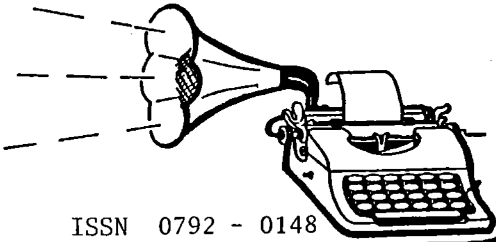
ב1

עלון למורי מתמטיקה

כרך ב, חוברת מספר 1, אייר תשמ"ח

מספרים

המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע, רחובות



מספרים

ISSN 0792 - 0148

תוכן העניינים

נדפס בישראל 1988 - תשמ"ח

קוראים יקרים,

לפניכם החוברת הראשונה של כרך ב'.

אנו מקווים שמצאתם ענין בעלוננו ומזמינים אתכם להציע רעיונות נוספים ולשלוח מפרי עטכם.

במרכז החוברת נמצא **דף לתלמיד** שנועד לגרות ולעורר מחשבה בכיתה.

הכתובת:

מערכת *מסרים*

המחלקה להוראת המדעים

מכון ויצמן למדע

רחובות 76100

ב ב ר כ ה,

מערכת *מסרים*

קורסי השתלמות - תשמ"ט

בשנת הלימודים תשמ"ט נקיים קורסים למורי מתמטיקה הנמצאים בשנת השתלמות.

1. ביסוס מתמטי ופעילויות להעשרת דרכי ההוראה בכיתות ז', ח', ט' (בימי ג').
   ההיקף: 8 ש"ש (224 שעות).

2. הכרת התכנית החדשה במתמטיקה בחטיבה העליונה (בימי ג').
   ההיקף 4 ש"ש (112שעות).

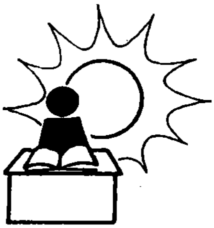
3. קריאה מונחית של ספרות מקצועית, משולבת בפיתוח חומר ובפעילויות לימודיות (ידיעת אנגלית חובה).
   היום בשבוע יתואם עם המנחה. ההיקף: 4 ש"ש (112 שעות).

4. שילוב בעבודה מעשית באחת מפעילויות הפיתוח המתנהלת במסגרת קבוצת המתמטיקה (מספר המקומות מוגבל).
   היום בשבוע יתואם עם המנחה. ההיקף: 8 ש"ש (224 שעות).

הקורסים 1 ו-2 ייפתחו רק אם יהיו מספיק נרשמים.
יכולים להירשם גם מורים שאינם בשנת שבתון.
שכר הלימוד הוא כמקובל במוסדות לחינוך גבוה.

המעוניינים בפרטים נוספים או בשאלוני הרשמה יפנו אל:

צפורה מימון
קבוצת המתמטיקה
המחלקה להוראת המדעים
מכון ויצמן למדע
רחובות 76100
טל': 08-482152



השתלמויות קיץ

כמו בשנים עברו, אנו מתכננים השתלמות המשלבת את חומר ההוראה ודרכי ההוראה.

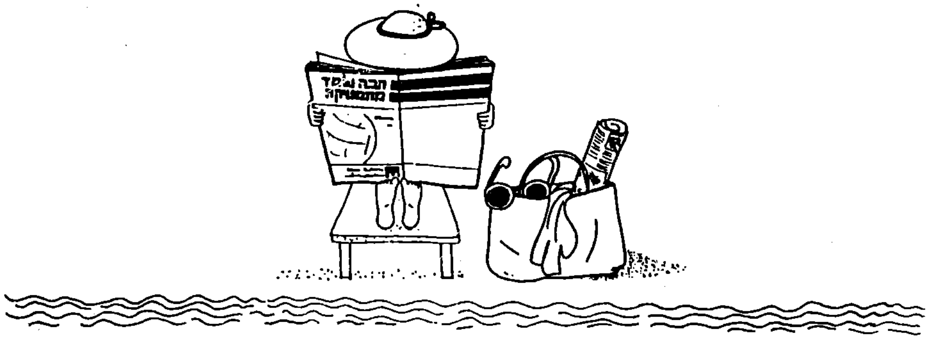
בהשתלמות יושם דגש על עבודה עצמית של המשתתפים.

נכלול בה פעילויות שונות במסגרת סדנאות שתתבססנה הן על ספרי הלימוד והן על חומר מיוחד שיחולק למשתתפים.

בהשתלמות יהיו 8 מסלולים שונים, כמפורט בהמשך, בתנאי שיהיו מספיק נרשמים לכל מסלול. במקרה של שינוי או ביטול תכנית, נודיע אישית לנרשמים המתאימים.

*** חובה להרשם מראש ***

ההשתלמות תתקיים במדרשת פיינברג, מכון ויצמן למדע, רחובות,
בין השעות 9:00 - 14:30, פרט למסלול ז'.



השתלמות קיץ תשמ"ח במכון ויצמן למדע
למורי מתמטיקה שילמדו בכיתות ז', ח', ט', לפי תכנית רחובות

מועד	מסלול	מספר ימים	התכנית מתאימה	פירוט החומר הדרוש לכל מסלול*
י"ח - כ"ב בתמוז 3/7 - 7/7 כ"ה - כ"ט בתמוז 10/7 - 14/7	א	10	למורים האמורים ללמד בכיתות ז' שאינם בעלי השכלה אקדמית במתמטיקה וטרם השתתפו במסלול זה.	ספר א' החדש חלקים א' - ד' החוברת סטטיסטיקה והאור גרפי מחשבון מדעי. לרמה א' ולרמה ב'
י"ח - כ"ב בתמוז 3/7 - 7/7 כ"ה - כ"ט בתמוז 10/7 - 14/7	ב	10	למורים האמורים ללמד בכיתות ח' <u>שאינם</u> בעלי השכלה אקדמית במתמטיקה. הערה: המסלול ינתן לפי הספרים החדשים.	הספר החדש, חלקים ה', ו', ז', ח' לרמה א' ולרמה ב'.
י"ח - כ"ב בתמוז 3/7 - 7/7	ג	5	למורים שילמדו גיאומטריה בכיתות ח', ט' וטרם השתתפו במסלול זה.	גיאומטריה - לרמה א' פרקים בהנדסת המישור III,II,I לרמה ב'.
כ"ה - כ"ט בתמוז 10/7 - 14/7	ד	5	למורים שילמדו בכיתות ט' <u>שאינם</u> בעלי השכלה אקדמית במתמטיקה.	ספר פונקציות לרמה א' מחשבון מדעי.
י"ח - כ"ב בתמוז 3/7 - 7/7 כ"ה - כ"ט בתמוז 10/7 - 14/7	ה	10	למורים בעלי השכלה אקדמית במתמטיקה, אשר טרם לימדו לפי תכנית רחובות ועומדים ללמד בכיתות ז', ח', ט'.	ספרי אלגברה לכיתות ז', ח' במהדורת הניסוי החדשה, ספרי פונקציות במהדורה החדשה וספרי גיאומטריה לרמה א' ולרמה ב'
ח' - ט' באלול 21/8 - 22/8	ו	2	למורים האמורים ללמד ברמה ג'.	ספרי רמה ג'.
ח' - י"ב באלול 21/8 - 25/8	ז	5	שילוב לומדות מיקרומחשב.	
ח' - י"ב באלול 21/8 - 25/8	ח	5	למורים מעוניינים ולאלה המתעתדים ללמד סטטיסטיקה בכיתות ז'.	

*ספרים, מדריכים למורה וכדומה אפשר לרכוש במקום.

מאמרים

התוכנה .T.R.M

מאת: ברוך שוורץ
המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

1. רציונל של התוכנה .T.R.M

מושג הפונקציה הוא נושא מרכזי במדעים המדוייקים, וכן בכל תחום בו מתבצעים ניסויים, השוואות ובדיקת השפעות, כמו בפסיכולוגיה או במדעי החברה. חשיבות זו השפיעה על תכנית הלימודים במתמטיקה לכיתות ט', ולחטיבה העליונה.

אולם לימוד נושא זה בכיתות מעלה הרבה בעיות. התלמיד לומד "לעבוד" עם פונקציות בהצגות שונות; בהצגה אלגברית, גרפית, מילולית או לפי טבלה, אבל הידע שיש לו בהצגה אחת "לא עובר" תמיד להצגות אחרות. למשל, קשה לתלמיד לעשות אנטרפרטציה (תרגום) טובה של גרף או לשלב הצגות אלגברית וגרפית על מנת לפתור משוואות או אי שוויונים. יותר מזה, "תערוכת ההצגות" העוברות בסך בספר הלימוד נראות לו, לרוב, מחוסרות הצדקה.

קשה לו להשתכנע מכך שריבוי ההצגות בא כתוצאה מהיתרונות והחסרונות שקיימים לכל הצגה (כפי שמופיע בטבלה 1). דבר זה פוגע ביכולתו לפתור בעיות שפתרונן משאיר יד חופשית בבחירת ההצגה והשיטה.

טבלה 1: יתרונות וחסרונות של כל הצגה

	חסרונות	יתרונות
גרף	הצגה חלקית. בעית דיוק בשרטוט ובקריאה. לרוב, קני מידה קבועים. בניית גרף: מטלה טכנית.	קריאה נוחה. תכונות רבות קלות לגילוי.
טבלת ערכים	הצגה חלקית מאוד עבור פונקציות סופיות. לרוב, קבועה מראש.	נוחה לשימוש.
תכנית חישוב	נותנת תמונות בודדות. בעיות דיוק.	חישוב מיידי של תמונות.
הצגה מילולית.	חישוב כל תמונה דורש תרגום.	המובן של הקשר "מקור - תמונה" ברור.
לוחות נומריים.	תכונות גלובאליות קשות לגילוי.	יותר נוח מחישובים. מספר גדול של תוצאות כתובות.
חוק התאמה	תכונות רבות קשות לגילוי. חישובים אלגבריים קשים לביצוע.	בצורה תאורטית כל האינפורמציה כלולה בה.

התהליך הטבעי של איסוף נתונים בטבלה, הצגת הנתונים הבודדים בצורה גרפית, ניחוש ואימות של התאמה אלגברית מתאימה - כל זה זר לתלמידים בכיתות ט' או י'.

מעבר לכך, מספר הפונקציות, איתן התלמיד נפגש בכיתות ט' ו - י', בזמן לימוד מושג הפונקציה, הינו מצומצם ביותר: פונקציה קווית, ריבועית, עם קצת מזל פונקצית שורש, במקרים חריגים פונקצית הערך ההופכי ואין פלא כי אחרי "שטיפה" חד גונית כזו התלמיד יכנה בשם פרבולה כל גרף שהוא עקום, וקודקוד של פרבולה כל מקסימום או מינימום של פונקציה.

אין אנחנו מכוונים אצבע מאשימה לאף אחד, כי המשימה, במסגרת קונוונציונאלית נראית לנו בלתי אפשרית:

איך אפשר להתייחס לתכונות של פונקציה פולינומיאלית, או לתפקידם של הפרמטרים אם שרטוט פרבולה פשוטה "גוזל" זמן רב?

כיצד אפשר לדרוש מתלמידים שיתפסו את המימד הדינמי של מושג הפונקציה, אם חישוב תמונה אחת "גוזל" מהם זמן ומאמץ רב, כדי לקבל, במקרה הטוב, את התשובה הנכונה?

אם כן, "הסביבה הלימודית" הקונוונציונלית אינה מתאימה ללימוד אנטגרטיבי של מושג הפונקציה המאפשרת להתרכז בעיקר, ולא במטלות טכניות. מסקנה זו הניעה אותנו לבנות "סביבה" חדשה המורכבת מתוכנה (T.R.M.), וכן תוכנית לימודים חדשה המסתמכת על תוכנה זו. שם התוכנה T.R.M. מעיד על יעודה העיקרי:

T.R.M. הם ראשי תיבות של Triple Representation Model - מודל לשלוש הצגות. הרוה אומר ההצגה האלגברית, ההצגה הגרפית וההצגה לפי טבלה.

תוכנה זו מאפשרת, בראש ובראשונה, לעבוד בכל אחת משלוש ההצגות האלו לחוד, וכן לעבור להצגה אחרת תוך שמירת התוצאות שנתקבלו עד כה.

מאפיינים חשובים אחרים של T.R.M.:

1. התוכנה בנויה בצורה של עולם זוטא, (Microworld), ז"א התלמיד, בכל פעולותיו, מחליט על הפעלת פקודות מסויימות, והעבודה שלו מסתכמת למעשה באופראציות ובהרכבה ביניהן.

2. פקודות מיוחדות משנות את האופי הקונוונציונאלי של ההצגות:

בהצגה אלגברית: הפקודה Search מאפשרת לבדוק תכונות אלגבריות במספר גדול (אבל סופי) של נקודות בתחום. כמו למשל, לבדוק אם תנאי אלגברי מתקיים בין שני מספרים, בצעדים קטנים (של 1, 0.1, 0.01...):

למשל:

$f(x) = a$ או $f(x) = f(a)$ או $f(x) > f(x + 0.0001)$.

התרשים הבא מציג איך פקודת Search מחפשת את נקודת האפס של הפונקציה:

$f(x) = 2x^2 - x - 15$ בתחום $-5 \le x \le 5$, ובצעדים של 0.5.

```
FROM   -5        TO  5        STEP   0.5          | f(X)= 2*X²-X-15
                                                  |   תחום כל המספרים
                                                  |   Search
       IF f(X)   = 0
                 X =    -2.5
                 X =     3.0

 X=     4.0 TEST=    13.0 GOAL=     0.0
```

למעשה הפקודה Search הופכת את ההצגה האלגברית לדינאמית.

בהצגה הגרפית: הפקודה Draw מאפשרת לשרטט גרפים של פונקציות מגוונות (ערך שלם, ערך מוחלט, פולינומים, פונקציות רציונאליות, פונקצית חזקה וכד') בגבולות כלשהם (של x ושל y), ובזה מאפשרת הגדלה, מתיחה, כיווץ או הקטנה של גרף לפי הצורך.

הפקודה Draw הופכת את הגרף מציור סטטי להצגה עשירה הניתנת לאינטרפרטציות. פקודה זו מאפשרת לשרטט גרפים מסוג $f(ax + b)$, $f(g(x))$ או $g(f(x))$ כאשר f היא פונקציה מוגדרת באופן אלגברי ו g פונקציה אחרת כלשהי. בצורה כזו, הגרף הופך להיות יצור גיאומטרי.

