

סימני גרף



לשחרר
18/3
במתמטיקה

RAMOT
רמות

קובץ
סימנים

מכון ויצמן למדע
המחלקה להוראת המדעים



פיתוח: די"ר ברוך שוורץ
די"ר נורית זהבי

בשיתוף עם: בלהה דומב
ריבה גונן

ייעוץ: פרופ' מ' ברוקהיימר

תכנות: באסם שחתות

גרפיקה: רותי פארן

תכנות הגרסאות הקודמות של הלומדה: בלהה דומב
רוני רובינשטיין
יוסי טקסרמן
ואדם מיטלר

הדפסה, עריכה וגרפיקה במחשב: רחל שמיר
עיצוב וסמלים: אגי (רחל) בוקשפן

צילום השער: אורי אמתי
עיצוב העטיפה: מרדכי וגנר

אין לשכפל, להעתיק, לצלם, להקליט, לתרגם,
לאחסן במאגר מידע, לשדר או לקלוט
בכל דרך או בכל אמצעי אלקטרוני, אופטי מכני
או אחר – כל חלק שהוא מהחומר שבספר זה.
שימוש מסחרי מכל סוג שהוא בחומר הכלול בספר זה
אסור בהחלט אלא ברשות מפורשת בכתב מהמוציא לאור.



כל הזכויות שמורות
מכון ויצמן למדע

נדפס בישראל תש"ן, 1990
מהדורה שניה תשנ"ו, 1995

תוכן הענינים

7	הוראות הפעלה
8	מבוא
10	תאור הלומדה:
10	נא להכיר
14	סימני היכר
18	תרגילים
24	שילוב הלומדה בהוראה
25	דפים לתלמיד (ופתרונות)
27	דף לדין כיתתי
29	דפי עבודה
50	דף העשרה



סימני גרף

הוראות הפעלה

1. הכנס תקליטון DOS (גירסה 3.2 ומעלה) לכונן A:
2. הדלק מחשב וצג.
3. לאחר סיום הטענה (כשעל הצג מופיע: >A), הוצא תקליטון DOS והכנס במקומו תקליטון סימני גרף.
אם ברשותך שני כוננים הכנס את תקליטון הלומדה לכונן B והקש B.
4. הקש GO ו- **ENTER**.

הפעלה
מתקליטון

הקש על מקש כלשהו לדפדוף בין מסכי הפתיחה, עד לקבלת התפריט הראשי.

- לאחר שבוצעה התקנה לפתרוניות בדיסק הקשיח, הקלד 10 במחיצה הראשית של הדיסק ו- **ENTER**.
- יופיע התפריט הראשי של פתרוניות.
התוכנה סימני גרף נמצאת תחת תפריט "רמות". (ראה חוברת נלווית לתוכניות השרות, עמ' 6).

הפעלה
מדיסק
קשיח

- התקנת "סימני גרף" בדיסק קשיח נעשית בעזרת דיסקט "תוכניות שרות". הוראות ההתקנה מפורטות בחוברת הנלווית לתוכניות השרות (עמ' 5).

הפעלה
מדיסק
קשיח



מבוא

מושג הפונקציה תופס מקום חשוב בתוכנית הלימודים במתמטיקה החל מכיתה ט'. מטרת הלימוד היא להקנות לתלמיד הבנה של מהות מושג הפונקציה ויכולת להשתמש בו בפתרון בעיות במתמטיקה. להבנת מושג הפונקציה היבטים שונים. לומדה זו עוסקת בנושא משתי נקודות מבט – גרפית ואלגברית, ומשלבת אותן מבחינה פדגוגית תוך ניצול המחשב ליצירת סביבה לימודית.

כאשר תלמיד מתבקש לזהות תכונות של פונקציה המתוארת על ידי גרף, בראש וראשונה עליו לדעת לפרש בדרך מתמטית את הגרף שהוא רואה לפניו. בנוסף לכך דרושה התנסות בקריאת גרף (על מסך מחשב) והכרות כלשהיא עם המשפחה אליה משתייכת הפונקציה הנתונה, כדי להסיק כיצד נראה הגרף מעבר לגבולות השרטוט.

קשה יותר לגלות תכונות של פונקציה הנתונה בהצגה אלגברית על ידי תבנית מספר. הצגה כזאת מרכזת בתבנית אחת הרבה מאוד אינפורמציה, וחישוב נקודות יכול, מטבע הדברים, להוסיף רק מידע סופי ומוגבל.

עבודה עם תלמידים הראתה כי השוואת תכונות של שתי פונקציות כאשר אחת נתונה בהצגה גרפית והשנייה בהצגה אלגברית, תורמת לזיהוי התכונות בכל אחת מההצגות, וכן ליצירת יחסי גומלין משמעותיים בין שתי ההצגות לגבי אותה פונקציה.

הלומדה "סימני גרף" מטפלת בשלוש משפחות של פונקציות: פונקציית הערך השלם, פונקציית המספר ההופכי ופונקציית השורש הריבועי. פונקציות אלו נבחרו משום שהן מוכרות לתלמיד אך במעט, והפעילות בהן מאפשרת תהליכי למידה וגילוי. במשימה בסיסית בלומדה נתונה פונקציה בהצגה אלגברית וגרף של פונקציה אחרת מאותה משפחה (המכונה "גרף מסיח"). התלמיד מתבקש להחליט אם ניתן להראות אי התאמה בין הפונקציה הנתונה לבין הגרף המסיח בעזרת אחד מארבעת סימני ההיכר הבאים:

1. נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים;
2. הרביעים בהם עובר גרף הפונקציה;
3. התחום (הגדול ביותר) שבו מוגדרת הפונקציה;
4. הטווח (קבוצת התמונות) של הפונקציה.



סימני גרף

הערה: מטעמי עיצוב המסך רשומים סימני ההיכר בקיצור על ידי **חיתוך**, **רביעים**, **תחום**, **טווח**. חשוב להדגיש לתלמידים כי במסגרת הלומדה הנוכחית, בדברנו על טווח, אנו מתכוונים **לקבוצת התמונות**.

אם מוצאים, במהלך העבודה בלומדה, שהפונקציה הנתונה והגרף המסיח נבדלים לפי אחד (או יותר) מארבעת סימני ההיכר שלעיל, מראים בכך כי הגרף המסיח אינו מתאים לפונקציה הנתונה. ואולם, על מנת להסיר ספק חשוב להבהיר כי במקרה שבו הפונקציה והגרף מתאימים בכל אחד מארבעת סימני ההיכר שלעיל, עדיין אין בכך הוכחה כי הגרף מתאים לפונקציה הנתונה. דוגמא פשוטה לכך מתקבלת אם נשווה את הפונקציה $f(x) = x^2$ עם הגרף של הפונקציה $g(x) = 2x^2$ (לגבי שתיהן נקודת החיתוך עם הצירים היא $(0, 0)$, שתיהן עוברות ברביעים הראשון והשני בלבד, תחומן הוא כל המספרים הממשיים והטווח (קבוצת התמונות) שלהן הוא כל המספרים האי-שליליים).

סימני ההיכר שבהם מטפלת הלומדה מאפשרים לתלמיד החל מסוף חטיבת הביניים לבדוק התאמה של פונקציה וגרף (בלי להזדקק לתכונות אינפיניטסימליות). ארבעת סימני ההיכר ושלוש משפחות הפונקציות שנבחרו מהווים ביחד מסגרת נאותה להעמקת לימוד מושג הפונקציה.



סימני גרף

תיאור הלומדה

לבחירת התלמיד:

נא להכיר
סימני היכר
תרגילים

נא להכיר

בפעילות זו ניתן ללמוד על כל אחת מבין שלוש הפונקציות הבאות:
פונקציית הערך השלם
פונקציית המספר ההופכי
פונקציית השורש הריבועי
אופן הלימוד על כל אחת משלוש הפונקציות הללו מתבצע בשלבים המתוארים להלן ומודגמים לגבי פונקציית הערך השלם.

מסך ראשון: הצגה אלגברית של הפונקציה הנדונה, הגדרתה, דוגמא.

נא להכיר
פונקציית הערך השלם

הגדרה
הפונקציה מתאימה ל- x
את המספר השלם הגדול ביותר
שאינו גדול מ- x

דוגמא
 $f(5.7) = [5.7] = 5$

חזור **התקדמ**

תמונה 1



סימני גרף

מסכי ביניים: תרגול

התלמיד מתבקש לחשב ערכים של הפונקציה הנדונה. לכל תשובה מצדו ניתנת תגובה מתאימה.

אם תשובתו נכונה – הוא מקבל חיזוק והנקודה המתאימה מסומנת במערכת הצירים, כך שבסופו של התרגיל מתקבל הגרף המתאים לפונקציה הנדונה. אם תשובתו אינה נכונה – התגובה נקבעת לפי סוג השגיאה, והיא יכולה להיות:

- תיקון השגיאה
- הודעה על שגיאה, או הודעה על סוג השגיאה, ואפשרות לחשב שוב.
- הודעה על שגיאה, וחזרה על תהליך הלמידה החל מהמסך המגדיר את הפונקציה.

בדוגמא הבאה (תמונה 2) התלמיד הקיש תשובה שגויה, קיבל הסבר על סוג השגיאה ואפשרות לנסות שוב.

The screenshot shows a coordinate system with x and y axes. A piecewise function is plotted with three horizontal segments: one at y=0.5 for x between 0 and 1, one at y=1 for x between 1 and 2, and one at y=2 for x between 2 and 3. To the right of the graph is a feedback box with the following text:

נא להכיר
פונקצית הערך השלם

חשב:
 $f(-0.5) = 0.5$

טעות!
הפונקציה מקבלת רק ערכים שלמים. נסה שוב . . .

