קורס למורי טבע
בבתיה"ס היסודיים,
תשכ"ה.

<u>פרק א' - שיטות העבודה בפיסיקה</u>

1. <u>מבוא</u>

הפיסיקה היא המדע העוסק בחקר תכונות היסוד של הטבע אשר מסביבנו. תחום התענינותו של הפיסיקאי כולל בין השאר, את <u>התנהגותם</u> של הגופים על פני הארץ ומחוצה לה, את תופעות התנועה, האור, הקול והחשמל, את צפונותיו של האטום ואת התהליכים המתרחשים על פני השמש וכוכבי השבת. חקירת תופעות הטבע ברמה זו או אחרת - גילה כגיל האנושות. ידיעותינו אודות התהליכים והשינויים המתרחשים בטבע גדלות מדי דור והן פרי עמלם של מאות ואלפי חוקרים המנסים לתהות על סודות התבל. מדי פעם מתברר לנו כי חוקים מסוימים בהם האמנו אינם מתארים נכונה את פני הדברים ועלינו להחליפם באחרים. אמת המדה היחידה לנכונותם או אי נכונותם של חוקי הפיסיקה היא הנסיון, ואמנם המחקר המדעי מבוסס בראש ובראשונה על ההתבוננות, הניסוי והמחשבה.

מטרתנו, בכל מקרה, היא לפשט את תאור התופעות ולהציגן בעזרת מספר קטן ככל האפשר של הנחות יסוד וחוקי טבע. את תנועותיהם של כוכב לכת, מטוס סילון, סוס דוהר ומולקולות האויר בחדר נתאר בעזרת אותם חוקי תנועה יסודיים; תנועת הארץ סביב השמש ונפילתה של אבן על פני הארץ נגרמות על ידי אותו כח; משיכת האלקטרונים אל גרעין האטום, פעולת המנוע החשמלי, המצפן והקומקום החשמלי נובעות כולן מאותו מקור - מפעולת השדה האלקטרומגנטי. כל אלה הן רק דוגמאות ספורות למספרן העצום של תופעות הטבע ולמיעוטם המפתיע של חוקיהן היסודיים. לעתים, מנסים אנו אף למצוא קשרים בין אי אלו תופעות שלא ירדנו לעמקן. כך למשל מקשרים אנו כיום, במחקר בתחום הפיסיקה הגרעינית תופעות שכל אחת מהן, לכשעצמה - חידה היא בעינינו. אך בעזרת שיקולים שונים, יודעים אנו כי אם תקרה האחת, חייבת גם השניה להתרחש. על ידי כך עולה בידינו לצמצם את מספרן של הבעיות העומדות בפנינו עוד בטרם פתרנום כהלכה.

השפה בעזרתה אנו מבטאים את מסקנותינו וחוקינו היא המתמטיקה. החל באריתמטיקה, דרך האלגברה הפשוטה וכלה בענפי המתימטיקה הגבוהה - משמשים לנו הבטויים המתמטיים כלים חיוניים להבעת חוקי הטבע ונתוח תופעותיו. יחד עם זאת, אל לנו לשכוח שהמתמטיקה הנה בבחינת אמצעי ולא בבחינת מטרה בעבודתנו. בפיסיקה, אין אנו מעונינים, בפתירה לשמה

של בעיות מתימטיות. אנו רק מבטאים את הבעיה הפיסיקלית שלפנינו בשפת המתימטיקה, ולאחר פתרונה - אנו מתרגמים את מסקנותינו בחזרה לעולם הפיסיקלי.

נקודה נוספת שכדאי להבהירה כאן: ככל שמשתמשים אנו בשיטות מתימטיות מסובכות ומפולפלות יותר, אנו מקלים על עצמנו רק את הצד הטכני של פתרון הבעיה. (לפחות בתחום הפיסיקה הקלסית). תוך שמוש במתימטיקה גבוהה יותר אנו מסוגלים לטפל בבת אחת במספר רב יותר של מקרים שונים זה מזה, אך אין בכך, ברוב המקרים, משום הבנה מעמיקה יותר של התוכן הפיסיקלי. תוך שמוש בחשבון הדיפרנציאלי והאינטגרלי, למשל, ניתן לטפל בעת ובעונה אחת בכל התנועות האפשריות על פני קו ישר. אם נצמצם את הכלים המתמטיים שברשותנו ונשתמש רק באלגברה, נאלץ לדון בנפרד בסוגים שונים של תנועות אלו (כגון - תנועה שות תאוצה), ואילו אם נשתמש רק באריתמטיקה - יהיה עלינו לדון בנפרד בכל מקרה ומקרה.

