקים
$AD \perp BC$	נתון
$\Downarrow$	
$\measuredangle 3 =$ ____ $= 90^\circ$	זווית בין קווים מאונכים
____ $=$ ____	צלע משותפת
$\measuredangle$____ $= \measuredangle$____	נתון
$\Downarrow$	
Δ____ $\cong \Delta$____	_____
$\Downarrow$	
$AB =$ ____	

ב. נסחו משפט נוסף: אם אחד התיכונים במשולש הוא גם _____, אז המשולש _____.

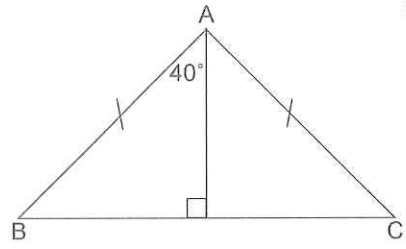
10. השלימו בשרטוט זוויות נוספות על סמך הנתונים. סמנו צלעות שוות.

ציינו מאיזה סוג המשולש ABC: לפי צלעות ולפי זוויות (השרטוטים אינם על פי הנתונים הרשומים).

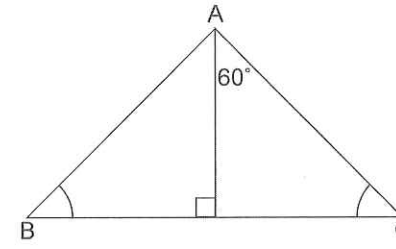
א



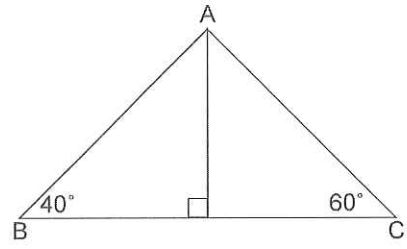
ב



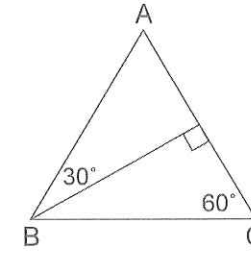
ג



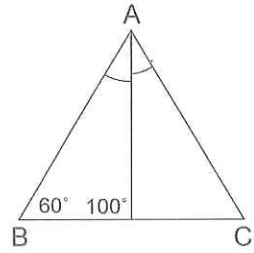
ד



ה



ו



11. חשבו את הזוויות על סמך הנתונים, ורשמו את גודלן.

ציינו מאיזה סוג המשולש ABC לפי צלעות ולפי זוויות.

רשמו את הצלעות השוות, את הזווית הישרה או את הזווית הקהה.

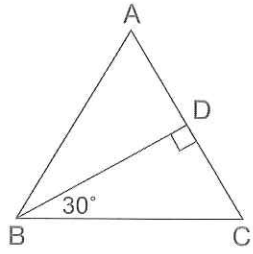
(השרטוטים אינם על פי הנתונים הרשומים).

א. נתון:

AB = AC

BD גובה לשוק

∢DBC = 30°

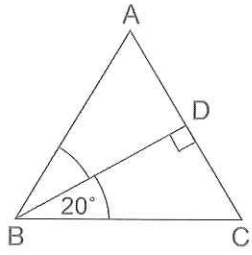


ב. נתון:

BD גובה במשולש

BD חוצה את ∢B

∢DBC = 20°

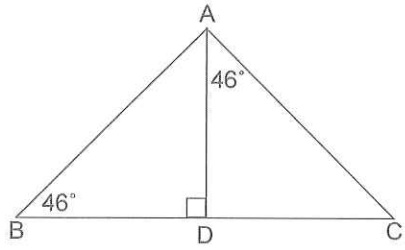


ג. נתון:

AD ⊥ BC

∢DAC = 46°

∢B = 46°

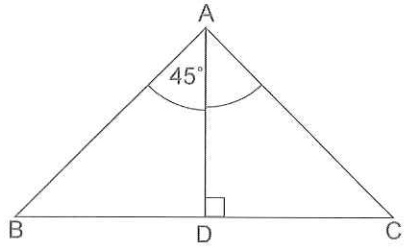


ד. נתון:

AD ⊥ BC

AD חוצה את ∢A

∢BAD = 45°

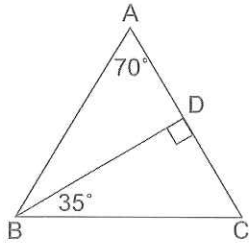


ה. נתון:

BD ⊥ AC

∢A = 70°

∢DBC = 35°

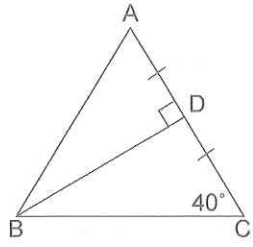


ו. נתון:

BD גובה במשולש

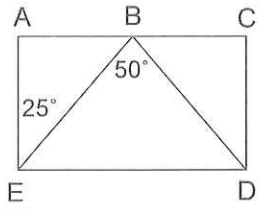
BD תיכון במשולש

$\sphericalangle C = 40°$



12. בתוך מלבן משורטט משולש.

ונתון $\sphericalangle AEB = 25°$ $\sphericalangle EBD = 50°$



א. חשבו את כל הזוויות שבשרטוט.

ב. רשמו שני משולשים ישרי זווית.

האם הם חופפים?

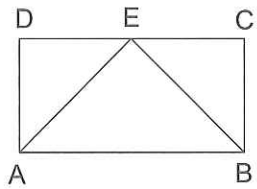
ג. האם ΔBDE שווה צלעות? שווה שוקיים? שונה צלעות?

ד. האם ΔBDE חד זווית? ישר זווית? קהה זווית?

13. נתון: ABCD מלבן.

חוצי הזוויות A ו- B של המלבן

נפגשים בנקודה E שעל הצלע CD.



א. מִצאו את הגדלים של הזוויות ורשמו בשרטוט.

ב. קבעו אלו מהטענות הרשומות להלן נובעות מהנתונים.

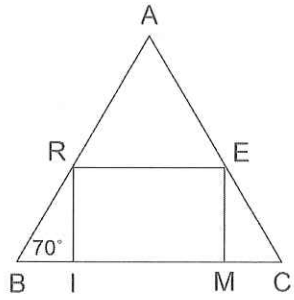
מחקו טענות שאינן נכונות.

נמקו את הטענות הנכונות,

טענות	נימוקים
$\Delta ADE \cong \Delta BCE$	
ΔAEB שווה צלעות	
ΔADE שווה שוקיים	
ΔAEB ישר זווית	
$AD = \frac{1}{2} CD$	

14. נתון: ΔABC שווה שוקיים.

REMI מלבן. $\sphericalangle B = 70°$



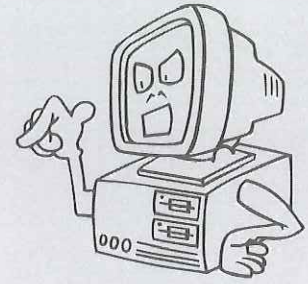
א. מצאו את הגדלים של הזוויות ורשמו בשרטוט.

ב. קבעו אלו מהטענות הבאות נובעות מהנתונים.

מחקו טענות שאינן נכונות.

נמקו טענות נכונות

טענות	נימוקים
$\Delta BIR \cong \Delta CME$	
$BI = IR$	
ΔARE שווה שוקיים	
$AR = RB$	
$MI = RE$	
$MI = AR$	
ΔARE שווה צלעות	



פעילויות מחשב

היקף קבוע ושטח משתנה

יחידה 3

בתרגילים 1 ו- 2 תחקרו בעזרת **המחשב השתנות רציפה** של מלבן שהיקפו קבוע.



לעבודה עם "המשגר הגאומטרי"

1. היקף קבוע שטח משתנה באופן דינאמי.

פתיחת הקובץ "מלבן שהיקפו "20":	הקישו בחלון צורות ובניות על מרובע ABKJ
מדידת השטח:	מדידות ← שטח
מדידת ההיקף:	מדידות ← היקף
שינוי המלבן:	גררו את הקדקודים A או B.

א. גררו והעתיקו מהמסך 3 מלבנים שונים ורשמו את **שטחם** (לפי מד השטח).

