

18 בספטמבר 2015

## בחינה - טופולוגיה, מועד א

סמסטר קיץ, תשע"ה, אוניברסיטת תל אביב

מרצה: בועז קלרטג, מתרגל: סטפן סניגרוב.

משך הבחינה שלוש שעות. יש לפתור ארבע מתוך חמש השאלות. אין להשתמש בכל חומר עזר או במחשבון. כתבו באופן ברור, מלא וקפדני את תשובותיכם. יחשבו תשובות שיכתבו על טופס המבחן בלבד.

השתדלו לא לחרוג מהמסגרות המוקצות לכל שאלה. במידת הצורך, בסוף הבחינה יש דף נוסף. וודאו היטב את תשובותיכם לפני כתיבתן בטופס המבחן.

מספר שאלה	ציון
1	
2	
3	
4	
5	

# בהצלחה!

1. הוכיחו את משפט המטריזציה של Urysohn: יהי  $X$  מ"ט נורמלי  $C_2$ . אזי  $X$  מטריזבילי. (25 נקודות)  
(מותר להשתמש בלי הוכחה במשפט ההפרדה של Urysohn)

(25 נקודות) 2. יהיו  $X, Y$  מרחבים טופולוגים. נתון שלפחות אחד משני המרחבים - כוויץ. הוכיחו כי כל העתקה רציפה  $f : X \rightarrow Y$  הומוטופית לקבועה.

3. יהי  $X$  מרחב המנה המתקבל מ-  $\bar{B}^2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$  על ידי כיווץ לנקודה של  $S^1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 = 1\}$ . הוכיחו כי  $X$  הומאומורפי לספרה  $S^2$ . (25 נקודות)

(25 נקודות) 4. יהיו  $X, Y$  מרחבי האוסדורף ונניח ש- $X$  קומפקטי-מקומית. נסמן ב- $C(X, Y)$  את מרחב הפונקציות הרציפות מ- $X$  ל- $Y$  עם טופולוגיית קומפקט לפתוח. הוכיחו ש- $f, g \in C(X, Y)$  הומוטופיות אם ורק אם הן באותו רכיב קשירות מסילתית של  $C(X, Y)$ .

(25 נקודות) 5. תהי  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  העתקה רציפה כך ש-  $\|f(p) - p\| \leq 2015$  לכל  $p \in \mathbb{R}^2$ , כאשר  $\|\cdot\|$  הנורמה האוקלידית הסטנדרטית במישור. הוכיחו כי  $f$  היא העתקה על. (רמז: אין העתקה רציפה  $f : \overline{B}^2 \rightarrow S^1$  שצמצומה ל-  $S^1$  הומוטופי לזהות).

במידת הצורך רשמו את המשך הפיתרון בדף זה (ציינו את מספר השאלה):