המשך

חזור

תמונה 2

הערה: לאישור קלט מהמשתמש יש להקיש Enter בכל הפעילויות בלומדה. פעולה זו פחות אוטומטית מלחיצת העכבר ונותנת זמן לחשוב שוב על הקלט שהוקלד.



סימני גרף

מסך אחרון:

סיכום לפונקציה הנדונה הכולל את גרף הפונקציה וארבעת סימני ההיכר.

נא להכיר
פונקצית הערך השלם

סימני היכר

היחיד
עם הצירים

יבוישים

תחום

טווח

עם ציר x ($1 \leq x \leq 10$)
עם ציר y בנקודה 0

1 1 3

כל המספרים הנמשיים
כל המספרים השלמים

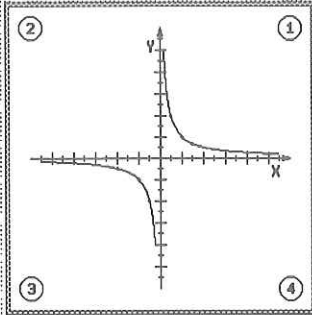
חזור המשך

תמונה 3

בתהליך דומה מכירים את שתי הפונקציות האחרות (תמונות 4, 5).



סימני גרף



נא להכיר
פונקציית המספר ההפכי

סימני היכר

חיתוך עם הצירים

דביעים

תחום

טורח

עם ציר x אין חיתוך
עם ציר y אין חיתוך

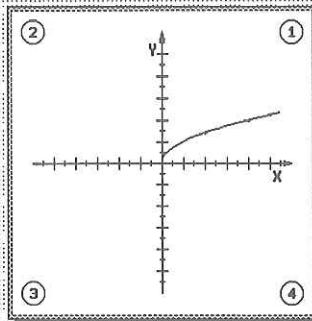
1 ו 3

מספרים שונים מאפס
מספרים שונים מאפס

חזור

המשך

תמונה 4



נא להכיר
פונקציית השורש הריבועי

סימני היכר

חיתוך עם הצירים

דביעים

תחום

טורח

עם ציר x בנקודה 0
עם ציר y בנקודה 0

1

מספרים אי שליליים
מספרים אי שליליים

חזור

המשך

תמונה 5



סימני גרף

סימני היכר

בתוכנית זו, התלמיד יכול לבחור לעסוק באחת מבין שלוש משפחות הפונקציות שהכיר. העיסוק מסתמך על משימה בסיסית זהה באופיה בכל המקרים.

מבנה המשימה:

מסך I על המסך נרשם חוק אלגברי של פונקציה, ומשורטט גרף של פונקציה מאותו הסוג. התלמיד נשאל אם בעזרת סימן היכר מסויים (המודגש על המסך) ניתן לקבוע **אי התאמה** בין הפונקציה הנתונה לבין הגרף המסוי. המסוי.

מסך II "טיפול" מתאים ומיוחד לסימן ההיכר המסויים שעליו נשאל התלמיד. הטיפול כולל שאלות מכוונות ותגובות מתאימות שתובלנה למסקנה כי הפונקציה הנתונה והגרף המסוי מתאימים/לא מתאימים בסימן היכר מסויים זה.

בתמונות 6–8 מודגמת סדרת מסכי הטיפול לסימן ההיכר "רביעים" עבור הפונקציה $f(x) = -1 + [x]$. חוק ההתאמה של הפונקציה בעלת הגרף המסוי, אינו רשום על המסך, כמובן.

<p style="text-align: center;">גרף מסוי</p>	<p style="text-align: center;">1 הפונקציה הנתונה $f(x) = -1 + [x]$</p>
<p style="text-align: center;">חזור</p>	<p>האם בעזרת סימן היכר ניתן לקבוע אי התאמה בין הפונקציה הנתונה לגרף המסוי?</p> <p style="text-align: center;"> <input type="checkbox"/> לא <input checked="" type="checkbox"/> כן </p>

- סימני היכר
- חיתוך
- גם הצירים
- רביעים
- תחום
- טווח

תמונה 6



סימני גרף

גרף מסיח

1 הפונקציה הנתונה

$f(x) = -1 + [x]$

בחר רביע בו עובר רק אחד מהגרפים

רביע	גרף הפונקציה הנתונה	גרף המסיח
1	?	לא
2	?	כן
3	?	לא
4	?	כן

סימני היכר

חיתוך עם הצירים

רביעים

תחום

טוחה

חזור

אין

תמונה 7

גרף מסיח

1 הפונקציה הנתונה

$f(x) = -1 + [x]$

בחר רביע בו עובר רק אחד מהגרפים

רביע	גרף הפונקציה הנתונה	גרף המסיח
1	כן	לא
2	לא	כן
3	כן	לא
4	כן	כן

סימני היכר

חיתוך עם הצירים

רביעים

תחום

טוחה

נכון

הפונקציה הנתונה [א] מואמת לגרף המסיח ב [ב] הימנית

הצגה

חזור

אין

תמונה 8



סימני גרף

תגובות הלומדה לטעויות של תלמידים מכוונות אל מקורות הטעות ומובילות אל התשובה הנכונה. המחשב משתמש במאגר טיפולי של הודעות ודוגמאות כדי לתת התייחסות עניינית לטעויות. להלן שתי דוגמאות:

דוגמא לטיפול עבור טווח של פונקציות המספר ההופכי:

1 הפונקציה הנתונה

$$f(x) = -\frac{1}{x+1}$$

גרף מסיח

טווח: $(x \mid x \neq -1)$

טווח: ()

חזור

השלם: $f(x) = -1 - \frac{1}{x+1}$

תמונה 9



סימני גרף

דוגמא לטיפול עבור תחום של פונקציות השורש הריבועי:

<p>גרף חסיח</p> <p>תחום: $\{x \mid x \geq 3\}$</p>	<p>1 הפונקציה הנתונה</p> <p>$f(x) = -\sqrt{x-3}$</p>
	<p>מהו המספר הגדול ביותר השייך לתחום?</p> <p>1 (כל המספרים)</p> <p>2 ($x \mid x \neq \dots$)</p> <p>3 ($x \mid x \geq \dots$)</p> <p>4 ($x \mid x \leq 3$)</p>
<p>אבל הרי קיימים מספרים גדולים ממנו השייכים לתחום? לדוגמא: $f(4) = -\sqrt{4-3} = -1$</p> <p>חזרה המשך</p>	<p>סימני היכר</p> <p>חיתוך עם הצירים</p> <p>רביעים</p> <p>תחום</p> <p>טווח</p>

תמונה 10

מספר המשימות המוצגות לתלמיד לגבי כל משפחה של פונקציות מושפע מתשובותיו הנכונות של התלמיד במהלך המשימות. התלמיד יכול לקבל 6 משימות, 8 משימות או 10 משימות. המספר הסידורי יופיע בברור על המסך על מנת לאפשר למורה לעקוב אחרי התלמידים המתקשים הפותרים משימות נוספות.



סימני גרף

תרגילים

זוהי יחידה הכוללת אפשרות לעריכה מתוכננת של משימות "סימני היכר". מטרת היחידה היא לאפשר למורים (ולתלמידים) לקבוע מהלך אישי של תרגול.

עריכה:

כדי לערוך קובץ תרגול בוחרים באפשרות "כתיבת קובץ תרגילים" מתפריט התרגילים. יש לבחור את משפחת הפונקציות ובתוכה לבחור את הפונקציה שתינתן בהצגה אלגברית, את הגרף המסיח ואת סימן ההיכר. לאחר מכן, יש לבחור ב"שמור" וליד המילה "קובץ" ניתן לרשום שם לקובץ שנערך. באופן דומה ניתן למחוק או לטעון קבצים על מנת לשנות אותם. רצוי לבחור ב"סיכום" על מנת לסקור את הקובץ שנערך לפני שמחליטים לשמור אותו. לנוחות העריכה ניתן להשתמש במקשים הבאים: "חדש" – כדי להתחיל מחדש לבנות קובץ; "קודם" – דפדוף לאחור בין תרגילים; "הבא" – דפדוף קדימה בין תרגילים.

תרגול:

כדי לטעון קובץ תרגילים יש לבחור באפשרות "תרגול" מתפריט התרגילים. יש להקיש את שם הכוון ולבחור מרשימת הקבצים שתופיע את הקובץ הרצוי (על ידי סימונו ברשימה או הדפסתו במשבצת המיועדת לכך) ולבקש "טען".

דוגמאות:

מכל סוג של פונקציות ניתן לבחור בין שש פונקציות נתונות. הפונקציות נבחרו כך שניתן יהיה ליצור תרגילים "מעניינים".