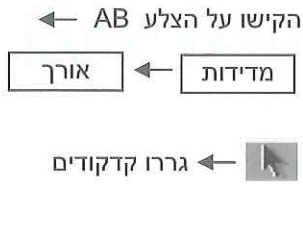
ב. גררו את הקדקודים A או B ובדקו אם קיים מלבן מתאים לדרישות.

אם לא קיים מלבן כזה, הסבירו מדוע.
האם ייתכן **שהשטח** יהיה 16?
האם ייתכן **שהשטח** יהיה 20?
האם ייתכן **שהשטח** יהיה 2?
האם ייתכן **שהשטח** יהיה 0.5?
האם ייתכן **שהשטח** יהיה 30?
האם ייתכן **שהשטח** יהיה 1?
האם ייתכן **שהשטח** יהיה 27?

ג. מהו **השטח** האפשרי **הגדול ביותר**?
מהו **השטח** האפשרי **הקטן ביותר**?
השאירו את המלבן על המסך לשאלה הבאה.

2. בתרגיל זה תחקרו את הקשר בין אורך צלע של המלבן לבין שטחו, כאשר ההיקף קבוע (20).

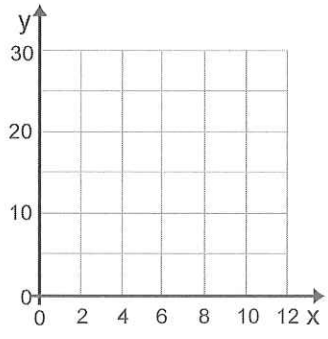
מדידת אורך הצלע AB:



א. השלימו את הטבלה תוך שינוי המלבן.

אורך הצלע AB	שטח המלבן
1	
1.5	
2	
3	
4	
4.5	
5	
6	
7	
8	
9	
9.5	
1	
1.5	

א. שרטטו גרף בעזרת הערכים בטבלה והסבירו את צורתו ואת נקודת השיא של הגרף.



מה השטח כאשר אורך הצלע 4.5 יחידות?

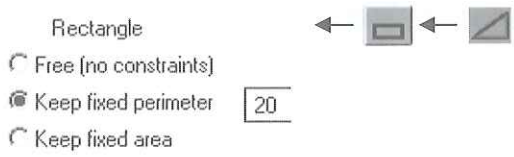
מה השטח כאשר אורך הצלע 7.5 יחידות?

מה השטח כאשר אורך הצלע 3.5 יחידות?

מה אורך הצלע שבעבורה השטח מקסימלי?

1. היקף קבוע ושטח משתנה_באופן דינאמי

בחירת מלבן שהיקפו 20:



מדידת השטח:



מדידת ההיקף:



שינוי המלבן: גררו את קדקודי המלבן.

א. גררו והעתיקו מהמסך 3 מלבנים שונים ורשמו את **שטחם** (לפי מד השטח).

ב. גררו קדקודים ובדקו אם קיים מלבן מתאים לדרישות. אם לא קיים מלבן כזה, הסבירו מדוע.

האם ייתכן **שהשטח** יהיה 16?

האם ייתכן **שהשטח** יהיה 20?

האם ייתכן **שהשטח** יהיה 2?

האם ייתכן **שהשטח** יהיה 0.5?

האם ייתכן **שהשטח** יהיה 30?

האם ייתכן **שהשטח** יהיה 1?

האם ייתכן **שהשטח** יהיה 27?

ג. מהו **השטח** האפשרי **הגדול ביותר**?

מהו **השטח** האפשרי **הקטן ביותר**?

השאירו את המלבן על המסך לשאלה הבאה.

2. בתרגיל זה נחקור את הקשר בין אורך צלע של המלבן שהיקפו קבוע ושווה ל-20 לשטחו לנסח מחדש.

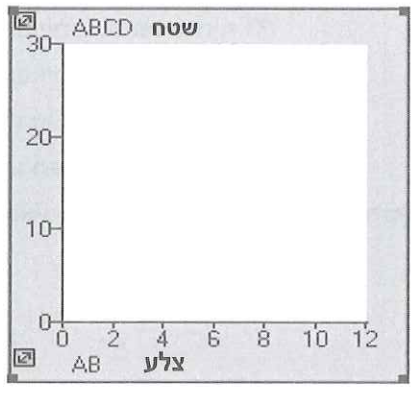
מדידת אורך הצלע AB: ← הביאו את המסגרת למסך ורשמו AB.
אחר כך הקישו Enter.