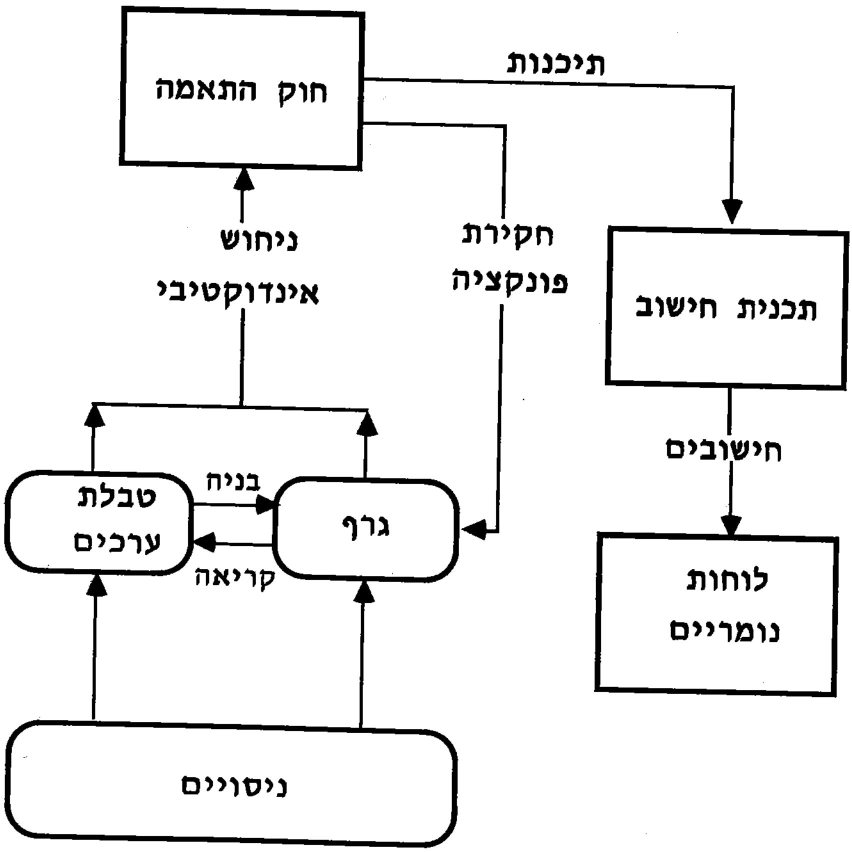
בהצגה לפי טבלה: הפקודה Find Image מאפשרת למצוא תמונות של מקורות לפי פונקציה שהוגדרה באופן אלגברי או לפי פונקציה שהוגדרה ע"י בחירה של קוד. בצורה כזו, הטבלה מקבלת אופי "מעבדתי" ומאפשרת לתלמיד לאמוד ולנחש חוק או תכונה וכן לאמת אותם ע"י נסיונות נוספים. אין ספק כי בצורה כזו, תפקיד הטבלה הופך להיות יותר משמעותי.

פקודות רבות נוספות מאפשרות להשתחרר ממטלות טכניות המפריעות להבנת מושג הפונקציה, כמו:

* שרטוט מערכת צירים לפי גבולות רצויים (בעזרת הפקודה Scaling)
* קריאת נקודות בגרף (בעזרת סמן).
* שרטוט קו ישר או קטע ישר (פקודות Line ו- Segment)
* סידור של טבלה לפי סדר עולה.
* חישוב בטבלה של מנת ההפרשים בין נקודות.
* חישוב תמונות של פונקציה הנתונה בצורתה האלגברית.

לסיכום, התוכנה .T.R.M מאפשרת ללמד את מושג הפונקציה בצורה בה התלמיד מבין יותר את הקשרים בין ההצגות.

ניתן לראות זאת בטבלה 2 שלהלן:



בצורה כזו, האופי המסורתי של ההצגות מקבל לבוש אחר, עשיר יותר, בו המגרעות של ההצגות השונות מצטמצמות למינימום. (ראה טבלה 1 "משופרת").

<u>טבלה 1 "משופרת" (ע"י .T.R.M.)</u>

	חסרונות	יתרונות
גרף	הצגה חלקית. בעית דיוק בשרטוט ובקריאה. ~~לרוב, קני מידה קבועים. בנית גרף: מטלה טכנית~~	קריאה נוחה. תכונות רבות קלות לגילוי. $\boxed{\text{הגדלה, הקטנה, מתיחה}}$
טבלת ערכים	הצגה חלקית מאד מלבד ~~פונקציות סופיות. לרוב, קבועה מראש.~~	נוחה לשימוש. $\boxed{\text{ארגון נתונים נוח.}}$
תכנית חישוב	נותנת תמונות בודדות. בעית דיוק.	חישוב מיידי של תמונות.
הצגה מילולית.	חישוב כל תמונה דורש תרגום.	המובן של הקשר "מקור - תמונה" ברור.
לוחות נומריים	תכונות גלובאליות קשות לגילוי.	יותר נוח מחישובים מספר גדול של תוצאות כתובות.
חוק התאמה.	~~תכונות רבות קשות לגילוי. חישובים אלגבריים קשים.~~	~~בצורה תאורטית כל~~ האינפורמציה כלולה בה

מעבר

2. תכנית הלימודים

התוכנה .T.R.M הינה פתוחה באופיה והיא יכולה לשמש ככלי ללימוד נושאים הקשורים למושג הפונקציה בכיתות וברמות שונות.

הנסיון הראשון לשלב את התוכנה .T.R.M בתוכנית הלימודית נעשה בפרק "מבוא לפונקציות" בכיתות ט', ברמה א'. מבין 25 השעות שהוקצו לפרק זה, מחציתן ניתנו ליד המחשב, כשכל תלמיד עובד עם דפי עבודה.

בטבלה 3, מפורטת תכנית הפרק. כל הנושאים החדשים שתוכנה .T.R.M אפשרה הכנסתם, מודגשים בקו תחתון.

טבלה 3: "מבוא לפונקציות עם .T.R.M"

.1	לימוד אינטואיטיבי של מושג הפונקציה; מושגים בסיסיים. מקור, תמונה ... הצגה לפי טבלה ומילולית; איסוף נתונים; "ניחושים ואימותם".
.2	הצגה גרפית; אינטרפרטציה וקריאה. בניית גרף לפי אוסף נתונים; בעיית דיוק בהצגה גרפית.
.3	הצגה אלגברית; פונקציות סופיות; שיטות למציאת חוקיות מתוך אוסף נתונים.
.4	מעבר בין הצגות; תכונות של פונקציות; פונקצית ערך מוחלט, ערך שלם, שורש, 1/x, פולינומים ...
.5	פתרון בעיות המשלבות הצגות שונות: פתרון משוואות ומערכת משוואות. טרנספורמציות (הזזה, סיבוב ...)

יש להעיר מספר הערות על התכנית המוצגת לעיל:

באופן כללי, התוכנה .T.R.M מאפשרת לעבוד על מספר רב יותר של נושאים, ובצורה יותר עמוקה. בעיקר, האנטואיציה של התלמיד מתפתחת "בסביבה" זו, ובסוף הפרק, הוא מבין, למשל, איך מתנהגת פונקצית חזקה או מהו המובן

של פונקציה עולה או יורדת וזאת מבלי "להתפטם" בסדרה מייגעת של תרגילים. האינטראקציה המהירה בין גרף, טבלה ואלגברה הופכת את הלמידה למשמעותית.

בהצגה אלגברית, המחשב מאפשר טיפול מועיל בפונקציות בתחום סופי, והעובדה הזו מאפשרת לפתור ולהוכיח תכונות באופן אלגברי מבלי להצטרך לכלים מתקדמים כמו חשבון דיפרנציאלי. נראה לנו שנקודה זו מאפשרת לילד לעבור בהדרגתיות לבעיות בתחום אינסופי, הדורשות שילוב בין שיטה אלגברית וגרפית.

כמו כן, האפשרות לקבל בקלות שרטוטים של טרנספורמציות של פונקציות מסוג $f(x + a)$, $f(x) + a$, ..., מכינה את התלמיד לראות את הגרף כשלמות הניתנת לשינוי, עובדה כה חשובה בלימודי ההמשך של התלמיד במתמטיקה ובמדע.

בהמשך, מוצגות מספר פעילויות שחלקן נלקחו מדפי העבודה שכבר קיימים, וחלקן מדגימות נושאים מגוונים שלא שולבו עדיין בתוכנית עם .T.R.M, אבל יכולים בהחלט להוות פעילות חד-פעמית מועילה.

3. דוגמאות לפעילויות

בדוגמאות המוצעות, ניסינו להביא בפני הקורא משהו מדרך הפעלת התוכנה. לכן רשמנו בצד הפתרון את הפקודות שיש להפעיל, למרות שלא הגדרנו אותן במפורש.

פעילות 1: פונקציות דיסקרטיות (סופיות)

3. מהו תחום העליה של הפונקציה f,

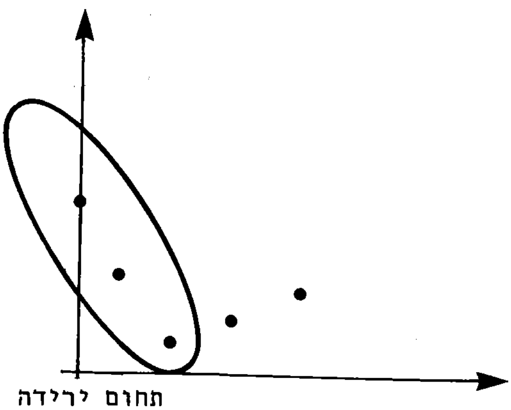
$$f:\{-100 \le x \le 100 \quad \text{שלם, } x\} \longrightarrow \{\text{ממשיים}\}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 4}{x^2 + 1}$$

מהו תחום הירידה של פונקציה זו?

<u>פתרון:</u> קיימות שתי דרכים לפתרון, האחת אלגברית והאחרת גרפית.

דרך אלגברית:	פקודה	הצגה
אחרי שהגדרנו את הפונקציה, יש לכתוב את התנאי האלגברי המבטא עליה בין שתי נקודות שלמות.	Define	A (אלגברה)
שתי נקודות שלמות עוקבות הן מסוג: $x \quad , \quad x+1$		
והתמונות שלהן הן: $f(x) \; , \; f(x+1)$		
לכן, התנאי האלגברי הוא: $f(x) > f(x+1)$	Search	A
ע"י הפעלת פקודת Search מקבלים את התוצאה: $x = 0$ $x = 1$		
התבוננות בתרשים שלהלן, מראה כי יש להוסיף את "הקצה" $x = 2$.		
תחום הירידה הוא: $\{0 \leq x \leq 2\}$		



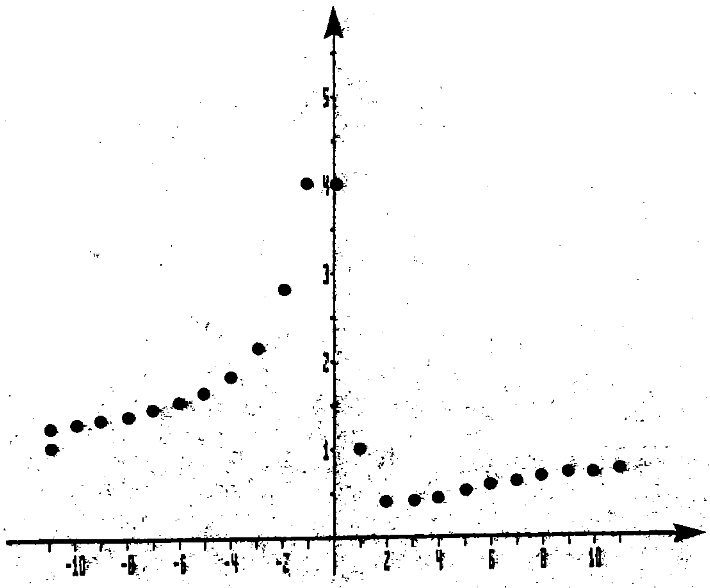
דרך גרפית

	פקודה	הצגה
יש להגדיר את הפונקציה בצורתה האלגברית.	Define	A
כדי לשרטט את גרף הפונקציה, נוח, קודם כל, לבנות טבלת ערכים:	Find Im	T

x	-15	-10	-5	0	5
y	1.21	1.33	1.69	4.00	0.54

x	10	15	20	25	
y	0.73	0.81	0.86	0.88	

	פקודה	הצגה
לפי הטבלה הזו, אפשר לשרטט את גרף הפונקציה בתחום $\{-10 \le x \le 10\}$ ו $\{0 \le y \le 5\}$	Draw	G



מקריאה בגרף מקבלים את התשובה:

$\{0 \le x \le 2\}$

פעילות 2: בעיות דיוק

1. נתונה הפונקציה f, $f:\{x \mid -5 \le x \le 5\} \rightarrow R$

$$f(x) = x^3 - 3x + 1$$

מצא את הפתרונות של המשוואה $f(x) = 0$ בדיוק של 10^{-5}.