פונקציית הערך השלם:

$2 + [x]$	$-[x-0.5]$	$-1 + [x]$
$-0.5 + [x]$	$-[x]$	$[x-0.5]$



סימני גרף

פונקציית המספר ההופכי:

$$-1 + \frac{1}{x}$$

$$1 + \frac{1}{x}$$

$$-\frac{1}{x+1}$$

$$\frac{1}{-x+1}$$

$$\frac{1}{x-1}$$

$$-\frac{1}{x}$$

פונקציית השורש הריבועי:

$$-\sqrt{x-3}$$

$$2 + \sqrt{x}$$

$$1 + \sqrt{x+1}$$

$$\sqrt{-x+3}$$

$$\sqrt{-x+4}$$

$$\sqrt{x-3}$$

כדוגמאות מכיל התקליטון שלושה קובצי תרגול:

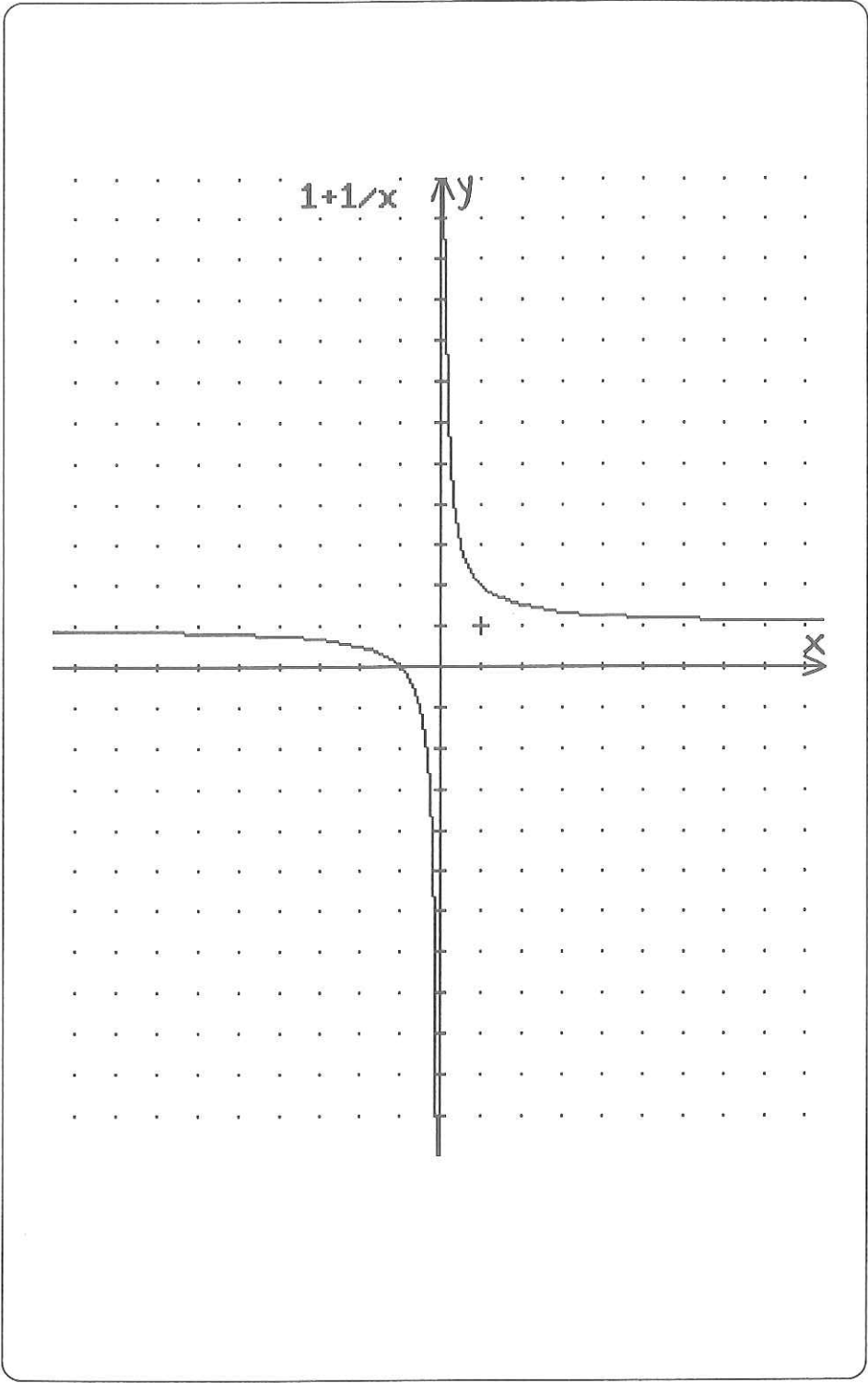
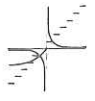
קובץ "הופכי" המכיל ארבעה תרגילים בהם בודקים את כל הסימנים לגבי זוג הפונקציות $1 + \frac{1}{x}$ ו- $\frac{1}{-x+1}$. שתי פונקציות אלו נבדלות בכל ארבעת סימני

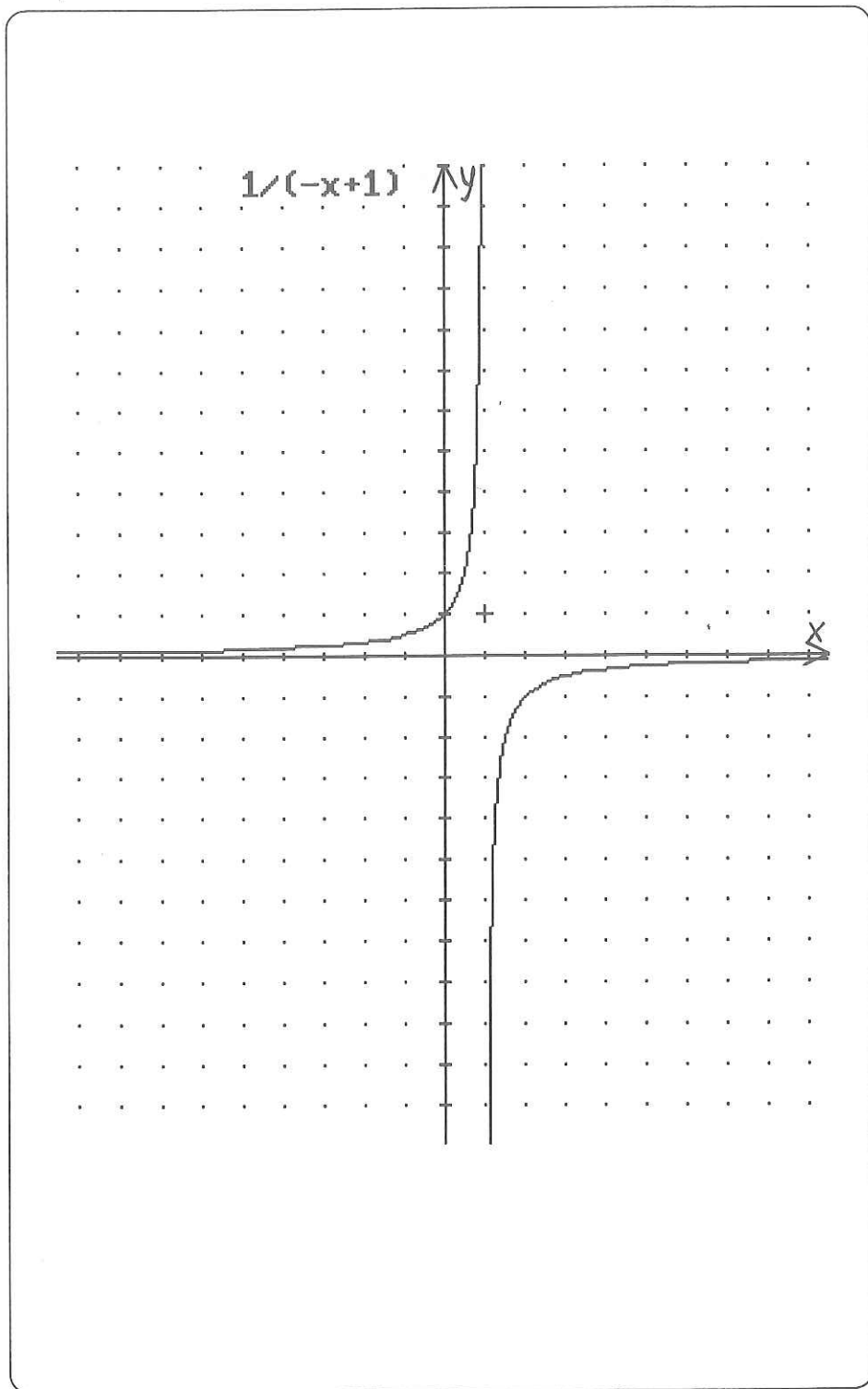
ההיכר. (ראה גרפים בעמ' 20–21).

באופן דומה נבנה קובץ "שורש" המטפל בפונקציות $\sqrt{-x+4}$ ו- $-\sqrt{x-3}$. (ראה גרפים בעמ' 22–23).

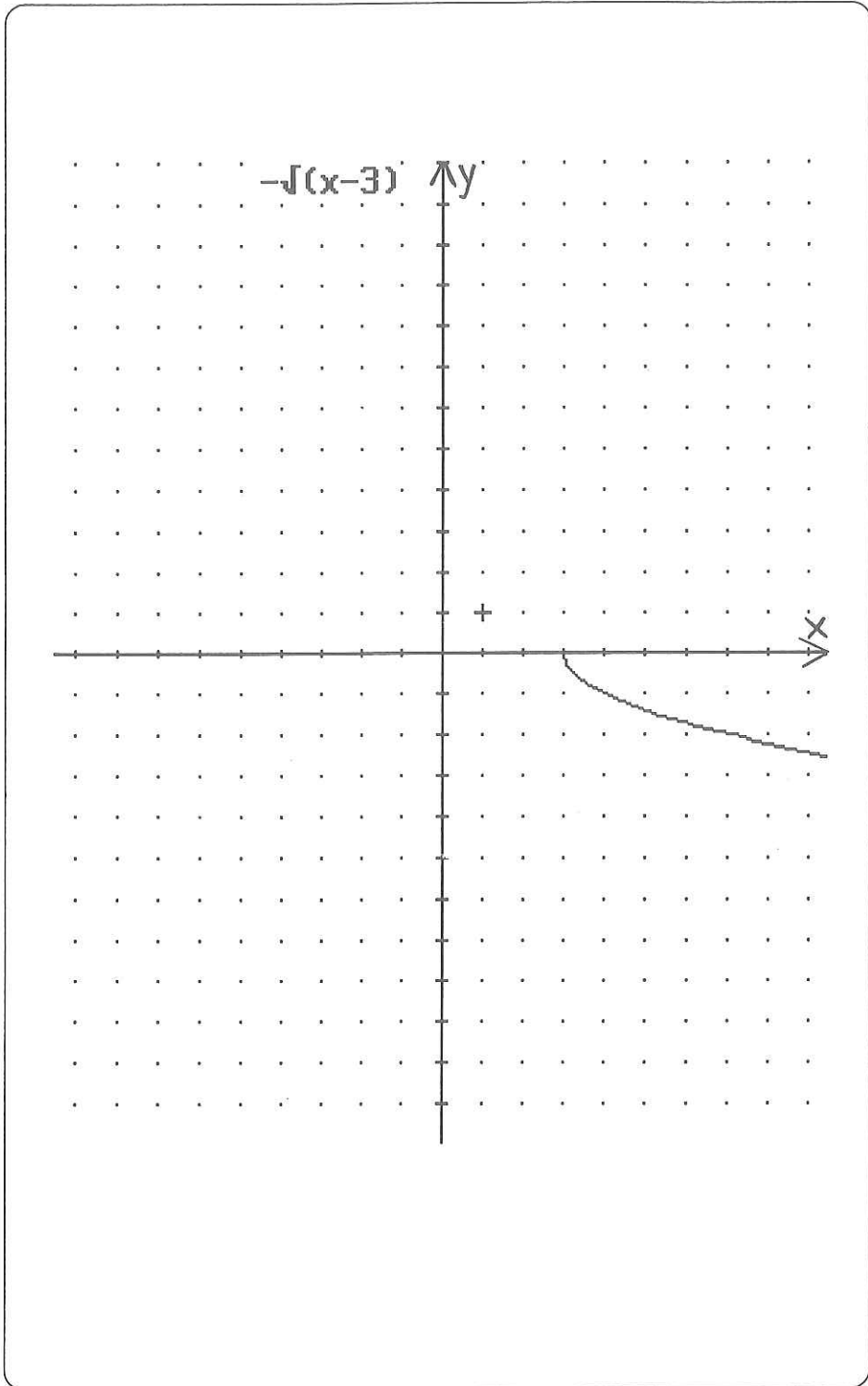
הדוגמא השלישית "רביעים" מכילה חמישה תרגילים בהם משווים את הגרף של $-\frac{1}{x+1}$ עם ההצגה האלגברית של כל אחת מחמש הפונקציות האחרות. שים לב! כל זוג מבין שש הפונקציות נבדל בסימן היכר "רביעים".