שינוי המלבן: ← גררו את קדקודי המלבן.

א. השלימו את הטבלה תוך שינוי המלבן.

אורך הצלע AB	שטח המלבן
1	
1.5	
2	
3	
4	
4.5	
5	
6	
7	
8	
9	
9.5	
1	
1.5	

ב. שערו איך ייראה גרף המתאר את הקשר בין אורך צלע המלבן לשטחו.



גובה במשולש

בפעילות זו תחקרו את הקשר בין מקום הגבהים במשולש לבין זוויותיו ותסבירו את השערותיכם וממצאיכם.



לפתיחת קובץ "המשגר הצ'אוואטרי"

1. גובה במשולש

בחרו משולש כלשהו.



שרטטו גובה מ- B ל-AC



הקישו על הגובה לסימונו וצבעו אותו בירוק.



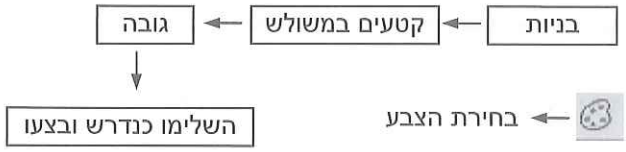
שנו את המשולש על-ידי גרירת B ובדקו היכן נמצא הגובה במשולשים שונים.



- בדקו באיזה מקרה הגובה בתוך המשולש, באיזה מקרה הוא מחוץ למשולש, ובאיזה מקרה הגובה מתלכד עם צלע המשולש.
- שנו את המשולש, כך שהצלע AC תהיה בכיוון שונה, אחר כך גררו מחדש את B ובדקו היכן נמצא הגובה במשולשים השונים.
- נסו להכליל: מה הקשר בין מקום הימצאות הגובה ובין הזווית שלשוקיה הגובה משורטט?

2. האם ייתכן

i. שרטטו גובה מ- A ל- BC.



צבעו את הגובה השני באדום.

שנו את המשולש.

שנו את המשולש על-פי ההוראות הבאות ורשמו איזה סוג משולש מתקבל: קהה זווית, ישר זווית או חד זוויות.
אם יש במשולש זווית קהה או ישרה, רשמו איזו היא.
אם אי-אפשר לשנות את המשולש על פי הדרישות, הסבירו מדוע.

א. גררו כך שהגובה **הירוק** יהיה **מחוץ** למשולש והגובה **האדום** יהיה **בתוכו**.

ב. גררו כך שהגובה **האדום** יהיה **מחוץ** למשולש והגובה **הירוק** יהיה **בתוכו**.

ג. גררו כך שהגובה **הירוק** יהיה **בתוך** המשולש והגובה **האדום יתלכד** עם אחת מצלעות המשולש.

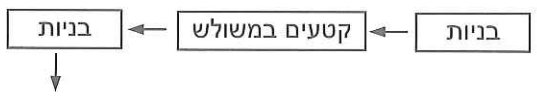
ד. גררו כך שהגובה **האדום** יהיה **בתוך** המשולש והגובה **הירוק יתלכד** עם אחת מצלעות המשולש.

ה. גררו כך שהגובה **האדום** יהיה **מחוץ** למשולש והגובה **הירוק יתלכד** עם אחת מצלעות המשולש.

ו. גררו כך **ששני** הגבהים יהיו **מחוץ** למשולש.

ז. גררו כך **ששני** הגבהים **יתלכדו** עם צלעות של המשולש.

ii. שרטטו את הגובה השלישי של המשולש (מ-C ל-AB).



הקישו על הגובה לסימונו וצבעו אותו בשחור.



שנו את המשולש.