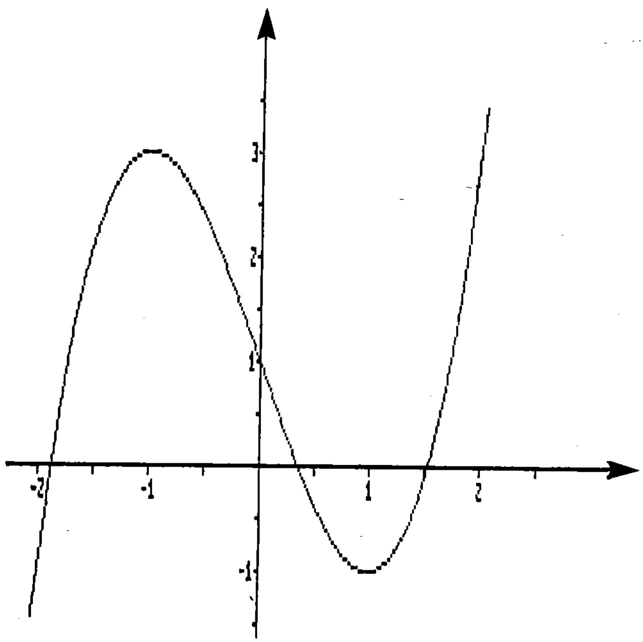
פתרון

הצגה	פקודה
A	Define
T	Find Im
G	Read T
G	Draw

יש להגדיר את הפונקציה f כדי לאתר את הפתרונות, לכן מוטב לחשב מספר תמונות:

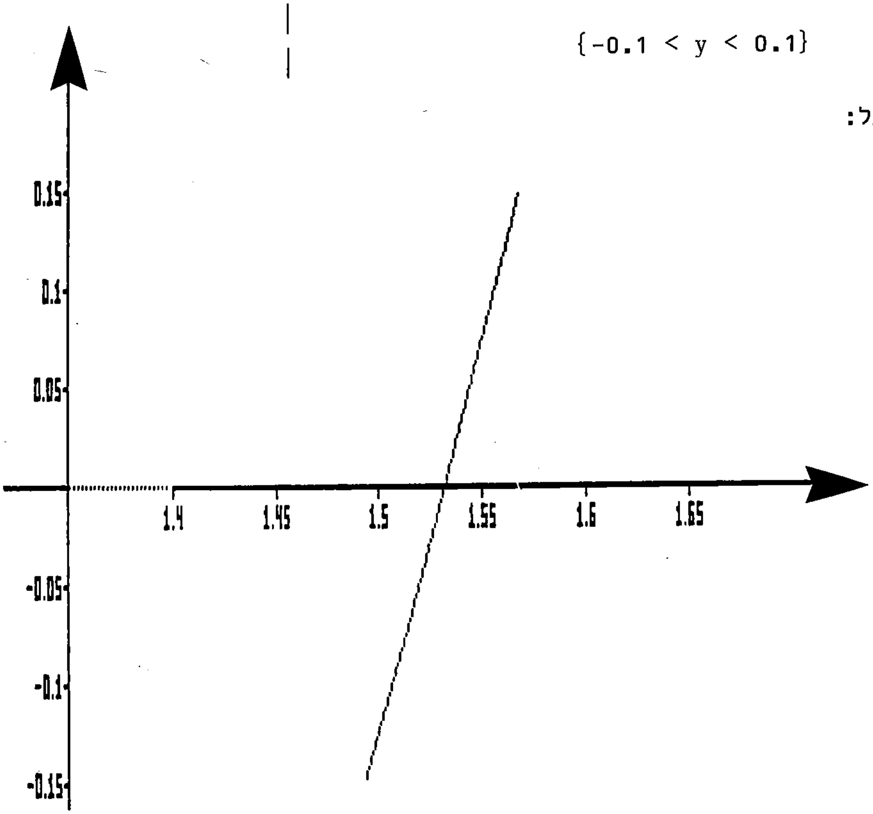
x	-3	-2	-1	0	1
y	-17.00	-1.00	3.00	1.00	-1.00

ולפי התוצאות לשרטט את גרף הפונקציה.



	פקודה	הצגה
לפי גרף הפונקציה קיימים שלושה פתרונות x_1, x_2, x_3 והם:	Plot	G
$x_1 \simeq -1.9 \quad x_2 \simeq 0.3 \quad x_3 \simeq 1.5$		
כדי לקבל את התוצאה בדיוק של 10^{-5}, יש למקם בצורה יותר צפופה את התחומים בהם נמצאים שלושת הפתרונות.		
אפשר לעשות את זה בעזרת הפקודה Compute ולהתקרב לפתרון בשיטת ניסוי ותהיה.	Compute	A
אפשר גם לשרטט את גרף הפונקציה f בתחומים יותר מצומצמים.		
אם נתרכז רק סביב x_3, נשרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום:	Draw	G
$\{1.4 < x < 1.6\}$		
$\{-0.1 < y < 0.1\}$		

נקבל:



הצגה	פקודה	
G	Plot	מקריאת הגרף נקבל $x_3 \simeq 1.532$
A	Search	אזי אפשר להשתמש בפקודה Search, אבל בזהירות:

אם כותבים

```
FROM x = 1.531   TO   1.533   STEP   0.00001
            IF  F(x) = 0
            PRINT x
```

המחשב לא ימצא אף מספר המקיים את התנאי!

הצגה	פקודה	
A	Search	לפי הגרף הנ"ל, יהיה יותר טוב לכתוב

```
FROM 1.531 [redacted] TO 1.533 [redacted] STEP 0.00001

IF f(X) > 0
```

X = 1.53209
X = 1.53210
X = 1.53211

TEST = 0.00009   GOAL = 0.000000

לכן $x_3 = 1.53209$ בדיוק של 10^{-5}

בצורה דומה נקבל:

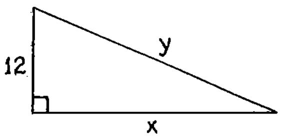
$x_1 = 1.87938$ $x_2 = 0.34730$

פעילות 3: חקירה מתמטית

מצא את אורכי צלעותיו של משולש ישר זוית שבו אחד מהניצבים הוא 12 יחידות, ואורכי הצלעות האחרות מספרים טבעיים.

פתרון:

הפעילות הזו הינה פתוחה במתכוון.
אפשר "לסגור" אותה ע"י נתינת רמזים מסויימים.
הפעילות הוצעה בדיוק אחרי פגישה על הפונקציה "הערך השלם" (מסומנת INT).



נסמן את אורכי הצלעות האחרות ב x ו y

מתקיים $12^2 + x^2 = y^2$

או $y = \sqrt{x^2 + 144}$

אחרי שהגדרנו את y כפונקציה של x, אפשר לחפש בעזרת הפקודה Search מתי y הוא מספר שלם, ז"א מתי $y = INT(y)$.

הצגה	פקודה
A	Define
A	Search

```
FROM 1        TO  100        STEP  1

IF f(X)   = I(f(X))

f(5)=13.00000
f(9)=15.00000
f(16)=20.00000

X= 16 TEST=    20.0 GOAL=    20.0

next        - back      Esc - quit
```

הצגה   פקודה

התוצאות המתקבלות הן:

$x = 5$	$y = 13$
$x = 9$	$y = 15$
$x = 16$	$y = 20$
$x = 35$	$y = 37$

האם יש עוד פתרונות?

A   Compute

לפי החישובים המתקבלים ב Compute, נראה שאין יותר:

```
f(X)= √(X²+144)

    0 ≤ X
       לסיום הקש RETURN
   Compute

f(200)=200.35968
f(300)=300.23990
f(400)=400.17996
f(500)=500.14398
f(600)=600.11999
f(1000)=1000.07200
```

יש לשער כי אם "x מספיק גדול", x מקיים את האי-שוויון הכפול:

$$x < \sqrt{x^2 + 144} < x + 1$$

אם ההשערה הזו נכונה, אזי הערך של f(x) לא יוכל להיות מספר שלם, כי הוא נמצא בין שני מספרים טבעיים עוקבים.

נוכיח את השערתנו:

$$x < \sqrt{x^2 + 144} < x + 1$$

אי-השיויון $x < \sqrt{x^2 + 144}$ שקול ל $x^2 < x^2 + 144$

שמתקיים תמיד.

נפתור את : $\sqrt{x^2 + 144} < x + 1$

נקבל : $x^2 + 144 < (x + 1)^2$

או : $x^2 + 144 < x^2 + 2x + 1$

או $143 < 2x$

$$\Downarrow$$

$$x > 71\frac{1}{2}$$

המסקנה היא שאם x גדול מ 71, בטוח כי אין פתרון.

לכן הפתרונות שקבלנו ע"י חיפוש עד 100 הם היחידים.

<u>פעילות 4: פתרון מערכת משוואות</u>

פתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} y^2 + y + x - 1 = 0 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

<u>פתרון:</u>

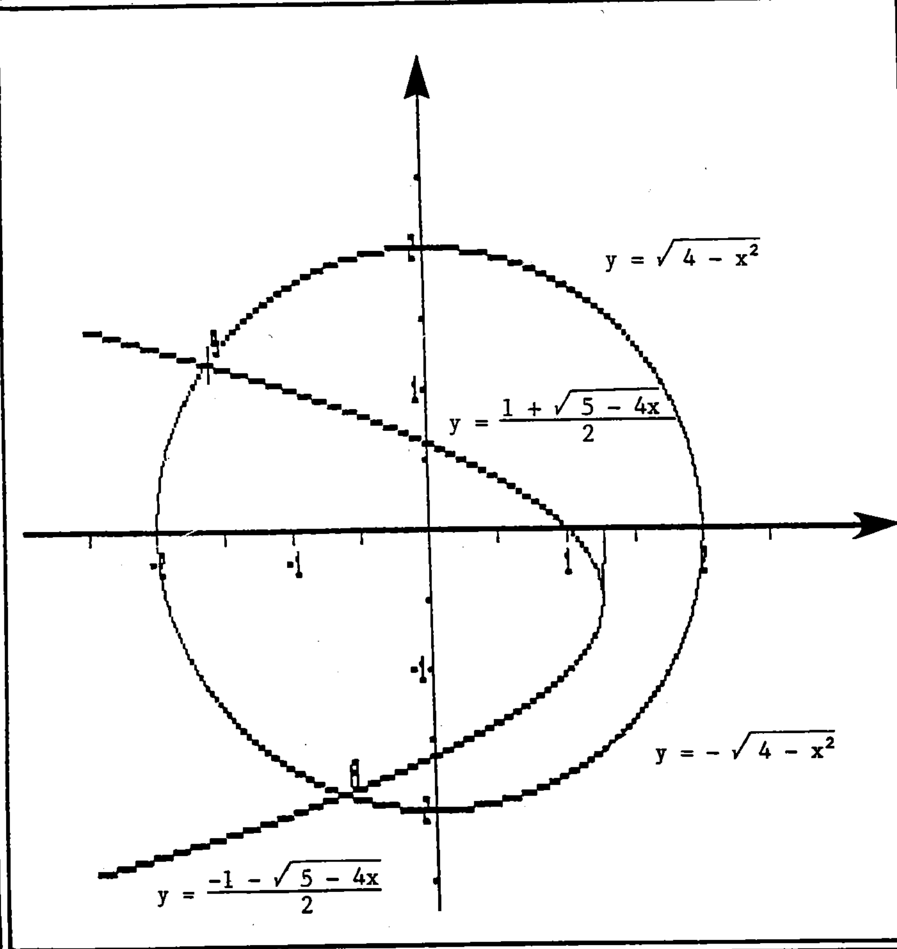
הפתרון הגרפי הוא הטוב ביותר: פתרון אלגברי מכיל פתירת משוואה ממעלה רביעית!

אבל כדי להגיע לפתרון הגרפי, המערכת צריכה לקבל טיפול אלגברי מסויים:

$$x^2 + y^2 = 4$$

לכן: $\{-2 \le x \le 2\}$ ו $\{-2 \le y \le 2\}$

הצגה	פקודה	
		יש למצוא את הפתרונות בתחום הנ"ל:
		אפשר לראות את המשוואה הראשונה של המערכת כמשוואה ריבועית ב y עם פרמטר x:
		$$y^2 + y + x - 1 = 0$$
		ולכן: $$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(x - 1)}}{2}$$
		או $$y = \frac{-1 \pm \sqrt{5 - 4x}}{2} \qquad (1)$$
		(1) מבטא את חוק ההתאמה של <u>שתי פונקציות</u>.
		מתוך המשוואה השניה: $x^2 + y^2 = 4$
		נקבל: $y = \pm\sqrt{4 - x^2}$ (2)
G	Draw	(2) מציג גם כן את חוק ההתאמה של שתי פונקציות אם "משרטטים" את ארבעת הגרפים של הפונקציות הנ"ל בגבולות
G	Plotter	$\{-2 \le y \le 2\}$, $\{-2 \le x \le 2\}$
		מקבלים שני פתרונות:
		$x_2 \simeq -1.59$ $x_1 \simeq -0.66$
		$y_2 \simeq 1.19$ $y_1 \simeq -1.88$



פקודות גרפיות

X	Y
-1.59	1.19

A (-0.66 ; -1.88)
B (-1.59 ; 1.19)

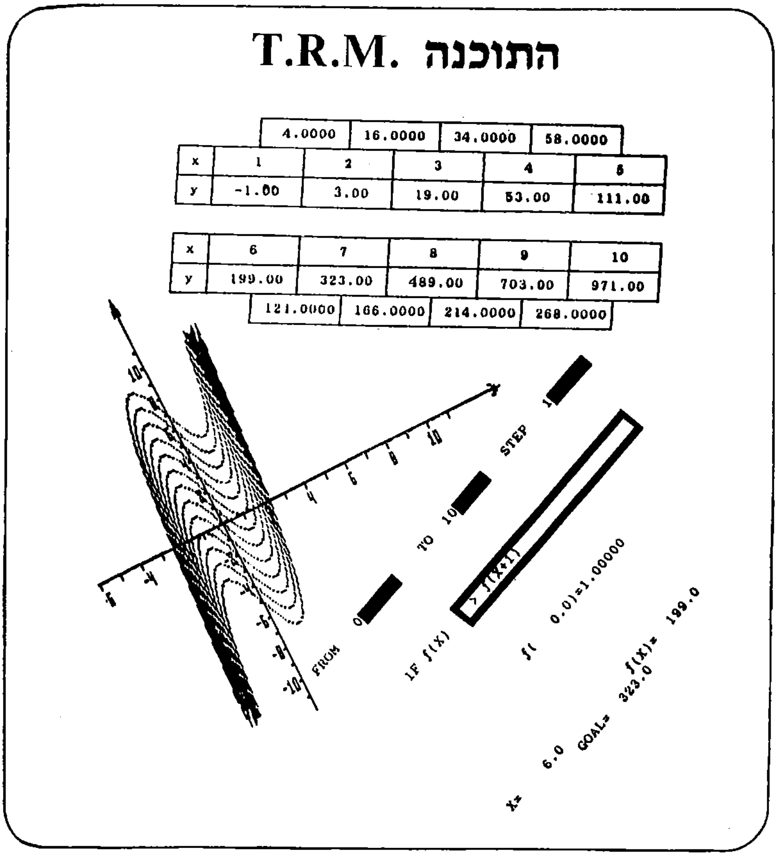
4. סיכום

התכנית החדשנית שפיתחנו נוסתה כבר במספר כיתות בהצלחה. ערובה להצלחה זו טמונה בתפקיד המורה. המורים שלימדו לפי תכנית זו הסתגלו למציאות חדשה, מלהיבה אך תובענית, בה הכיתה הופכת למעבדה מתמטית: התלמיד מנסה, משער, ומוכיח והמורה מייעץ ומנתב את המשימות.

ברם, מעבר לתפקיד המורה, ההצלחה תלויה גם כן בציוד ובתנאים הטכניים שמציע המוסד החינוכי. נראה לנו כי תנאים מינימליים להפעלת התכנית הם:

- מעבדת מחשבים עם עמדה לכל זוג תלמידים.
- כיתה בת 25 תלמידים (מעבר למספר זה, יש צורך בעזרת מורה נוסף בפגישות ליד המחשב).

אין ספק כי הלומדה T.R.M יכולה לשמש "לב ממוחשב" של נושאים אחרים, כמו הפונקציה הלינארית, הפונקציה הריבועית או פרקים בחשבון דיפרנציאלי. אבל התנאי להצלחה, מעבר ללומדה או לדפי עבודה תלוי יותר מתמיד במורה.



