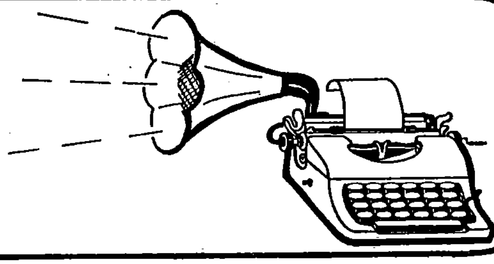
א1

עלון למורי מתמטיקה

כרך א, חוברת מספר 1, אייר תשמ"ז

מספרים

המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, רחובות



מספרים

תוכן העניינים

מערכת **מספרים**:

מקסים ברוקהיימר **נורית זהבי** **רחל בוהדנה** **מיכאל קורן**

הדפסה: סנדרה רוזן רחל נמרודי אהובה אביבי

עיצוב גרפי: רחל בוקשפן

המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, רחובות

נדפס בישראל 1987, תשמ"ז

קוראים יקרים,

קבוצת המתמטיקה הוציאה לאור עד כה שני עתונים למורי המתמטיקה *שבבים* ו*הערות והארות*. החלטנו עתה לאחד את שני העתונים לעלון אחד בשם *מסרים*.

לפניכם החוברת הראשונה של עלוננו החדש. העלון יופיע שלוש פעמים בשנה. מטרות *מסרים* להביא בפניכם מאמרים מתמטילים-דידקטיים ואינפורמציה הקשורה לעבודה השוטפת בתחום החינוך המתמטי, כמו ספרים ועזרי לימוד חדשים ומידע על השתלמויות וימי עיון. במסגרת העלון מתפרסמות הודעות גם מטעם מוסדות אחרים.

אנו מקווים כי תמצאו ענין בעלון ומזמינים אתכם להציע חומר לפרסום בו.

הכתובת:

מסרים

מערכת *מסרים*

המחלקה להוראת המדעים

מכון ויצמן למדע

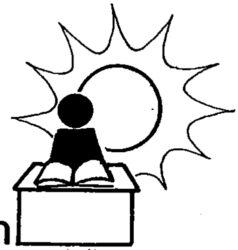
רחובות 76100

מצורף בעמוד 63 טופס מנוי להשלמת כרך א' (חוברות 3,2).

ב ב ר כ ה,

מסרים

מערכת *מסרים*



השתלמויות קיץ

כמו בשנים עברו, אנו מתכננים השתלמות המשלבת את חומר ההוראה ודרכי ההוראה.

בהשתלמות יושם דגש על עבודה עצמית של המשתתפים.

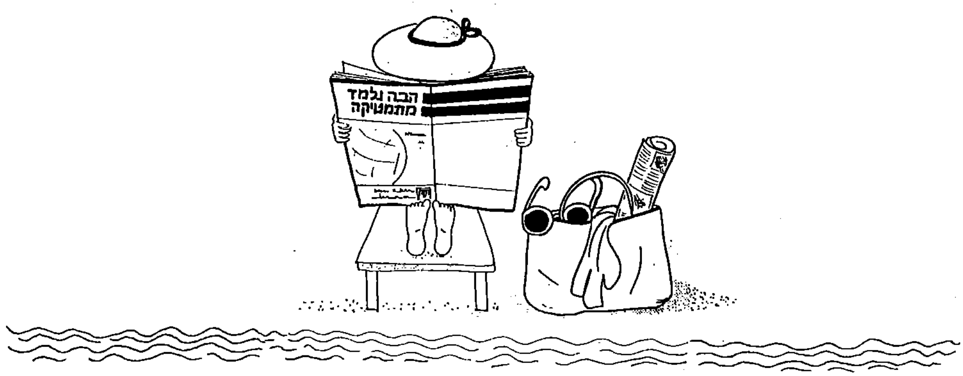
נכלול בה פעילויות שונות במסגרת סדנאות שתתבססנה על חומר מיוחד שיחולק למשתתפים.

בהשתלמות יהיו 8 מסלולים שונים, כמפורט בהמשך, בתנאי שיהיו מספיק נרשמים לכל מסלול. במקרה של שינוי או ביטול תכנית, נודיע אישית לנרשמים המתאימים.

★ חובה להרשם מראש! ★

ההשתלמות תתקיים במדרשת פיינברג, מכון ויצמן למדע, רחובות, בין השעות 09:00 - 14:30.

אנא קרא בעיון את כל הפרטים החל מעמוד 6 עד עמוד 9.



השתלמות קיץ תשמ"ז במכון ויצמן למדע
<u>למורי מתמטיקה שילמדו בכיתות ז', ח', ט', לפי תכנית רחובות</u>

מועד	מסלול	מספר ימים	התכנית מתאימה	פירוט החומר הדרוש לכל מסלול* (מדובר בספרים ברמה א'-אם אין ציון אחר)
ח' בתמוז - י"ב בתמוז 5/7 - 9/7 ט"ו - י"ט בתמוז 12/7 - 16/7	א	10	למורים האמורים ללמד בכיתות ז', שאינם בעלי השכלה אקדמית במתמטיקה וטרם השתתפו במסלול זה	ספר א' החדש, חלקים א'-ד' והחוברת סטטיסטיקה ותיאור גרפי.
ח' בתמוז - י"ב בתמוז 5/7 - 9/7 ט"ו - י"ט בתמוז 12/7 - 16/7	ב	10	למורים האמורים ללמד בכיתות ח' שאינם בעלי השכלה אקדמית במתמטיקה וטרם השתתפו במסלול זה	פרקים משלימים III (רמה ב')
א' - ה' בתמוז 28/6 - 2/7	ג	5	למורים שילמדו בכיתות ט', שאינם בעלי השכלה אקדמית במתמטיקה.	יוכן חומר לימוד שניתן יהיה לרכשו במקום.
כ"ד - כ"ח בסיון 21/6 - 25/6	ד	5	למורים שילמדו גיאומטריה בכיתות ח' - ט' וטרם השתתפו במסלול זה.	גיאומטריה - לרמה א'. פרקים בהנדסת המישור I, II, III (רמה ב').
ב' - ה' בתמוז 29/6 - 2/7	ה	4	למורים מעוניינים ולאלה, המתעתדים ללמד סטטיסטיקה בכיתות ז'.	
ד' - ה' בתמוז 1/7 - 2/7	ו	2	למורים האמורים ללמד ברמה ג' בכיתות ז', ח', ט'.	ספרי רמה ג' וחוברות העבודה המתאימות.
כ"ד - כ"ח בסיון 21/6 - 25/6 א' - ה' בתמוז 28/6 - 2/7	ז	10	למורים בעלי השכלה אקדמית במתמטיקה, אשר טרם לימדו לפי תכנית רחובות ועומדים ללמד בכיתות ז' - ט'.	ספרי אלגברה וגיאומטריה לכיתות השונות
כ"ה - כ"ח בסיון 22/6 - 25/6	ח	4	למורים המעוניינים ללמוד על אופני שילוב לומדות מיקרומחשב בהוראת מתמטיקה.	

*ספרים, מדריכים למורה וכדומה אפשר לרכוש במקום.

להלן פרטים על הפעילויות במסלולים השונים:

מסלול א' - במסלול זה נטפל בנושאי לימוד מתוך תכנית כיתה ז' ברמה א' וברמה ב' ובדרכי הוראה מתאימות. נתייחס לחומר חדש שיצא לאור בשנת תשמ"ז.

(מרכזות: נעמי תעיזי, נעמי רובינזון).

מסלול ב' - במסלול זה נטפל בנושאי לימוד מתוך תכנית כיתה ח' ברמה א' וברמה ב' ובדרכי הוראה מתאימות.

(מרכזות: צפורה מיימרן, רחל ברהדנה)

מסלול ג' - במסלול זה נטפל בנושאים: מבוא לפונקציות ובפונקציה קוית, הלקוחים מתוך תכנית כיתה ט' ברמה א' וברמה ב' ובדרכי הוראה מתאימות.

(מרכזת: צפורה רזניק).

מסלול ד' - במסלול זה נטפל בהוראת הנדסה אוקלידית ברמות א' ו-ב'.
על פי תכנית רחובות, יש להתחיל בחטיבות הביניים ללמד נושא זה באמצע כיתה ח'.

(מרכז: עמנואל קרמר).

מומלץ למורים, שילמדו כיתות ט' בתשמ"ח, להשתתף בשני מסלולים אלה.

מסלול ה' - המסלול מיועד לכל מורי המתמטיקה בחטה"ב.
מסלול זה הוא קורס בסטטיסטיקה תיאורית למורים ובו נעסוק בנושאים הבאים: ארגון והצגת נתונים, מדדי מרכז, מדדי פיזור ומדדי מיקום יחסי.
בנוסף לכך, יוקדשו מספר פגישות להתנסות אישית ולדרכי הוראת הנושא בכיתות ז' ברמה א' וברמה ב'.

(מרכזת: ברברה פרסקר).

מסלול ו' - במסלול זה נטפל בנושאים הלקוחים מתכנית הלימודים לרמה ג' בכיתות ז', ח', ט' ובדרכי הוראה ועבודה המתאימות במיוחד לרמה זו.
יושם דגש על המהדורה החדשה הניסויית של ספר א'.

(מרכזת: תרצה הלרי).

מסלול ז' - במסלול זה נטפל בנושאי הלימוד ובדרכי עבודה המתאימים לכיתות ז', ח', ט' ברמה א' וברמה ב'.

(מרכזת: נורית הדס).

מסלול ח' - במסלול זה נטפל בהרחבה, בכל יום בלומדה אחת במשך שתי פגישות. בין השאר נדון באספקטים מחקריים הקשורים להפעלת הלומדות בבתי הספר.
התכנית:

ביום ב' - קדימה אל האחוזים.
ביום ג' - בניות הנדסיות.
ביום ד' - התבנית מכה שנית.
ביום ה' - מירב מעורב.

בפגישה השלישית בכל יום (אחה"צ) ניתן יהיה לסקור ולהכיר את מגוון הלומדות הקיים לפי בחירה.

הערה: ניתן להרשם לכל יום בנפרד.

(מרכזות: נורית זהבי, דנה גולדברג).

✱ שימו לב!

במהלך העבודה במסלולים השונים (מסלול א' עד מסלול ה') לא נעסוק בחומר המיוחד ובבעיות המיוחדות של רמה ג'.

הערות כלליות

נקודות גמול השתלמות

בכל אחד מהמסלולים בהם מספר השעות הוא 56 ומעלה, תינתן אפשרות למורים לקבל ציון על הקורס (ניתן לצרף מסלולים ג' ו-ד' ליחידה אחת) וזה בנוסף למתן האישור על השתתפות בקורס. לקורס בן 56 שעות עליו יש ציון, אפשר להוסיף 56 שעות השתלמות ללא ציון, וכך לזכות בנקודת השתלמות אחת.

עפ"י הנחיות המחלקה להשתלמות במשרד החינוך - יינתנו אישורים רק למורים שהשתתפו וחתמו לפחות על 80% מגליונות הנוכחות של מסלולם.

ההרשמה

מורים המעוניינים להשתתף באחד המסלולים (או יותר), מתבקשים למלא את הספח המתאים ולהחזירו בהקדם בצירוף דמי ההרשמה. (הספח בעמ' 61).

מספר המקומות בכל מסלול מוגבל!

חובה להרשם מראש!
הודעות על קבלה/אי-קבלה וכן הודעות
על שינויים ו/או ביטולים כלשהם,
תישלחנה לנרשמים בלבד ! ! !

אנא, הודיעו לנו מראש אם נבצר מכם להשתתף! ! !

דמי ההרשמה להשתלמות 20 ש"ח.

די בתשלום למסלול אחד, גם אם תשתתף ביותר!

נעשים סידורים להחזר הוצאות נסיעה.
הביאו כרטיסי אוטובוס או קבלות שרות.

✱ ומידע חשוב נוסף

במזנון יהיו כריכים ומשקה קר וחם - תמורת תשלום!
לא נספק מזון ושתיה בי"ז בתמוז.

מיזוג אויר בחדרים!
אין כניסה לרכב לשטח המכון!

ל ה ת ר א ו ת !!

מאמרים

מירב מעורב: עבודת סיכום עם המחשב

מאת: נורית זהבי
המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

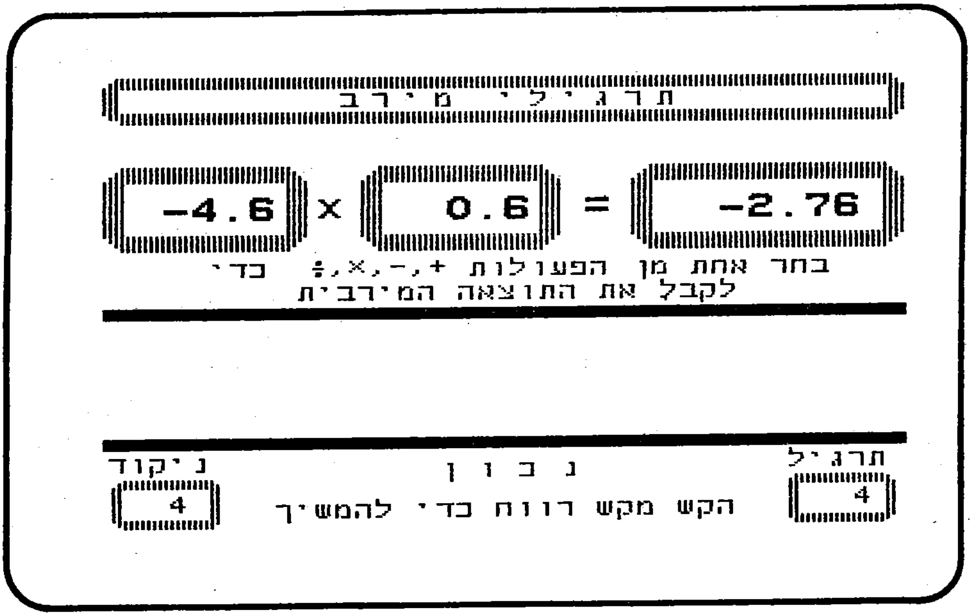
בעשר השנים האחרונות עסקה קבוצת המתמטיקה בפיתוח, הפעלה והערכה של עבודות סיכום, כחלק מתכנית המתמטיקה לחטיבת הביניים. עבודות הסיכום נועדו לתרום ל"בגרות" המתמטית של התלמידים בכך שישפרו את יכלתם בפתרון בעיות פתוחות ומקיפות ויעודדו פעילויות ברמות הגבוהות של הטכסונומיה החינוכית. הרעיון היה לבנות משימות המאפשרות לתלמיד ל"שחק" עם המיומנויות שרכשו ותוך כדי כך להרחיב ולהעמיק את הידע המתמטי. בדיקה בכיתות הראתה כי המשימות יצרו סביבה שהצליחה לעורר את התלמידים, לעזור להם להתגבר על סעיפים "לא מוכרים" ולהעלות בהדרגה את רמת הפעילות המתמטית (זהבי, 1985).