אבן הבוחן לנכונותו של חוק פיסיקלי היא כאמור, הנסיון ורק הנסיון. כדי לאמת חוק זה או אחר עלינו לבדקו בדרך ניסוי על פני תחום השתנות רחב ככל האפשר של הגדלים הפיסיקליים המופיעים בו. גם אז, ברצותנו לדייק, נאמר כי חוק פלוני נכון בודאות רק לגבי אותם תחומים בהם בצענו את ניסויינו, ורק עד כדי מדת הדיוק אותה השגנו. חוקי ניוטון, למשל, נבדקו ואושרו עד סוף המאה הקודמת לגבי גופים הנעים במהירויות שאינן מתקרבות למהירות האור. האם יש בכך כדי ללמדנו שחוקים אלה נכונים באופן מוחלט בכל התנאים? לא ולא. כל אשר יש ביכולתנו לקבוע, על סמך ניסויים אלה, הוא שחוקי ניוטון נכונים במדת דיוק כזאת וכזאת (וכאן עלינו לשקול בזהירות מהי מדת הדיוק של ניסויינו), ובמהירויות שאינן עולות על אותה מהירות מקסימלית בה נבדקו החוקים הלכה למעשה. מעבר למהירות זאת-יכול הכל להתרחש. (ואמנם-מתברר כי במהירויות הקרובות למהירות האור חוקי ניוטון אינם נכונים, אך במהירויות נמוכות יותר הם מהווים קירוב מצוין לאמת. עוד נדון בכך בפרקים הבאים). עלינו להזהר, איפוא מאקסטרפולציה - הנחת קיומם של חוקים מעבר לתחום בו נבדקו. אין צורך להרחיק עד למהירות האור כדי להווכח בכך. נוכל לראות זאת גם בדוגמה פשוטה בהרבה: נחבר קומקום חשמלי מלא מים בטמפרטורה של 20° לרשת החשמל. לאחר דקה תהיה טמפרטורת המים, נאמר, 30°. לאחר שתי דקות - 40° ולאחר שלוש דקות 50°. אנו נוכחים לדעת כי בכל דקה עולה טמפרטורת המים ב-10°. לאחר 7 דקות אמנם מגיעה הטמפרטורה ל-90°, ואז נפסיק את מדידותינו. האם סמוכים ובטוחים אנו כי לאחר 15 דקות, למשל תעלה

הטמפרטורה עד 170°, כפי שנובע מהכלל שקבענו לעצמנו? מובן שבמקרה זה הנחת קיומו של הכלל מעבר לתחום הטמפרטורות בו נבדק תוליכנו לאבסורד גמור; שכן יודעים אנו כי מקץ 15 דקות תהיה הטמפרטורה בדיוק 100° (והיא לא תעלה יותר עד אשר תהפוך כל כמות המים אשר בקומקום לאדים). המסקנה הנובעת מכל זאת היא פשוטה - מותר לנו אמנם לשער ולנחש כי הכללים שנתגלו על סמך מערכת ניסויים, עומדים בעינם גם מעבר לתחומם של ניסויים אלה, אך לא נוכל לוודא זאת כל עוד לא בדקנו את הדבר הלכה למעשה.