דמיון מצולעים - המחשה ויישומים

מאת: דוד רימר
המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

נושא הדמיון (ההומותטיה*) הוא נושא רב-שימושי הפותח בפני התלמידים אופקים רבי-ערך, הן בתיאוריה והן בחיי יום יום. גם בפיסיקה הפרק אופטיקה גיאומטרית גדוש בשימוש בהומותטיה.

החל משנה זו, נושא זה הינו חובה בבחינות הבגרות בכל הרמות, הן בבעיות חישוב והן בבעיות הוכחה.

במאמר זה נתאר מהי הומותטיה, נציג בעיות שונות שלפתרונן נעזרים בהומותטיה ונראה את שימושי ההומותטיה בחיי היום יום.

מהי הומותטיה

נתונה נקודה O, ומספר ממשי $k \neq 0$. אם כל זוג נקודות מתאימות A ו A' מקיימות את התנאים:

א) הישר A'A עובר דרך O.

ב) $\frac{OA}{OA'} = k$

הרי זו טרנספורמציה של המישור על עצמו הנקראת הומותטיה.

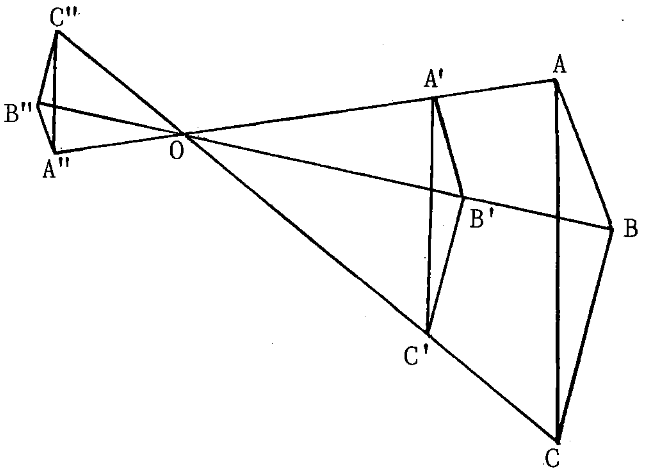
כאשר $k > 0$, הנקודות A ו A' נמצאות על אותה קרן שראשיתה ב O (הומותטיה ישרה).

כאשר $k < 0$, הנקודות A ו A' נמצאות משני צידי O (הומותטיה הפוכה).

O נקראת מרכז ההומותטיה, ו k יחס ההומותטיה.

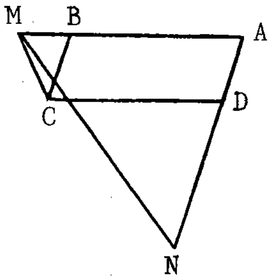
---

* הומותטיה - מלה ממוצא יווני: Homos = דומה, Thesis = מעמד.



איור 1

קל להוכיח כי אם שני מצולעים הומותטיים, הצלעות המתאימות מקבילות זו לזו והזויות המתאימות שוות זו לזו.



איור 2

בעיה: ABCD מקבילית, על הקרניים AB ו AD נקבע נקודות M ו N בהתאמה כך שמתקיים $\frac{BM}{AB} = \frac{AD}{DN}$

האם הנקודות M,C,N נמצאות על ישר אחד?

כדי לפתור את הבעיה נחבר את זוגות הנקודות M ו C, M ו N.

אם מתקיים $\measuredangle BMC = \measuredangle BMN$, הרי הקרניים MC ו MN מתלכדות, ומכאן M,C,N נמצאות על אותו הישר.

כאן החלפנו את השאלה המקורית בשאלה שקולה לה, אבל קלה יותר על שוויון זויות. כדי להוכיח את שוויון הזויות נחפש שני משולשים שהזויות האלה שייכות להם, אם מתקיים שזויות אלה הן זויות מתאימות במשולשים דומים, הרי שהן שוות.

נתבונן במשולשים ΔBMC ו ΔAMN.

קיים: (1) $\measuredangle MBC = \measuredangle MAN$ (זויות מתאימות בין קוים מקבילים)

נתון: $\frac{BM}{AB} = \frac{AD}{DN}$. $AM = AB + BM$, $AN = AD + DN$.

נשתמש בתכונה הבאה של הפרופורציה : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Longrightarrow \frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}$

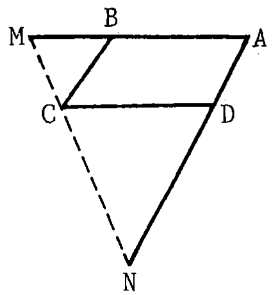
ונקבל: $\frac{BM}{AB}=\frac{AD}{DN} \Longrightarrow \frac{BM}{AB+BM}=\frac{AD}{AD+DN}$

כלומר: $\frac{BM}{AM}=\frac{AD}{AN}$ אך $AD = BC$ (צלעות נגדיות במקבילית)

מכאן: (2) $\frac{BM}{AM}=\frac{BC}{AN}$

מתוך (1) ו (2) מתקבל: $\Delta BMC \sim \Delta AMN$

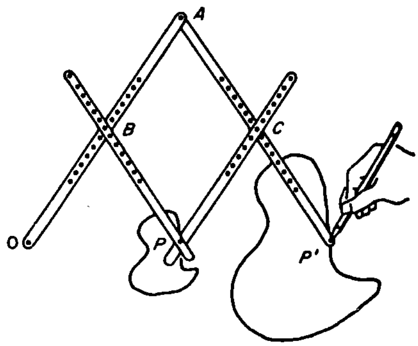
כיוון שהזויות BMC ו AMN הן זויות מתאימות במשולשים דומים לכן הן שוות מכאן שהישרים MC ו MN מתלכדים, כלומר שלושת הנקודות N, C, M נמצאות על ישר אחד.



איור 3

<u>הפנטורגרף</u>

צרפתי בשם Gavard (קרי גבר) מהמאה ה 17, יצר כלי פשוט ויעיל בו משתמשים בכל העולם עד היום בפעולות העתקת שרטוט בהגדלה או בהקטנה. הכלי נקרא <u>פנטוגרף</u>. (מילה ממוצא יווני שפרושה: PAN = הכל, Grapho = אני כותב).

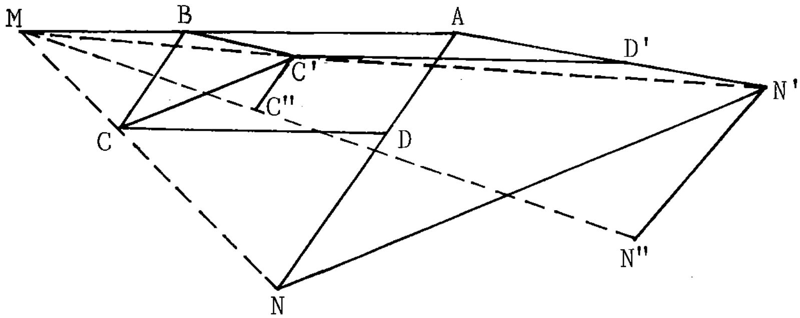


בהקשר לבעיה הקודמת, ארבעת הקטעים AM, AN, CB ו CD הם ארבעה חוטים (עשויים מתכת או פלסטיק או עץ וכד') הקשורים ביניהם בנקודות A, B, C ו D בעזרת ברגים באופן כזה שאם מסובבים את החוט AM סביב M, הדבר יגרום תנועות שרשרת ל AN, BC, ו CD.

בתנועות אלה ABCD מהווה מקבילית גמישה, כלומר זוויותיה משתנות ברציפות, כל זמן שנמשך הסיבוב של AM סביב M.

אם מייצבים את הפנטוגרף בנקודה M, מרכיבים עפרון (או גיר) בנקודה C ומדריכים את הנקודה N שתעקוב לאורך קטע מסויים, נאמר 'NN (ראה איור 4), העפרון שב - C ישרטט באופן אוטומטי קטע 'CC מקביל ל 'NN באותו כיוון וביחס גודל $\frac{CC'}{NN'} = \frac{MB}{MA} (= \frac{MC}{MN})$ ז.א. מוקטן.

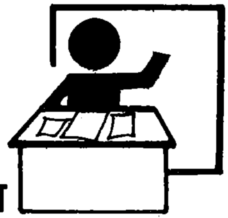
אם הפנטוגרף מיוצב ב M אבל העפרון נמצא ב N ו C עוקב לאורך הקטע 'CC, הרי N תשרטט קטע 'NN מקביל ל 'CC ביחס $\frac{NN'}{CC'} = \frac{MA}{MB}$ ז.א. מוגדל.



איור 4

בדרך כלל, אם N עוקבת לאורך מצולע כלשהוא, הרי C תשרטט מצולע הומותטי למצולע המקורי (ולהיפך). כיוון שהצלעות מקבילות בהתאמה ולכן הזוויות שוות בהתאמה.

באיור 4 אנו רואים כי הזוויות ההומותטיות הן $\sphericalangle CC'C''$ ו $\sphericalangle NN'N''$.



דף לתלמיד

חוק הפילוג המורחב

חבר כל תבנית מספר מהטור השמאלי עם תבנית מספר תואמת לה בטור הימני.
רשום את האות המופיעה על הישר במשבצת בה רשום מספר התרגיל(ראה דוגמא).

1) $(x + 2)(y + 3)$		$xy - 2y + 3x - 6$ (1
	א	
2) $(x - 3)(y - 2)$	ר	$xy - y - 6x + 6$ (2
3) $(x + 1)(y - 6)$	ד ש	$xy + 2y + 3x + 6$ (3
4) $(x + 3)(y + 2)$		$xy - 2y - 3x + 6$ (4
5) $(x - 2)(y + 3)$	ו ע	$xy - y + 6x - 6$ (5
6) $(x - 1)(y - 6)$	א	$xy + 2y - 3x - 6$ (6
7) $(x - 1)(y + 6)$		$xy + y - 6x - 6$ (7
8) $(x - 3)(y + 2)$	ו	$xy + 3y + 2x + 6$ (8
9) $(x + 2)(y - 3)$	ה	$xy - 3y - 2x + 6$ (9
10) $(x + 3)(y - 2)$	ל	$xy - 3y + 2x - 6$ (10
11) $(x - 2)(y - 3)$	פ	$xy + 3y - 2x - 6$ (11

ה ע ר ו ת:

דף זה ניתן לשימוש לתרגול בנושא: "חוק הפילוג המורחב" תוך כדי הלימוד בכיתה ח', או לשימוש חוזר בכיתה ט' כאשר נפגשים בפישוט מסוג זה בנושא הפונקציות.

אפשר לשלב את הדף כעבודה עצמית במהלך השיעור או כשיעורי בית.

הדף כולל בדיקה עצמית בתוכו. כלומר, התלמיד הפותר נכונה את הדף יקבל כ"פרס" השלמת "משפט".

במקרה זה נבחר המשפט - "ארץ ישראל יפה".

ניתן לשנות את המלים בהתאם לעונה, לחג המתקרב, ניתן גם לשלב מילות עידוד כמו "יפה פתרת".

חשיבות הבדיקה העצמית היא יכולתו של התלמיד לזהות בעצמו אם שגה או לא, ולנסות לתקן ללא צורך במעורבות של מורה.

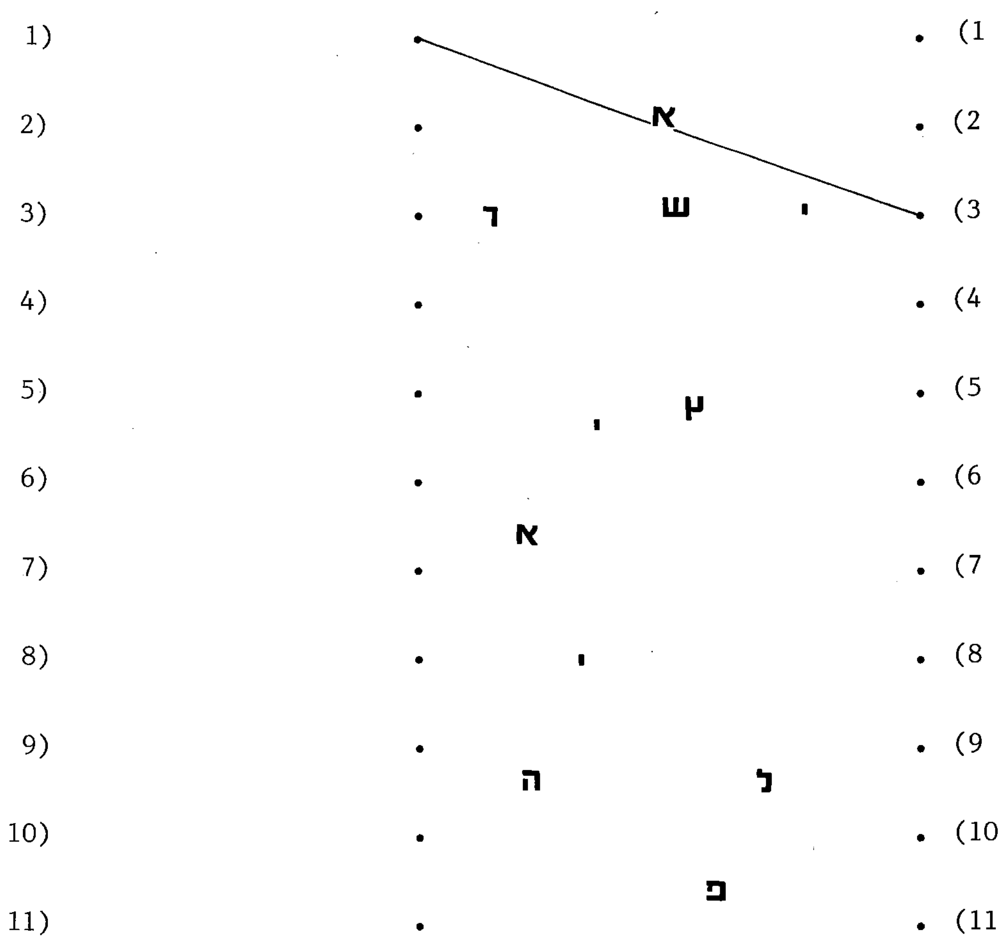
כמו כן, המורה העובר בין השולחנות יכול "לצלם" טעות של תלמיד או לחילופין הצלחתו של התלמיד.

גם אם הדף ניתן כשיעורי בית, חשיבות הבדיקה העצמית עומדת בעינה, ובעזרתה ניתן לחסוך את זמן הבדיקה.