א. האם אפשר לשנות את המשולש כך **ששלושת** הגבהים יהיו מחוץ למשולש? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

ב. האם אפשר לשנות את המשולש כך ששני גבהים יהיו מחוץ למשולש? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

ג. האם אפשר לשנות את המשולש כך שגובה **אחד בלבד** יהיה מחוץ למשולש? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

ד. האם אפשר לשנות את המשולש כך שגובה אחד יהיה מחוץ למשולש וגובה אחר יתלכד עם צלע? אם כן, שנו. אם לא, הסבירו.

המשגר לעבודה עם "האשף הגאומטרי"

1. סידור זוויות

א. פתחו את הקובץ **"זוויות סידור"**.
סדרו את הזוויות לפי גודלן: מהקטנה בתחתית המסך ועד לגדולה בחלק העליון של המסך. השתמשו באומדן (כלומר, על פי מראית עין).

הכניסו את הדיסקט למחשב.

קובץ ← פתח ←

לפתיחת הקובץ "זוויות סידור" הקישו על שמו הקשה כפולה (אם הבנייה אינה נראית על הצג חפשו אותה, גללו כלפי מטה).

ב. כדי לבדוק מדדו את הזוויות.

לסידור הזוויות, היעזרו ב- 

בהזזה- 
ובסיבוב-

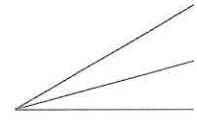
בחלון צורות ובניות. הקישו את שם הזווית שברצונכם למדוד. למשל: **זווית PQR** ←

מדידות ← זוויות

(אל תקישו על "זווית לפי ערך". סימון הזווית בדרך זו אינו מאפשר מדידה.)

אם יש צורך, תקנו את סידור הזוויות:

ג. לבדיקה נוספת הניחו את כל הזוויות שבצג זו על זו, כפי שמודגם בשרטוט.



 ← הקיפו לבחירת הזווית והזיזו בעזרת העכבר.

כפי שראיתם, המחשב מסמן כל זווית ב-3 אותיות כמקובל: הקדקוד באמצע ואות נוספת לכל שוק.

א. פתחו את הקובץ **"מיון זוויות"** וצבעו את הזוויות החדות, הקהות והישרות בשלושה צבעים שונים.

בחלון צורות ובניות, הקישו את שם הזווית שברצונכם לצבוע.
למשל: **זווית PQR** ←

בחרו צבע ←

(אל תקישו על זווית לפי ערך. סימון הזווית בדרך זו אינו מאפשר מדידה).

מדדו זווית אחת חדה, אחת ישרה ואחת קהה. רשמו בשורה שלמטה את גודלן.

בחלון צורות ובניות הקישו את שם הזווית שברצונכם למדוד ←

מדידות ← זוויות

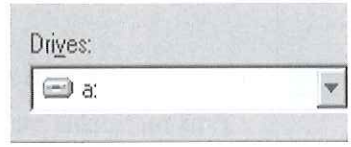
°__ = _____ (חדה) °__ = _____ (ישרה) °__ = _____ (קהה)

1. סידור זוויות

פתחו את הקובץ "ZAVIOT". סדרו את הזוויות לפי גודלן מהקטנה בתחתית המסך ועד לגדולה בחלק העליון של המסך. השתמשו באומדן (כלומר, על פי מראית עין).

הכניסו את הדיסקט למחשב

קובץ ← פתח ←



לפתיחת הקובץ "ZAVIOT" הקישו על שמו הקשה כפולה.

ב. כדי לבדוק מדדו את הזוויות.

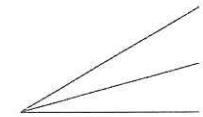
← לחצו על אחת הזוויות והזיזו בעזרת העכבר.

← הביאו את המסגרת לדף העבודה ורשמו בתוכה את שם הזווית בעזרת 3 אותיות (הקדקוד באמצע.)

אם צריך, תקנו את סידור הזוויות.

← לחצו על אחת הזוויות והזיזו בעזרת העכבר.

ג. לבדיקה נוספת הניחו את כל הזוויות שבצג זו על זו, באופן המודגם בשרטוט, ובדקו שנית.



כפי שראיתם, המחשב מסמן כל זווית ב-3 אותיות כמקובל: הקדקוד באמצע ואות נוספת לכל שוק.