"חטא" שאינו נופל בחומרתו (ובענשו) מאקסטרפולציה שאינה במקומה, היא האינטרפולציה הבלתי מוצדקת. מהי אינטרפולציה? כשם שהאקסטרפולציה הינה הרחבת תחולתו של חוק אל מחוץ לתחום בו הוא נבדק בדרך הניסוי, כך האינטרפולציה הינה הסקת מסקנות לגבי נקודות בינים בתוך תחום הניסוי; במילים אחרות, מתוך מדידת ערכו של גודל פיסיקלי מסויים בסדרת ניסויים, אנו מסיקים מה יהיה ערכו במצבים שבין תנאי הניסויים שבצענו. בדוגמת המים המתחממים בקומקום נוכל לקבוע ללא חשש כי לאחר $2\frac{1}{2}$ דקות למשל, תהיה טמפרטורת המים 45°, בקרוב, אף כי לא בצענו כל מדידה ברגע זה. לעומת זאת, קיימים מקרים בהם עלולה מסקנה מעין זאת להטעותנו. חשבו נא על אותו פיסיקאי המצויד במעבדה חדישה ובמצלמות אוטומטיות למיניהן וברצונו לחקור את תנועתה של מטוטלת. נאמר כי זמן המחזור של המטוטלת שבידו הוא מחצית השניה, דהיינו - מרגע צאתה לדרכה ועד חזרה למקום המוצא (הלוך וחזור) חולפת חצי שניה. החוקר הזריז שלנו מציב אחת ממצלמותיו אל מול המטוטלת ומתקינה כך שתצלם אותה בזמנים קצובים: תמונה אחת בכל שניה. לאחר יממה הוא חוזר ומפתח את תמונותיו. 86400 תמונות בידיו, (כמספר השניות ביממה) ובכולן נראית המטוטלת באותו המצב בדיוק! כי במשך כל שניה היא מספיקה לבצע, שני מחזורי תנודה שלמים, וחוזרת למקומה ההתחלתי. האם יוכל הפיסיקאי שלנו להסיק על סמך 86400 המדידות שערך, (ושהראו כולם עד אחת שהמטוטלת אינה זזה ממקומה), כי לא קרה דבר במשך היממה? אין כל ספק בכך שאילו היתה האינפורמציה שבידיו מבוססת אך ורק על הצילומים שבצע, הוא היה מסיק שלא התרחשה כאן כל תנועה. אמנם-דוגמה זו נראית אולי אבסורדית במדת מה, אך זכרו שדבר מעין זה עלול בהחלט להתרחש במדידות בהן עלינו להסתמך אך ורק על צילומים ואין ביכולתנו לראות במו עינינו כיצד מתרחשים הדברים , אם משום שהמצלמה מסוגלת להבחין בפרטים עדינים יותר, ואם משום שזמן פתיחתה עשוי להיות קצר יותר. נזהר נא, איפוא, ממסקנות חפוזות ומאינטרפולציות או אקסטרפולציות שאינן במקומן.

הזכרנו קודם ברמז כי חוקי ניוטון הוכחו בעשרות השנים האחרונות כבלתי מתאימים לתאור תופעות הקשורות בגופים הנעים במהירויות קרובות למהירות האור. מדוע, איפוא, אנו עדיין לומדים אותם בבית הספר היסודי והתיכון? האם משום שבית הספר לא השיג עדיין את התפתחות המדע? לא ולא. חוקיו של ניוטון, אף שאין הם מדויקים באופן מוחלט, מהווים קירוב מצוין של המציאות לגבי כל תופעות הטבע שאינן בתחום הפיסיקה האטומית והתת-אטומית. גם כיום, במחציתה השניה של המאה העשרים, נעים לוינים, מטוסים, מכוניות וכדורי רגל על פי חוקי ניוטון, וקרוב לודאי שגם במאות הבאות לא יעלה על דעת איש לזנחם, כל עוד יטפל בבעיות מעין אלו. יתר על כן - "אי הדיוק" הקיים בחוקי ניוטון <u>לגבי תחום התופעות שהזכרנו</u> זה עתה איננו עלול בשום מקרה להוות גורם שניתן להרגיש בו בנסיון. למידתם והבנתם של חוקים אלה משמשת כיום ממש כמו במאה ה-18 וה-19 אבן פינה לפיתוחה של תפיסת עולם פיסיקלית.

אך יש טעם רב גם בלימוד אותם חוקים שנוסחו על ידי ראשוני חוקרי הטבע ו"הודחו" מאז כליל על ידי גלילאי, ניוטון וממשיכיהם. אל לנו לשכוח שחוקי הפיסיקה של אריסטו או האסטרונומיה של תלמי התבססו על אותן הנחות שנוכל לשמעם גם כיום מפי מי שלא שמע מעולם על חידושי הפיסיקה והאסטרונומיה. סוף סוף מה טבעי יותר מלהניח שהארץ נחה והשמש סובבת סביבה, ומה נראה סביר יותר מלטעון שגופים כבדים נופלים מהר יותר מגופים קלים? עד שלא נלמד משגיאותיהם של ראשוני החוקרים ועד שלא נבין היטב את מקור טעויותיהם ואת הסברן האמיתי של התופעות, לא נוכל להשתלט על מושגי היסוד של הפיסיקה המודרנית.