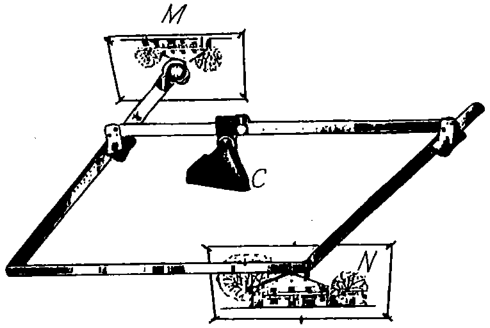
ניתן לחבר דפים עם בדיקה עצמית מסוגים שונים, ולנושאים שונים.

לדוגמא: בטור השמאלי יימצאו תרגילים במספרי הזזה ובטור הימני תוצאותיהם.

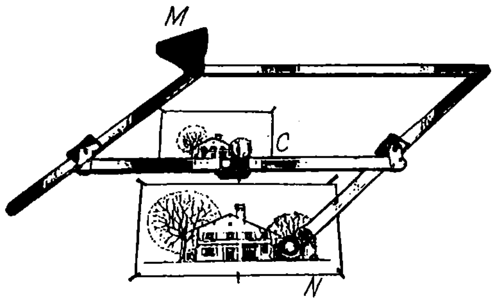
דוגמאות נוספות תמצא בחומר לרמה ג' ובחוליות. לנוחיותך מצורף דף פעילות ללא תרגילים, תוכל להתאים תרגילים ופתרונות מהנושא בו תבחר, על-ידי כתיבת התרגיל במקום תבנית מספר וכתיבת הפתרון במקום התבנית התואמת לה. העזר בדף המוכן לשם כך.



אם הפנטוגרף מיוצב בנקודה C, ז.א. בין M ו N, ובאחת מהנקודות M או N מורכב העפרון והנקודה האחרת עוקבת לאורך שרטוט מסוים, מתקבל שרטוט הומותטי לשרטוט המקורי אבל הפוך.

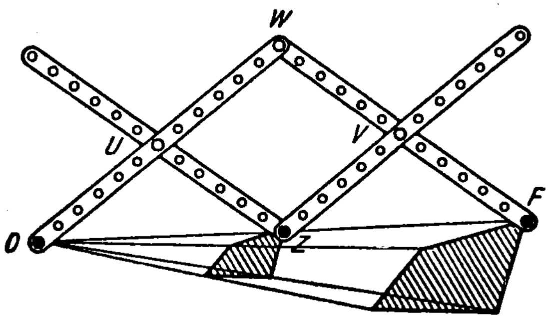


איור 5 (C מרכז ההומותטיה)

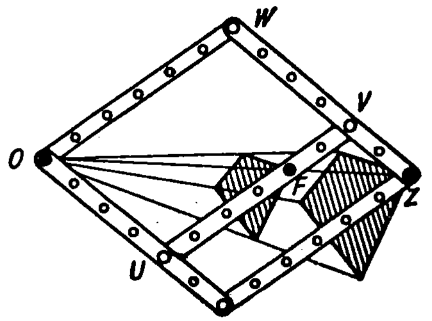


איור 6 (M מרכז ההומותטיה)

הערה: צורתו החיצונית של הפנטוגרף יכולה להיות שונה במקצת.
באיורים 7 ו 8 מרכז ההומותטיה היא הנקודה O, והברגים לסיבוב (לגמישות) נמצאים בנקודות U,V,W,Z. הנקודה F היא הנקודה העוקבת אחרי השרטוט המקורי והנקודה Z היא הנקודה המשרטטת.



איור 7



איור 8

כאשר Z בין O ו F, מעתיקים בהקטנה, וכאשר F בין O ו Z מעתיקים בהגדלה (נמק!).

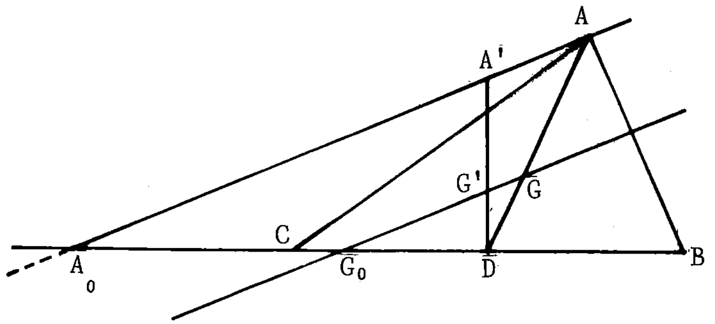
את מיקום הברגים U ו V ניתן לשנות, ולצורך זה נקבעו החורים לאורך המוטות. מה שחשוב הוא שהנקודות O,Z,F תהיינה על ישר אחד.

ההומותטיה בפתרון בעיות

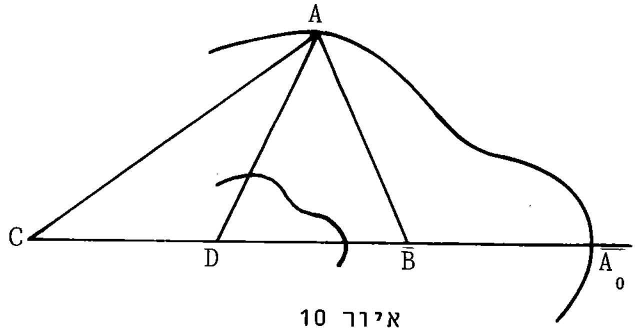
מספר רב של בעיות בנושא מקומות גיאומטריים וכן בעיות בניה ניתנות לפתרון בעזרת ההומותטיה. את השרטוטים יוצרים בעזרת הפנטוגרף.

<u>בעיה 1</u>: במשולש נתון ABC הנקודות B ו C קבועות, והקודקוד A נע ברציפות לאורך קטע נתון. (או לאורך עקומה כלשהיא).

מהו המקום הגיאומטרי של נקודות הפגישה של תיכוני המשולשים האלה?



איור 9



איור 10

<u>פתרון</u>: תהיינה A ו A' שתי עמדות של הקודקוד הנע. AD ו A'D הם התיכונים המתאימים לצלע הקבועה BC.

בלי לשרטט את יתר התיכונים, כדי למצוא את נקודת הפגישה שלהם, נקבע על AD ו A'D את הנקודות G ו G', כך שמתקיים:

$\frac{DG}{DA} = \frac{DG'}{DA'} = \frac{1}{3}$ (שים לב, נקודת פגישת התיכונים היא מרכז הכובד של המשולש, ומחלקת כל אחד מהתיכונים ביחס קבוע).

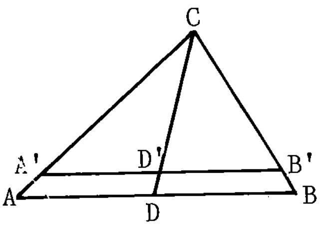
לכן מדברים כאן בהומותטיה שמרכזה D, ויחסה $\frac{1}{3}$, לכן המקום הגיאומטרי המבוקש הוא צורה הומותטית לצורה המקורית: קטע (באיור 9), או עקומה (באיור 10), מוקטנים ביחס 1:3, ומקבילים לצורה המקורית. בעזרת הפנטוגרף יכולים לשרטט את המקום הגיאומטרי במיוחד כשמדובר בעקומה כלשהיא.

יש לשים לב למקרה המיוחד כאשר הקטע (או העקומה) המקורי חותך את הישר BC בנקודה A_o, אז המשולש ABC מתנוון לקטע A_oB (A_oC) ושלושת התיכוניים הינם קטעים המתלכדים בחלקם ו"נדמה" כי אין נקודת מפגש. אבל אם לוקחים בחשבון שהנקודה G_o מחלקת את הקטע DA_o ביחס 1:3, הרי שהמקום הגיאומטרי הוא כל הקטע (העקומה) ההומותטי לקטע (העקומה) המקורי בלי חורים.

<u>בעיה 2</u>: בנה משולש ABC על פי הנתונים $\sphericalangle C = 80^o$, $\frac{CB}{CA} = \frac{4}{5}$ והתיכון CD = 4 ס"מ.

<u>פתרון</u>: נבנה זוית C כנדרש, ועל שוקיה נקצה שני קטעים פרופורציוניים ל 4 ו 5.

כלומר $CB' = 4$ ס"מ $CA' = 5$ ס"מ ונחבר 'B עם 'A



איור 11

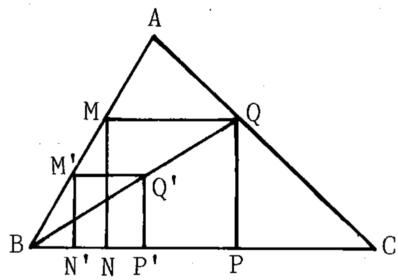
המשולש A'B'C דומה למשולש הדרוש ABC (נמק!) אבל אינו חופף לו כיוון שאורך התיכון 'CD אינו בהכרח 4 ס"מ.

לכן נקצה על הקרן 'CD קטע CD = 4 ס"מ ודרך הנקודה D נעביר מקביל ל 'A'B. מקביל זה יחתוך את שוקי הזוית C בנקודות A ו B בהתאמה. לכן המשולש ABC הוא המשולש הדרוש.

(ברור שהמשולשים CBA ו 'CB'A הומותטיים כאשר C מרכז ההומותטיה כם היחס $\frac{CD'}{CD}$.

<u>בעיה 3</u>: דרוש לחסום ריבוע בתוך משולש נתון ABC.

<u>פתרון</u>: שניים מקודקודי הריבוע יימצאו על צלע אחת של המשולש.
לכן נקבע נקודה 'M על הצלע AB של המשולש, ונעביר את 'M'N המאונך ל BC.
נבנה את הריבוע 'M'N'P'Q.



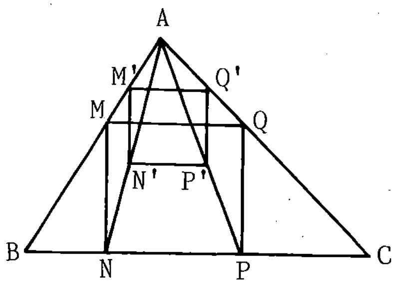
איור 12

ריבוע זה ממלא רק חלק מהתנאים הנדרשים: שלושה מקודקודיו על צלעות המשולש, אבל הקודקוד 'Q בתוך המשולש ואינו על הצלע AC.

נבנה, אם כן, ריבוע MNPQ הומותטי ל 'M'N'P'Q ע"י כך שנעביר את הישר 'BQ. ישר זה יחתוך את הצלע AC בנקודה Q, ומכאן נבנה את הריבוע MNPQ שהוא הומותטי לריבוע 'M'N'P'Q. כאן מרכז ההומותטיה הוא ב B, ויחס ההומותטיה $\frac{BQ'}{BQ}$.

<u>דרך נוספת לפתרון</u>:

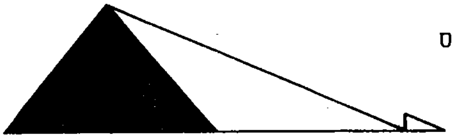
נשרטט את הריבוע 'M'N'P'Q ששניים מקודקודיו 'M ו 'Q נמצאות על הצלעות AB ו AC בהתאמה, ונבנה את הריבוע MNPQ שהוא הומותטי ל 'M'N'P'Q כאשר מרכז ההומותטיה הוא ב A עם יחס ההומותטיה $\frac{AN'}{AN}$.



איור 13

הדמיון וקו האורך

קרני האור המפוזרות מכל מנורה מהוות "חרוט" שקודקדו בפנים המנורה. הדבר שונה כאשר מדובר בקרני השמש. קרניים אלה מהוות גליל מלא שאחד מבסיסיו הוא חתך לרוחב (מדומה) בכדור השמש. כדור הארץ נמצא בתוך הגליל הזה. זאת כיוון שקוטר השמש גדול פי 108.7 מקוטר כדור הארץ, והמרחק בין השמש והארץ הוא 149.5 מיליון ק"מ, לכן נובל להניח כי קרני השמש מקבילות זו לזו. בהנחה זו משתמשים כדי למדוד בעקיפין גובהו של אדם כלשהוא על-פי גודל הצל שהוא מטיל.



איור 14

לפני כ 2500 שנה, המתימטיקאי היוני תלס מדד את גובהה של הפירמידה של פרעה קאופס באופן הבא: הוא תקע באדמה מוט המאונך לקרקע והשתמש בעובדה כי היחס בין גובה הפירמידה ואורך צילה שווה ליחס בין גובה המוט ואורך צילו. ז.א. השתמש בדמיון שני משולשים ישרי זוית(הדמיון נובע מהעובדה כי הזויות החדות בין קרני השמש והצל, בשני המשולשים, שוות זו לזו).

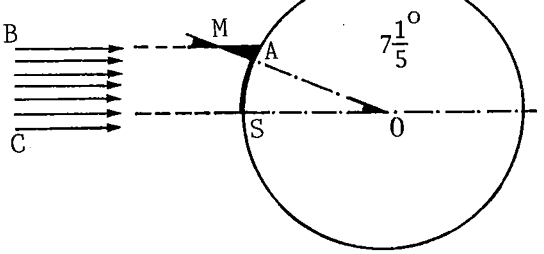
שלוש מאות שנה אח"כ, המתימטיקאי היווני אֶרָטוֹסְתֶנֶס השתמש בצל כדי למדוד את קו האורך של כדור הארץ (MERIDIAN), וקיבל את התוצאה 46.000 ק"מ בערך. בסוף המאה ה 18, אנשי מדע צרפתיים מדדו, בשיטות יותר מודרניות, את קו האורך וקבלו 40.000 ק"מ. מכאן שטעותו של ארטוסטנס היתה בערך של 15%. כלומר התוצאה "יפה".

כיצד ביצע ארטוסטנס את ה"מדידה"?

ארטוסטנס גר במצרים בעיר אֲלֶכְּסַנדְרִיָה (על חוף הים התיכון). הוא ידע כי בעיר סְוֶנֶה (כיום אַסוּאַן המרוחקת כ 900 ק"מ מאלכסנדריה).בתקופה החמה השמש נמצאת בדיוק מעל המקום, ולכן אין אז צל. אבל באלכסנדריה יש אז צל, לכן הוא מדד את אורך הצל שמטיל מוט אנכי, וקיבל כי הזוית שקרני השמש יוצרות עם צל המוט באלכסנדריה באותו יום היא $(7\frac{1}{5})^{o}$.

מזוית זו הוא חישב את קו האורך באופן הבא:

באיור 15 משורטט קו האורך ועליו הנקודות A ו S המייצגות את הערים אלכסנדריה וסונה.



איור 15

AM מסמן את המוט המאונך לקרקע,
CS ו BM הם קרני השמש ב S ו A.