חדירת מיקרומחשבים לתחום החינוך פותחת אפשרויות חדשות ליצירת עבודות סיכום מעין אלו. מגוון האופנים להצגת רעיונות מתמטיים על ידי המחשב, יכול להיות מנוצל לפיתוח יחסי גומלין משמעותיים בין מושגים אריתמטיים, סמלים אלגבריים והצגתם הגרפית. ליחסי גומלין אלו חשיבות רבה בהמשך הלימוד של מושגים מתמטיים מורכבים וכן בפיתוח כלים ודרכים לפתרון בעיות.

במאמר זה נתאר את תהליך הפיתוח של חבילת לומדה למיקרומחשב בשם מירב מעורב, אשר נבנתה כשילוב של נסיוננו עם עבודות הסיכום וניצול היתרונות והאפשרויות של המחשב.

משימות מירב מעורב

התרגיל הבסיסי בלומדה מציג שני מספרים, הנבחרים באקראי והתלמיד מתבקש לבחור באחת מארבע פעולות החשבון היסודיות על מנת לקבל תוצאה מירבית משני המספרים.* לדוגמא (ראה תמונה 1): אם המספר הראשון הוא ‎-4.6‎ והמספר השני הוא 0.6, אזי כל ארבע הפעולות יתנו תוצאה שלילית; תוצאת הכפל תתן ‎-2.76‎ שהוא המספר בעל הערך המוחלט הקטן ביותר מבין ארבע התוצאות, ולכן זוהי התוצאה המירבית.

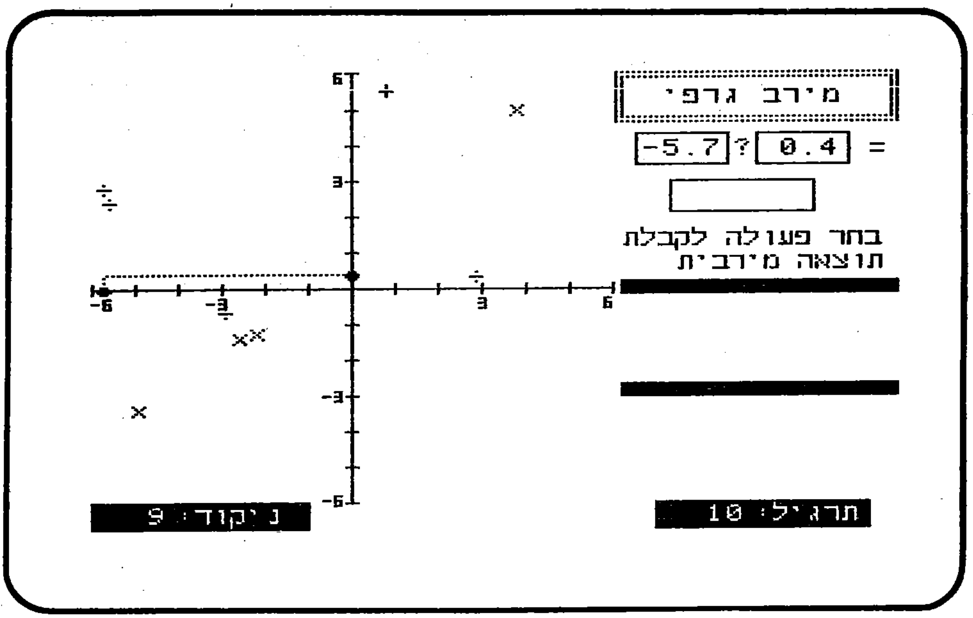


תמונה 1. תרגיל מירב

---

* תודה לדוד זינגר על הפיתוח המקורי של תרגילי המירב.

למשתמש ניתנת אפשרות לשלוט על התחומים מתוכם נבחרים המספרים ולבחור את מספר התרגילים. בסיום פעילות של תרגילי מירב יכול התלמיד לראות על המסך (ו/או לשמור על התקליטון ולהדפיס) דו"ח סיכום של התרגילים. התרגילים מופיעים בקבוצות לפי הפעולה שנתנה תוצאה מירבית וליד כל תרגיל מופיעים גם סימני הפעולות הלא מוצלחות שבחר התלמיד (אם היו כאלו). סימן מיוחד מציין תרגילים שעבורם מתקבלת תוצאה מירבית על ידי יותר מפעולה אחת. בתכנית אחרת מוצגות משימות המירב בצורה גרפית. שני המספרים מתארים שיעורי נקודה במישור: המספר הראשון הוא שיעור x והמספר השני - שיעור y. לאחר שהתלמיד בוחר בפעולה הנותנת תוצאה מירבית משני המספרים, מסומנת הנקודה בסימן הפעולה (ראה תמונה 2).

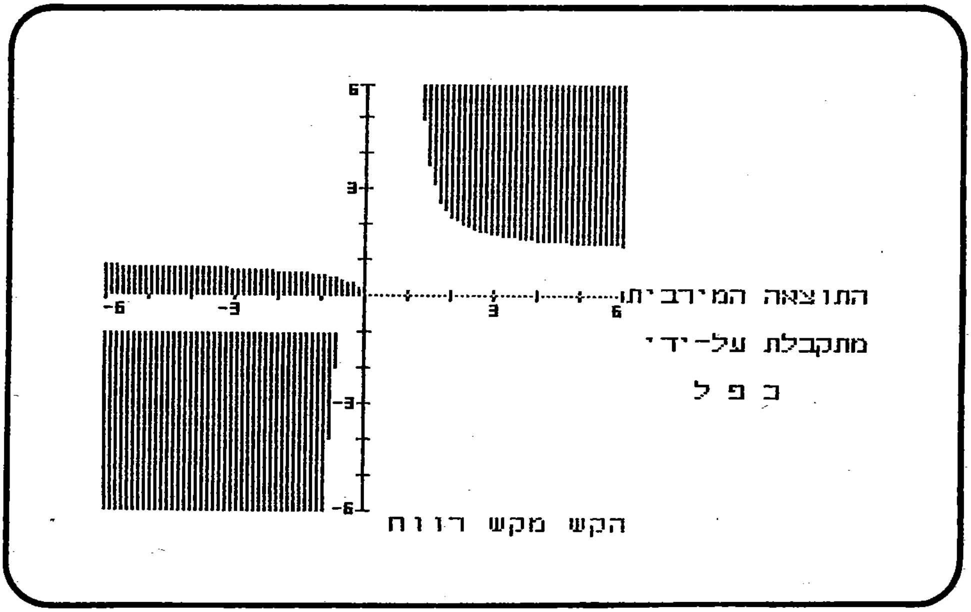


תמונה 2. מירב גרפי

גם כאן ניתנת למשתמש האפשרות לשלוט בתחומים מהם נבחרים המספרים. התלמיד יכול לחזור על הפעילות בתחומים שונים וליצור תמונה מצטברת על המסך. בתמונות הנוצרות רואים כי מישור מערכת הצירים מתחלק לאזורים שבהם התוצאה המירבית מתקבלת על ידי פעולה מסויימת. תופעה זו מגרה את הסקרנות ועשויה לשמש כנושא לחקירה גרפית ואלגברית.

המטרה הסופית

המטרה הסופית של מירב מעורב דורשת אנליזה וסינטזה של הנושא. התלמידים מתבקשים למעשה לטפל בהדרגה באופן גרפי ואלגברי במערכות מורכבות של שלוש תבניות פסוק כמו למשל, $x \cdot y>x+y$ וגם $x \cdot y>x-y$ וגם $x \cdot y>x/y$.
תמונה 3 מראה את גרף קבוצת האמת של המערכת.



תמונה 3. גרף קבוצת האמת של
$x \cdot y>x+y$ וגם $x \cdot y>x-y$ וגם $x \cdot y>x/y$

על מנת להוביל את התלמיד מן המשימות הבסיסיות לחקירה המקיפה, עלינו לעזור לפתח את יחסי הגומלין בין המרכיבים השונים של הנושא.

איתור קשיים בדרך למטרה

תוך כדי פיתוח הלומדה נהלנו הערכה מעצבת שבה עקבנו אחרי תהליכי הלמידה הקשורים ליחסי הגומלין בין ההצגה האלגברית והגרפית של הנושא. הבדיקות נעשו בשלוש כיתות ח' רמה א'.

בכתה אחת ($n=31$) הוצגו בפני התלמידים משימות המירב המעורב בשתי הצורות שתוארו לעיל. רצינו לבדוק את ההשפעה של ההצגה הגרפית. מצאנו כי לתלמידים שלא קבלו את התכנית הגרפית היו קשיים במציאת הפעולה הנותנת תוצאה מירבית עבור התרגיל $0.6 \boxed{?} -4.8$, גם בהרצה שלישית של התכנית (20 תרגילים בכל הרצה). על אף התגובה שניתנה על ידי המחשב ותיקון השגיאות הם שגו גם בתרגילים הבאים מסוג זה שהופיעו על המסך (למשל $0.3 \boxed{?} -3.1$).

תלמידים אשר עסקו תחילה בתכנית תרגילי המירב ולאחר מכן - במירב הגרפי, נעזרו במידת מה בהצגה הגרפית; על אף שגם רבים מהם טעו בהרצה השלישית בתרגיל הראשון מהסוג שתארנו לעיל, הם הסתמכו על הגרף וענו נכון על התרגילים הבאים מאותו הסוג שהופיעו על המסך.

במסגרת הבדיקה הצגנו לתלמידים שאלון ובו משימות מורכבות יותר. תוצאות נמוכות ביותר התקבלו עבור השאלה הבאה:

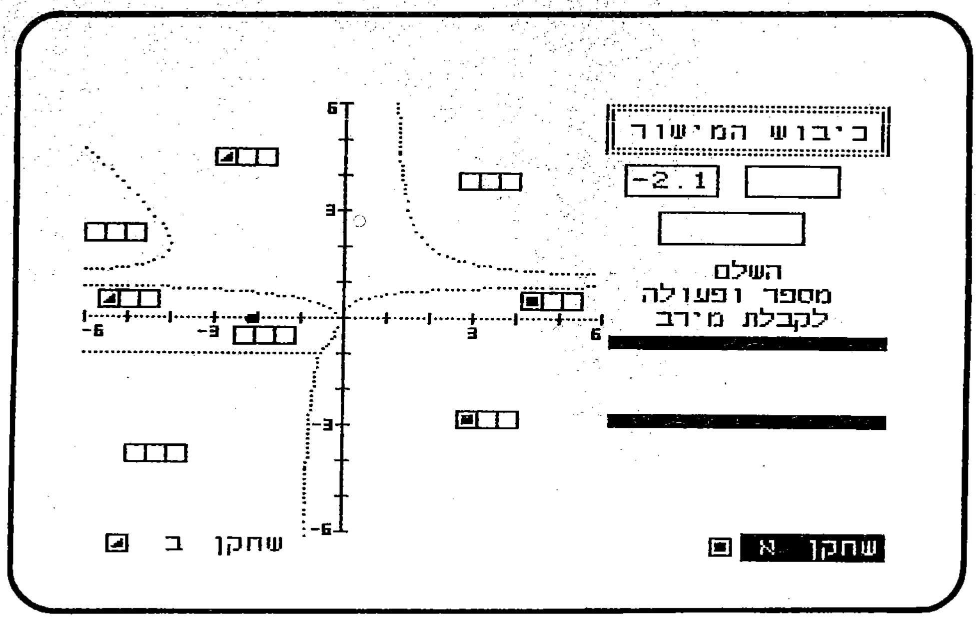
"השלם מספר במקום הריק כך שהפעולה הרשומה תתן תוצאה מירבית עבור שני המספרים $0.5 \times ...$"

רק 7 תלמידים (כ-25%) ענו נכון על השאלה. תוצאות הבדיקה הצביעו על הצורך במציאת דרכים להתגבר על הקשיים.

כיבוש המישור: משחק לשניים

אחת הדרכים המומלצות והנפוצות בשימושי המחשב בחינוך היא פיתוח משחקים מתמטיים. משחקים שבהם מובנה אתגר לתלמידים, מעודדים אותם להשתמש בצורה מתוחכמת בידע המתמטי שלהם (תעיזי וזהבי, 1984). כדי ליצור סביבה איסטרטגית שבה לתלמיד תפקיד פעיל בהצגת משימות המירב, פותח משחק לשניים: כיבוש המישור.

ניתוח מלא של הבעיה מראה כי במישור מערכת הצירים ישנם 8 אזורים אשר בכל אחד מהם פעולה מסויימת נותנת תוצאה מירבית. על קווי ההפרדה בין האזורים נמצאות הנקודות עבורן מתקבלת התוצאה המירבית על ידי שתי פעולות. חלוקת המישור לאזורי פעולה שימשה לבנית לוח המשחק (ראה תמונה 4). בכל איזור סומנו שלוש עמדות, שאותן צריכים המשחקים לתפוש.



תמונה 4. משחק לשניים: כיבוש המישור

השחקן מקבל מספר אחד (מספר זה הוא שיעור x או שיעור y, באקראי), ועליו לבחור מספר שני ופעולה כך שהפעולה תיתן תוצאה מירבית עבור שני המספרים (המספר הנתון על ידי המחשב והמספר שנבחר על ידי השחקן). אם הצליח במשימתו הוא תופש עמדה באיזור שאליו שייכת הנקודה אשר שני המספרים הם שיעוריה. לפי כללי המשחק, חפישת עמדה מקנה נקודה אחת; שליטה באיזור מקנה 3 נקודות נוספות; כיבוש תחום פעולות החיבור/חיסור מקנה 6 נקודות נוספות ואילו כיבוש כל תחום החילוק/כפל (ראה תמונה 3) מקנה 12 נקודות נוספות.

המשחק דורש פעילות ברמות קוגניטיביות גבוהות בשילוב עם איסטרטגיות. תיכננו אותו כך שיהיה כדאי לתפוש תחילה את "האזורים הקטנים" כמו למשל איזור הכפל שבו x שלילי ו-y חיובי קטן מ 1. אם לא עושים זאת, קורה בהמשך המשחק כי אין עמדות פנויות מתאימות, השחקן יכול לבקש מספר אחר שגם הוא עלול לא להתאים - אם אין "מזל", ואז הוא מפסיד תור. יתרה מזו, במצב כזה השחקן מאבד שליטה באיסטרטגיה (במידה ויש לו) ונאלץ לתפוש עמדות לפי מה שמזדמן לו.