אל כל הנקודות הללו עוד נחזור בפרקים הבאים. מטרתנו היא רק להתוות כמה מקוי המחשבה ושיטות העבודה הנהוגות בחקר תופעות הטבע. הרצון להסביר את התופעות בעזרת חוקים פשוטים, השמוש במתימטיקה כאמצעי הבעה, האימות הקפדני של החוקים בעזרת הנסוי, הזהירות בהסקת מסקנות אל מעבר לתחומם של הניסויים והלמוד משגיאות העבר הם רק חלק מעקרונות המחקר הפיסיקלי.

קורס למורי טבע
בבתיה"ס היסודיים,
תשכ"ה.

2. תופעות היסוד של הפיסיקה - מבנה החומר וסוגי הכוחות.

נתבונן בתנועתו של סוס המושך עגלה (דוגמה שהיתה חביבה על הפיסיקאים לפני 50 שנה), בתנועתה של מכונית (הדוגמה הפופולארית כיום) או אף בתנועת לווין הסובב את הארץ (עליה ידברו בודאי בשנים הבאות). הפיסיקה הקלאסית, זו שפותחה במאות הקודמות, מסבירה לנו מדוע נעים גופים אלה ומה טיבם של הכוחות הפועלים עליהם. אנו מסוגלים גם לנתח מבחינה מתימטית את הגדלים הפיסיקליים הקשורים בתנועתם של הגופים (מהירויות, תאוצות, כוחות). יתר על כן אנו יודעים להסביר כיצד פועלים זה על זה חלקיהם של הגופים הנעים: מהו הכח הפועל על גלגל העגלה, מדוע מסתובבת המכונית כאשר אנו מסובבים את ההגה וכיו"ב. נוכל להוסיף ולרדת עד לחלקים קטנים יותר ויותר של הגופים, ולנסות להבין את חלקם בתופעות המתרחשות לנגד עינינו. בסופה של הדרך - נגיע אל המולקולה, אל האטום ואל החלקיקים המרכיבים אותם. אם נלמד להכיר את כל סוגי החלקיקים מהם בנוי החמר, ואת הכוחות השונים הפועלים ביניהם, הרי שבידינו המפתח להבנת כל תופעות הטבע; תנועותיהם של העגלה, המכונית או הלווין נתנות לתאור בעזרת מספר רב ועצום של תנועות חלקיקים, ואילו הכוחות האחראים לתנועות אלה, אינם אלא סכומי הכוחות הפועלים על אותם חלקיקים. אמנם, בתופעות המקרוסקופיות נוטלים חלק מיליארדים של מיליארדי חלקיקים, והטפול הכמותי בהן נמצא במקרים רבים מעבר לתחום היכולת המתימטית שלנו; בכל זאת, אין בכך כדי להפחית מחשיבותו של המחקר האטומי והגרעיני המנסה לחשוף את כללי התנהגותם של החלקיקים ואת טיבם של הכוחות השונים הקיימים בטבע, ועל ידי כך להבין את תופעות היסוד של הפיסיקה. ברור לנו, איפוא, מדוע עבר מוקד התענינותו של הפיסיקאי במאה זו אל המולקולה, האטום, הגרעין וחלקיהם.

כמה סוגי כוחות קיימים בטבע?

נתחיל בכוח הגרביטציה. אין צורך להציגו - כולנו חשים בו יום יום ושעה שעה. האם יודעים אנו לחשבו? מסתבר שכן. חוק המשיכה העולמית של ניוטון מאפשר לנו לקבוע בכל מקרה ומקרה מהו הכוח הפועל בין כל שני גופים (תורת היחסות של איינשטיין שנתה אמנם כמה ממושגינו אודות הגרביטציה, אולם נניח לה בשלב זה).

[illegible]

גם הכח החשמלי והמגנטי מוכרים לנו היטב. כדאי רק להזכיר כי שני אלה קשורים זה בזה קשר בל-ינתק, ולפיכך נראה בהם שני צדדים של אותה תופעה: האלקטרומגנטיות. גם כאן יודעים אנו את חוק פעולתו של הכוח, ויש ביכולתנו לחשבו. ידוע לנו גם כי הכוחות האלקטרומגנטיים חזקים בדרך כלל מכוחות הגרביטציה.