$. \sphericalangle BMP = \sphericalangle SOA = 7\frac{1}{5}^{o}$

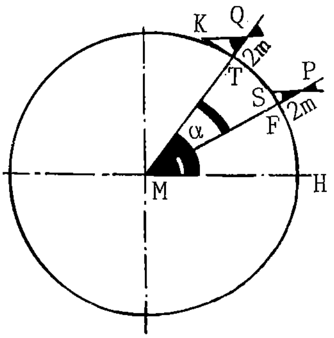
היות והזוית המרכזית O היא בת $7\frac{1}{5}^{o}$ ($=\frac{360^{o}}{50}$) נובע כי גם הקשת SA היא בת $7\frac{1}{5}^{o}$, כלומר $\frac{1}{50}$ מקו האורך. היות והמרחק SA ידוע, נכפול אותו ב 50 ונקבל את קו האורך.

נציין כי גם כיום, אנשי מדע מדדו גובהם של הרים על הירח בהתייחס לצל שֶהרים אלה מטילים.

<u>הצעה לפעילות מעניינת בכיתה</u> לשיחזור ניסויו של ארטוסטנס.

נבחר שני מקומות, מרוחקים ככל האפשר, על אותו קו אורך.

נסמן אותם ב F ו T.
המעגל מסמן את קו האורך.
נתקע בו זמנית שני מוטות שורים אנכיים לקרקע ב F וב T.
ז"א הישרים ה"מדומים" העוברים לאורכם נפגשים במרכז M של כדור הארץ.



איור 16

יהיו FP ו TQ המוטות. FS ו TK הצל שלהם. PS ו QK היתרים במשולשים FPS ו TQK הם לאורך קרני השמש, העוברות בקצוות העליונים של המוטות.

אם MH הוא רדיוס של קו המשווה, אז קיים: $\sphericalangle FPS = \sphericalangle FMH$ ו $\sphericalangle FMH$ נותנת את קו הרוחב של F.

כמו כן, $\sphericalangle TQK = \sphericalangle HMT$ והיא נותנת את קו הרוחב של T.

הפרש שתי זויות אלה הוא $\sphericalangle FMT$. לכן מתקבלת (במעלות) הקשת TS של קו האורך. נניח שקבלנו כהפרש את הזוית α, אז קיימת הפרופורציה:

$$\frac{360}{\alpha} = \frac{\text{קו האורך}}{TS}$$

היות ש α ו TS ידועים,קל לחשב את קו האורך.

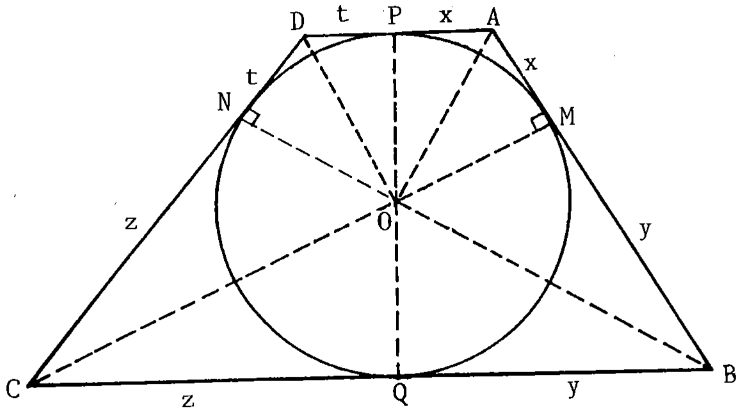
הערה: על עקרון מדידת אורך הצל (ז"א שימוש בדמיון) מתבסס שעון השמש אותו אפשר לראות במקומות רבים, וכן במכון ויצמן ביחידה לפעולות נוער קיים שעון שמש גדול החרוט על אחד הקירות, וכן על הדשא מול ספריית ויקס מוצב שעון שמש ממתכת.

הדמיון לבדיקת תוצאות

נהוג ויעיל לבדוק תוצאות של בעיות חישוב בגיאומטריה אוקלידית ע"י בניית שרטוט מדוייק כמה שאפשר (בקנה מידה) והשוואת התוצאות.

לדוגמא:

על צינור גלילי שקוטרו החיצוני הוא 112 ס"מ, צריך להלביש צינור שהחתך הרוחבי שלו יהיה טרפז ששוקיו 130 ס"מ ו 140 ס"מ בהתאמה, כך שהצינור יהיה "דבוק" לצינור החיצוני לאורך כל אחת מפאותיו הצדדיות.
מה יהיו בסיסי הטרפז?



איור 17

פתרון:

נסמן ב t, z, y, x אורכי זוגות המשיקים השוים היוצאים מאותם קודקודים של הטרפז.

מן הנתונים מתקבל: $x + y = 130$; $z + t = 140$

ΔOAB הוא ישר זוית ($\measuredangle O = 90^{\circ}$) נמק!

לכן הגובה שלו (OM) הוא ממוצע גיאומטרי של הקטעים x ו y.

כנ"ל במשולש OCD, הגובה ON הוא ממוצע גיאומטרי של הקטעים t ו z, לכן מתקבלות המשוואות: $zt = 56^2$ $xy = 56^2$.

מפתרון שתי המשוואות $\begin{cases} x + y = 130 \\ x\cdot y = 56^2 \end{cases}$ מתקבלים המספרים 32 ו 98

וכן מפתרון המשוואות $\begin{cases} z + t = 140 \\ z\cdot t = 56^2 \end{cases}$ מתקבלים המספרים 28 ו 112

מכאן שבסיסי הטרפז הם: 60 ס"מ ו 210 ס"מ בהתאמה.

כדי לבדוק את התוצאות, נשרטט מעגל בעל קוטר כלשהוא (a ס"מ), ונחסום אותו בטרפז הדומה לטרפז שהתקבל ויחס הדמיון יהיה $\frac{a}{112}$.

על מנת שהשרטוט יהיה מדויק ולא סכימתי, נשרטט קוטר MN, ובשני קצוות הקוטר נעלה אנכים ונקצה עליהם קטעים בני $98\cdot\frac{a}{112}$ ס"מ ו $112\cdot\frac{a}{112}$ ס"מ בקצה אחד וקטעים באורך: $32\cdot\frac{a}{112}$ ס"מ ו $28\cdot\frac{a}{112}$ ס"מ בקצה השני.

לדוגמא: אם $a = 5.6$ ס"מ, אז יחס הדמיון הוא $\frac{1}{20}$. הקטעים המאונכים לקוטר בקצה האחד הם בני 4.9 ס"מ ו 5.6 ס"מ, ובקצה השני: 1.6 ס"מ ו 1.4 ס"מ. ז"א אורכי הבסיסים הם: 10.5 ס"מ ו 3 ס"מ בהתאמה.
אם תוצאת החישוב נכונה, אז הטרפז שמתקבל צריך להסום את המעגל וזה נכון.

שטחים ונפחים

בפרק דמיון מוכיחים כי יחס השטחים של שני מצולעים דומים שווה לריבוע היחס של שתי צלעות מתאימות.

נרחיב משפט זה ליחס הנפחים של שני גופים במרחב, ונאמר כי יחס הנפחים של שני גופים דומים שווה לחזקה השלישית של יחס שני מקצועות מתאימים.

להלן מספר דוגמאות:

דוגמא 1: עבור 100 דפים של נייר צילום בגודל 9×12 ס"מ שולם a ש"ח.
כמה יעלו 100 דפים בגודל 18×24 ס"מ?

תלמידים רבים יענו מיד כי המחיר הוא 2a ש"ח כיוון שמימדי הנייר גדולים פי 2. קל להראות להם כי המחיר החדש גדול פי 4 מהמחיר המקורי.

נוסיף גם כי בפעולת ההעתקה, עבור צילומים על נייר שמימדיו 18×24 נחוץ זמן פי 4 מאשר לצילומים במימדי 9×12, היות ואותה מנורה שאנו מחזיקים באותו גובה כמו קודם, מאירה עתה שטח גדול פי 4.

<u>דוגמא 2</u>: מקוביות קטנות חופפות ניצור חמש קוביות במימדים 6,5,4,3,2 יחידות אורך (יחידת אורך היא מקצוע של קוביה קטנה).

לשם כך נצטרך $2^3 = 8$, $3^3 = 27$, $4^3 = 64$, $5^3 = 125$, $6^3 = 216$ קוביות קטנות שורות בהתאמה. מנסוי זה נובעת התוצאה כי אם V_1 ו V_2 הם נפחי שתי קוביות שמקצועותיהם a_1 ו a_2 בהתאמה, אז קיימת הפרופורציה

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 .$$

מקוביות קל לעבור למנסרות, ומהן לפירמידות וכך הלאה, כך שהמשפט קיים עבור כל שני גופים דומים במרחב.

<u>מן הספרות</u>

1. גוליבר בארץ הגמדים.

אם ידוע כי היחס בין מימדי הגמדים למימדיו של גוליבר הם $\frac{1}{12}$,
כמה מנות אוכל של גמד נחוצות לגוליבר?
כמה גמדים יכולים להלביש מבד של חליפה אחת של גוליבר?

התשובה המיידית: $12^3 = 1728$ מנות אוכל ו $12^2 = 144$ חליפות גמד.

חשוב לציין: אם נתייחס לשתי קוביות, האחת בעלת מקצוע של יחידה אחת, והשניה בעלת מקצוע של 12 יחידות, נפחיהם יהיו 1 ו 1728 יחידות מעוקבות ושטח פניהם: 6 ו 864 יחידות שטח בהתאמה.

אם בקוביה הקטנה, ליחידת נפח אחת מתאימות 6 יחידות שטח, הרי שבקוביה הגדולה, ליחידת נפח אחת מתאימות $\frac{864}{1728} = \frac{1}{2}$ יחידות שטח. ז"א 12 פעמים פחות מאשר בקוביה הקטנה.

להבדל הזה ישנה השלכה גדולה לבעייתו של גוליבר.

במידה ונפח הגוף יותר גדול, יש בו יותר תאים והם יוצרים את החום הנחוץ לגוף לפעולתו וחלק מהחום עובר לסביבה. המעבר נעשה בידי העור ששטחו <u>לא גדל באותה המידה</u> כמו הנפח, ולכן לא כל תוספת החום תוכל לעבור מהגוף לסביבה. נוצר חוסר איזון שיכול להיות גרוע מאד עבור גוליבר. לכן אם משתמשים במתמטיקה אז עד הסוף.

2. נניח כי ביצת יענה גדולה פי שלוש, בכל כיוון, מביצת תרנגולת. כמה ביצים של תרנגולת צריך כדי להכין חביתה בת אותו משקל כמו חביתה מביצה אחת של היענה?

היות ומדובר ביחס נפחים, הרי שדרושות לשם כך $3^3 = 27$ ביצי תרנגולת.

במיתולוגיה היוונית מסופר על מגיפה שפרצה פעם באחרונה.

שאלו את האל מה לעשות, והוא המליץ להגדיל פי 2 את המזבח המוקדש לאל.

הם הגדילו פי 2 את כל אחד ממימדי המזבח, אבל המגיפה לא רק שלא נעצרה, אלא אף התגברה. שאלו שוב את האל, והתשובה היתה: "לכו ותלמדו גיאומטריה".

הצילומים שבאיורים 5 ו-6 נעשו באדיבות המהנדס י. וולובלסקי, המחלקה לתכנון ושרטוט של מכון ויצמן.

זה רעיון

הצעה ל"שכלול" המשחק "מירוץ משולשים" (מתוך חוליות הנדסה)

מאת: ריבי בן-משה
בי"ס תיכון עירוני ט', תל-אביב

* **המשחק מיועד:** ל 2 משתתפים.

* **המשחק מכיל:** 2 רצים
לוח משחק - חוליה 17 III
2 קוביות.

<u>קוביה I</u> תכלול את מיון המשולשים על פי הזוויות:
על גבי 2 פאות יירשם: משולש חד-זוית.
על גבי 2 פאות יירשם: משולש ישר זוית.
על גבי 2 פאות יירשם: משולש קהה זוית.

<u>קוביה II</u> תכלול את מיון המשולשים על פי הצלעות:
על גבי 2 פאות יירשם: משולש שווה צלעות.
על גבי 2 פאות יירשם: משולש שונה צלעות.
על גבי 2 פאות יירשם: משולש שווה שוקיים.

* <u>**הוראות המשחק:**</u>

- 2 הרצים עומדים בנקודת הזינוק.
- כל משתתף מטיל את שתי הקוביות בו זמנית. הרץ יועבר אל המשבצת המכילה את המשולש המקיים בו זמנית את שני התנאים הרשומים על גבי הקוביות.
- אם התקבל, על ידי הטלת הקוביות, משולש "בלתי אפשרי", לדוגמא: משולש ישר זוית ושווה צלעות, בן הזוג זורק את הקוביות פעמיים בזו אחר זו.
- אם שני הרצים מגיעים לאותה משבצת, הרץ שהגיע ראשון חוזר לנקודת הזינוק.
- מנצח: המשתתף שמגיע ראשון אל המשבצת האחרונה.

הערות:

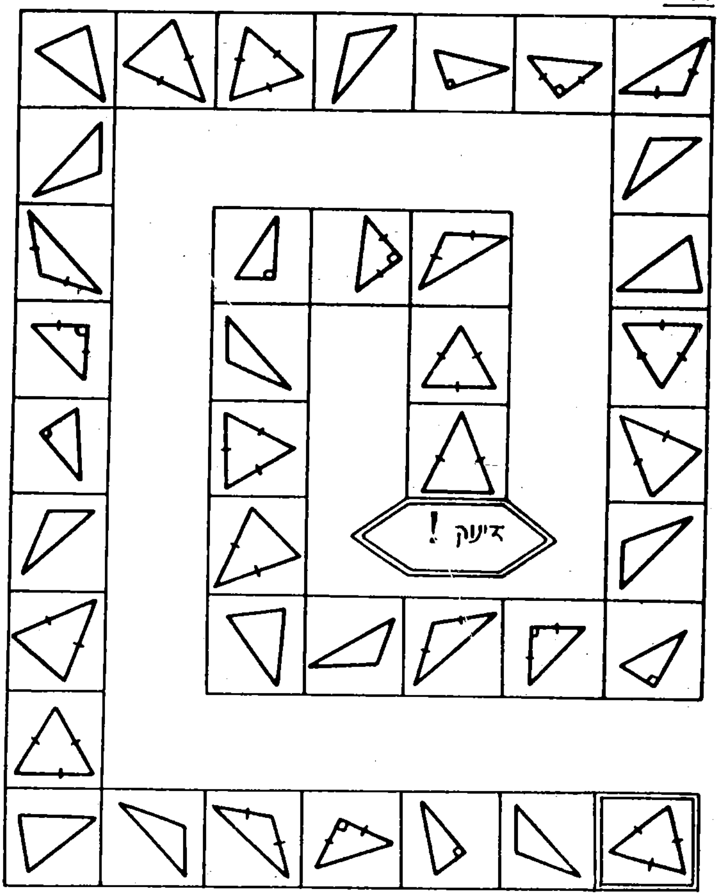
1. בכיתות חלשות רצוי להקדים את המשחק המפורט בחוליות כמשחק הכנה למשחק זה.
2. מטרת המשחק: מחד, ההבנה שמרבית המשולשים יכולים להקרא בשני שמות, ומאידך ישנם משולשים שאינם יכולים ל"התקיים".
3. יש לשים לב שמשולש שווה צלעות הוא משולש שווה שוקיים, וצריך להתייחס אליו כך במהלך המשחק.