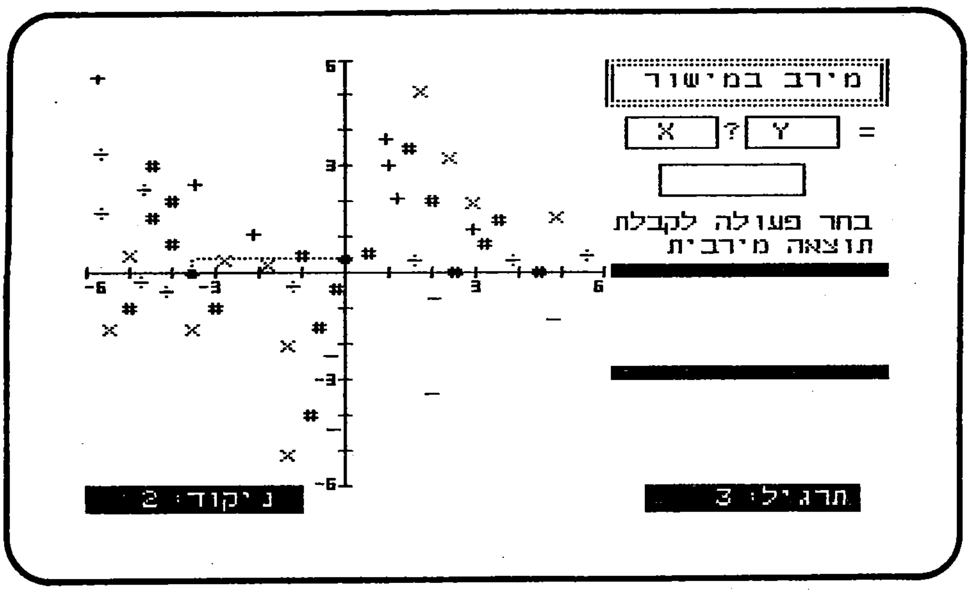
חזרנו שוב לכיתה שהתייחסנו אליה לעיל וצפינו בתלמידים משחקים בכיבוש המישור. המשחק ריתק והלהיב את התלמידים ואולם, גם לאחר מספר משחקים, רבים מהם נמנעו מלחדור לאזורים ה"בעייתיים" ולעיתים גם נענשו בהמתנת שני מהלכים כאשר בקשו להחליף מספר משום שלא יכלו למצוא עמדה פנויה המתאימה להם.

נראה היה, כי הכתה לא היתה עדיין מוכנה למשחק. הרגשה זו התאמתה על ידי העברת שאלונים בכיתה. בקשנו מהתלמידים לזהות את הפעולה הנותנת תוצאה מירבית בכל אחד משמונה האזורים ולהביא דוגמא מספרית. התוצאות לגבי איזור הכפל ברביע השני היו כדלקמן: 25 תלמידים זיהו את הפעולה ורק 21 מהם (כ-69% מכלל הכיתה) הצליחו לתת דוגמא מתאימה. כמו מקודם בקשנו מהם להשלים מספר במקום החסר בתרגיל x 0.5...

והפעם היה המסך הגרפי לפניהם. רק 16 תלמידים (כ-52%) נתנו תשובה נכונה.
מסקנתנו היתה כי המשחק תרם אמנם לזכירה חזותית, אך לא כל כך משמעותית של התמונה הגרפית. התברר לנו כי הקשיים ביצירת יחסי הגומלין בין ההצגה האלגברית והגרפית של הנושא הם "עקשניים".

התגברות על הקשיים

ניסינו דרך נוספת על מנת לפתח יחסי גומלין משמעותיים בין המרכיבים השונים של הנושא. צורה שלישית להצגת משימות המירב מופיעה בתכנית מירב במישור.
שוב צריך התלמיד להחליט מהי הפעולה הנותנת תוצאה מירבית בין שני מספרים, אך המספרים מופיעים רק בהצגתם הגרפית ובתרגיל עצמו הם מסומנים על ידי x ו y. במסך ההתחלתי של תכנית זו מסומנות במישור מספר נקודות על ידי סימני הפעולות הנותנות תוצאה מירבית עבור זוגות השיעורים של הנקודות הללו. כמו כן מסומנות ב-# נקודות שעבורן התוצאה המירבית מתקבלת על ידי שתי פעולות (ראה תמונה 5).



תמונה 5. מירב במישור

הנקודות המסומנות נבחרו כך שיכוונו את התלמיד למציאותם של אזורים שבהם מתקבלת התוצאה המירבית על ידי פעולות שונות ולקווי ההפרדה שביניהם. הנקודות המסומנות על יד # (למשל ((0.8, -4)) נמצאות על קווי ההפרדה.

בכיתה שניה התבקשו התלמידים לבצע משימות מירב בשלוש ההצגות שהוכנו. לאחר הפעילויות בשלוש התוכניות ניתן לתלמידים דף עבודה המכיל את תמונת המסך ההתחלתי של מירב במישור. התלמידים התבקשו להשתמש באופן חופשי בתוכניות המירב לצורך ביצוע משימות החקירה שהוצגו בדף. המטרה העיקרית שהוצגה בדף זה היתה לשרטט את קווי ההפרדה בין האזורים השונים ולרשום ליד כל אחד את תבנית הפסוק המתאימה לו. למשל, הנקודה (0.8, -4) נמצאת על הגרף של $x \cdot y = x+y$ המפריד בין איזור חיבור לאיזור כפל. דרך אחרת לרשום את התבנית הנ"ל היא על ידי הפונקציה המתאימה $y = x/(x-1)$, אשר הגרף שלה הוא היפרבולה.
לאכזבתנו, הושלמו כהלכה המשימות בדף העבודה רק על ידי 30% מתלמידי הכיתה. ואולם, לעצם הטיפול בדרך זו היתה השפעה לטובה על האופן שבו שיחקו התלמידים במשחק כיבוש המישור. הם פיתחו איסטרטגיות מוגדרות והפגינו הבנה של הקשרים הגרפיים בין המספרים והפעולות. בכמה מקרים שמענו התבטאויות של תלמידים כמו למשל, "הלוואי שיופיע לי x שלילי, או y חיובי קטן מ 1", המעידות על קישור בין התמונה וחוקיות אלגברית.
בעקבות זאת הוספנו שלב "מלחמה" למשחק הכיבוש. לאחר שנתפשו כל העמדות מתחילה המלחמה שבה לכל שחקן יש חמישה מלהכים לסירוגין. השחקן בוחר באחת מארבע אפשרויות לגבי הגרלת המספר שיופיע ועל ידי כך קובע אם יהיה זה המספר הראשון (x), או השני (y). האפשרויות הן:

(1) $x > 0$ (2) $x < 0$ (3) $y > 0$ (4) $y < 0$. לאחר שמופיע המספר, השחקן צריך, כמו קודם להשלים מספר ופעולה, כך שהפעולה תתן תוצאה מירבית משני המספרים. אם הצליח, הוא יכול לדחוק את רגלי יריבו מעמדה תפושה; בצורה כזו משתנה מצב הנקודות.

פנינו עתה לכיתה שלישית (n=29). התלמידים עסקו תחילה בכל שלוש ההצגות של משימות המירב. על סמך דוחו"ת סיכום התרגילים שקבלו מהמחשב ובעצת המורה הרכיב כל תלמיד סידרה של תרגילים נוספים משולבים מכל שלוש ההצגות עם בחירת התחומים הרצויים עבור הגרלת המספרים. לאחר מכן בקשנו מהם לבצע את המשימות בדף העבודה אליו התייחסנו לעיל. ההצלחה היתה אך במעט יותר מאשר בכיתה הקודמת. המשכנו ובקשנו מהתלמידים לשחק בגירסה החדשה של המשחק. התברר כי הסיטואציה התחרותית המובהקת בשלבי המלחמה מהווה אתגר מלהיב ביותר לתלמידים. נראה היה לנו כי ניתוחי האיסטרטגיות שבצעו התלמידים בחלק הזה, מבססים את הבנתם ויכלתם לשלב שיקולים אלגבריים וגרפיים.
בדקנו את השערתנו בכלים שהשתמשנו בכיתות הקודמות ומצאנו כי: כולם יכלו לזהות את איזור הכפל ברביע השני ורק שניים התקשו במתן דוגמא מתאימה; 25 תלמידים (כ-86%) הצליחו לתת תשובה נכונה לשאלה שבה בקשנו להשלים מספר במקום החסר 0.5 x ...; דף המשימות שמטרתו שרטוט קווי ההפרדה וכתיבת תבניות הפסוק הושלם כהלכה על ידי 24 תלמידים. במצב זה היו התלמידים מוכנים לתקוף את המטרה הסופית של מירב מעורב כפי שהוצגה לעיל.

שילוב הלומדה בהוראת מתמטיקה

חבילת הלומדה <u>מירב מעורב</u> מכילה תקליטון ובו תוכניות מחשב, סידרת דפי משימות ומדריך מפורט למורה. התלמידים מתחילים בפעילויות פשוטות יחסית הדורשות מיומנויות בפעולות במספרי הזזה והתמצאות במערכת הצירים. הסביבה המוטיבציונית מגרה את התלמיד לגלות כיצד ההצגה הגרפית והאלגברית מתקשרות זו לזו. בהדרגה מוזמנים התלמידים לשלב טכניקות אלגבריות כמו פתרון של $1.6\ y \geqslant y + 1.6$. הלומדה מובילה את התלמיד לאירגון דוגמאות מעניינות ולא סתמיות של מערכות מורכבות של תבניות פסוק, נושא המהווה חלק מתוכנית חטיבת הביניים. בדרכם למטרה הסופית הם חוקרים תבניות וגרפים לא מוכרים כמו $y=x/(x-1)$,

$x=y^2/(y-1)$ ועוד; על ידי כך מורחב ומועשר עולם הידע המתמטי שלהם ומתחזק כושרם לעסוק בנושאים מורכבים ברמות גבוהות.

ביבליוגרפיה

נ. זהבי, בדיקת תרומתן של עבודות סיכום על הפעילות המתמטית של תלמידים המסיימים את חטיבת הביניים.
עבודת דוקטורט, מכון ויצמן למדע, 1985.

נ. תעיזי ו נ. זהבי, שני צדדים לאפס - גם על המחשב
שבבים, 23, 1984.

ניתוח כושרם של תלמידים ל"ראות" תיבות הבנויות מקוביות קטנות והשפעת ההוראה עליהם.

מאת: דוד בן-חיים*
אוניברסיטת חיפה - אורנים

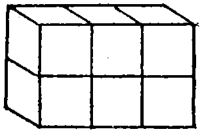
הצגת הבעיה

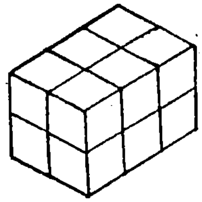
השימוש במתמטיקה לתיאור ומדידה כמותית של העולם הממשי, מהווה אחת הסיבות הראשיות שמקצוע זה נלמד כנושא בסיסי בבית-הספר. על אף שאנו חיים בעולם תלת-מימדי, מרבית החמרים המתמטיים החזותיים המוצגים לילדים הם דו-מימדיים. האמצעי הראשי בהוראה, ספר הלימוד, מציג את העולם התלת-מימדי דרך תמונות דו-מימדיות. הגרפיקה במחשב וגם סרטים, שלעיתים מראים תנועה, עדיין מציגים את הגופים בדרך דו-מימדית. Bishop(1979) קובע "הייצוג של חפץ תל-מימדי באמצעות דיאגרמה דו-מימדית דורש הסכמה מרובה שבשום אופן אינה מוכרת מיידית על ידי אלו הבאים מתרבויות לא מערביות" (עמ. 137). למרות זאת, בתרבויות מערביות אנו דורשים הסכמה כזו מילדים צעירים ללא כל נסיון ללמד ישירות את ההסכמים הללו.

אחד הנושאים הראשונים במתמטיקה, בו הילדים נאלצים ל"קרוא" ול"ראות" נתונים על גופים מתמונות, הוא לימוד נושא המדידה ובעיקר מושג הנפח. כבר מוקדם בכיתה ג', מופיעים בספרי הלימוד ציורים של תיבות עם קוים המרמזים על קוביות קטנות בציור כדי להציג את מושג הנפח. ציורים אלו הם לפעמים איזומטריים ולפעמים מסובבים - כמעט אופקית כפי שניתן לראות בציור 1.

---

*עבודה זו נעשתה בשיתוף פעולה עם פרופ' Lappan ו-Houang מאוניברסיטת מדינת מישיגן.





ציור 1. דוגמאות של ציורים בספרי לימוד להצגת תיבות.

הייצוגים הנ"ל של תיבות נכללים גם במחקרי הערכה חינוכית רבי היקף, המיועדים למדוד את ידע התלמידים לגבי מושג הנפח (לדוגמה, ראה NAEP, 1979; MEAP, 1983; Hart, 1981). בדרך כלל, זה נעשה על ידי הצגת תמונה כבציור 1 והתלמיד נשאל "כמה קוביות קטנות דרושות כדי לבנות את הגוף הזה?" התוצאות ממחקרי הערכה אלו מצביעות על הבדלים ביכולת לבצע בהצלחה מטלה כזו, הן בין תלמידי הכיתות השונות והן בין בנים לבנות. ציור 2 מראה שני פריטים מהנתונים על מבחן NAEP בשנת 1977-78. בטבלה 1 מוצגים אחוזי ההצלחה בפריטים אלו עבור בנים ובנות גילאי 9, 13 ו- 17. התוצאות מראות שפחות מ- 50% מהתלמידים גילאי 9 ו- 13 מסוגלים לענות נכון על פריטים מן הסוג Iב' ו- II בציור 2. המחקר עליו מדווח במאמר זה מספק הוכחות על פיהן יש לתלמידים קשיים בייחוס תמונות כאלו לגופים המתאימים ושבנוסף ללימוד ישיר ל"קרוא" ייצוגים כאלו, ייתכן ויש צורך להשלים את ההוראה על ידי התנסויות קונקרטיות בגופים כאלו אפילו בחטיבת הביניים.

<u>טבלה 1</u>

ממוצעת של בנים ובנות באחוזים על שני פריטים מ- NAEP 1977-78.

		פריט I חלק א'	פריט I חלק ב'	פריט II
גיל 9	בנים	77.4	39.8	9.4
	בנות	73.7	29.9	4.5
גיל 13	בנים	79.2	62.2	28.5
	בנות	76.3	53.4	18.6
גיל 17	בנים			52.4
	בנות			27.0

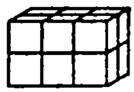
I זוהי יחידה אחת 

מהו הנפח של כל אחד מהגופים להלן?