סימני גרף

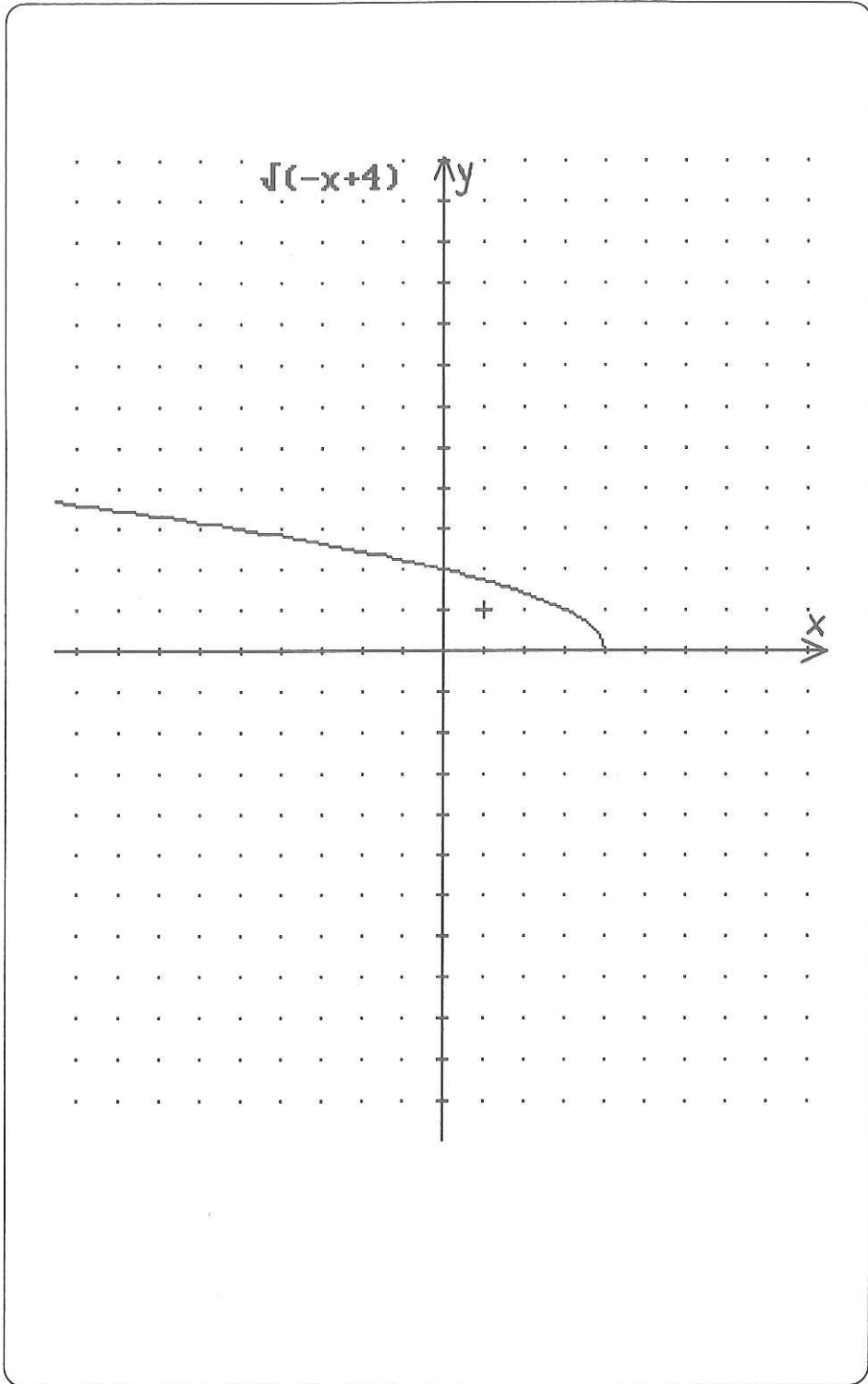




סימני גרף



סימני גרף





שילוב הלומדה בהוראה

הלומדות "סימני גרף" ו"תן סימן" מיועדות לשילוב בהוראה החל מסוף כיתה ט' ועד כיתה י"ב. בכל שלב הן יכולות לתרום להבנה מעמיקה יותר של מושגים הקשורים בפונקציות, ולהעשרת עולם הפונקציות המוכרות לתלמיד מעבר לפונקציה הקווית והריבועית. הפונקציות המטופלות בלומדות מוצגות אך בקצרה בספרי הלימוד.

בכיתה ט' רצוי לעסוק בלומדה "סימני גרף" עם תלמידים ברמות הגבוהות. כדאי לעבוד תחילה ביחד על התוכנית "נא להכיר" ועל מספר משימות מתוך התוכנית "סימני היכר", ואחר כך לתת לתלמידים לעסוק בעצמם בלומדה במשך 3–4 שיעורים (לאו דוקא רצופים). מומלץ לעסוק במקביל בדפי העבודה 1–3 כפי שיוסבר בהמשך.

ניתן לעבוד בצורה דומה גם עם התלמידים ברמה של 3 יח"ל בכיתות י', י"א.

תלמידים ברמות 4–5 יח"ל, בכיתות י', י"א, יוכלו לנסות להתמודד עם הלומדה בעצמם. ניסיון בכיתות הראה, כי גם בקבוצות אלו יש תלמידים הנתקלים בקשיים וזקוקים למספר שיעורים לעבודה עם הלומדה. באותו זמן יכולים תלמידים שהצליחו בנקל לענות על המשימות, לעסוק בלומדה "תן סימן". תלמידים טובים במיוחד יכולים להתחיל מיד בלומדה השנייה. כדאי לעסוק במקביל בכל דפי העבודה המלווים.

הערות

1. תלמידים מתעניינים בכיתה ט' יוכלו גם הם לעבור ללומדה "תן סימן".
2. ניתן לחזור ולהציג את הלומדה לאותם תלמידים בכיתות שונות. בכל שלב של לימודים יעמדו לרשותם כלים שונים לביצוע השיקולים.
3. רצוי, כמובן, לאפשר לתלמידים גישה חופשית לעסוק בלומדה כרצונם; הניסיון הראה כי הלומדות מעוררות עניין רב וסקרנות אצל חלק מהתלמידים. אפשר לעודד אותם לחקור ולארגן את מכלול הקשרים שבין הפרמטרים של הפונקציות וההצגה הגרפית.



דפים לתלמיד (ופתרונות)

הטיפול בדפי העבודה צריך להעשות במקביל לעיסוק בלומדה.

בדף לדיון כיתתי יש להדגיש את השילוב בין ההצגה האלגברית והגרפית: קישור בין הגבלות על תחום/טווח של הפונקציה והייצוג הגרפי שלה; שילוב שיקולים לגבי נקודות חיתוך, תחום וטווח ביצירת התמונה הגרפית של פונקציה הנתונה באופן אלגברי.

בדפי עבודה 1–3 התלמיד מתבקש למצוא לגבי כל סוג של פונקציה את סימני ההיכר בהצגה אלגברית ובהצגה גרפית בנפרד.

בדף עבודה 4 מופיעים שלושה זוגות של פונקציות (זוג מכל משפחה המופיעה בלומדה סימני גרף), והתלמידים מתבקשים לנתח את כל סימני ההיכר לגבי זוג הפונקציות. הרציונל של ההצגה המשולבת (כמו של כל מהלך הלומדה) הוא כי כך מוזמן התלמיד לעבור מהצגה להצגה, לשלב אלמנטים גרפיים ואלגבריים ולחזק את הדרוש בהסתמך על הכלים בהם הוא שולט. ניתן ליצור דפים נוספים כדוגמת דף 4 ולבקש להשוות בין פונקציה וגרף לפי "סימן"/"סימני היכר".