פחות מוכר לנו הוא הכח הגרעיני, החזק מכולם. זהו כוח המשיכה שבין הנויטרונים והפרוטונים שבגרעין האטום. בחיי היום יום אין אנו נתקלים בתופעות הקשורות בפעולתו של כוח זה, אך כולנו שמענו על האנרגיה הגרעינית ועל שימושיה (הכורים הגרעיניים, ולהבדיל - הפצצות הגרעיניות). אין אנו יודעים, לפי שעה, לחשב בכל מקרה ומקרה את עצמתו של כח זה.

קיים גם כוח רביעי, והוא מכונה הכוח החלש. אף בו אנו מבחינים רק בתחום התופעות האטומיות והגרעיניות (וגם אותו אין אנו יודעים עדיין לחשב).

לפי מיטב ידיעותינו כיום, אחראים ארבעה כוחות אלה לכל תופעות הטבע. לעתים יקשה עלינו לקבוע מי מהם מסתתר מאחורי תופעה זו או אחרת, אולם בסופו של דבר מתברר תמיד כי אמנם אחד הכוחות שמנינו הוא הפועל כאן. לדוגמא - כל התופעות הקשורות במגע בין גופים כגון: דחיפה, משיכה, חיכוך או התנגשות, נובעות למעשה מהכוחות הפועלים בין מולקולות הגופים הבאים במגע. כוחות אלה הינם כוחות חשמליים והם המונעים למשל מגוף מוצק אחד להדור בעד משנהו. לא נכנס בשלב זה לניתוח מפורט של תופעות מסוג זה. ברצוננו רק להדגיש שוב ושוב כי בסופו של דבר, כל מאורע המתרחש בטבע, נובע מפעולת מספר מצומצם של סוגי כוחות, הפועלים בין חלקיקי החומר.

ננסה עתה להתוות בקוים כלליים את הידוע לנו כיום אודות מבנה החומר. בכל שלב ושלב, נברר לעצמנו מהן תופעות הטבע הקשורות בו ואלו הם שטחי המדע העוסקים בחקירתן של תופעות אלה. נתחיל בחלקיקים היסודיים כדוגמת האלקטרון, הפרוטון או הנויטרון. אלה הם מרכיביו היסודיים של האטום. כיום ידועים לנו עשרות חלקיקים כאלה, וענף הפיסיקה החוקר את תכונותיהם ואת הכוחות הפועלים ביניהם, הוא פיסיקת החלקיקים היסודיים.

בגרעין האטום מצויים הפרוטונים והנויטרונים. הכח הגרעיני החזק הוא הקושר אותם, כפי שכבר הזכרנו. הפיסיקה הגרעינית עוסקת בחקר מבנה הגרעין ובנתוח תהליכי התנגשות בין החלקיקים היסודיים ובין גרעיני האטומים. גם הקרינה הרדיואקטיבית - מקורה בגרעין וחקירתה

נכללת בתחום הפיסיקה הגרעינית. הטכנולוגיה הגרעינית עושה שימוש בהישגי הפיסיקה הגרעינית ומנצלת את הכוחות הגרעיניים כמקור אנרגיה רב עצמה ורב שימושים.

בשלב הבא של מבנה החומר אנו מגיעים לאטום. הוא מורכב מגרעין זעיר, בו מרוכזת כמעט כל המסה ומאלקטרונים הנעים סביבו. לגרעין - מטען חשמלי חיובי, ולאלקטרונים - שלילי. הכח המאחד אותם הוא, איפוא, הכוח החשמלי. הפיסיקה האטומית היא העוסקת בתופעות שמקורן בתנועת האלקטרונים שבאטום. על אלה נמנה, בין השאר, את המוליכות החשמלית ומוליכות החום של הגופים, את הקרינה האופיינית הנפלטת על ידי אטומי גז, ואת מבנה הגבישים.

כאן אנו כבר פולשים, במקצת, לתחומה של הכימיה, שכן מבנה האטום הוא הקובע במדה רבה את תכונותיו הכימיות של החומר. הכימיה עוסקת במבנה המולקולות של החמרים השונים, ובתהליכי ההתרכבות ביניהם. מהירות התרחשותם של התהליכים וחקר תופעות החום הקשורות בהם נכנס לתחום הבינים בין הכימיה והפיסיקה - תחומה של הכימיה הפיסיקלית. בחקר המולקולות של החמרים המרכיבים את החי והצומח עוסקת הכימיה האורגנית וממנה רק צעד אחד אל הביוכימיה והביולוגיה המולקולרית. אלה עוסקות בהבנת האספקטים הכימיים המולקולריים של התופעות הביולוגיות.