א.

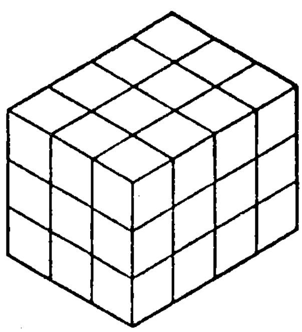
תשובה ______________________

ב.



תשובה ______________________

II חוחכים תיבה לקוביות כפי שמסומן בציור. כמה קוביות יש?



תשובה ______________________

ציור 2. שני פריטים ממבחן NAEP 1977-78.

סקירת מחקרים הקשורים באימון ובהוראת ראיה מרחבית

המיומנות ל"קרוא" ייצוג דו-מימדי של גופים היא חלק מהיכולת של ראיה מרחבית. ראיה מרחבית קשורה "ביכולת לדמיין מניפולציה, סיבוב, twist, או היפוך של אובייקט נתון המיוצג בתמונה דו-מימדית" (McGee, 1979, עמ. 893). אחד האספקטים הקריטיים במטלה של ראיה מרחבית, הוא להיות מסוגל לבצע מניפולציה של תמונות של גופים. בספרות המקצועית, מדווח על מספר מועט של מחקרים העוסקים בשיפור הראיה המרחבית באמצעות תכניות אימון ולימוד. השאלה המתעוררת בחלק מהמחקרים המדווחים בספרות היא, האם תלמידים יכולים להשתפר ביכולת הראיה המרחבית כתוצאה מלמידה. בנוסף לכך, בעקבות ההשערה הנפוצה שהישגי הבנים בראיה מרחבית עולים על אלו של הבנות (Maccoby ו- Jacklin 1974; Fennema, 1975; Sherman, 1980; Harris, 1981; Liben, 1981) התעוררו שאלות בנוגע לאינטראקציה בין מין התלמיד ובין ההוראה בהשפעה על היכולת המרחבית (Eliot ו- Fralley, 1976; Maccoby ו- Jacklin, 1974; Harris, 1981). מחקרים אחדים עוסקים בהשפעה של קורסים במיכניקה מעשית, בגיאומטריה תיאורית ובסרטוט טכני על ההצלחה במבחני ראיה מרחבית וקשרים מרחביים. Mendicino (1958) ערך מחקר בבי"ס תיכון, על 150 בנים מכיתה י'. מחקרו הראה, שלקורס שנתי במיכניקה מעשית וסרטוט טכני לא היתה השפעה רבה יותר על תוצאות מבחני התלמידים בתפיסה מרחבית מאשר תקופה דומה בתכניות וקורסים ללא החלק המעשי. Myers (1958) ערך מחקר דומה כדי לבחון השפעה אפשרית של קורס בסרטוט טכני הניתן בבי"ס תיכון על תוצאות מבחני ראיה מרחבית של קדטים שלמדו קורס כזה לעומת כאלו שלא למדו. הוא מצא, שאין הבדל בין שתי הקבוצות והסיק שלאימון מוקדם יש השפעה מועטה מאד על יכולת הראיה המרחבית. Stringer (1975) ערך מחקר לבדיקת הקשר בין אימון בסרטוט והיכולת המרחבית. הוא בחן את ההשערה על פיה שיפור בתוצאות במבחני ראיה מרחבית בעקבות התנסות במיומנויות בסרטוט הוא ספציפי

ובדרך כלל קשור לפריטים במבחן ותכן דומה של האימון. מהמחקר שנערך על סטודנטים בשנתם הראשונה בלימודי ארכיטקטורה, Stringer הסיק, שהשערה זו אינה בלתי תקפה ו"עדיין בלתי אפשרי לדחות את המסקנה, ששיפור בתוצאות מבחני יכולת מרחבית בעקבות לימוד, הוא תוצאה של ספציפיות המבחן והמטלות באימון" (עמ. 107). Connors ועמיתיו (1977) חקרו את השפעות האימון ותהליכי הלמידה על ביצועיהם של בנים ובנות (גיל ממוצע 6.5 שנים) במבחן תמונות חבויות (Children's Embedded Figures Test - CEFT). התוצאות הראו שיפור אצל הבנות, אבל לא אצל הבנים. ב- 1978, אותם חוקרים מצאו שגם הבנים וגם הבנות שקבלו אימון השתפרו באופן משמעותי ממבחן קדם (pre) למבחן אחר (post) יותר מאשר קבוצת בקורת. הם גם מצאו, שהבנות השיגו התקדמות גדולה יותר מזו של הבנים על מבחן התמונות החבויות (CEFT). בנוסף לכך, אף על פי שהיתה נטיה לבנים להצליח טוב יותר מהבנות במבחן הקדם (pre), לא היתה נטיה כזו במבחן אחר (post).

Sedgwick (1961) ערך מחקר לקבוע אם הוראה של גיאומטריה תאורית תשפר את הראיה המרחבית. חמישים ואחד זוגות מתואמים של סטודנטים להנדסה, לחינוך תעשייתי ולייעוץ תעשייתי חולקו לקבוצת ניסוי ולקבוצת בקורת. החלוקה של הסטודנטים נעשתה על בסיס ההישג במבחן קדם סמסטר על פי שאלון קשרים מרחביים נוסח A (Space Relations Test - DAT Form A). ניתוח התוצאות נעשה על ההישגים במבחן לפני הסמסטר, לעומת אלו שהושגו במבחן בתום הסמסטר, על נוסח B של אותו שאלון. בניתוח התוצאות לא נמצאו כל הבדלים סטטיסטיים מובהקים. Sedgwick הסיק, שלימוד גיאומטריה תיאורית איננו תורם לשיפור הראיה המרחבית ושקרוב לודאי שזו יכולת פנימית, שאינה ניתנת לשינוי על ידי הוראה ספציפית.

בניגוד למימצאים של Mendicino (1958), Myers (1958) ו- Sedgwick (1961), Blade ו- Watson (1955) הראו שחל שיפור משמעותי בהישגים על מבחני ראיה מרחבית אצל גברים לאחר שנה אחת של לימודי הנדסה. לא נעשה מאמץ לקבוע אם

התקדמות דומה היתה מושגת גם אצל נשים. כתוצאה מהמחקר שלהם, Blade ו- Watson סברו שיש צורך לתת לחסרי מיומניות מפותחות בראיה מרחבית מכסימום הזדמנויות לפתח יכולת זו. שני מחקרים נוספים (Myers, 1951, 1953) שאף הם נעשו על סטודנטים בחינוך הגבוה, דווחו על שיפורים דומים.

במחקר אחר (Brinkmann, 1966) נבדקה ההוראה המתוכננת כטכניקה לשיפור הראיה המרחבית. התכנית כללה קורס קצר בגיאומטריה, אבל במקום לעסוק בהוכחות פורמליות, Brinkmann שם דגש על מספר תרגילים שדרשו מניפולציה של גופים וקיפולים על פי תבנית מובנית. האימון עבור תלמידי כיתה ח' (14 בנים ו- 13 בנות) ארך שלושה שבועות ונעשה במסגרת שיעורי המתמטיקה הרגילים. בסיום תכנית האימון, הוא שוב העביר את מבחן הקשרים המרחביים (DAT) כמבחן אחר (post). הממצאים הראו ש- 27 התלמידים שלמדו על פי תכנית זו, הגיעו להישגים גבוהים יותר (מובהקים מבחינה סטטיסטית) מאשר קבוצת הבקורת. Brinkmann (1966) הסיק ש- "לאור השיפור המשמעותי של קבוצת הניסוי, הגיוני להניח שמיומנות התיפקוד של יחידים בראיה מרחבית ניתנת לשיפור, כאשר נעשה אימון מתאים" (עמ. 184). הוא הצביע על כך שלא היו הבדלים מובהקים בין בנים לבנות על מבחן האחר (post) ושהבנות "יכולות לעמוד בכך ולהצליח אם נספק להן הזדמנות ללמוד משהו על שטח מסויים בו הן נחשבות לבעלות יכולת נחותה יותר" (עמ. 184).

Wolfe (1970) תכנן תכנית אימון דומה לזו של Brinkmann עבור תלמידים בכיתות ז', ח', ט'. שיעורים אור קוליים משולבים בפעילויות נוספות ניתנו במשך תקופה של 4 שבועות. ברב השעורים הוטלו מטלות מקבילות בטבען לאלו הניתנות במבחני יכולת מרחבית, כגון מטלות של ספירת קוביות נועדו לייצג את המבחן הדורש לבנות צורות מישוריות, או מטלות של השוואת קוביות ניתנו כמקבילות לדרישות בתחום הראיה מרחבית. Wolfe מצא שיפור משמעותי בהישגים במבחנים הכוללים בעיות קשורות אבל מעט מאד שיפור במבחן ה"עברה" (transfer) אשר לכאורה מודד את אותה יכולת. במחקר אחר (Mitchelmore, 1974), מורי בית ספר עסקו במשך חודש בתיכנון, בניה וסרטוט סקיצות של מודלים של צורות תלת-מימדיות, למרות זאת, אחרי תקופה זו, לא נמצא אצלם שיפור בהישגים במבחנים מרחביים שונים.

ברמת ביה"ס היסודי, Smith ו- Schroeder (1979) חקרו האם היכולת המרחבית של תלמידי כיתה ד', בנים ובנות, תושפע באופן שונה על ידי ההוראה. קבוצת הניסוי קיבלה סידרה של 10 שיעורים שעסקו בצורות Tangram. כלי ההערכה היה מבחן ראיה מרחבית שנבנה על ידי החוקרים ותואר כדומה למבחן ה-Form Board Test. החוקרים הסיקו ש "תלמידי כיתה ד', ללא הבדל מין הפיקו תועלת מרובה מהוראה העוסקת ביכולת המרחבית, כפי שנמדדה מיד לאחר ההוראה" (עמ. 66).
Smith ו- Litman (1979), במחקר נוסף על תלמידי כיתות ו', ז', בנים ובנות, השתמשו בכלי הערכה זהה ובהוראה דומה לזו של Smith ו- Schroeder (1979). בעוד האחרונים מצאו שבנים ובנות בכיתות ד' השתפרו במידה שווה ביכולת הראיה המרחבית כתוצאה מההוראה, הרי המחקר של Smith ו- Litman "הראה שעבור ילדים מבוגרים יותר, בגיל ההתבגרות המוקדם, רק בנים שיפרו באופן משמעותי את יכולתם כתוצאה מן ההוראה" (עמ. 673).
ברמה של טרום בית ספר, Cox (1978) אימן ילדים בני 5 במיומנויות תפיסה פרספקטיבית. בהשוואה עם קבוצת בקורת, קבוצת הניסוי התקרבה לכמעט "העברה" של מטלות וההשפעה נמשכה לאורך זמן. הוא הסיק ש"המושג הנרכש דרך אימון היה אותנטי ושהילדים השיגו שינוי בדרגה פנימית מבחינה קוגניטיבית" (עמ. 127).

לסיכום, התוצאות השונות של המחקרים העוסקים בהוראה ואימון היכולת המרחבית משאירות שטח זה פתוח למחקרים נוספים. כתמיכה לכך, Bruner (1973) מציין "אינני חושב שהתחלנו לגרד את פני השטח של אימון בראיה מרחבית". Sherman (1979) טוענת כי "שיטות להשגת שיפור המיומנויות המרחביות... נחוצות להיות מתוכננות ואת השימוש בהן והאפקטיביות שלהן דרוש להעריך...". (עמ. 26-27). ולבסוף, Bishop (1980) בסקירה על היכולת המרחבית והחינוך המתמטי מחזק את התמיכה בחקירה של תכניות האימון וההוראה - "הגישה האחרת להבדלים האינדיוידואלים ביכולת המרחבית נראית, לי לפחות, כבעלת סיכויים להניב רעיונות פוריים. מחקר זה קשור בזיהוי ולאחר מכן בלימוד מיומנויות מרחביות ספציפיות...". (עמ. 264).

מטרת המחקר

במהלך מחקר חלוץ לפיתוח פעילויות ראיה מרחבית, המתאימות לתלמידי כיתות הביניים (ה'-ח'), התגלה שלתלמידים יש קשיים ב"ראית" חלקים מוסתרים של גופים המוצגים באמצעות סרטוטים וציורים. בכדי להעריך את האפקטיביות של פעילויות ההוראה, תוכנן ונבנה מבחן ראיה מרחבית. בין היתר, המבחן כלל פריטים מן הסוג "כמה קוביות דרושות לבנית תיבה נתונה (מוצגת על ידי ציור)?". שתי מטרות הקשורות זו בזו היו להצגת פריטים מן הסוג הזה. הראשונה, לקבוע אם יכולת התלמידים תושפע על ידי הוראה של פעילויות בראיה מרחבית, ואם כן, האם ההשפעה תהיה שונה על פי כיתת לימוד או מין. המטרה השניה היתה ללמוד על האסטרטגיות בהן משתמשים תלמידים לנסות לענות על פריטים מן הסוג הנ"ל.

בניית הפריט והמסיחים

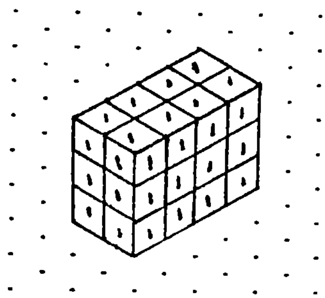
כפי שצויין לעיל, שאלות מן הסוג "כמה קוביות דרושות לבניית...?" מופיעות בספרי לימוד ובמחקרי הערכה חינוכיים כגון אלו הנערכים בארה"ב (NAEP) ובבריטניה (CSMS).

במחקרים אלו, השאלות המוצגות לתלמידים ניתנות בדרך כלל בצורה של שאלות פתוחות.

במהלך מחקר החלוץ לבדיקת פריטים למבחן שיעריך את היכולת בראיה מרחבית, אותו סוג של שאלות הוצג לתלמידים מכיתות ה'-ח'. השאלות הוצגו בצורה פתוחה, בכדי לזהות מסיחים לשימוש במבחן רב ברירה סגור. תשובות התלמידים נותחו בכדי ליצור קטגוריות מיון של שגיאות. אחת האסטרטגיות האופייניות של התלמידים, כפי שרואים בציור 3, היא לסמן את הפאות של הקוביות הקטנות הנראות באופן כזה, שדרך הספירה שלהם ברורה. התשובות שניתנו, לרב התיחסו או למספר הפאות או למספר הקוביות הקטנות הנראות.