דף ההעשרה מציג פעילות הפוכה למשימה הבסיסית בלומדה. במקום ניתוח סימני ההיכר של פונקציה נתונה, יש ליצור סינתזה ולהרכיב בעזרת סימני היכר נתונים פונקציה המקיימת אותם.

אחרי שהתלמידים עוסקים בלומדה בעבודה אינדיבידואלית במשך 2–3 שיעורים, רצוי לתת להם להכין את דפי עבודה 1-3. דפים אלו יכולים לשמש לצורך אבחון ואיתור קשיים, ולפיהם יקבע המורה את המשך העבודה. אם תלמיד מגלה קשיים בסוג מסויים של פונקציה, רצוי לבקש ממנו לתרגל שוב בעזרת הלומדה את הסוג הזה. אפשר לערוך בכיתה דיון מסכם בכל סוג של פונקציה ובמידת הצורך כדאי לדון גם בסימן היכר מסויים עבור כל סוגי הפונקציות. אם תלמידים מתקשים בסימני היכר מסויים כדאי להציע להם משימות כדוגמת אלו המופיעות בדף 4 ולבקש מהם לנתח את סימני ההיכר שבהם התקשו. לתלמידים השולטים יפה במציאת סימני היכר בהצגה הגרפית והאלגברית אפשר להציע לעסוק במשימות הדורשות סינתזה כמו בדף ההעשרה.

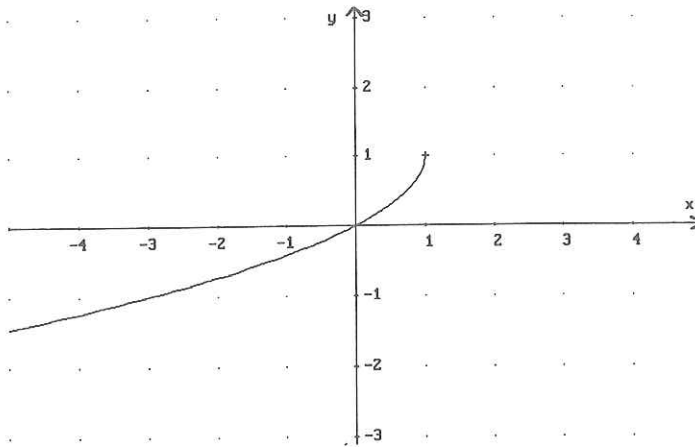


סימני גרף

לתלמיד

דף לדיון כיתתי

לפניך הגרף של הפונקציה $g(x)$:



א. נמצא את "סימני ההיכר" של g שמוזכרים בלומדה:

רביעים	חיתוך עם הצירים	טווח	תחום	
				$g(x)$

ב. כעת נניח ש- $f(x) = -1 + \sqrt{1+x}$ ונרצה לבדוק האם יתכן ש $f(x) = g(x)$?
 התייחס לתכונות של $g(x)$ שכבר מצאת על מנת לענות על השאלה.

ג. חפש אפיונים נוספים שעשויים לעזור להשוות בין $f(x)$ ו- $g(x)$.



סימני גרף

למורה

דף לדיון

א. נרשום תחילה את "סימני ההיכר" של $g(x)$:

$$g(x) = 1 - \sqrt{1-x}$$

רביעים	חיתוך עם הצירים	טווח	תחום	
3, 1	(0, 0)	$y \leq 1$	$x \leq 1$	$g(x)$

ב. כעת נניח ש- $f(x) = -1 + \sqrt{1+x}$. נרצה לבדוק האם יתכן ש $f(x) = g(x)$? נשים לב כי שתיהן נחתכות ב (0, 0). כמו כן, אם כי לתלמידים קשה לבחון את זאת, לגבי שתי הפונקציות הגרף עובר ברביעים 1, 3. אך התחומים והטווח שונים.

עבור $f(x)$: התחום הוא $\{x \mid x \geq -1\}$ והטווח הוא $\{y \mid y \geq 1\}$.

ג. האפיון הבולט ביותר שמבדיל בין f ו- g הוא, אולי, הנקודות בגרף בקצה התחום:

$(-1, -1)$ עבור $f(x)$, שאינה על הגרף של $g(x)$.

$(1, 1)$ עבור $g(x)$, שאינה על הגרף של $f(x)$.

אך יש הבדלים נוספים, כמו למשל:

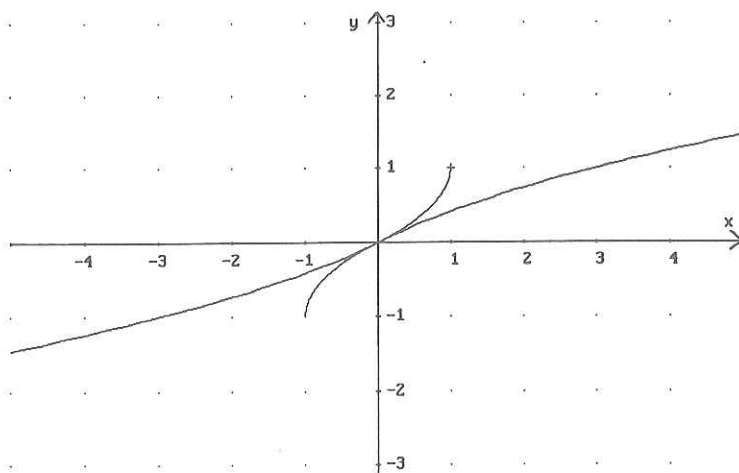
$f(x)$ קמורה מלמטה ו- $g(x)$ קמורה מלמעלה.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

שרטוט שני הגרפים מופיע בעמוד הבא.



סימני גרף



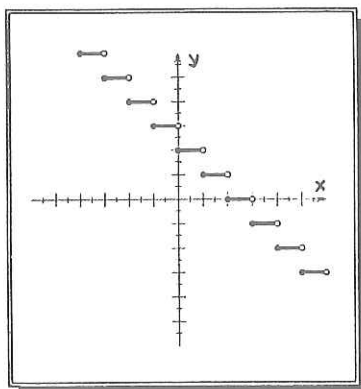


סימני גרף

לתלמיד

דף עבודה 1

1. לפנך גרף של פונקציה:



א. האם הגרף חותך את ציר ה- x ? כן/לא
 אם כן, השלם את שיעורי נקודת(ות) החיתוך של הגרף עם ציר ה- x :

.....

ב. האם הגרף חותך את ציר ה- y ? כן/לא
 אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y :

.....

ג. הקף בעיגול את הרביעים בהם עובר הגרף:
 רביע 1 רביע 2 רביע 3 רביע 4

ד. תחום הפונקציה הוא: (סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid x \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים הממשיים |
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid x \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים השלמים |
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid x \leq \dots\}$ | |

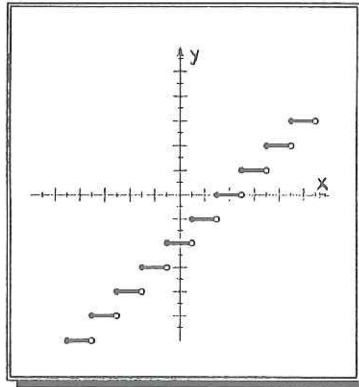
ה. קבוצת התמונות של הפונקציה היא: (סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\{y \mid y \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים הממשיים |
| <input type="checkbox"/> $\{y \mid y \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים השלמים |
| <input type="checkbox"/> $\{y \mid y \leq \dots\}$ | |



סימני גרף

2. לפניך גרף של פונקציה:



א. האם הגרף חותך את ציר ה- x ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- x :

.....

ב. האם הגרף חותך את ציר ה- y ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y :

.....

ג. הקף בעיגול את הרביעים בהם עובר הגרף:

רביע 1 רביע 2 רביע 3 רביע 4

ד. תחום הפונקציה הוא: (סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid x \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים הממשיים |
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid x \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים השלמים |
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid x \geq \dots\}$ | |

ה. קבוצת התמונות של הפונקציה היא: (סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\{y \mid y \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים הממשיים |
| <input type="checkbox"/> $\{y \mid y \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים השלמים |
| <input type="checkbox"/> $\{y \mid y \geq \dots\}$ | |



סימני גרף

3. נתונה פונקציה בעלת חוק ההתאמה: $f(x) = [x] - 4$.

א. התחום הגדול ביותר שבו ניתן להגדיר את הפונקציה f הוא:
(סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | | | |
|---------------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|
| $\{x \mid x \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים הממשיים | <input type="checkbox"/> |
| $\{x \mid x \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים השלמים | <input type="checkbox"/> |
| $\{x \mid x \geq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | הסבר: | |

ב. האם הגרף חותך את ציר ה- x ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקוד(ות) החיתוך של הגרף עם ציר ה- x :

.....
הסבר:

ג. האם הגרף חותך את ציר ה- y ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y :

.....
הסבר:

ד. הקף בעיגול את הרביעים בהם עובר הגרף:
רביע 1 רביע 2 רביע 3 רביע 4
הסבר:

ה. קבוצת התמונות של הפונקציה f היא:
(סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | | | |
|---------------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|
| $\{x \mid y \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים הממשיים | <input type="checkbox"/> |
| $\{x \mid y \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים השלמים | <input type="checkbox"/> |
| $\{x \mid y \geq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | הסבר: | |



סימני גרף

4. נתונה פונקציה בעלת חוק ההתאמה: $f(x) = -[x + \frac{1}{2}]$

א. התחום הגדול ביותר שבו ניתן להגדיר את הפונקציה f הוא:
(סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid x \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים הממשיים |
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid x \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים השלמים |
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid x \geq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> הסבר: |

ב. האם הגרף חותך את ציר ה- x ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- x

.....
הסבר:

ג. האם הגרף חותך את ציר ה- y ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y :

.....
הסבר:

ד. הקף בעיגול את הרביעים בהם עובר גרף הפונקציה f :
רביע 1 רביע 2 רביע 3 רביע 4
הסבר:

ה. קבוצת התמונות של הפונקציה f היא:
(סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid y \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים הממשיים |
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid y \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים השלמים |
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid y \geq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> הסבר: |



סימני גרף

למורה

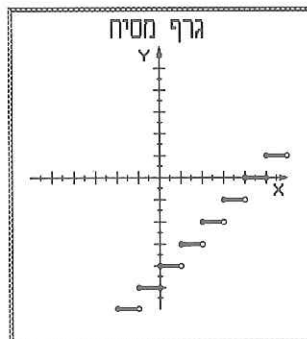
דף עבודה 1

1. בשאלה מופיע גרף הפונקציה
- א. נקודות החיתוך עם ציר x :
- ב. נקודות החיתוך עם ציר y :
- ג. הגרף עובר ברביעים:
- ד. תחום הפונקציה:
- ה. קבוצת התמונות של הפונקציה:
- $f(x) = -[x] + 2$
- $\{(x, 0) \mid 2 \leq x < 3\}$
- $(0, 2)$
- $4, 2, 1$
- כל המספרים הממשיים
- כל המספרים השלמים

2. בשאלה מופיע גרף הפונקציה
- א. נקודות החיתוך עם ציר x :
- ב. נקודות החיתוך עם ציר y :
- ג. הגרף עובר ברביעים:
- ד. תחום הפונקציה:
- ה. קבוצת התמונות של הפונקציה:
- $f(x) = [x + 0.5] - 2$
- $\{(x, 0) \mid 1.5 \leq x < 2.5\}$
- $(0, -2)$
- $4, 3, 1$
- כל המספרים הממשיים
- כל המספרים השלמים

3. א. תחום הפונקציה:
- ב. נקודות החיתוך עם ציר x :
- ג. נקודות החיתוך עם ציר y :
- ד. הגרף עובר ברביעים:
- ה. קבוצת התמונות של הפונקציה:
- כל המספרים הממשיים
- $\{(x, 0) \mid 4 \leq x < 5\}$
- $(0, -4)$
- $4, 3, 1$
- כל המספרים השלמים

גרף הפונקציה:

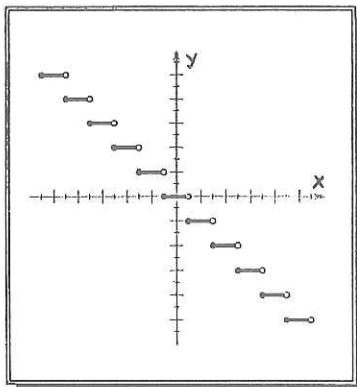




סימני גרף

4. א. תחום הפונקציה:
ב. נקודות החיתוך עם ציר x:
ג. נקודת החיתוך עם ציר y:
ד. הגרף עובר ברביעים:
ה. קבוצת התמונות של הפונקציה: כל המספרים השלמים
- כל המספרים הממשיים
 $\{(x, 0) \mid -0.5 \leq x < 0.5\}$
 $(0, 0)$
4, 2
כל המספרים השלמים

גרף הפונקציה:



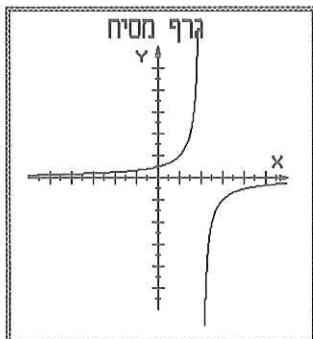


סימני גרף

לתלמיד

דף עבודה 2

1. לפניך גרף של פונקציה:



א. האם הגרף חותך את ציר ה- x ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- x :
.....

ב. האם הגרף חותך את ציר ה- y ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y :
.....

ג. הקף בעיגול את הרביעים בהם עובר הגרף:
רביע 1 רביע 2 רביע 3 רביע 4

ד. תחום הפונקציה הוא: (סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | | | |
|---------------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|
| $\{x \mid x \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים הממשיים | <input type="checkbox"/> |
| $\{x \mid x \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים השלמים | <input type="checkbox"/> |
| $\{x \mid x \geq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | | |

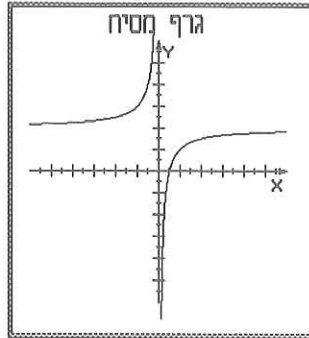
ה. קבוצת התמונות של הפונקציה היא: (סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | | | |
|---------------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|
| $\{y \mid y \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים הממשיים | <input type="checkbox"/> |
| $\{y \mid y \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים השלמים | <input type="checkbox"/> |
| $\{y \mid y \geq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | | |



סימני גרף

2. לפניך גרף של פונקציה:



א. האם הגרף חותך את ציר ה- x ? כן/לא
 אם כן, השלם את שיעורי נקודת(ות) החיתוך של הגרף עם ציר ה- x :

ב. האם הגרף חותך את ציר ה- y ? כן/לא
 אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y :

ג. הקף בעיגול את הרביעים בהם עובר הגרף:
 רביע 1 רביע 2 רביע 3 רביע 4

ד. תחום הפונקציה הוא: (סמן/השלם את התשובה המתאימה)

<input type="checkbox"/> כל המספרים הממשיים	<input type="checkbox"/> $\{x \mid x \neq \dots\}$
<input type="checkbox"/> כל המספרים השלמים	<input type="checkbox"/> $\{x \mid x \leq \dots\}$
	<input type="checkbox"/> $\{x \mid x \geq \dots\}$

ה. קבוצת התמונות של הפונקציה היא: (סמן/השלם את התשובה המתאימה)

<input type="checkbox"/> כל המספרים הממשיים	<input type="checkbox"/> $\{y \mid y \neq \dots\}$
<input type="checkbox"/> כל המספרים השלמים	<input type="checkbox"/> $\{y \mid y \leq \dots\}$
	<input type="checkbox"/> $\{y \mid y \geq \dots\}$

סימני גרף



3. נתונה פונקציה בעלת חוק ההתאמה: $f(x) = \frac{1}{x-1}$

א. התחום הגדול ביותר שבו ניתן להגדיר את הפונקציה f הוא:
(סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | | | |
|--------------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------|
| <input type="checkbox"/> | $\{x \mid x \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים הממשיים |
| <input type="checkbox"/> | $\{x \mid x \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים השלמים |
| <input type="checkbox"/> | $\{x \mid x \geq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | הסבר: |

ב. האם הגרף חותך את ציר ה- x ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקוד(ות) החיתוך של הגרף עם ציר ה- x :

.....
הסבר:

ג. האם הגרף חותך את ציר ה- y ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y :

.....
הסבר:

ד. הקף בעיגול את הרביעים בהם עובר גרף הפונקציה f :
רביע 1 רביע 2 רביע 3 רביע 4
הסבר:

ה. קבוצת התמונות של הפונקציה f היא:
(סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | | | |
|--------------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------|
| <input type="checkbox"/> | $\{x \mid y \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים הממשיים |
| <input type="checkbox"/> | $\{x \mid y \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים השלמים |
| <input type="checkbox"/> | $\{x \mid y \geq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | הסבר: |



סימני גרף

4. נתונה פונקציה בעלת חוק ההתאמה: $f(x) = 1 - \frac{1}{x+2}$

א. התחום הגדול ביותר שבו ניתן להגדיר את הפונקציה f הוא:
(סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | | | |
|---------------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|
| $\{x \mid x \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים הממשיים | <input type="checkbox"/> |
| $\{x \mid x \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים השלמים | <input type="checkbox"/> |
| $\{x \mid x \geq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | הסבר: | |

ב. האם הגרף חותך את ציר ה- x ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקודת(ות) החיתוך של הגרף עם ציר ה- x :

.....
הסבר:

ג. האם הגרף חותך את ציר ה- y ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y :

.....
הסבר:

ד. הקף בעיגול את הרביעים בהם עובר גרף הפונקציה f :
רביע 1 רביע 2 רביע 3 רביע 4
הסבר:

ה. קבוצת התמונות של הפונקציה f היא:
(סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | | | |
|---------------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|
| $\{x \mid y \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים הממשיים | <input type="checkbox"/> |
| $\{x \mid y \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים השלמים | <input type="checkbox"/> |
| $\{x \mid y \geq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | הסבר: | |



למורה

דף עבודה 2

1. בשאלה מופיע גרף הפונקציה $f(x) = \frac{1}{2-x}$

- א. אין נקודות חיתוך עם ציר x
- ב. נקודת החיתוך עם ציר y $(0, 0.5)$
- ג. הגרף עובר ברביעים: 4, 2, 1
- ד. תחום הפונקציה: $\{x \mid x \neq 2\}$
- ה. קבוצת התמונות של הפונקציה: $\{y \mid y \neq 0\}$

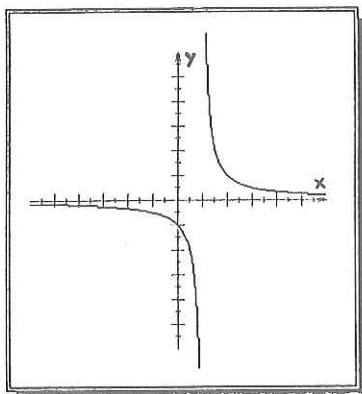
2. בשאלה מופיע גרף הפונקציה $f(x) = 2 - \frac{1}{x}$

- א. נקודות החיתוך עם ציר x: $(0.5, 0)$
- ב. אין נקודות חיתוך עם ציר y
- ג. הגרף עובר ברביעים: 4, 2, 1
- ד. תחום הפונקציה: $\{x \mid x \neq 0\}$
- ה. קבוצת התמונות של הפונקציה: $\{y \mid y \neq 2\}$