17 III מירוץ משולשים

(משחק ל-2 - 4 משתתפים)

שימו את החיילים בנקודת הזינוק. כל משתתף בתורו זורק את הקוביה ומתקדם למשבצת הקרובה ביותר, שבה נמצא משולש, עם התכונות הרשומות על הקוביה.
מנצח - הראשון שהגיע למשולש שווה הצלעות שבמשבצת האחרונה.

זכור: משולש שווה צלעות הוא גם משולש שווה שוקיים.



מהר יותר וקל יותר

מאת: אביגדור רוזנטולר
נתניה

אם נפרק את המספר 12096 לגורמים ראשוניים בדרך המקובלת נקבל:

$$12096 = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 7$$

נתבונן בבעיה: פרק את המספר 12096 לשני גורמים בעלי 3 ספרות כל אחד.
כדי לפתור את הבעיה הזו, נפרק את המספר לגורמים ראשוניים ואח"כ נחפש את הגורמים שמהם נקבל שני מספרים בעלי 3 ספרות כל אחד, מתקבלות הקומבינציות:

$$2^2 \cdot 3^3 = 108 \quad , \quad 2^4 \cdot 7 = 112$$

כלומר: $12096 = 112 \cdot 108$

זו עבודה קשה, הגוזלת זמן רב ובמיוחד אם בין הגורמים ישנם מספרים ראשוניים בעלי 2, 3 ו 4 ספרות.

ננסה כעת לפרק את המספר (בן 18 ספרות) 303993114538758627 לשני גורמים בעלי 9 ספרות כל אחד.

כיצד ניתן לפתור בעיה זו במספר דקות?
נסמן את המספר הנתון (בן 18 הספרות) ב A וננסה להציג את A כהפרש ריבועים של שני מספרים שלמים:

$$A = a^2 - b^2$$

קל להבין שאם $\sqrt{A} = a$ עם שארית $(-b^2)$ הרי שיתקבל $A = a^2 - b^2$

מכאן:

1. נמצא מספר שלם הקרוב ביותר לשורש הריבועי של המספר וגדול ממנו.
2. נעלה שורש זה בריבוע.
3. נחסר מהריבוע של השורש את המספר.

אם ההפרש הזה שווה לריבוע של מספר שלם, אז אפשר להציג את המספר כהפרש שני ריבועים.

כלומר:

$\sqrt{303993114538758269} = 551355706$ עם שארית (-169)

לכן:

$$\begin{aligned}\sqrt{303993114538958269} &= 551355706^2 - 169\\ &= 551355706^2 - 13^2\\ &= (551355706 + 13)(551355706 - 13)\\ &= 551355719 \cdot 551355693\end{aligned}$$

הבעיה הוצגה לי על ידי מספר מורים בחוג, ואכן פתרתי אותה ב 5 דקות.

נסו לפתור, תוך 5 דקות, את הבעיות הבאות:

1. פרק את המספר בן 15 הספרות: 251233978957647 לשני גורמים בעלי 8 ספרות כל אחד.
2. פרק את המספר בן 20 הספרות: 36783166859189756115 לשני גורמים בעלי 10 ספרות כל אחד.

****

תיקון טעות!

לצערנו נשמט שמו של ד"ר דוד רימר מחבר המדור "תגובות קוראים" שבחוברת מסלים א/3.

* *

*

חומר חדש

יצאה לאור לומדה חדשה

התוכנה .T.R.M

התוכנה .T.R.M הינה תוכנה המאפשרת מעבר בין הצגות שונות של פונקציה: הצגה אלגברית, הצגה גרפית והצגה לפי טבלה.

היא מתאימה למחשבי IBM PC ותואמיך.

מסביב לתוכנה .T.R.M נבנתה תכנית המתאימה לתהליך הלמידה בנושא הפונקציות בכיתות ט' רמה א'.

התוכנה .T.R.M מלווה בספר ובו דוגמאות רבות לפעילות בצורה של דפי עבודה.

ראה מאמר על התוכנה בעמודים 26 - 8.

הנחיות

בימים אלה בתי ספר רבים מזמינים ספרים ו/או מוסרים לתלמידים רשימות ספרים לשנת הלימודים הבאה.

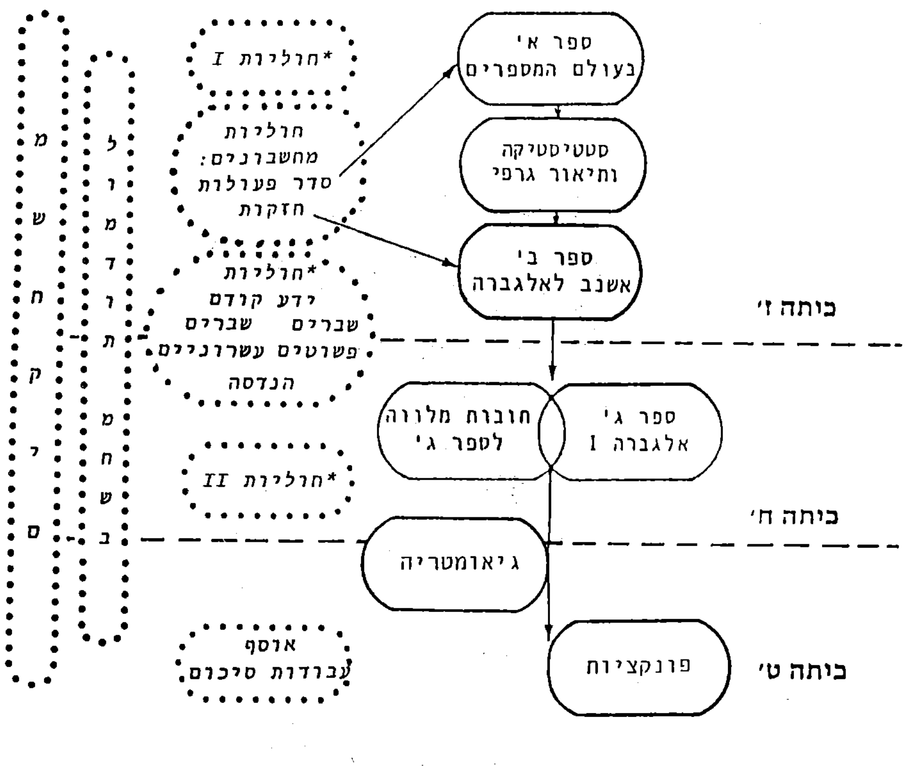
על מנת למנוע אי הבנות ובלבול, אנו מפרסמים כאן תרשים מעודכן של חומר הלימוד שיצא לאור במחלקה להוראת המדעים לפי כיתות ורמות. תרשים זה לקוח מתוך החוברת "הנחיות להוראת המתמטיקה בכיתות ז', ח' ו ט' "(תכנית רחובות)", - מהדורה חדשה מתוקנת 1987.

בחוברת ישנן גם הנחיות מפורטות למספר שעות הוראה, הערות והארות ומידע על משחקים ולומדות המתאימים לפרקים השונים.

כמו כן ניתן מידע על מקורות הדרכה בכתב העומדים לרשות המורה.

רצוי מאוד שחוברת זו תהיה ברשות כל מורה המלמד לפי תכנית רחובות.

רמה א' - הסדרה: פרקי מתמטיקה



*אם יש צורך

כיתה ז'

התוכן המרכזי: הרחבת עולם המספרים וראשית האלגברה.

הספק: יש ללמד את ספר א', החוברת סטטיסטיקה ותאור גרפי וספר ב'. אם קשה לעמוד בדרישה זו, חשוב ללמד הכל עד סוף פרק ג' של ספר ב' ולדחות לכיתה ח' את לימוד הפרקים ד'-ה'.

הערות נוספות: ניתן להשלים חוסר בידע קודם בהתאם לצורך, מתוך חוליות שברים פשוטים, חוליות שברים עשרוניים וחוליות הנדסה.
את הסעיף על ההסכמים לגבי סדר ביצוע פעולות החשבון רצוי ללמד מתוך *"חוליות מחשברנים"* פרק א'.

כיתה ח'

התוכן המרכזי: פתרון תבניות פסוק קוויות כולל תרגום בעיות ופתרונן, טכניקה אלגברית, המספרים הממשיים וכן מושגים בסיסיים בהנדסה אויקלידית.

הספק: יש להשלים את ספר ג' ואת החוברת המלווה עד לסוף השנה.
במחצית השנייה של שנת הלימודים יש ללמד 2 שעות בשבוע הנדסה אוקלידית, ולסיים את פרק א' "המשולש".

הערות נוספות: מומלץ לצמצם את הוראת הפרקים ד' ו-ה' מספר ב' ופרק ב' מספר ג'. ראה פירוט בהמשך החוברת.

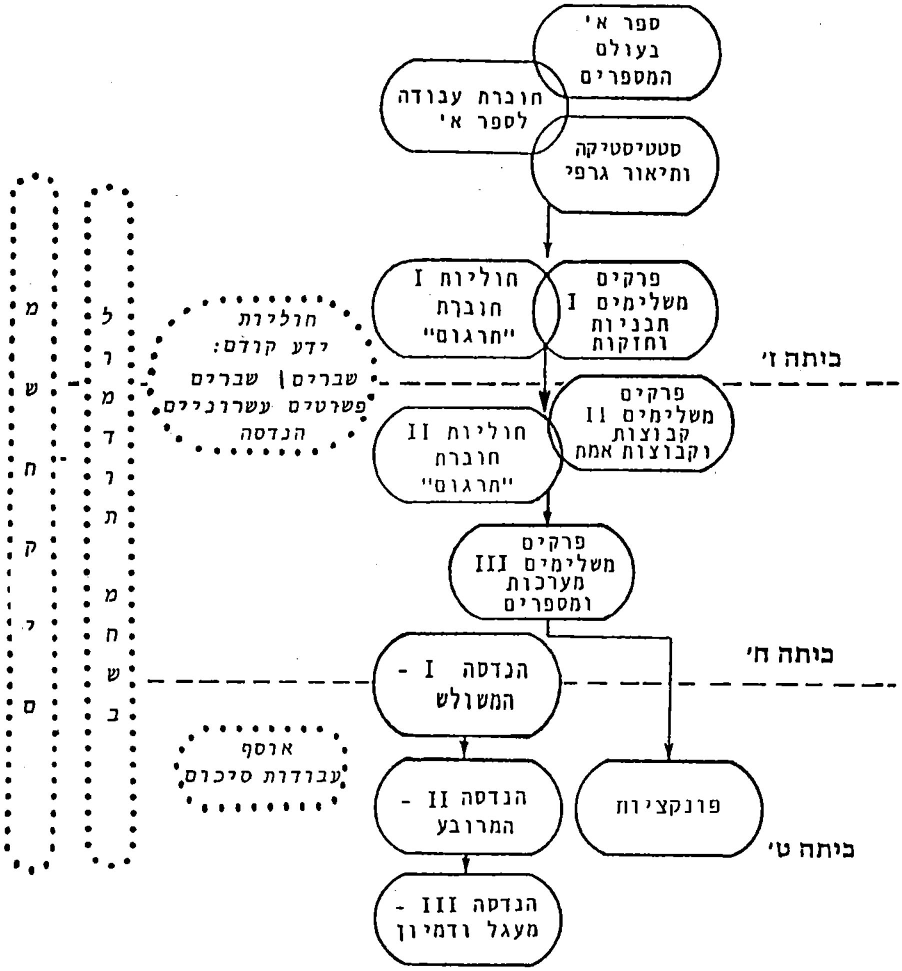
כיתה ט'

התוכן המרכזי: פונקציות, תבניות פסוק ריבועיות והמשך הנדסה אויקלידית.

הספק: יש ללמד את החומר בהנדסה ובאלגברה במקביל, שעתיים בשבוע הנדסה ושעתיים בשבוע אלגברה.
יש לסיים את הספר פונקציות באלגברה ואת ספר גיאומטריה.

הערות נוספות: רצוי כי כל תלמיד יעסוק בעבודת סיכום אחת לפחות.

רמה ב' - הסדרה: פרקים נבחרים במתמטיקה



כיתה ז'

התוכן המרכזי: הרחבת עולם המספרים וראשית האלגברה.

הספק: יש ללמד את החומר עד סיום החוברת *פרקים משלימים I*, ואת הפרק "קבוצות וקבוצות אמת" מ*פרקים משלימים II*. אם אין די זמן רצוי ללמד מתוך פרק החזקות את חוקי החזקות בלבד.

הערות נוספות: ניתן להשלים חוסר בידע קודם בהתאם לצורך, מתוך "*חולית שברים פשוטים*", "*חולית שברים עשרוניים*" ו"*חולית הנדסה*". כדאי לשלב, במהלך הוראת הפרקים, את "*חולית אומדן*".

כיתה ח'

התוכן המרכזי: פתרון תבניות פסוק כולל תרגום בעיות ופתרונן, טכניקות אלגבריות, והמספרים הממשיים.

הספק: יש לסיים את "*פרקים משלימים III*".
חשוב לסיים את כל החומר לפני סוף השנה ולהקדים את הוראת ההנדסה האוקלידית, ללמד אותה כ-2 שעות בשבוע בשליש האחרון של השנה.
אם אין די זמן ללמד את הפרק על המספרים הממשיים, ניתן לדלג עליו ולהקנות בקיצור את המושגים הקשורים בקבוצות החלקיות של קבוצת המספרים הממשיים, בסוף כיתה ח' או בתחילת כיתה ט'.
כמו כן ניתן לדחות לכיתה ט' את הטכניקה המופיעה אחרי הפרק על המספרים הממשיים.

הערות נוספות: במידת הצורך משלימים ידע קודם שלא הספיקו בכיתה ז'.