תשובות המתיחסות למספר הפאות הנראות צוינו גם על ידי NAEP (1979) וגם על ידי CSMS (Hart, 1981). במחקר הערכה

מקיף נוסף, שנערך במישגין (MEAP, 1983) ובו השתמשו בפריטים מן הסוג הנ"ל במבחן סגור רב-ברירה, שניים מן המסיחים התיחסו לספירת מספר הפאות ומספר הקוביות הקטנות הנראות.



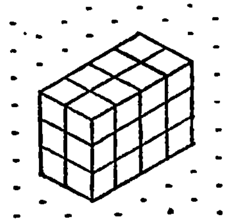
ציור 3. סימוני התלמידים על הסרטוט הנתון.

בעקבות ניתוח השגיאות, נערכו גם ראיונות אישיים לתלמידים כדי לתקף את הניתוח. התגלה שרב התלמידים ששגו בפריטים השתמשו באחת מארבעת אסטרטגיות הספירה הבאות:

1. ספירת מספר הפאות הנראות בלבד.
2. ספירת מספר הפאות הנראות והכפלת מספר זה ב-2.
3. ספירת מספר הקוביות הנראות בלבד.
4. ספירת מספר הקוביות הנראות והכפלת מספר זה ב-2.

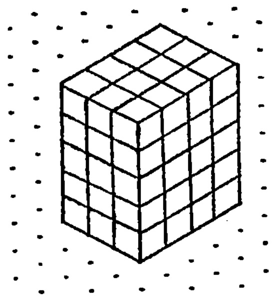
ספירת מספר הפאות מתיחסת לתמונה הנתונה כדו-מימדית בלבד, בעוד שספירת הקוביות הקטנות הנראות מצביעה לפחות על מודעות בנוגע לתלת-מימדיות של התמונה הנתונה. השוואה אחרת ניתנת להיעשות, בין התלמידים שספרו רק פאות או קוביות לעומת אלו שספרו והכפילו את מספר הפאות או את מספר הקוביות. אלו שלא הכפילו, ייתכן ולא "ראו" את החלק הנסתר של התמונה. ארבעת האסטרטגיות האלו נבחרו כדי לבנות את המסיחים עבור 2 הפריטים שנכללו במבחן הראיה המרחבית. שני פריטים אלו שמספרם במבחן 10 ו- 12, מוצגים בציור 4, כפי שניתנו במבחן.

10. כמה קוביות דרושות כדי לבנות את התיבה הנתונה?



א	ב	ג	ד	ה
18	24	26	36	52

12. כמה קוביות דרושות כדי לבנות את התיבה הנתונה?



א	ב	ג	ד	ה
36	47	60	72	94

ציור 4. פריטים מספר 10 ו- 12 במבחן הראיה כפי שהוצגו לתלמידים.

תיאור המחקר

מיתודולוגיה

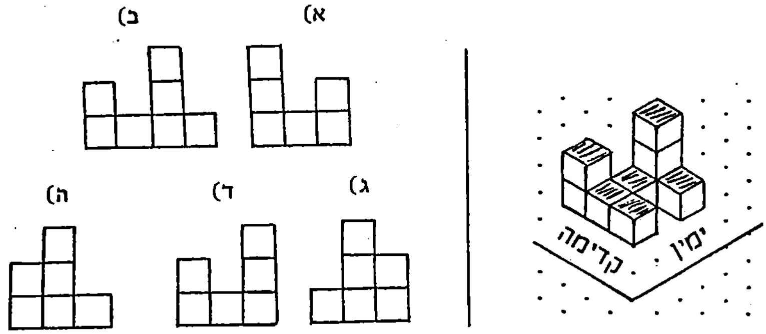
המחקר בוצע ב-1982 בבתי-ספר באיזורים שונים בעיר לנסינג (בירת מישיגן) ובסביבתה. בכדי לכלול תלמידי כיתות ה'-ח' בעלי רקע סוציואקונומי רחב נבחרו 3 איזורים. איזור I שניתן לתיאור כעירוני ובו כיתות ה', ו'; איזור II שניתן לתיאור ככפרי-חקלאי ובו כיתות ו', ז', ח'; ואיזור III שניתן לתיאור כפרבר עירוני ובו כיתות ו', ז'. נתוני הרקע על אוכלוסית האיזורים הראו, שהן שונות באופיין ואם נציג אותן לפי המצב הסוציואקונומי: איזור I הנמוך ביותר ואילו איזור III הגבוה ביותר. פרט לתלמידי חינוך מיוחד וכיתות רב-גיליות, כ-90% של אוכלוסית התלמידים מ-3 האיזורים (כ-1000 תלמידים), השתתפו במחקר. הם נבחנו לפני (pre) ואחרי (post) שלושה שבועות של הוראה שכללה פעילויות בראיה מרחבית.

המבחן בראיה מרחבית

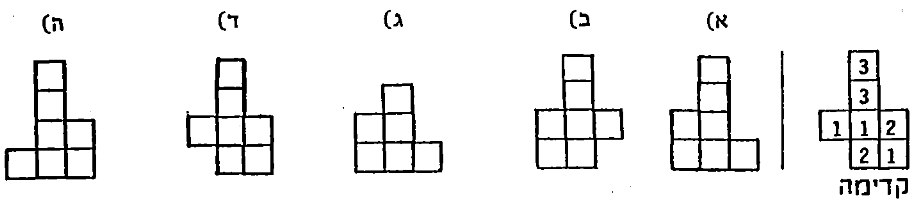
שאלון הראיה המרחבית פותח על-ידי צוות הפרוייקט MGMP ב-Michigan State University (המחבר היה חבר בצוות הפרוייקט). המבחן מסוג רב ברירה והוא כולל 32 פריטים. לכל תלמיד חושב ציון בין 0 ל-32 נקודות. נספח 1 מכיל את ההסברים והדוגמאות שהנבחנים מקבלים לפני השאלון בראיה מרחבית.

להלן מספר דוגמאות של פריטים נוספים (ל-10 ו-12) מהמבחן בראיה מרחבית:

דוגמה <u>1</u> עוסקת במעבר מייצוג תלת-מימדי לדו-מימדי.
לפניך ציור של מבנה קוביות שסורטט מהפינה קדמית-ימנית.
מצא את <u>המבט מאחור</u>.

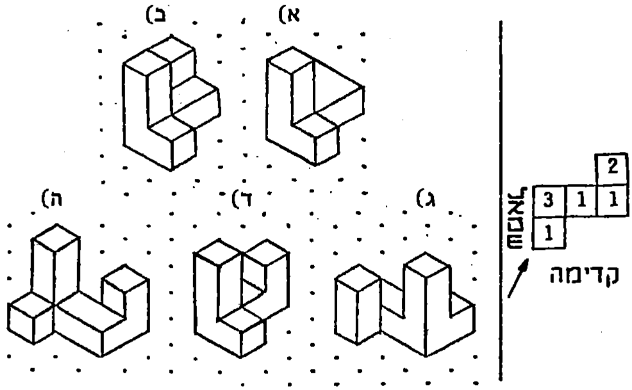


דוגמה <u>2</u> עוסקת במעבר מייצוג על-ידי תרשים מספרי למבט צד של המבנה.
נתון לך התרשים המספרי של מבנה קוביות. מצא את <u>המבט מאחור</u>.



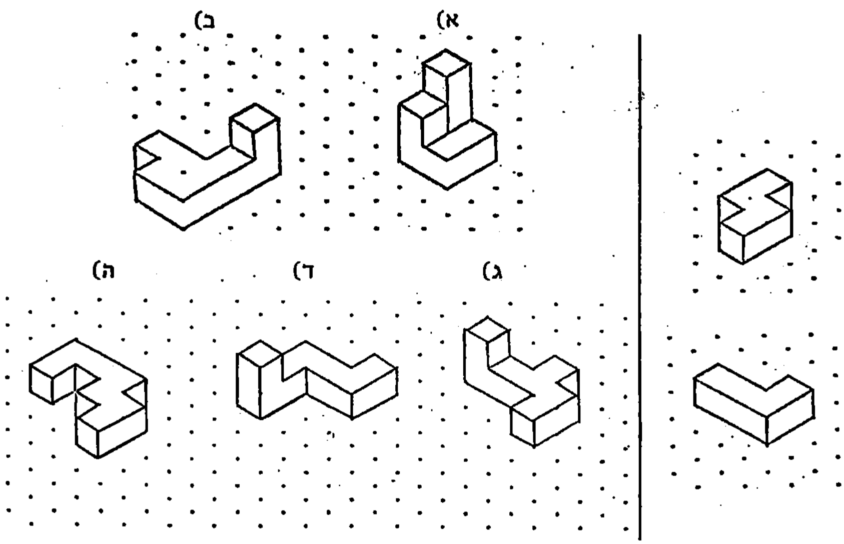
דוגמה 3 עוסקת במעבר מייצוג על-ידי תרשים מספרי למבט פינתי של המבנה.

מצא את המבט מהפינה קדמית-שמאלית.

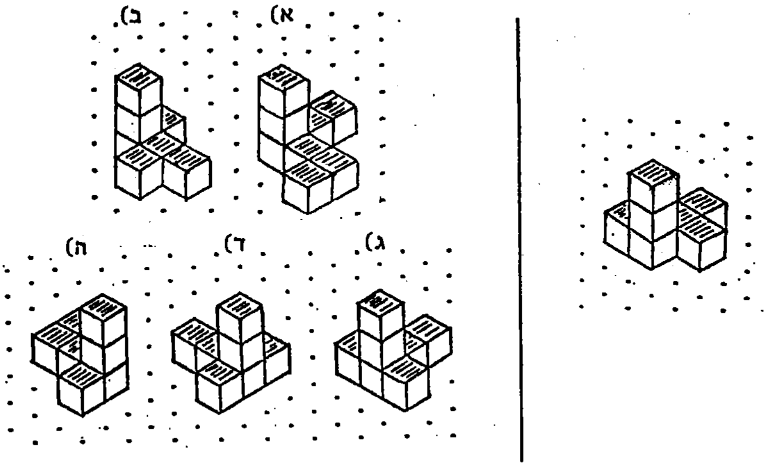


דוגמה 4 עוסקת בהרכבת מבנה משתי חתיכות נתונות.

איזה מבנה ניתן להרכית משתי החתיכות הנתונות?



דוגמה 5 עוסקת בזיהוי מבט של מבנה נתון לאחר שסובב. מצא מבט אחר של המבנה הנתון.



נתונים נוספים על השאלון ומחקר מקיף הקשור בבניתו והשימוש בו מופיעים ב- Ben-Chaim et al. (1986).

ההוראה בכיתות

יחידת ההוראה בראיה מרחבית פותחה גם כן על-ידי צוות ה-MGMP. היחידה כוללת סידרה של 10 פעילויות הדורשות בין 12 ל-15 שעות הוראה. היחידה עוסקת בהצגת גופים תלת מימדיים בסרטוטים דו-מימדיים וההיפך, בנית גופים תלת-מימדיים (מקוביות) מסרטוטיהם הדו-מימדיים. הפעילויות עוסקות עם המבטים השטוחים של המבנים (מבטי צד) וכמו כן

עם הסרטוטים הפינתיים על נייר איזומטרי (כגון מראה מפינה קדמית-ימנית).

במרבית הפעילויות התלמידים נדרשים לבצע משימות הדורשות שימוש באוריינטציה מרחבית ובראיה מרחבית. הם נדרשים לסובב מבנים בדמיון ולסרטט מבט צד אחר או סרטוט איזומטרי מפינה אחרת. הקוביות תמיד נמצאות בהישג יד אם רוצים להיעזר במודל הקונקרטי.

המורים שלימדו את היחידה, קיבלו שתי סדנאות של כ-3 שעות כל אחת בנוסף למדריך למורה המנחה את המורים ללמד לפי מודל הוראה שפותח על-ידי Shroyer ו- Fitzgerald (1979).

במודל זה שלושה שלבים:

א. שלב ה"שיגור" בו המורה מציג אתגר לפני התלמידים.

ב. שלב ה"חקירה" בו המורה חוקר יחד עם התלמידים האוספים נתונים ומבצעים משימות תוך כדי שאילת שאלות מנחות ועבודה בקבוצות.

ג. שלב ה"סיכום" בו מתנהל דיון כיתתי, סיכומים, הסקת מסקנות והנחת בסיס להרחבה או לפעילויות הבאות.

המדריך למורה כולל הדרכה מפורטת לגבי פעילות המורה, שאלות שיש לשאול בתוספת תשובות צפויות מהתלמידים וטיפול בשגיאות אופייניות, פתרונות מפורטים של דפי העבודה, שקפים לשימוש במטול והצעות להרחבת הפעילויות והעשרה.

תוצאות

מכיון שפריטים 10 ו-12 מהווים חלק של השאלון בראיה מרחבית, נציג תחילה את הממוצעים וסטיות התקן של כל המבחן על פי איזור, זמן, כיתת גיל ומין (ראה טבלה 2). בכל איזור, גם במבחן קדם (pre) וגם במבחן אחר (post), הממוצעים גדלים ככל שמתקדמים בכיתת הגיל וממוצעי הבנים בדרך כלל גבוהים ממוצעי הבנות.

המימצאים גם מראים, שתלמידי כיתות ה', ו', ז', ו-ח', בכל האיזורים, ללא הבדל מין הפיקו תועלת מרובה מההוראה של פעילויות הקשורות במטלות של ראיה מרחבית. יש לציין,

טבלה 2

ממוצעים וסטיות תקן על כל השאלון בראיה מרחבית על פי איזור, זמן, כיתת גיל ומין (ציון בשאלון הראיה המרחבית בין 0 ל- 32).*

		איזור I מבחן			איזור II מבחן			איזור III מבחן	
	N	קדם $\overline{X}$ (S.D.)	אחר $\overline{X}$ (S.D.)	N	קדם $\overline{X}$ (S.D.)	אחר $\overline{X}$ (S.D.)	N	קדם $\overline{X}$ (S.D.)	אחר $\overline{X}$ (S.D.)
כיתה ה'	102	7.37 (4.89)	12.22 (6.28)						
בנים	54	7.35 (4.73)	12.74 (7.05)						
בנות	48	7.44 (4.19)	11.63 (5.29)						
כיתה ו'	95	8.63 (5.26)	15.62 (6.45)	108	11.04 (5.4)	16.96 (6.59)	264	12.28 (5.99)	18.21 (6.79)
בנים	46	9.22 (5.60)	15.70 (6.57)	54	12.48 (5.89)	18.83 (6.57)	145	13.00 (6.52)	18.77 (6.97)
בנות	49	8.08 (4.91)	15.55 (6.40)	54	9.59 (4.45)	15.09 (6.11)	119	11.34 (5.05)	17.53 (6.54)
כיתה ז'				159	11.34 (5.19)	20.18 (5.65)	70	14.30 (5.79)	20.30 (6.27)
בנים				84	11.87 (5.59)	21.19 (5.58)	39	15.08 (6.03)	20.85 (6.50)
בנות				75	10.75 (4.46)	9.05 (5.55)	31	13.32 (5.42)	19.61 (6.00)
כיתה ח'				180	13.23 (6.00)	20.56 (6.53)			
בנים				79	15.80 (6.36)	23.06 (5.37)			
בנות				101	11.22 (4.86)	18.60 (6.72)			

$\overline{X}$* מסמן ממוצע, S.D. מסמן סטיית תקן.