3. א. תחום הפונקציה: $\{x \mid x \neq 1\}$

- ב. אין נקודות חיתוך עם ציר x
- ג. נקודת החיתוך עם ציר y: $(0, -1)$
- ד. הגרף עובר ברביעים: 4, 3, 1
- ה. קבוצת התמונות של הפונקציה: $\{y \mid y \neq 0\}$

גרף הפונקציה:

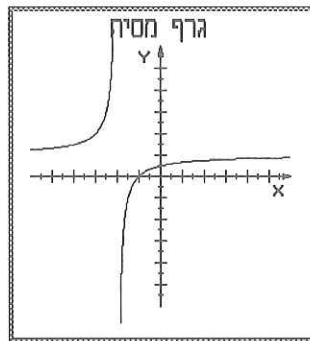




סימני גרף

4. א. תחום הפונקציה: $\{x \mid x \neq -2\}$
ב. נקודות החיתוך עם ציר x: $(-1, 0)$
ג. נקודת החיתוך עם ציר y: $(0, 0.5)$
ד. הגרף עובר ברביעים: 3, 2, 1
ה. קבוצת התמונות של הפונקציה: $\{y \mid y \neq 1\}$

גרף הפונקציה:



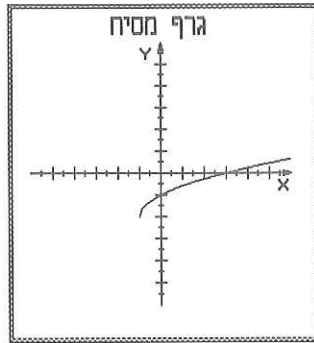


סימני גרף

לתלמיד

דף עבודה 3

1. לפניך גרף של פונקציה:



א. האם הגרף חותך את ציר ה- x ? כן/לא
 אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- x :

ב. האם הגרף חותך את ציר ה- y ? כן/לא
 אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y :

ג. הקף בעיגול את הרביעים בהם עובר הגרף:
 רביע 1 רביע 2 רביע 3 רביע 4

ד. תחום הפונקציה הוא: (סמן/השלם את התשובה המתאימה)

<input type="checkbox"/> $\{x \mid x \neq \dots\}$	<input type="checkbox"/> כל המספרים הממשיים
<input type="checkbox"/> $\{x \mid x \leq \dots\}$	<input type="checkbox"/> כל המספרים השלמים
<input type="checkbox"/> $\{x \mid x \geq \dots\}$	

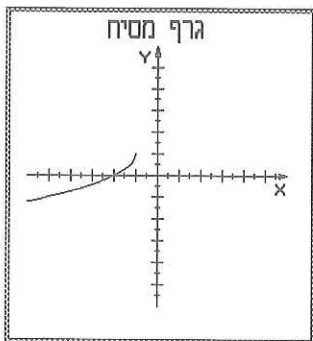
ה. קבוצת התמונות של הפונקציה היא: (סמן/השלם את התשובה המתאימה)

<input type="checkbox"/> $\{y \mid y \neq \dots\}$	<input type="checkbox"/> כל המספרים הממשיים
<input type="checkbox"/> $\{y \mid y \leq \dots\}$	<input type="checkbox"/> כל המספרים השלמים
<input type="checkbox"/> $\{y \mid y \geq \dots\}$	



סימני גרף

2. לפניך גרף של פונקציה:



א. האם הגרף חותך את ציר ה- x ? כן/לא
 אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- x :

.....

ב. האם הגרף חותך את ציר ה- y ? כן/לא
 אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y :

.....

ג. הקף בעיגול את הרביעים בהם עובר הגרף:
 רביע 1 רביע 2 רביע 3 רביע 4

ד. תחום הפונקציה הוא: (סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid x \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים הממשיים |
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid x \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים השלמים |
| <input type="checkbox"/> $\{x \mid x \geq \dots\}$ | |

ה. קבוצת התמונות של הפונקציה היא: (סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\{y \mid y \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים הממשיים |
| <input type="checkbox"/> $\{y \mid y \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> כל המספרים השלמים |
| <input type="checkbox"/> $\{y \mid y \geq \dots\}$ | |

סימני גרף



3. נתונה פונקציה בעלת חוק ההתאמה: $f(x) = \sqrt{x+1} + 1$

א. התחום הגדול ביותר שבו ניתן להגדיר את הפונקציה f הוא:
(סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | | | |
|--------------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------|
| <input type="checkbox"/> | $\{x \mid x \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים הממשיים |
| <input type="checkbox"/> | $\{x \mid x \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים השלמים |
| <input type="checkbox"/> | $\{x \mid x \geq \dots\}$ | | הסבר: |

ב. האם הגרף חותך את ציר ה- x ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- x :

.....
הסבר:

ג. האם הגרף חותך את ציר ה- y ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y :

.....
הסבר:

ד. הקף בעיגול את הרביעים בהם עובר גרף הפונקציה f :
רביע 1 רביע 2 רביע 3 רביע 4
הסבר:

ה. קבוצת התמונות של הפונקציה f היא:
(סמן/השלם את התשובה המתאימה)

- | | | | |
|--------------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------|
| <input type="checkbox"/> | $\{y \mid y \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים הממשיים |
| <input type="checkbox"/> | $\{y \mid y \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים השלמים |
| <input type="checkbox"/> | $\{y \mid y \geq \dots\}$ | | הסבר: |



סימני גרף

4. נתונה פונקציה בעלת חוק ההתאמה: $f(x) = \sqrt{4-x} - 2$

- א. התחום הגדול ביותר שבו ניתן להגדיר את הפונקציה f הוא:
(סמן/השלם את התשובה המתאימה)
- | | | | |
|---------------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|
| $\{x \mid x \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים הממשיים | <input type="checkbox"/> |
| $\{x \mid x \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים השלמים | <input type="checkbox"/> |
| $\{x \mid x \geq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | הסבר: | |

- ב. האם הגרף חותך את ציר ה- x ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקוד(ות) החיתוך של הגרף עם ציר ה- x .
.....
הסבר:

- ג. האם הגרף חותך את ציר ה- y ? כן/לא
אם כן, השלם את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y .
.....
הסבר:

- ד. הקף בעיגול את הרביעים בהם עובר גרף הפונקציה f :
רביע 1 רביע 2 רביע 3 רביע 4
הסבר:

- ה. קבוצת התמונות של הפונקציה f היא:
(סמן/השלם את התשובה המתאימה)
- | | | | |
|---------------------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|
| $\{y \mid y \neq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים הממשיים | <input type="checkbox"/> |
| $\{y \mid y \leq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | כל המספרים השלמים | <input type="checkbox"/> |
| $\{y \mid y \geq \dots\}$ | <input type="checkbox"/> | הסבר: | |



סימני גרף

למורה

דף עבודה 3

1. בשאלה מופיע גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{x+1} - 2$

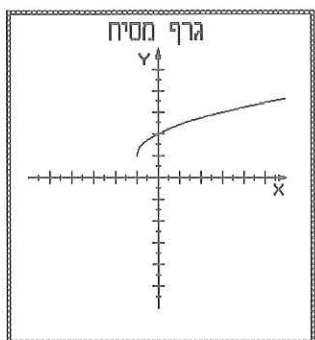
- א. נקודות החיתוך עם ציר x: $(3, 0)$
- ב. נקודת החיתוך עם ציר y: $(0, -1)$
- ג. הגרף עובר ברביעים: $4, 3, 1$
- ד. תחום הפונקציה: $\{x \mid x \geq -1\}$
- ה. קבוצת התמונות של הפונקציה: $\{y \mid y \geq -2\}$

2. בשאלה מופיע גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{-1-x} + 1$

- א. נקודות החיתוך עם ציר x: $(-2, 0)$
- ב. אין נקודות חיתוך עם ציר y
- ג. הגרף עובר ברביעים: $3, 2$
- ד. תחום הפונקציה: $\{x \mid x \leq -1\}$
- ה. קבוצת התמונות של הפונקציה: $\{y \mid y \leq 1\}$

- א. תחום הפונקציה: $\{x \mid x \geq -1\}$
- ב. אין נקודות חיתוך עם ציר x
- ג. נקודת החיתוך עם ציר y: $(0, 2)$
- ד. הגרף עובר ברביעים: $2, 1$
- ה. קבוצת התמונות של הפונקציה: $\{y \mid y \geq 1\}$

גרף הפונקציה

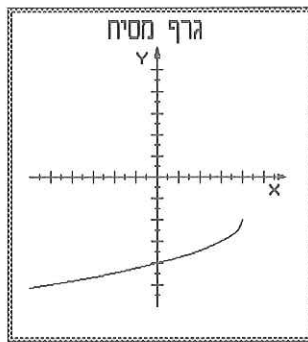




סימני גרף

4. א. תחום הפונקציה: $\{x \mid x \leq 4\}$
ב. אין נקודות חיתוך עם ציר x
ג. נקודת החיתוך עם ציר y : $(0, -4)$
ד. הגרף עובר ברביעים: $4, 3$
ה. קבוצת התמונות של הפונקציה: $\{y \mid y \leq -2\}$

גרף הפונקציה:





סימני גרף

לתלמיד

דף עבודה 4

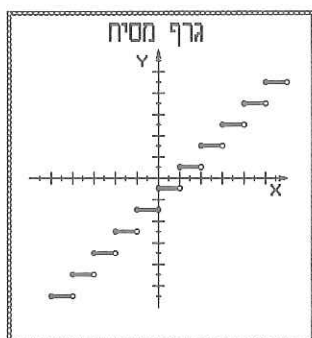
בתרגילים הבאים עליך לבדוק איזה סימני היכר מראים על אי התאמה בין הפונקציה הנתונה לבין הגרף המסוּח.