שמא תאמרו: מה לכל אלה ולפיסיקה? התשובה פשוטה: הכימיה על כל ענפיה עוסקת בתופעות הנובעות למעשה מפעולת הכוחות החשמליים שבין האטומים ומרכיביהם. משידועים לנו כללי פעולתם של כוחות אלה, יודעים אנו, כביכול, לטפל בתופעות הכימיות; אלא שכאן - פתרון הבעיות המתימטיות המעשיות נמצא הרחק מעבר לתחום אפשרויותינו, ועלינו להשתמש במחקר הכימי בשיטות שונות לחלוטין.

להשלמת התמונה נזכיר עוד את הביופיסיקה - המדע החוקר את העקרונות הפיסיקליים של התהליכים הביולוגיים. הראיה, השמיעה, מערכת העצבים ודרך פעולת המוח, הם רק כמה מנושאי המחקר בשטח זה.

מכל אלה אנו למדים כי קשה, במדה רבה, לקבוע תחומים בין ענפי המחקר ולטעון למשל: עד כאן - פיסיקה, ומכאן והלאה - כימיה. גם זו וגם זו עוסקות, כל אחת בדרכה שלה, בהתבוננות בתחום זה או אחר של המתרחש בטבע. אין ענף מענפי המחקר השונים שלא ניזון במדה רבה מרעיונות

והישגים של הענפים האחרים, ולהשפעה הדדית זו - תוצאות מבורכות לרוב.

אחת ממטרותינו בלמוד הפיסיקה תהיה להדגיש את אחדות ענפיה השונים בפרט, ואת אחדות הטבע בכלל. ננסה להתבונן באטום הן מנקודת המבט הפיסיקלית והן מנקודת המבט הכימית, וניוכח כי תמונות אלה משלימות זו את זו ומסייעות בידינו לרדת אל שרשי הדברים.

קורס למורי טבע
בבתיה"ס היסודיים,
תשכ"ה.

3. מדידות זמן ומרחק

כיצד אנו מודדים גודל פיסיקלי? בשלב הפרימיטיבי ביותר אנו נעזרים בחושינו ובתהליכים פיסיולוגיים המתרחשים בגופנו. מרחקים (וגם עצמת אור) אנו אומדים בראיה, עצמת גלי קול - בשמיעה, טמפרטורה של גוף - במגע יד, משקל - במאמץ שרירים. אנו יכולים למדוד זמן בעזרת קצב פעימת הלב אך גם בעזרת הרגשת העייפות או תחושת הרעב בהן אנו חשים. לעתים גם נחוש "לחץ" באזניים כתוצאה משינויים בלחץ האויר ובמקרים אחרים - קשיי נשימה כתוצאה מקלישות האויר. מובן שבכל המקרים הללו המדידה אינה מדויקת ואינה מאפשרת לנו הסקת מסקנות כמותיות של ממש. יתר על כן - תחום המדידה של חושינו מוגבל. לא נוכל לאמוד בראיה מרחקים של חלקי המילימטר ולא נוכל להעריך במגע יד טמפרטורות של מאות מעלות. תכליתם של מכשירי המדידה בפיסיקה היא כפולה, איפוא: הרחבת תחום המדידה ושיפור הדיוק.

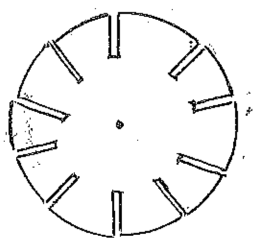
נתבונן מעט בשיטות בהן אנו מודדים שנים מגדלי היסוד של הפיסיקה - הזמן והמרחק.