שמבחני זכרון (retention) שהועברו באיזור II ארבעה שבועות אחרי תום ההוראה וכמו כן שנה לאחר מכן, הראו שהשפעת ההוראה נשמרה לאורך זמן.

טבלה 3 מציגה את אחוזי התלמידים שענו נכון לכל פריט ואלו שענו נכון על שני הפריטים 10 ו-12, על פי איזור, כיתת גיל וזמן (קדם-pre, אחר-post). בכל איזור, יש גידול

טבלה 3

אחוזי התלמידים שענו נכון על כל פריט בנפרד ועל שני הפריטים ביחד על פי איזור, כיתת גיל וזמן (קדם-pre, אחר-post).

איזור	כיתה	N	פריט מס. 10 מבחן קדם	פריט מס. 10 מבחן אחר	פריט מס. 12 מבחן קדם	פריט מס. 12 מבחן אחר	פריטים 10 ו- 12 מבחן קדם	פריטים 10 ו- 12 מבחן אחר
I	ה'	102	29.4	41.2	26.5	31.4	20.6	26.3
	ו'	95	33.7	42.1	25.3	35.8	21.7	31.9[a]
	ו'	108	43.5	48.1	38.9	39.8	35.2	36.1
II	ז'	159	51.6	69.8	44.0	62.9	40.5	60.1[b]
	ח'	180	56.1	71.1	52.2	65.0	48.3	61.7[b]
III	ו'	264	46.6	58.3	44.7	55.7	36.6	47.5[b]
	ז'	70	77.1	80.0	68.6	84.3	67.1	78.6

a רמת המובהקות של מבחן סטטיסטי McNemar היתה P<0.05.

b רמת המבהקות של מבחן סטטיסטי McNemar היתה P<0.001.

באחוזי התלמידים שענו נכון על הפריטים על פי כיתת גיל הן במבחן הקדם (pre) והן במבחן האחר (post). מכיון שכיתה ו' היא היחידה המשותפת לכל שלושת האיזורים במידגם, השוואה של ההישגים מראה שקיימים הבדלים בין האיזורים,

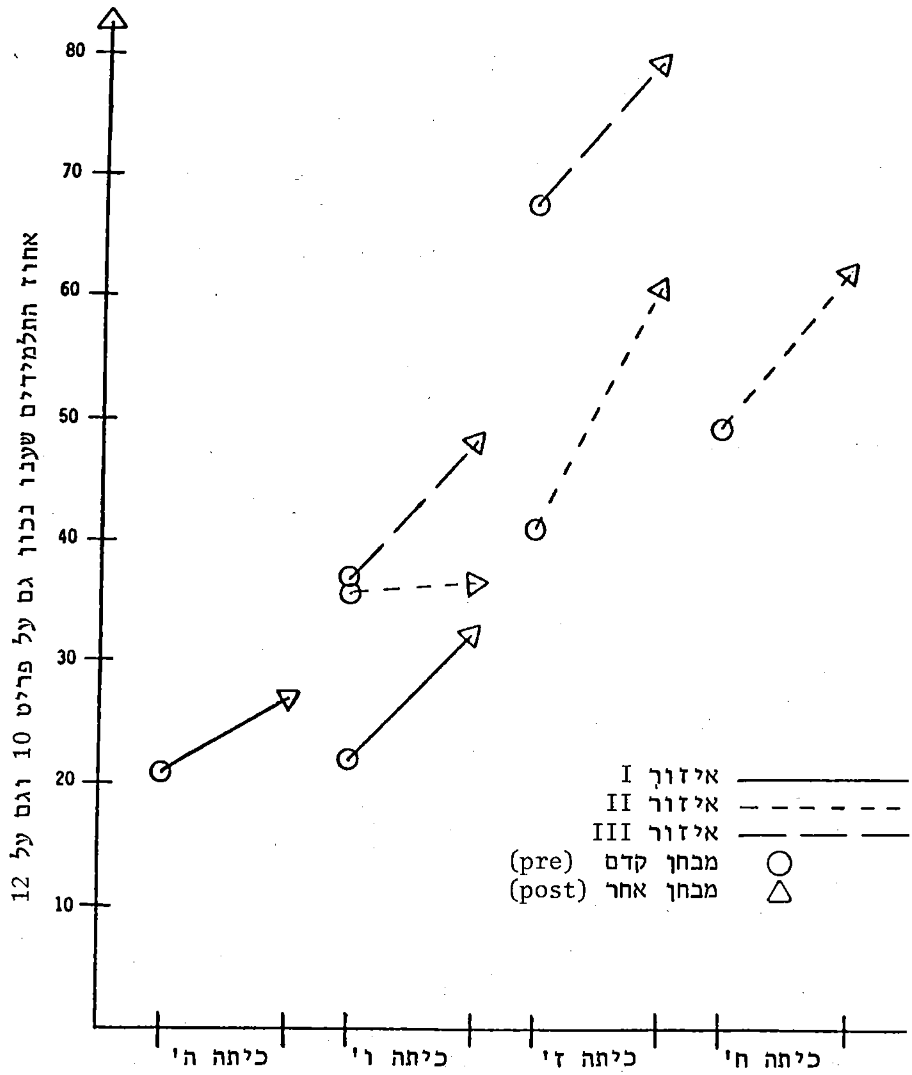
כאשר איזור I הנמוך ביותר ואיזור III הגבוה ביותר. אם נשווה את התוצאות על שני הפריטים, הרי בדרך כלל ההצלחה על פריט 10 גדולה יותר מאשר על פריט 12. טבלה 4 מציגה את אחוזי הבנים והבנות שענו נכון על שני הפריטים 10 ו- 12 על פי זמן, איזור וכיתת גיל. הבנים, באופן כללי הצליחו טוב יותר מאשר הבנות הן במבחן הקדם (pre) והן במבחן האחר (post).

טבלה 4

אחוזי התלמידים שענו נכון על שני הפריטים 10 ו- 12 של פי מין, איזור, זמן וכיתת-גיל

איזור	כיתה	בנים N	בנים מבחן קדם	בנים מבחן אחר	בנות N	בנות מבחן קדם	בנות מבחן אחר
I	ה'	54	22.4	28.8	48	18.8	23.4
	ו'	46	27.3	34.8	49	16.7	29.2
	ו'	54	46.3	40.7	54	24.1	31.5
II	ז'	84	40.5	66.7	75	40.5	52.7
	ח'	79	57.0	75.9	101	41.6	50.5
III	ח'	145	43.4	50.0	119	28.6	44.5
	ז'	39	66.7	82.1	31	67.7	74.2

מדידת השיפור בהישגים ממבחן הקדם (pre) למבחן האחר (post) נעשתה רק עבור אלו שענו נכון על שני הפריטים. בכל איזור, יש שיפור סטטיסטי מובהק במספר התלמידים שענו נכון על שני הפריטים. על פי המבחן הסטטיסטי של McNemar, המספרים הסטטיסטיים chi square הם: 6.25 ורמת מובהקות $P<0.012$ עבור איזור 1, 28.54 ורמת מובהקות $P<0.001$ עבור איזור II ו- 15.61 ורמת מובהקות $P<0.001$ עבור איזור III. רמת המובהקות של המבחן הסטטיסטי של McNemar עבור



ציור 5. הצגה ציורית לאחוזי התלמידים שענו נכון על שני הפריטים 10 ו- 12, על פי כיתת-גיל, איזור וזמן.

כל כיתת-גיל בכל איזור מוצגת בטבלה 3. לשם הדגמה ציורית, ציור 5 מתאר באופן גרפי את הגידול באחוזים על פי איזור וכיתת-גיל. ביחס להבדלים בין המינים, פרט לכיתה ו' באזור II, גם הבנות וגם הבנים בכל איזור וכיתת-גיל השתפרו משמעותית ממבחן הקדם (pre) למבחן האחר (post), כפי שניתן לראות בטבלה 4.

טבלה 5 מציגה את אחוזי התלמידים שבחרו את המסיחים השונים לפריט 10 ופריט 12 הן במבחן הקדם (pre) והן במבחן האחר (post) על פי איזור וכיתת-גיל. כפי שרואים מנתוני מבחן הקדם (pre) על פריטים 10 ו- 12, מסיח ה' נבחר יותר מאשר שלושת המסיחים האחרים. מסיח זה קשור לאסטרטגית ספירה 2, על פיה סופרים את מספר הפאות הנראות ומכפילים ב- 2.

טבלה 5

אחוזי התלמידים שבחרו את הברירות השונות לפריט 10 ולפריט 12 במבחן הקדם (pre) ובמבחן אחר (post) על פי איזור וכיתת-גיל.

		איזור I			איזור II		איזור III	
		כיתה			כיתה		כיתה	
	ברירות	ה'	ו'	ו'	ז'	ח'	ו'	ז'
מבחן קדם פריט מס. 10	א	8.8	11.6	6.5	10.1	4.4	9.1	2.9
	ב[a]	29.4	33.7	43.5	51.6	56.1	46.6	77.1
	ג	23.5	22.1	12.0	13.2	10.0	16.7	4.3
	ד	8.8	8.4	13.9	1.3	7.8	11.4	7.1
	ה	25.5	23.2	24.1	23.9	21.7	15.9	8.6
מבחן קדם פריט מס. 12	א	13.7	11.6	7.4	8.8	4.4	10.2	7.9
	ב	28.4	23.2	14.8	15.7	13.9	22.0	10.0
	ג[a]	26.5	25.3	38.9	44.0	52.2	44.7	68.6
	ד	4.9	6.3	13.9	6.3	7.2	6.1	10.0
	ה	21.6	31.6	25.0	24.5	22.2	16.7	8.6
מבחן אחר פריט מס. 10	א	16.7	15.8	11.1	12.6	7.8	14.0	4.3
	ב[a]	41.2	42.1	48.1	69.8	71.9	58.3	80.0
	ג	16.7	14.7	14.8	5.0	8.3	11.7	8.6
	ד	7.8	7.4	5.6	4.4	2.8	4.9	1.4
	ה	16.7	18.9	20.4	8.2	10.0	10.6	5.7
מבחן אחר פריט מס. 12	א	25.5	14.7	14.8	14.5	9.4	15.9	2.9
	ב	19.6	24.2	13.9	10.1	11.7	14.8	7.1
	ג[a]	31.4	35.8	39.8	62.9	65.0	55.7	84.3
	ד	6.9	5.3	11.1	3.8	3.3	3.4	0.0
	ה	13.7	20.0	20.4	8.2	10.6	10.2	5.7

a ברירה נכונה.

השגיאה הנפוצה הבאה בתור היתה לבחור את המסיח הקשור לאסטרטגית ספירה 1, על פיה סופרים רק את מספר הפאות הנראות, מסיח ג' בפריט 10 ומסיח ב' בפריט 12. שני המסיחים האחרים א' ו-ד' הקשורים למספר הקוביות הקטנות הנראות, אסטרטגיות 3 ו-4, נבחרו לעיתים רחוקות יותר מאשר שאר המסיחים. כפי שצויין לפני כן, כאשר משווים את תוצאות מבחן הקדם (pre) עם תוצאות מבחן האחר (post) יש שיפור בהישגים על כל פריט. לגבי שאר התלמידים, אלו שלא ענו נכון על הפריטים, היתה מגמה לעבור למסיח א' על חשבון המסיחים ג' ו- ה'. במילים אחרות, היתה ירידה בשימוש באסטרטגיות ספירה 1 ו-2, לעומת עליה בשימוש באסטרטגיה של ספירת הקוביות הקטנות הנראות, אסטרטגיה 3. באופן כללי, מגמה זו מתקיימת לכל כיתת גיל בכל איזור.

דיון ומסקנות

לפני ההוראה

הממצאים של מחקר זה מצביעים על כך, שבין תלמידי כיתות הביניים ה'-ח' קיימת התקדמות בהישגים על פריטים מן הסוג "כמה קוביות דרושות לבנות...?" כאשר ההישגים משתפרים עם הגיל. רמת הביצוע עבור תלמידי כיתות ה' כ-25%, עבור כתות ו'-ז' בין 40% ל 45%, ועבור כתות ח' כ- 50%. זוהי התפתחות צפויה ומתקבלת על הדעת לאור הנסיון וההתבגרות של התלמידים. ממצאים אלו קונסיסטנטיים עם התוצאות של מחקרי הערכה חינוכיים בעלי היקף רחב בארה"ב וארצות אחרות. על אחד הפריטים הגלויים ממבחן NAEP ב- 1977/78, הדומה לפריט 12 של מחקר זה, רמת ההישגים המדווחת היתה 8% לכיתה ד' ו- 28.2% לכיתה ח' (NAEP, 1979, עמ. 342). במחקר אחר (MAEP, 1983-84) דווח ש- 47% מ- 127420 תלמידי כיתות ז' ענו נכון על לפחות 2 מ- 3 פריטים דומים לאלו שבמחקר זה. תוצאות נמוכות אלו קיימות לא רק בארה"ב, אלא גם בארצות אחרות. במבחן ה- CSMS על מדידה, שהועבר לכ- 10,000 תלמידים בני 12 עד 14 שנה בבריטניה, שני פריטים

דומים ניתנו בצורת שאלות פתוחות. עורכי המבחן דווחו כי בין 40% ל- 50% של הילדים בגילאים אלו ענו נכון(Hart, 1981, עמ. 81). כאשר שאלון הראיה המרחבית של MGMP ניתן ל- 193 תלמידי כיתות ו'-ח' בעיירה בצפון ישראל, כ- 50% של התלמידים ענו נכון על הפריטים 10, 12. הנתונים שהוצגו עד כה, מצביעים על כך שמחצית התלמידים בכיתות הביניים אינם יכולים לענות נכון על פריט מסוג זה. ההישגים אינם ממשיכים להשתפר עבור תלמידים בבי"ס תיכון. מבצעי ההערכה של NAEP 1977-78 מדווחים שעבור תלמידי כיתות יא' רמת ההישגים היתה 41.1% בערך על הפריט הגלוי שמוזכר לעיל (NAEP, 1979, עמ. 342). הנתונים שנאספו מהתשובות לפריטים לפני ההוראה, הצביעו בבירור על כך שהתלמידים ששגו בפריטים אלו, השתמשו באסטרטגיות ספירה לא נכונות, אשר קשורות לספירת פאות או הקוביות הקטנות הנראות. Hart, שהיתה ראש הפרוייקט CSMS, העירה על התסבוכת בשימוש באסטרטגיות ספירה: "הבעיה העיקרית במציאת הנפח של גוף הבנוי מקוביות על ידי ספירתן היא שיש הרבה קוביות בלתי נראות. גם אם נרשה לילד להחזיק את הגוף הרי הקוביות במרכזו עדיין לא נראות. ילדים יספרו בדרך כלל את מה שהם רואים..." (Hart, 1981, עמ. 18). שני סוגי השגיאות הנפוצות שנעשות על ידי התלמידים, כלומר, לעסוק בשני מימדים במקום שלושה מימדים או שלא להתיחס לחלק הבלתי נראה של הסרטוט, שייכים בבירור ליכולת בראיה מרחבית.