סימני ההיכר:

- נקודות החיתוך עם הצירים
- הרביעים בהם עובר גרף הפונקציה
- התחום הגדול ביותר בו ניתן להגדיר את הפונקציה
- הטווח (קבוצת התמונות) של הפונקציה

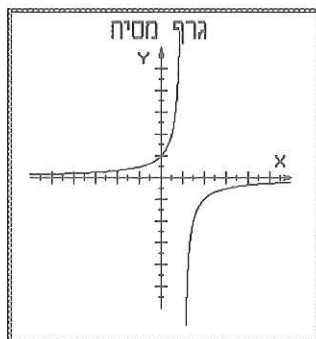
1.

הפונקציה הנתונה $f(x) = -[x]$



2.

הפונקציה הנתונה $f(x) = \frac{1}{x-1}$

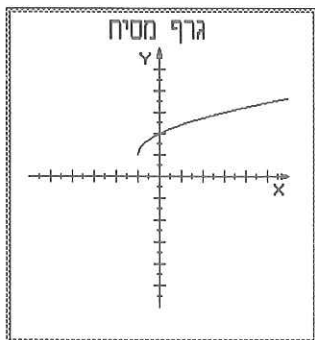




סימני גרף

3.

הפונקציה הנתונה $f(x) = -\sqrt{x-3}$





סימני גרף

למורה

דף עבודה 4

1.

	הגרף המסיח $(f(x) = [x] - 0.5)$	הפונקציה הנתונה $f(x) = -[x]$	סימני היכר
אי התאמה	$(0, -0.5)$	$\{(x, 0) \mid 0 \leq x < 1\}$	א. נקודות חיתוך
אי התאמה	$4, 3, 1$	$4, 2$	ב. רביעים
	כל הממשיים	כל הממשיים	ג. תחום
אי התאמה	$\{y \mid y = \text{שלם} + 0.5\}$	כל השלמים	ד. קב' תמונות

2.

	הגרף המסיח $f(x) = \frac{1}{x-1}$	הפונקציה הנתונה $f(x) = \frac{1}{x-1}$	סימני היכר
אי התאמה	$(0, 1)$	$(0, -1)$	א. נקודות חיתוך
אי התאמה	$4, 2, 1$	$4, 3, 1$	ב. רביעים
	$\{x \mid x \neq 1\}$	$\{x \mid x \neq 1\}$	ג. תחום
	$\{y \mid y \neq 0\}$	$\{y \mid y \neq 0\}$	ד. קב' תמונות

3.

	הגרף המסיח $(f(x) = \sqrt{x+1} + 1)$	הפונקציה הנתונה $f(x) = -\sqrt{x-3}$	סימני היכר
אי התאמה	$(0, 2)$	$(3, 0)$	א. נקודות חיתוך
אי התאמה	$2, 1$	4	ב. רביעים
אי התאמה	$\{x \mid x \geq -1\}$	$\{x \mid x \geq 3\}$	ג. תחום
אי התאמה	$\{y \mid y \geq 1\}$	$\{y \mid y \leq 0\}$	ד. קב' תמונות



סימני גרף

לתלמיד

דף העשרה

בלומדה "סימני הגרף" הופיעו פונקציות השייכות לשלוש המשפחות הבאות:

$$f(x) = \pm [\pm(x - a)] + b \quad \text{משפחת הערך השלם}$$

$$f(x) = \pm \sqrt{\pm(x - a)} + b \quad \text{משפחת השורש הריבועי}$$

$$f(x) = \pm \frac{1}{x - a} + b \quad \text{משפחת המספר ההופכי}$$

בתרגילים שלפניך נתונים ארבעה סימני היכר של פונקציה, העזר בהם (או רק בחלקם) כדי למצוא פונקציה המקיימת אותם ושייכת לאחת המשפחות לעיל.

1. נתונים:

$\{x \mid x \neq 2\}$	תחום הפונקציה:
$\{y \mid y \neq 1\}$	טווח (קבוצת התמונות) של הפונקציה:
$(1, 0) \quad (0, 0.5)$	נקודות החיתוך עם הצירים:
$4, 2, 1$	גרף הפונקציה עובר ברביעים

2. נתונים:

$\{x \mid x \geq 1\}$	תחום הפונקציה:
$\{y \mid y \leq 2\}$	טווח (קבוצת התמונות) של הפונקציה:
$(5, 0)$	נקודות החיתוך עם הצירים:
$4, 1$	גרף הפונקציה עובר ברביעים

3. נתונים:

המספרים הממשיים	תחום הפונקציה:
המספרים השלמים	טווח (קבוצת התמונות) של הפונקציה:
$\{(x, 0) \mid \frac{1}{2} < x \leq 1\frac{1}{2}\}$	נקודות החיתוך עם הצירים:
$4, 3, 1$	גרף הפונקציה עובר ברביעים

4. נתונים:

המספרים הממשיים	תחום הפונקציה:
$\{y \mid y = \text{שלם} + \frac{1}{2}\}$	טווח (קבוצת התמונות) של הפונקציה:
$(0, 1\frac{1}{2})$	נקודות החיתוך עם הצירים:
$4, 3, 1$	גרף הפונקציה עובר ברביעים



למורה

דף העשרה

1. נתון כי תחום הפונקציה הוא מסוג $\{x \mid x \neq a\}$ ולפיכך ניתן לזהות את הפונקציה כשייכת למשפחת המספר ההופכי ולקבוע כי $a = 2$. בהסתמך על קבוצת התמונות נקבע כי $b = 1$. את הסימן שלפני קו השבר נקבע על ידי הצבת אחת מנקודות החיתוך למשל $(0, 0.5)$ ונקבל:

$$\frac{1}{0-2} + 1 = 0.5$$

$$f(x) = \frac{1}{x-2} + 1 \quad \text{הפונקציה היא:}$$

גרף הפונקציה אכן עובר ברביעים $4, 2, 1$

$$f(x) = \pm \frac{1}{x-a} + b \quad \text{רצוי לדון בשאלה מנקודת מבט כללית עבור}$$

בקביעת המשפחה מסתמכים על הידוע לגבי התחום או קבוצת התמונות. התחום הנתון קובע את ערכו של a והטווח הנתון קובע את ערכו של b . הסימן לפני השבר נקבע על ידי הצבת נקודת חיתוך, במקרה שאין נקודות חיתוך, עם הצירים (כמו לגבי הפונקציות $f(x) = \pm \frac{1}{x}$) מסתמכים על הרביעים דרכם עובר גרף הפונקציה.

2. התחום הנתון מזהה את הפונקציה כשייכת למשפחת השורש הריבועי, $f(x) = \pm \sqrt{\pm(x-a)} + b$. הוא קובע את ערכו של a ואת הסימן לפני הסוגריים מתחת לסימן השורש. לפיכך הביטוי מתחת לסימן השורש הוא $(x-1)$.

הטווח הנתון קובע את ערכו של b ואת הסימן מחוץ לשורש לפיכך הפונקציה

$$f(x) = -\sqrt{(x-1)} + 2 \quad \text{היא:}$$

אפשר לבדוק ולראות כי סימני ההיכר הנותרים מתקיימים אף הם.



סימני גרף

קל לראות כי הפונקציות בתרגילים 3, 4 שייכות למשפחת הערך השלם. רצוי לבקש תחילה מן התלמידים לשרטט ארבעה גרפים אופייניים של משפחה זו:

$$f(x) = [x], f(x) = [-x], f(x) = -[x], f(x) = -[-x]$$

הצורה הכללית של המשפחה היא: $f(x) = \pm [\pm(x - a)] + b$, $0 \leq a < 1$

3. קבוצת נקודות החיתוך עם ציר ה־x כוללת את הקצה הימני של הרווח, ולכן בתוך הערך השלם הסימן הוא מינוס.

על סמך הרביעים 1, 3, 4 דרכם עובר גרף הפונקציה קובעים כי המדובר בפונקציה עולה. ולכן הסימן שמחוץ לערך השלם הוא מינוס.

על סמך נקודות החיתוך עם ציר ה־x נקבע ערכו של $a = \frac{1}{2}$

למציאת b נציב את שיעורי נקודת החיתוך

$$-[-(0 - 0.5)] + b = -1 \quad \text{עם ציר } y$$

$$b = -1 \quad \text{ונקבל}$$

$$f(x) = -[-x + 0.5] - 1 \quad \text{כלומר הפונקציה היא}$$

4. בתרגיל זה צפויה אולי "הפתעה". ניתן למצוא פונקציות שונות המקיימות את ארבעת סימני ההיכר.

על סמך הרביעים דרכם עובר הגרף מסיקים כי הפונקציה יורדת, ולכן היא יכולה להיות מהצורה $b + [-(x - a)]$ או $b + [+(x - a)]$. מאחר שאין נקודות חיתוך עם ציר x , נוכל לבחור עבור a ערכים שונים $0 \leq a < 1$.

נתחיל בביטוי הימני ונבחר, למשל, $a = \frac{1}{4}$. למציאת b , נציב את שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y :

$$[-0 + \frac{1}{4}] + b = 1\frac{1}{2}$$

$$b = 1\frac{1}{2} \quad \text{ונקבל:}$$

נמשיך לביטוי השמאלי ונבחר, למשל, $a = \frac{1}{2}$

למציאת b נציב את שיעורי נקודת החיתוך עם ציר y :

$$-[0 - \frac{1}{2}] + b = 1\frac{1}{2}$$



סימני גרף

$$b = \frac{1}{2}$$

ונקבל

קיבלנו אם כך שתי פונקציות שונות (ניתן לקבל נוספות עבור ערכי a אחרים)
המתאימות בארבעת סימני ההיכר:

$$g(x) = -\left[x - \frac{1}{2}\right] + \frac{1}{2} \quad f(x) = \left[-x + \frac{1}{4}\right] + 1\frac{1}{2}$$