א. פתחו את הקובץ **"מיון זוויות"** וצבעו את הזוויות החדות, הקהות והישרות בשלושה צבעים שונים.

 ← הקישו על אחת השוקיים

SHIFT ← הקישו גם על השוק השנייה

צבע ← כרצונכם

ב. **מדדו** זווית אחת חדה, אחת ישרה ואחת קהה. רשמו בשורה שלמטה את גודלן.

 ← הביאו את המסגרת לדף העבודה ורשמו בתוכה את שם הזווית בעזרת 3 אותיות (הקדקוד באמצע).

°__ = _____∢ (חדה) °__ = _____∢ (ישרה) °__ = _____∢(קהה)

סכום זוויות במשולש

בפעילות זו תחקרו מה משתנה ומה נשאר קבוע כאשר משנים משולש, ותנסחו תכונות לגבי זוויות המשולש. בנוסף, תבדקו בין אילו ערכים משתנה גודל הזוויות ותסיקו מסקנות.



המשער לפעילות עם "המשטר הדינאמי"

1. זוויות במשולש

בחרו משולש.	הביאו את הסמן למסך והקישו.
מדדו את זוויותיו.	סמנו בחלון צורות ובניות את משולש ABC מדידות ← כל הזוויות
שנו את המשולש.	הביאו את הסמן לאחד הקדקודים, לחצו, גררו ושחררו.

האם כל הזוויות ניתנות לשינוי?

האם תוכלו לגלות גודל **הקשור בזוויות** ונשאר קבוע למרות שינוי הזוויות?

בדקו על-ידי מדידה.

2. האם ייתכן?

נקו את המסך.

בחרו משולש כלשהו.	הביאו את הסמן למסך והקישו.
שנו את המשולש.	גררו קדקודים.

נסו לשנות את המשולש כך שתתקיימנה הדרישות הבאות. אם אי-אפשר, הסבירו מדוע.

א. האם ייתכן משולש שיש בו **רק** שתי זוויות חדות?

ב. האם ייתכן משולש שיש בו **רק** זווית חדה אחת?

ג. האם ייתכן משולש שיש בו שתי זוויות קהות?

ד. האם ייתכן משולש שיש בו שתי זוויות **חיצוניות** קהות?

ה. האם ייתכן משולש **שרק** אחת מהזוויות **החיצוניות** שלו קהה?

3. משולשים השווים בזוויותיהם.

בחרו משולש כלשהו ובנו משולש שזוויותיו שוות לזוויות המשולש שבחרתם.

בחרו משולש. ← 

שרטטו קטע DE. ← 

העתיקו את BAC∢ בנקודה D על ישר DE.

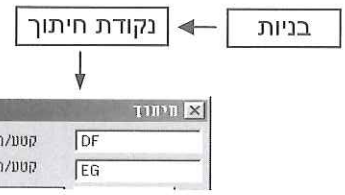


העתיקו את ACB∢בנקודה E על קטע DE.

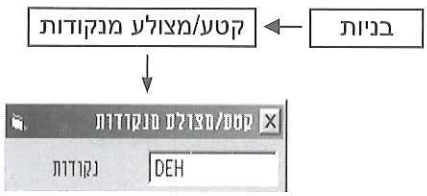


(גררו את G ו-F כך שיהיו מעבר לנקודת החיתוך של שוקי הזווית שבניתם.)

סמנו את נקודת החיתוך של DF ו- EG.



הגדירו את המשולש החדש.



מה הקשר בין זווית ABC∢ ו- DHE∢?

שנו את המשולש. ← גררו.

ענו על השאלות הבאות:

א. מה משתנה ומה לא ניתן לשינוי, כשמזיזים את קדקודי המשולש DEH? הסבירו.

ב. מה משתנה ומה לא ניתן לשינוי, כשמזיזים את קדקודי המשולש ABC? הסבירו.

ג. נסו לתאר את הקשר בין שני המשולשים, ΔABC ו-ΔDEH.

המשגר לסגודה סם "המשסר הבאומטרי"

1. נבדוק בעזרת המחשב אם ניתן לשנות משולש שווה שוקיים למשולש שווה צלעות.

בחירת משולש **שווה שוקיים:** פתחו מהדיסקט את התיק "**משולשים**", ובחרו "**משולש שווה שוקיים**".