אחרי ההוראה

המטרה הראשית של מחקר זה היתה לקבוע האם הישגי התלמידים על פריטים מן הסוג "כמה קוביות דרושות לבנות..." יושפעו על ידי הוראה של פעילויות בראיה מרחבית. הממצאים של מחקר זה מראים שתלמידי כיתות הביניים, כיתות ה'- ח', ללא הבדל איזור או כיתת-גיל, השתפרו באופן משמעותי בהישגיהם אחרי שלושה שבועות של הוראה של פעילויות בראיה מרחבית.

פעילויות אלו לא כללו באופן מיוחד ספירה או הערכה של מספר הקוביות הדרושות לבנות גופים תיבתיים. השיפור נשפט על פי הגידול באחוזים של מספר התלמידים שענו נכון על שני הפריטים. תלמידים אלו, ניתן לומר, במובן מסוים, שרכשו שלטיה בסוג זה של פריט. במרבית המקרים, היה גידול של למעלה מ- 10% של התלמידים שענו נכון על שני הפריטים אחרי ההוראה. אם נתיחס לניגודים המדווחים בספרות המקצועית, כפי שהוצג בסקירה לפני כן, הרי ההשפעה שנמצאה במחקר זה עומדת בהסכמה עם אותם מחקרים הטוענים שראיה מרחבית ניתנת לשיפור בעקבות אימון והוראה.

נקודה נוספת בעלת ענין במחקר זה היא המאפיין המתועד של יכולת הראיה המרחבית בדבר קיום הבדלים בין המינים ביכולת זו לטובת הבנים. Fennema (1975) מציינת ש "על מטלות המודדות סוג אחד של יכולת מרחבית, כלומר, ראיה מרחבית, נתונים ממקורות מגוונים מצביעים על כך שבנים משיגים רמה גבוה יותר מאשר בנות החל מגיל ההתבגרות ובהמשך בבית ספר תיכון וגיל הבגרות" (עמ. 34). בהסכמה עם ממצאים אלו התוצאות של מחקר זה מראות שהבנים באופן כללי השיגו טוב יותר מהבנות במבחן הקדם (pre) וכמו כן במבחן אחר (post). גם במחקר ההערכה NAEP ב-1977-78 מדווח על הבדלים בין המינים. לדוגמה, בכיתה ח', 32.6% של הבנים כנגד 20.6% של הבנות ענו תשובות נכונות (NAEP, 1979, עמ. 342). למרות ההבדלים בין המינים, בנים ובנות לא הגיבו באופן שונה להוראה. לאור תוצאה זו, מענין לציין, שבעקבות הסקירה המקיפה של ההבדלים בין המינים, Maccoby ו- Jacklin (1974) הסיקו ש "לא נמצא שבנים ובנות הגיבו באופן שונה להוראה ואימון [במטלות מרחביות]" (עמ. 128). ההסברים התיאורטיים וההשערות בנוגע לגורמים להבדלים בין המינים בראיה מרחבית נעים לאורך טווח רחב, מגורמים ביולוגיים תורשתיים (כגון גנים, הורמונים, או מבנה המוח) ועד הסביבה כולל ההשפעה התרבותית - חברתית והתפקיד שמיועדים לכל מין (Harris, 1981). המימצאים הנוכחיים

תומכים בהשערה, שחלק מן ההבדלים בהישגים בין בנים ובנות הוא תוצאה של השפעות סביבתיות שונות כגון צעצועים. בהינתן הזדמנות לעסוק בהצגה מוחשית עם קוביות, בנות

ובנים אכן משתפרים ביכולתם לדייק בנתינת מספר הקוביות בתיבה המוצגת על ידי סרטוט איזומטרי. בעקבות כך, מוצע שנסיון מוחשי כזה צורך להינתן לתלמידים בכיתות הביניים. הד לכך ניתן למצוא בהמלצה שניתנת למורים על ידי דו'ח MEAP: "תלמידים צריכים לבנות גופים בהשתמשם בקוביות (בגודל 2 סמ' או 1 אינץ). לאחר מכן לספור את הקוביות כדי לקבוע את הנפח. לעבור באופן מעשי מהתמונה לבניתה ואז להשיג את הנפח. התלמידים עדיין עובדים ברמה של 2 מימדים במבחן (34% ספרו ריבועים). כל פעילות שתוביל את התלמידים לבנית גופים מסרטוטיהם תעזור" (MEAP, 1983, עמ. 57). הדו'ח ממשיך בהמלצה לעסוק בפעילויות דומות לאלו שניתנו במחקר זה בכדי לשפר את הישגי התלמידים בראיה מרחבית.

סיכום והשלכות

הממצאים ממחקר זה מצביעים באופן בולט על כך, שלתלמידים בכיתות ה' עד ח' יש קשיים ליחס סרטוטים איזומטריים לגופים שהם מייצגים. בנוסף לכך, הנתונים מראים שהרבה תלמידים מבוגרים יותר עדיין מתקשים לענות על שאלות כאלו. בכל אופן, לאחר שלושה שבועות של למידת יחידת ההוראה של MGMP בראיה מרחבית, התלמידים השתפרו בהישגיהם באופן משמעותי על שני הפריטים בכל כיתות-הגיל בכל האיזורים. ההשלכה מכך היא, שנסיון מוחשי עם קוביות - בניה, ייצוג בסרטוטים דו-מימדיים ו"קריאה" של סרטוטים כאלו - עוזר בשיפור רמת התלמידים. צורת הפריט, שנבנתה על סמך ניתוח השגיאות, יכולה לשמש לבניית פריטים מן הסוג הזה להערכת הישגים ולאיבחון שגיאות בכיתות ובתכניות הערכה אחרות.

ביבליוגרפיה

Ben-Chaim, D., Lappan, G., and Houang, R.T.: 1985, `Visualizing rectangular solids made of small cubes: analyzing and effecting students' performance', Educational Studies in Mathematics 16, 389-409.

Ben-Chaim, D., Lappan, G., and Houang, R.T.: 1986, `Development and analysis of a spatial visualization test for middle school boys and girls', Perceptual and Motor Skills 63, 659-669.

Bishop, A.J.: 1979, `Visualizing and mathematics in a pre-technological culture', Educational Studies in Mathematics 10, 135-146.

Bishop, A.J.: 1980, `Spatial abilities and mathematics education - a review', Educational Studies in Mathematics 11, 257-269.

Blade, M. and Watson, W.S.: 1955, `Increase in spatial visualization test scores during engineering study', Psychological Monographs 69, no. 12.

Brinkmann, E.H.: 1966, `Programmed instruction as a technique for improving spatial visualization'. Journal of Applied Psychology 50, 179-184.

Bruner, J.S.: 1973, Beyond the Information Given, Allen and Unwin, London.

Connors, J.M., Serbin, L.A., and Schackman, M.: 1977, `Sex differences in children's response to training on a visual spatial test', Developmental Psychology 13(3), 29304.

Connors, J.M., Schakman, M., and Serbin, L.A.: 1978, `Sex-related differences in response to practice on a visual-spatial test and generalization to a related test', Child Development **49**, 24-29.

Cox, M.V.: 1978, `Perspective ability: a training program', Journal of Educational Research **71**(3), 127-133.

Eliot, J., and Fralley, J.S.: 1976, `Sex differences in spatial ability', Young Children **31**, 487-498.

Fennema, E.: 1975, `Spatial ability, mathematics, and the sexes', In E. Fennema (Ed.), Mathematics Learning: What Research Says About Sex Differences, ERIC Center for Science, Mathematics, and Environmental Education, Columbus, Ohio, pp. 33-43.

Harris, L.J.: 1981, `Sex-related variations in spatial skill', In L.S.Liben, A.H. Patterson, and N.Newcombe (Eds.), Spatial Representation and Behavior Across the Life Span: Theory and Application, Academic Press, New York, pp. 83-125.

Hart, K.M.: 1981, `Children's Understanding of Mathematics: 11-16, Alden Press, Oxford London and Northampton.

Lappan, G., Philips, E.D., & Winter, M.J.: November, 1984, `Spatial Visualization', Mathematics Teacher 77, 618-623.

Liben, L.S.: 1981, `Spatial representation and behavior: Multiple perspective', In L. S. Liben, A.H. Patterson, and N. Newcombe (Eds.), Spatial Representation and Behavior Across the Life Span: Theory and Application, Academic Press, New York.

Maccoby, E.E. and Jacklin, C.N.: 1974, The Psychology of Sex Differences, Stanford University Press, Stanford, Calif.

McGee, M.: 1979, `Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal and neurological influences', Psychological Bulletin 5, 889-918.

MEAP-Michigan Educational Assessment Program.: April 1983, `MEAP 7 Interpretive Report', Michigan Council of Teachers of Mathematics.

MEAP-Michigan Educational Assessment Program.: 1983-1984, `Statewide Summary Grade 7 Code: District-99-999', Michigan State Board of Education.

Mendicino, L.: 1958, `Mechanical reasoning and space perception: Native capacity of experience', Personality Guidance Journal 36, 335-338.

Mitchelmore, M.C.: 1975, `The perceptual development of Jamaican students, with special reference to visualization and drawing of three-dimensional geometrical figures and the effects of spatial training, (Doctoral Dissertation, Ohio State University, 1974), Dissertation Abstracts International 35, 7310A.

Myers, C.T.: 1951, The Effect of Training or Practice, or Both, on Scores on CEEB Spatial Relations Test, for VACI, ETS Research Bulletin, Educational Testing Service, March 16, 1951, Princeton, N.J.

Myers, C.T.: 1953, `A note on a spatial relations pretest and posttest', Educational and Psychological Measurement 13, 596-600.

Myers, C.T.: 1958, The Effects of Training in Mechanical Drawing on Spatial Relations Test Scores as Predictors of Engineering Drawing Grades, ETS Research Bulletin 58-4, Educational Testing Service, March 1958, Princeton, N.J.

NAEP-National Assessment of Educational Progress: May 1979, The Second Assessment of Mathematics, 1977-78 Released Exercise Set, Education Commission of the States, Suite 700, 1860 Lincoln Street, Denver, Colorado 80295.

Sedgwick, L.K.: 1961, The Effect of Spatial Perception of Instruction in Descriptive Geometry, Masters thesis, Southern Illinois University.

Sherman, J.A.: 1979, Women and Mathematics: Summary of Research from 1977-1979, NIE grant, Unpublished manuscript.

Sherman, J.A.: 1980 `Mathematics, spatial visualization, and related factors: Changes in girls and boys, grades 8-11,' Journal of Educational Psychology **72**, 476-482.

Shroyer, J. and Fitzgerald, W.: 1979, `The mouse and the elephant', Oregon Mathematics Teacher (February), 10-13.

Smith, W.S. and Litman, C.I.: 1979, `Early adolescent girls' and boys' learning of spatial visualization skill', Science Education **63**, 671-676.

Smith, W.S. and Schroeder, C.K.: 1979, `Instruction of fourth grade girls and boys on spatial visualization', Science Education **63**, 61-66.

Stringer, P.: 1975, `Drawing training and spatial ability', Ergonomics **18**(1), 101-108.

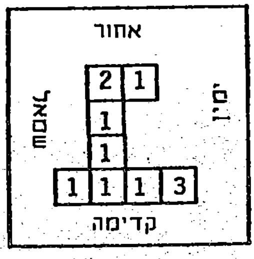
Wolfe, L.R.: 1970, Effects of spatial Visualization Training on Spatial Ability, PhD dissertation, State University of New York at Albany.

נספח 1

שאלון ראיה מרחבית

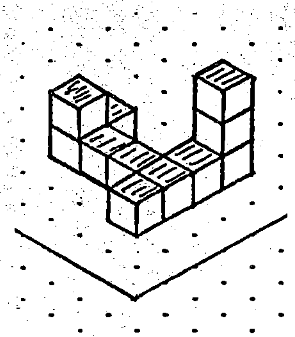
עשה את הדוגמאות הבאות ולאחר מכן חכה להוראות נוספות.

לפניך דוגמא של תרשים מספרי של מבנה קוביות. המספר בכל ריבוע מצביע על מספר הקוביות שיש לשים על אותו ריבוע.



השתמש בנתונים של התרשים המספרי כדי לענות על שתי הדוגמאות הבאות.

דוגמא מס' 1



לפניך מבט פינתי של המבנה הנ"ל. מאיזו פינה סורטט המבנה?

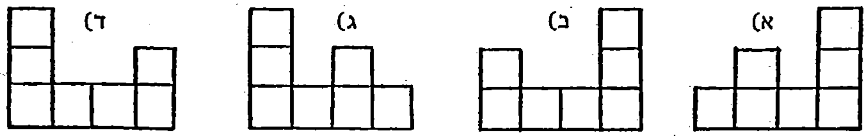
ב	א
אחורית-ימנית	קדמית-ימנית
ד	ג
קדמית-שמאלית	אחורית-שמאלית

דוגמא מס' 1: הקף בעיגול את התשובה הנכונה:

א ב ג ד

דוגמא מס' 2:

לפניך המבטים של <u>אותו</u> המבנה כאשר מסתכלים עליו מהצדדים.
מצא את המבט של המבנה מקדימה.



דוגמא מס' 2: הקף בעיגול את התשובה הנכונה.

א   ב   ג   ד

עצור! אל תתחיל את השאלון לפני שתקבל הוראה לכך.