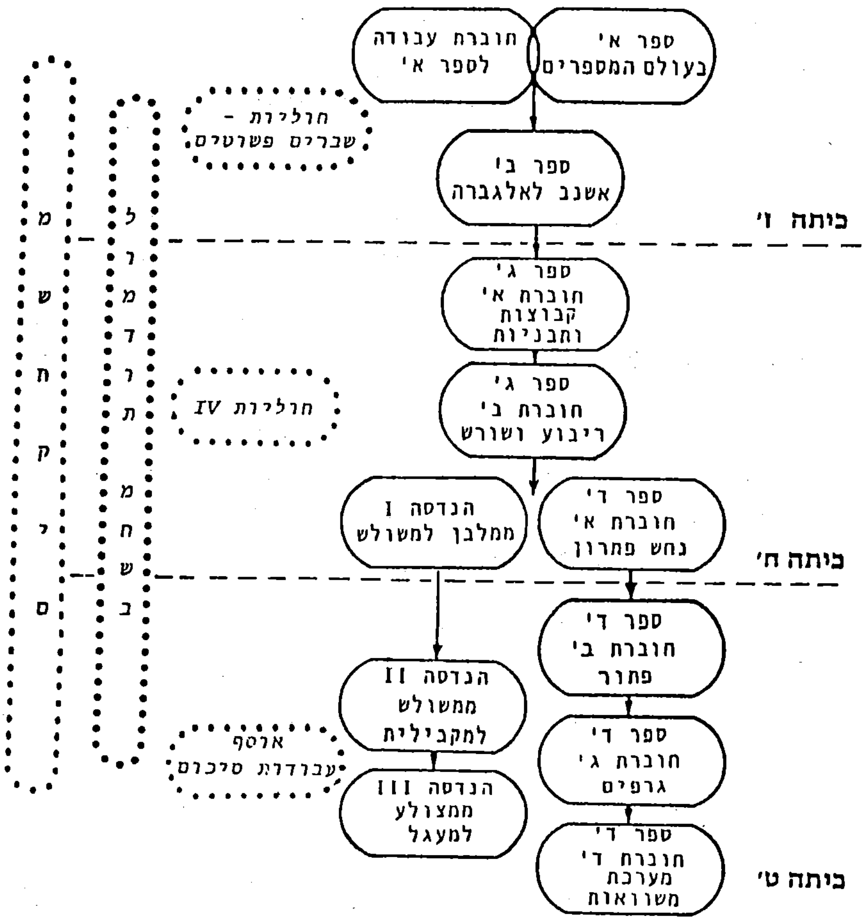
כיתה ט'

התוכן המרכזי: פונקציות, תבניות פסוק ריבועיות והנדסה אוקלידית.

הספק: חשוב שתלמידים יספיקו לפתור משוואות ריבועיות.
יש ללמד את החומר בהנדסה ובאלגברה במקביל, שעתיים בשבוע הנדסה ושעתיים בשבוע אלגברה.

הערות נוספות: רצוי כי כל תלמיד יעסוק בעבודת סיכום אחת לפחות.

רמה ג׳ - הסדרה: הבה נלמד מתמטיקה



כיתה ז'

התוכן המרכזי: הרחבת עולם המספרים, תבניות מספר, אחוזים ושטחים.

הספק: יש ללמד את החומר כסדרו עד לסיום ספר ב'. במקביל לספרים מומלץ לעבוד בחוליות שברים פשוטים, וכך, במשך השנה, לנסות להשלים במידת האפשר את החסר בנושא זה.

כיתה ח'

התוכן המרכזי: קבוצות, פסוקים, משפט פיתגורס, ניחוש פתרון משוואה וראשית ההנדסה.

הספק: שני הנושאים האחרונים יש ללמד במקביל, לקראת סיום כיתה ח' או בתחילת כיתה ט'. במידה והזמן הנותר מספיק רק להוראת אחד מהנושאים, עדיף ללמד בסוף כיתה ח' פתרון משוואות.

כיתה ט'

התוכן המרכזי: פתרון משוואות במשתנה אחד ושניים, גרפים, והמשך ההנדסה.

הספק: יש ללמד את החומר בהנדסה ובאלגברה במקביל, שעתיים בשבוע אלגברה ושעתיים בשבוע הנדסה. במידה ולקראת סוף השנה יש בעיות הספק, עדיף לוותר על החוברת הנדסה III, ולסיים את כל החומר באלגברה.

הערות נוספות: רצוי מאוד כי כל תלמיד יעסוק בעבודת סיכום אחת לפחות.

הצעה לארגון חומר הלימודים בכיתות ז'-ח'-ט', ברמות א' ו ב' לפי תכנית רחובות. (הוכן במסגרת פרוייקט תל-אביב למתמטיקה).

ארגון החומר במתמטיקה בכתה ז'

	עד סוכות	עד חנוכה	עד ט"ו בשבט	עד פסח	עד סוף השנה
ידע שוטף	1) שיטות שונות לכתיבת מספרים (8 שעות) 2) תכונותיהן של פעולות החשבון (12 שעות)	מספרי הזזה	1) אחוזים רמה א - 4 שעות רמה ב - 7 שעות 2) סטטיסטיקה רמה א - 19 שעות רמה ב - 16 שעות	תבניות מספר	1) תבניות פסוק 2) קבוצות וקבוצות אמת.
ידע קודם		חוליות שברים פשוטים	חוליות שברים עשרוניים ⟶		
הערות	אם אין חודש לימודים עד סוכות, לא מלמדים בסיסים, אלא רק שיטות ספירה שונות.		במידה שאין זמן, אפשר לוותר בפרק הסטטיסטיקה על החציון ושאלות של העשרה.	אם יש חוסר הספק, אפשר לדלג על תבניות מספר עם כמה משתנים וגם על תבניות במחשבון.	

אירגון החומר במתמטיקה בכתה ח'

	עד סוכות	עד חנוכה	עד ט"ו בשבט	עד פסח	עד סוף השנה
ידע שוטף	שיטות למציאת קבוצות האמת כולל תרגום	(40 שעות)	*1) תבניות פסוק פרמטריות (5 שעות) *2) חזקות (10 שעות) 3) פעולות בתבניות (10 שעות)	*1) סדרי גודל (7 שעות) 2) מערכות "או" "וגם" (7 שעות)	1) מערכות של תבניות פסוק בשני משתנים כולל בעיות. *2) מספרים ממשיים.
ידע קודם		חוליות הנדסה			
ה ע ר ו ת			*ניתן לוותר על פרק זה במקרה של חוסר זמן.	* אי אפשר ללמד את הפרק סדרי גודל, בלי חזקות.	* פרק זה נמצא בתוכנית של כתה ח', כתה שלא למדה אותו ב-ח', חייבת ללמוד את עיקרי הדברים בראשית כתה ט'.

אירגון החומר במתמטיקה בכיתה ט'

	עד סוכות	עד חנוכה	עד פורים	עד פסח	עד סוף השנה
אלגברה	<u>מספרים ממשיים</u> כתה שלא למדה פרק זה בכתה ח', חייבת ללמוד עיקרי הדברים עכשיו: הכרות עם מספרים רציונליים ואי-רציונליים, שורש ריבועי בעזרת מחשבון, ושעור אחד על משפט פיתגורס *(4-5 שעות)*.	* <u>מבוא לפונקציות</u>	<u>פונקציה קווית</u>	<u>פונקציה ריבועית</u> (אפשר לצמצם את השעורים לחקירת הפונקציה - הסימטריה והקודקוד).	<u>תבניות ריבועיות</u> (כולל אי-שוויונים ריבועיים). <u>משוואת המעגל</u>
גיאומטריה	→ <u>משולשים</u> ←		→ <u>מרובעים</u> ←		אם מספיקים, אפשר ללמד את פרק <u>המעגל</u>.
הערות		* במידה של חוסר זמן ניתן לוותר על - פונקציה במחשבון - פונקצית החזקה - פונקציה בתחום מפוצל.			

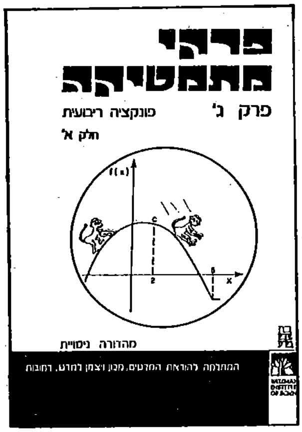
מכון ויצמן למדע
המחלקה להוראת המדעים
קבוצת המתמטיקה
המרכז הישראלי להוראת המדעים
ע״ש עמוס דה-שליט

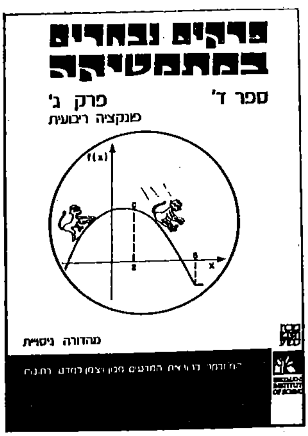
הודעות

★★

בחנות הספרים של המחלקה להוראת המדעים נמצאות למכירה חוברות לרמה א' ולרמה ב' בנושא "הפונקציה הריבועית".

תלמידי כיתות י' ותלמידים אחרים החייבים ללמוד את הפרק "הפונקציה הריבועית" ואין ברשותם הספר **"פונקציות"** בהוצאת המחלקה להוראת המדעים במכון ויצמן למדע, יכולים לרכוש חוברות אלה, ללא צורך ברכישת הספר כולו. המחיר הוא 3 ש"ח.





★★

הטכניון, המחלקה להוראת הטכנולוגיה והמדעים

קשר - חם

סדנא למרכזי המקצוע מתימטיקה

לקידום שיפור וריענון החינוך המתימטי

אחרי שתי שנות הרצה נסיונית של סדנאות קשר ח"ם, תורחב הפעילות לקראת שנה"ל תשמ"ט. הסדנאות יתקיימו בשני מרכזים - בטכניון בחיפה ובאוניברסיטת באר-שבע. הסדנאות מתקיימות בשעות הבוקר במשך שנת הלימודים, ותוך תאום עם המנהלים לשחרור המרכז/ת לצורך זה. מרכזי המקצוע מתימטיקה בבתי הספר העל יסודיים ברחבי הארץ, שישמשו בתפקיד זה בתשמ"ט, המעוניינים להשתתף בסדנאות, מתבקשים לפנות בכתב לקבלת פרטים נוספים אל:

פרופ' נצה מובשוביץ-הדר

המחלקה להוראת הטכנולוגיה והמדעים

קרית הטכניון 32000

* ההשתתפות בסדנאות מקנה זכות לגמול השתלמות.

הטכניון, המחלקה להוראת הטכנולוגיה והמדעים

בשיתוף עם

משרד החינוך והתרבות האגף לתוכניות לימודים

מסמ"טיקה

תוכניות לימוד במתימטיקה למסלולים המקצועיים

במסגרת השתלמויות הקיץ מוזמנים מורים שעתידים ללמד מתימטיקה במסמ"מ להשתלם בהוראת היחידות הבאות, כולן או חלקן:

א. ראייה מרחבית

ב. תיאורים גרפיים

ג. טריגונומטריה - הטנגנס

ד. טריגונומטריה - סינוס וקוסינוס

ה. גיאומטריה - שטח ושטח פנים

ו. פתרון בעיות - יחס ופרופורציה

ז. יישומי מתימטיקה לחיי יום-יום - חשבון הבנק

ח. משחקי חשיבה

ההשתלמות תיערך בתאריכים הבאים:

יום ג 21.6.88
יום ד 22.6.88
יום ב 27.6.88

המעונינים להשתתף בחלק או בכל ימי ההשתלמות מתבקשים להתקשר לקבלת פרטים נוספים בימים א - ה בין השעות 8:30 - 13:30 בטלפון: 04-293104 אל:

גב' רבקה בשן מזכירת פרויקט מסמ"טיקה

או אל:
פרופ' נצה מובשוביץ-הדר, ראש הצוות

★★★

מתימטיקה בעידן המחשבים

כאשר המחשב משחרר אותנו מנטל הביצוע של חישובים ארוכים ומיגעים יכולים אנו להקדיש אנרגיה רבה יותר להערכת משמעותן של תוצאות, להבנת תהליכים, לניסוי אפשרויות נוספות ולהעלאת השערות ולבדיקתן.

המחשבים מאפשרים פתירת בעיות מתימטיות רבות בשיטות פשוטות וישירות שבעבר לא ניתנו לביצוע בבית הספר משום שדרשו חישובים רבים מדי.

התנסויות מספריות וגרפיות יכולות לבנות רקע אינטואיטיבי למושגים חדשים.

רעיונות אלה עומדים ביסודה של ערכת

מתימטיקה מספרית לביה"ס התיכון

שפותחה ע"י ד"ר עמוס ארליך, מורה ותיק, מרצה בכיר בביה"ס לחינוך שבאוניברסיטת תל-אביב, ויצאה לאור בהוצאת "רמות" ע"י האוניברסיטה.

הערכה כוללת:
א. ספר לתלמיד, ובו מבוא תיכנותי קצר ופרקי מתימטיקה מספרית.
ב. חוברת למורה, הכוללת הצעות מיתודיות והרחבות מתימטיות.
ג. דיסקט עזר, ל- APPLE II, ל- COMMODORE 64 או ל- I.B.M. PC .

בתוכן: פתירת משוואות ומערכות של משוואות, גרפים ותכונותיהם, נושאים מהחשבון הדיפרנציאלי, מהחשבון האינטגרלי, מתורת ההיסתברות ומתורת המספרים, תהליכי הישתנות רציפה, גילוי חוקיות ובדיקתה.

פרקי הספר ערוכים באופן הנותן למורה חופש רב בבחירת פרקים, סדר לימודם ומידת ההעמקה. בחירה כזאת תאפשר בניית "מקצוע בחירה" מהסוג הנדרש בתכנית הלימודים החדשה במתימטיקה לחטיבה העליונה (ל-3 י"ל או ל-4 ול-5 י"ל).כן מאפשרת הערכה לימוד עצמי או חוג-העשרה לתלמידי כתות י או יא הלומדים מתימטיקה ע"פ התכנית הישנה (בין אם לומדים הם "תורת המחשב" ובין אם לאו).

ניתן לשלב פרקים מהספר, ולהיעזר בדיסקט, גם בלימוד הסדיר של הנושאים המתימטיים המקבילים.

מחיר הערכה : 31.20 ש"ח
מחיר הספר לתלמיד: 5.44 ש"ח

כתובת ההוצאה: רמות - חטיבת שרותי הדרכה.
רח' האוניברסיטה 32 רמת אביב
ת.ד. 39296 מיקוד 61392 תל אביב
טלפון: 03-420114,429419,426465

★★★