מדידת הצלעות והזוויות: הקישו על משולש CDF

בחלון צורות ובניות ← [מדידות] ← [כל האורכים]

← [מדידות] ← [כל הזוויות]

שינוי המשולש: ← הקישו על אחד הקדקודים וגררו.

הקישו על קדקודים אחרים וגררו.

האם אפשר לשנות את המשולש למשולש שווה צלעות? הסבירו.

מחיקת השרטוט: הקיפו את השרטוט ← Delete

2. נבדוק בעזרת המחשב אילו זוויות יכולות להיות במשולשים שווי שוקיים ושווי צלעות?

בחירת משולש: ← [הקישו על המסך]

מדידת הצלעות והזוויות: הקישו על משולש CDF

בחלון צורות ובניות ← [מדידות] ← [כל האורכים]

← [מדידות] ← [כל הזוויות]

שינוי המשולש: ← הקישו על אחד הקדקודים וגררו.

נסו ליצור את המשולשים הבאים. אם אפשר, צרו אותם על-ידי גרירה והעתיקו לדף. אם אי-אפשר, הסבירו מדוע.

א. משולש שונה צלעות וקהה זווית.

ב. משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

ג. משולש קהה זווית ושווה שוקיים.

ד. משולש קהה זווית ושווה צלעות.

1. נבדוק בעזרת המחשב אם ניתן לשנות משולש שווה שוקיים למשולש שווה צלעות.

בחירת משולש **שווה שוקיים**: ← ← [בנה]

מדידת אורכי הצלעות: ← הביאו את המסגרת למסך, הקישו ושחררו.
רשמו את הצלע המבוקשת או הצביעו
בעזרת הסמן. לסיום הקישו [Enter]
מדדו באופן דומה את שאר הצלעות.

מדידת הזוויות: ← הביאו את המסגרת למסך, הקישו ושחררו.
רשמו במסגרת את שם הזווית המבוקשת
בעזרת 3 אותיות. לסיום הקישו [Enter]
מדדו באופן דומה את שאר הזוויות.

שינוי המשולש: ← הקישו על אחד הקדקודים.
הקישו על קדקודים אחרים וגררו.

האם אפשר לשנות את המשולש למשולש שווה צלעות? **הסבירו.**

מחקו רק את השרטוט של המשולש והשאירו את מדי הזוויות והצלעות. | הקיפו את השרטוט והקישו Delete.

2. נבדוק בעזרת המחשב אילו זוויות יכולות להיות במשולשים שווי שוקיים ושווי צלעות.

בחירת משולש: ← [בנה]

שינוי המשולש: ← הקישו על אחד הקדקודים וגררו.

נסו ליצור את המשולשים הבאים. אם אפשר, צרו אותם על-ידי גרירה והעתיקו לדף. אם אי-אפשר, הסבירו מדוע.

א. משולש שונה צלעות וקהה זווית.

ב. משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

ג. משולש קהה זווית ושווה שוקיים.

ד. משולש קהה זווית ושווה צלעות.

משולשים ומרובעים לפי צלעות ולפי זוויות



עבודה עם "המשטר הגאומטרי"

1. פתחו את הקובץ **"מרובעים עם זויות שוות"**.

מדדו את הזוויות של שני המרובעים.

הקישו בחלון

צורות ובניות ← מרובע ABCD

מדידות ← כל הזוויות

בדקו אם הזוויות בשני המרובעים שוות.
האם הזוויות נשארות שוות
כשהמרובעים משתנים?
האם המרובעים חופפים?
רשמו את מסקנתכם.

חזרו על הפעולות האלה בעבור מרובע **FGHJ**.

 ← גררו את קדקודי המרובע ABCD.

2. פתחו את הקובץ **"מרובעים עם צלעות שוות"**.

המרובע האפור נבנה כך שצלעותיו שוות לצלעות המרובע הכחול.
בדקו על ידי גרירת קדקודי המשולשים ומעקב אחר המידות.

הקישו בחלון

צורות ובניות ← מרובע ABCD

מדידות ← כל האורכים

גררו את קדקודי המרובע הכחול ותארו כיצד משתנה המרובע האפור ומידות המרובעים.
האם המרובעים חופפים?