זה רעיון

מי מכיר? מי יודע?

דף להנאתך (נוסחאות)*

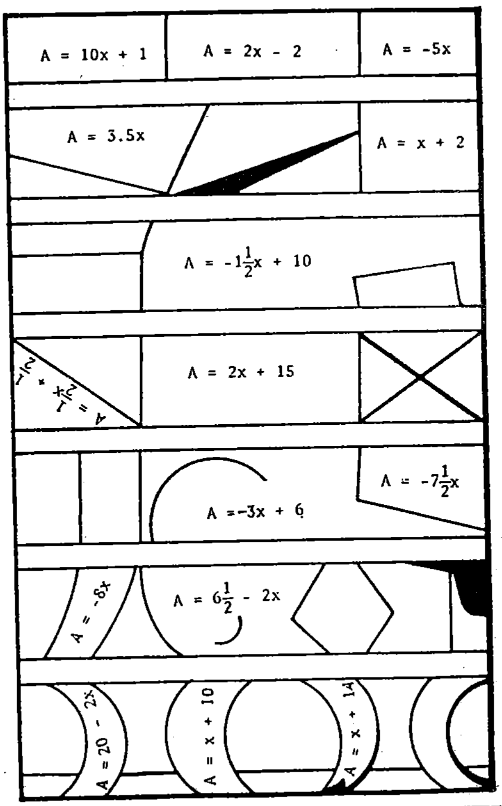
להלן הצעה לשני דפי תרגול נוסף ו/או חזרה בנושאים: הצבה בתבנית, חישוב המספר המתקבל, סדר פעולות החשבון. היתרון בדפים מסוג זה כמובן, השעשוע בעבודת התלמיד והאפשרות שלו לבדוק בעצמו את התוצאות.

<u>דף מספר 1:</u>

א. הצב (-2) במקום x בכל אחת מהנוסחאות שלפניך וחשב.

ב. צבע את המקומות בהם קבלת תוצאה גדולה מ 10 וגם קטנה מ 15.

ג. התבונן בציור שקבלת לאחר הצביעה ותדע אם אומנם פתרת וצבעת נכון!



*מתוך המדריך למורה של ספר ד' חוברת ב' "פתור".

דף מספר 2:
דף להנאתך (נוסחאות)

נתונה הנוסחה: $A = 2x - 3$
1. הצב במקום X את המספרים הרשומים למטה. רשום ערכו של A בכל אחת מההצבות במשבצת מתאימה.

א. $4\frac{1}{2}$ ________
ב. 2 ________
ג. $5\frac{1}{2}$ ________
ד. 5 ________
ה. 4 ________
ו. 3 ________
ז. $2\frac{1}{2}$ ________
ח. 6 ________
ט. $3\frac{1}{2}$ ________

א ______	ב ______	ג ______
ד ______	ה ______	ו ______
ז	ח	ט

2. אם ברצונך לדעת אם פתרת נכון, חבר את המספרים בכל טור, בכל שורה ובאלכסון.
3. א. הצב במקום A את המספרים 3, 11, 7.
מצא ערכו של X בכל אחת מההצבות.
ב. חבר את התוצאות שקבלת בהצבות ומצאת אם אכן פתרת נכון.

עם קצת מאמץ ודמיון, נוכל להסב דפים אלה ולהתאימם לנושאים נוספים ו/או לרמות קושי שונות.
לדוגמא, אם נקח את דף מספר 2 שלעיל, נוכל להשתמש באותה אסטרטגיה בנושא "פונקציות - מקור ותמונה".
1. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x - 3$.
מצא את התמונה של כל אחד מן המקורות הרשומים למטה ורשום אותה במשבצת המתאימה.

⋮
(המשך סעיף זה וסעיף 2 כמו לעיל)
⋮

3. א. מהו X אם: $f(x) = 3$, $f(x) = 11$, $f(x) = 7$.
ב. חבר את שלושת המקורות שקבלת ובדוק אם אכן פתרת נכון.

הודעות

★★

אוניברסיטת תל-אביב

הפקולטה למדעים מדוייקים
ע"ש ריימונד ובברלי סאקלר
ביה"ס למדעי המתימטיקה

<u>הסמינר להוראת המתמטיקה בתל-אביב</u>

הסמינר לנושאי הוראת מתמטיקה וחינוך מתמטי יתקיים זו השנה החמישית בימי שני בבנין שרייבר למדעי המתמטיקה באוניברסיטת תל-אביב.

הסמינר מאורגן במשותף על-ידי האוניברסיטה הפתוחה, ביה"ס למתמטיקה וביה"ס לחינוך באוניברסיטת תל-אביב, ונפגש אחת לשבועיים בימי שני בשעה 14.15.

תאריכי פגישות בסמינר לאחר חג הפסח, ועד סוף השנה האקדמית תשמ"ז הם : 18.5.87; 1.6.87; 15.6.87. מרכזי הסמינר הם ד"ר יהודית גל-עזר מהאוניברסיטה הפתוחה (03-427026) ופרופ' גדעון צבס מאוניברסיטת תל-אביב (03-410285). הכוונה היא להמשיך ולהיפגש גם בתשמ"ח בימי שני באותה שעה ובאותו מקום, במשך השנה האקדמית.

★★

★★★

האוניברסיטה הפתוחה

א. <u>השתלמויות מורים</u>:

האוניברסיטה הפתוחה מציעה השתלמויות בנושא "תכנית הלימודים החדשה במתמטיקה" במספר מסגרות לימוד:

1. כקורס למורים בשבתון - הלימודים בקורס זה יהיו בהיקף של 112 שעות ויתקיימו במסגרת 28 מפגשים מדי יום ג' בין השעות 09:00 - 13:00 באוניברסיטה הפתוחה. הלימודים יחלו באוקטובר 1987 ויימשכו עד יוני 1988.
2. השתלמות במסגרת "ועדר מורים לומד" - השתלמות בהיקף של כ-30 שעות לצוות המורים בבית-הספר או באזור. ההשתלמות כוללת 10 מפגשי הנחיה המתקיימים אחת לשבועיים בשעות אחה"צ או הערב.
3. השתלמויות קיץ - בחופשת הקיץ תשמ"ז מתוכננות שתי השתלמויות בנושא:

(א) תכנית הלימודים החדשה - מבט כללי - הרצאות על נושאים נבחרים מתכנית זו ועל מבנה התכנית, למורים המתעתדים ללמד על-פי תכנית זו. השתלמות זו תינתן בשיתוף עם המרכז להוראת המדעים של האוניברסיטה העברית.

(ב) וקטורים - בהתאם לתכנית החדשה למורים אשר מלמדים על-פי התכנית.

כן, מתוכנן בחופשת הקיץ תשמ"ז יום עיון בסטטיסטיקה בנושא "התפלגות נורמלית".

חומר הלימוד בהשתלמות מותאם להיקף שעות ההשתלמות ונועד להקנות למורה את הרקע המתמטי הדרוש להפעלת תכנית הלימודים החדשה, ללמד חלק מן הנושאים החדשים בתכנית זו ולהציג בפני המורה את ספרי הלימוד של המרכז להוראת המדעים באוניברסיטה העברית.

★★★

★★★

ב. <u>ספרי לימוד בהוצאת האוניברסיטה הפתוחה:</u>

האוניברסיטה הפתוחה מציעה מבחר עשיר של חומר לימוד כתוב, הערוך מתודית ויכול לשמש כלי עזר חשוב בעבודת המורה.

בתחום המתמטיקה והסטטיסטיקה מוצעים כיום ספרי לימוד בנושאים:

- מתמטיקה ברמה תיכונית - לרמת 3 יחידות לימוד
- אלגברה ברמה תיכונית - לרמת 5 יחידות לימוד
- חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
- מבוא למשוואות דיפרנציאליות

כן, עומד לצאת לאור חומר בנושא "הסתברות וסטטיסטיקה לבתי ספר תיכוניים" (שיכלול גם את ההתפלגות הנורמלית).

מורה המעוניין בקבלת פרטים נוספים על תכניות ההשתלמות שמציעה האוניברסיטה הפתוחה, מתבקש לפנות את "היחידה לעובדי חינוך והוראה" האוניברסיטה הפתוחה רחוב קלאוזנר 16 רמת אביב, ת.ד. 39328 תל-אביב מיקוד 61392, או בטלפונים 422502 - 03, 426480 - 03 בימי א' בין השעות 12:00 - 15:00 ובימי ד' בין השעות 10:00 - 13:00.

מורה המעוניין בקבלת מידע נוסף על רכישת ספרי הלימוד מתבקש לפנות לחנות הספרים "למדא" על-פי כתובת האוניברסיטה שלעיל.

★★

★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★

טכניון - מכון טכנולוגי לישראל

פרויקט

"מסמטיקה"

מתימטיקה למסלולים המעשיים

בראשות ד"ר נצה מובשוביץ - הדר.

במסגרת הפרויקט פיתחנו עד כה יחידות לימוד בנושאים:

א. תבניות ומשוואות.

ב. תיאורים גרפיים.

ג. טריגונומטריה - טנגנס.

ד. ראיה מרחבית.

נקדם בברכה מורים מאזור חיפה והצפון שיטלו חלק בהפעלת ניסוי היחידות בכיתות יוד - מסמ"מ.

בפרטים נא לפנות
למזכירת הפרויקט גב' רבקה בשן
טלפון 293104 - 04.

★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★

חומר חדש

יצאה לאור לומדה חדשה

השלם לשלם - הלומדה מתבססת על ניצול המחשב לבניית משחקים מתמטיים בנושא של ידע קודם, אך מרחיבה את הטיפול לכיוונים נוספים: תירגול במספרים מכוונים, אתגר לתלמידים השולטים בתכונות המספרים - סימני התחלקות ופירוק לגורמים.

ניתן להזמין את הלומדה עבור מחשבי COMMODORE (כונן 1541 וכונן רשת) וכן עבור מחשב APPLE.

לכבוד
המחלקה להוראת המדעים
מכון ויצמן למדע
רחובות 76100.

הזמנת לומדה.

הקף בעיגול את סוג המחשב:

COMMODORE כונן 1541	COMMODORE כונן רשת	APPLE

אנא שלחו לי את הלומדה השלם לשלם.

- חומר למורה. המחיר 2.60 שקל חדש. כמות: ______
- תקליטון עם חומר למורה ותקליטון גיבוי. המחיר 48 ש"ח.
- תקליטון עם חומר למורה. המחיר 36 שקל חדש.
- חוברת דפי עבודה לתלמיד. המחיר 0.60 ש"ח. כמות: ______
- *עותק נוסף של תקליטון עם החומר למורה. המחיר 21.60ש' כמות: ______

* תוך שישה חדשים מיום רכישת התקליטון המקורי.

אנא מלא באותיות דפוס את שם הרוכש או המוסד ושם היישוב

(השם יופיע במסך הפתיחה).

תנאי רכישה

א. מוסד הרוכש תקליטון רשאי להעתיקו לצרכי שימוש פנימי בלבד.
ב. אדם פרטי הרוכש תקליטון רשאי להעתיקו לצרכי גיבוי בלבד.
ג. אין למכור תקליטון או העתק שלו לאדם או מוסד אחר.
ד. אין לעשות שום שינוי בתקליטון. כל נסיון לשנות את תוכן התקליטון עלול לגרום להריסתו.

רצ"ב המחאה על סך: ______ שקלים חדשים לפקודת מכון ויצמן

שמי: ______ כתובתי: ______ מיקוד: ______

שם ביה"ס וכתובתו: ______ טלפון: ______

ת.ז. (של רוכש פרטי) ______ טלפון: ______

החתימה שלהלן משמשת התחייבות לקיום תנאי הרכישה.

תאריך ______ חתימה: ______

(של הרוכש או של מורשה החתימה במוסד.)

לכבוד
המחלקה להוראת המדעים
מכון ויצמן למדע
ר ח ו ב ו ת 76100

השתלמויות

אני מעוניין להשתתף בהשתלמות למורי מתמטיקה בקיץ תשמ"ז במסלולים הבאים. (סמן × במסלולים המבוקשים).

שים לב, במסלול ח' עליך גם לציין באילו ימים ברצונך להשתתף.

|א| |ב| |ג| |ד| |ה| |ו| |ז|

|ח| ← |יום ב'| |יום ג'| |יום ד'| |יום ה'|

שם: ____________________

כתובת פרטית: ____________________ טל': __________

שם ביה"ס וכתובתו: ____________________ טל': __________

מס' ת.ז.: ____________________

רצ"ב המחאה מספר ____________________ של בנק ____________________

על סך 20 ש"ח לפקודת מכון ויצמן למדע.

לכבוד
המחלקה להוראת המדעים
מכון ויצמן למדע
ר ח ו ב ו ת 76100

השתלמויות

אני מעוניין להשתתף בהשתלמות למורי מתמטיקה בקיץ תשמ"ז במסלולים הבאים. (סמן × במסלולים המבוקשים).

שים לב, במסלול ח' עליך גם לציין באילו ימים ברצונך להשתתף.

|א| |ב| |ג| |ד| |ה| |ו| |ז|

|ח| ← |יום ב'| |יום ג'| |יום ד'| |יום ה'|

שם: ____________________

כתובת פרטית: ____________________ טל': __________

מס' ת.ז.: ____________________

רצ"ב המחאה מספר ____________________ של בנק ____________________

על סך 20 ש"ח לפקודת מכון ויצמן למדע.

לכבוד
המחלקה להוראת המדעים
מכון ויצמן למדע
רחובות 76100

מנוי

ברצוני להיות מנוי על מסרים כרך א'.

המחיר למנוי עבור כרך א' - 15 ש"ח.

מחיר חוברת מס' 1 בכרך א' - 7.5 ש"ח.

רצ"ב המחאה על סך ______ש"ח לפקודת מכון ויצמן למדע.

עבור: ☐ מנוי

☐ חוברת א1. כמות ____

שם המזמין: ____________________

כתובת: ____________________

ת.ז.: ____________ טלפון: ____________

שם המוסד וכתובתו: ____________________

לכבוד
המחלקה להוראת המדעים
מכון ויצמן למדע
רחובות 76100

מנוי

ברצוני להיות מנוי על מסרים כרך א'.

המחיר למנוי עבור כרך א' - 15 ש"ח.

מחיר חוברת מס' 1 בכרך א' - 7.5 ש"ח.

רצ"ב המחאה על סך ______ש"ח לפקודת מכון ויצמן למדע.

עבור: ☐ מנוי

☐ חוברת א1. כמות ____

שם המזמין: ____________________

כתובת: ____________________

ת.ז. __________טלפון: __________

שם המוסד וכתובתו: ____________________