אנו מסוגלים להבחין בזמנים בתחום שבין בעשירית השניה או מעט מתחת לזה, ובין כמיליארד שניות (70 שנה, כמשך חיי אנוש, הן בקירוב 2.2 מיליארדי שניות). בתחום זה אנו מודדים את הזמן בעזרת שעון (כשהמדובר בשניות, דקות או שעות) או בעזרת תופעות קוסמיות כסבוב הארץ סביב צירה, מחזור הלבנה, או מחזור סבובה של הארץ סביב השמש (כשמדובר בימים, חדשים או שנים). מעבר לתחומים אלה עלינו לנצל תחבולות שונות כדי להרחיב את אפשרויות המדידה שלנו. אולם נחזור לרגע אל השעון או ליתר דיוק - אל סוגי השעונים השונים. כל שעון, החל בשעון השמש או שעון החול וכלה בשעונים החשמליים והאטומיים, מבוסס על תופעה כלשהי החוזרת ונשנית בקצב

קבוע במשך תקופת המדידה. יתר על כן - כל אחד מאתנו יכול לבנות לעצמו "שעון" בהתבססו על תופעות כגון: דליפת מים מברז או מכלי סדוק, יציאת האויר מבלון מנופח, התפרקות חומר כימי באלקטרוליזה וכיו"ב.

אך מה עלינו לעשות ברצותנו למדוד זמנים קצרים מעשירית או מאית השניה? הדרך המוכרת ביותר היא כמובן - השמוש במצלמה. זמן הפתיחה של עדשת מצלמה רגילה הינו במקרים רבים קטן ממאית השניה. מצלמות משוכללות יותר מסוגלות לצלם בקצב של מאות ואלפי תמונות בשניה ובעזרתן נוכל לעקוב אחר התרחשותה של תופעה (כתנועתו של גוף מהיר) במשך פרקי זמן קצרים ביותר.

מכשיר פשוט למדי המאפשר לנו מדידת זמני מחזור קצרים הינו הסטרובוסקופ. בצורתו הפשוטה עשוי מכשיר זה דיסקית גדולה ובהיקפה חריצים הנמצאים במרחקים שווים זה מזה. כדי להפעיל את הסטרובוסקופ עלינו לסובב את הדיסקית במהירות קבועה ולהתבונן בעד אחד מהחריצים. אם מספר החריצים בדיסקית הוא 10 למשל, נראה במשך כל סבוב של הדיסקית 10 תמונות של העצם בו אנו מתבוננים. בצורה כזאת נוכל למדוד זמנים הקצרים פי 10 ממשך סבוב אחד של הדיסקית. בהביטנו דרך הסטרובוסקופ בגוף הנע בתנועה מחזורית מהירה, נוכל להגדיל את מהירות הסבוב של הדיסקית בהדרגה עד אשר הגוף המתנודד יראה כאילו עמד במקומו. במקרה זה ישוה זמן המחזור של התנודה לזמן החולף בין שתי תמונות שאנו רואים מבעד לחריצים, כלומר - לעשירית ממשך סבוב אחד של הדיסקית. אם הדיסקית משלימה, למשל, 3 סבובים בשניה הרי שזמן המחזור של תנודת העצם הנבחן יהיה $\frac{1}{30}$ שנ'. מסתבר, איפוא, שעל ידי ספירת מספר סבובי הסטרובוסקופ אנו מודדים בעקיפין זמנים קצרים פי עשרה מהזמנים אותם אנו מסוגלים למדוד בלעדיו.



ציור 1 – 3

בסטרובוסקופ אנו מסתייעים באחד העקרונות הפשוטים והמועילים ביותר המשמשים אותנו במדידת גדלים פיסיקליים קטנים. הכוונה היא ל"הכפלה" או "הגדלה" של הגודל הנמדד, בשיעור ידוע, והבאתו על-ידי כך לתחום הניתן למדידה בשיטות פשוטות. דוגמה

טפוסית לשימוש בעקרון זה היא מדידתו העקיפה של עבי דף ניר דק על-ידי מדידת עביים של 100 או 1000 דפים כאלה וחלוקת העובי הכללי שנתקבל, במספר הדפים. גם כאן, ממש כמו בסטרובוסקופ, אנחנו מודדים זמן או מרחק גדולים פי כמה מהגדלים הזעירים בהם אנו מעונינים לאמיתו של דבר.

כיצד אנו מודדים זמנים ארוכים, של אלפי ואף מיליוני שנים? כאן עלינו כבר להתבסס על השערות ולהשתמש בשיטות בלתי ישירות. בין אלה נזכיר רק את השיטות הרדיו-אקטיביות למדידת גילם של ממצאים ארכיאולוגיים ואת השיטות הפיסיקליות, הכימיות והביולוגיות בהן משתמשים הגיאולוגים לקביעת העידן שבו נוצרה שכבת סלעים פלונית או שהתרחשו בו שנויים שונים על פני הארץ. מכל מקום - מדידות מסוג זה מסתמכות בכל מקרה על הנחות שונות ואין לראותן כמדויקות עד כדי דרגת הדיוק המקובלת במדידת זמנים קצרים יותר.