חזרו על הפעולות האלה בעבור המרובע **EMIF**.

 ← גררו את קדקודי המרובע ABCD.

3. בנו שני משולשים עם אותן צלעות במחשב.

צורות ← משולש ←

← לפי צלעות וזוויות

הקישו על המסך ← 

ייפתח חלון:

כשייפתח החלון: 

הקישו אישור

חזרו על אותה בנייה פעם נוספת.

הקישו:

האם המשולשים נראים חופפים?

אורך צלע: 5 ← בצע

נסו לשנות את המשולשים.

אורך צלע: 7 ← בצע ← הקישו על 

← אורך צלע 7.

← גררו את קדקודי המשולשים וצלעותיהם.

תוכלו גם לנסות להניח זה על זה, היעזרו בסיבוב.

← הקיפו אחד המשולשים לסימונו.

תוכלו למדוד את הזוויות של שני המשולשים.

מדידות ← כל הזוויות

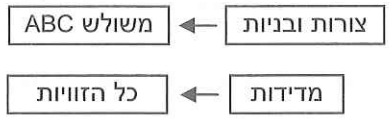
חזרו עבור המשולש השני.

רשמו את מסקנתכם: האם משולשים השווים בשלוש צלעותיהם, חופפים?

4. פתחו את הקובץ **"משולשים עם זוויות שוות"**.

מדדו את הזוויות של שני המשולשים.

הקישו בחלון



חזרו על הפעולות האלה בעבור משולש DEH.

שנו את המשולשים על-ידי גרירה.

האם הזוויות תמיד שוות?

האם המשולשים חופפים?

מה תוכלו ללמוד על משולשים שזוויותיהם שוות?

לעבודה עם "Geometry inventor"

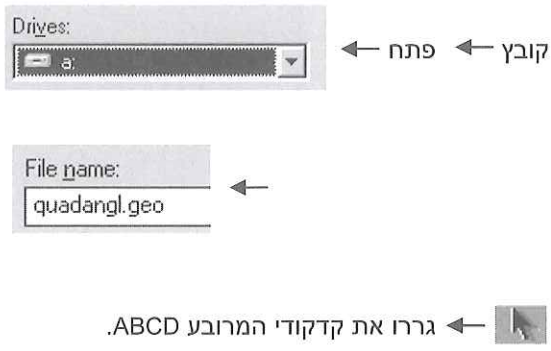
1. פתחו את הקובץ **"quadangl"**

בדקו אם הזוויות בשני המרובעים שוות.

האם הזוויות נשארות שוות כשהמרובעים משתנים?

האם המרובעים חופפים?

רשמו את מסקנתכם.



2. פתחו את הקובץ **"quadside"**

המרובע הכחול נבנה כך שצלעותיו שוות לצלעות המרובע האדום.

בדקו על-ידי גרירת קדקודי המרובע ומעקב אחר המידות.

האם הזוויות בשני המרובעים שוות?

האם שני המרובעים חופפים?



3. פתחו את הקובץ **"triaside"**.

שנו את המשולש האדום ABC ובדקו אם אכן הקטעים הכחולים שווים לצלעות המשולש האדום ABC.

 ← גררו את קדקודי משולש ABC.

צרו מהקטעים הכחולים משולש.
האם הוא נראה חופף למשולש האדום?
שנו את המשולש האדום.
האם גם הפעם המשולשים נראים חופפים?
תוכלו לחזור וליצור משולשים כחולים ולבדוק אם הם חופפים למשולש האדום.

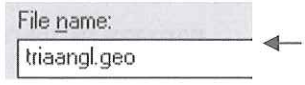
 ← גררו נקודות וקטעים כך שייווצר משולש.

רשמו את מסקנתכם: האם משולשים השווים בשלוש צלעותיהם, חופפים?

4. פתחו את הקובץ **"triaangl"**.



קובץ ← פתח ←



←

שנו את המשולשים על-ידי גרירה.
האם הזוויות תמיד שוות?
האם המשולשים חופפים?

מה תוכלו ללמוד על משולשים שזוויותיהם שוות?