כדאי להזכיר כאן כי גם כאשר אנו נשאלים "מה השעה?", אנו עוסקים למעשה במדידת ארכו של פרק זמן. המשפט "השעה היא 05.30" מציין את פרק הזמן שחלף ממאורע מסוים שיקבע כשעת אפס (במקרה זה - חצות), ואם נוסיף לכך את התאריך הרי שקבענו למעשה את פרק הזמן שחלף מאז התחלת הספירה. בדומה לכך, בקבענו כי פלוני "נמצא בקילומטר ה-47 בכביש תל-אביב - ירושלים" או כי במשחק שחמט "הצריח עומד במשבצת ד4" אנו קובעים למעשה את המרחק והכוון של הגוף הנדון מנקודה מסוימת שנבחרה כנקודת מוצא. גם ציון השעה או הנקודה מהווים, איפוא, תוצאות של מדידות זמן ומרחק.

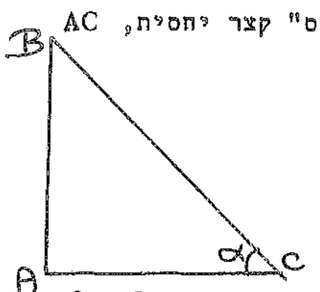
אם כבר נגענו במדידת מרחקים, הבה נבדוק כיצד אנו מרחיבים את תחום מדידותינו ומשפרים את דיוקן. תחום המרחקים הנקלטים על ידי חושינו הינו אין-סופי. עד איזה מרחק מסוגל אדם לראות? עד האופק? עד החרמון ביום יפה? לא ולא. השמש רחוקה מהם! ראותנו אינה מוגבלת למעשה, והעצמים הרחוקים ביותר הנראים לנו בין כוכבי השבת נמצאים מעבר לכל מרחק שאנו מסוגלים להבין משמעותו (אנו רואים "בעין בלתי מזוינת גרמי שמים הנמצאים במרחק 10^{19} ק"מ!).

גם במדידת מרחקים, השיטה הפרימיטיבית ביותר היא אומדן בעזרת החושים. אולם אין לנו אשליות באשר לטיבה של הערכה מסוג זה. שני אנשים המעריכים אותו מרחק עלולים

להגיע לתוצאות השונות ב-50% ואף יותר. גם כאן אנו נעזרים, איפוא, בהשואה למרחקים ידועים. המדידה בסרגל או ספירת מספר המרצפות לאורך החדר הן שתי דוגמות למדידה הנעשות בדרך זו. מרחקים זעירים יותר נמדדים בשיטות הגדלה או הכפלה שונות. הזכרנו כבר את אחת הדרכים למדידת עוביו של דף ניר. בעזרת בורג מיקרומטרי נוכל למדוד מרחקים זעירים מסוג זה בשיטה אחרת. אנו מהדקים את העצם, שבממדיו אנו מעוניינים על ידי סבוב בורג המתקדם לאורך סרגל. אם הבורג מתקדם בכל סיבוב כדי מרחק של מילימטר, נוכל להגיע עד לדיוק של מאית המילימטר על-ידי כך שנצמיד לבורג דיסקית המסתובבת אתו והיקפה מחולק ל-100 יחידות שוות. סבוב של 100 יחידות כאלה שקול כנגד התקדמות של מילימטר וממילא - סבוב הבורג והדיסקית ביחידה אחת שקול כנגד התקדמות של מאית המילימטר.

מרחקים גדולים אנו מודדים בשיטות מסוג אחר. נזכיר שתים מהן.

שיטת הטריאנגולציה משמשת למדידת מרחקים בין שתי נקודות המרוחקות זו מזו מרחק שאינו ניתן מבחינה מעשית למדידה בעזרת סרגלים ואמות מידה למיניהן (אם עקב המרחק הגדול ואם משום שקשה לעבור בין הנקודות). נאמר שאנו נמצאים בנקודה A ומעוניינים למדוד את המרחק AB בינינו ובין עצם מרוחק B . נבנה "קו בסיס" קצר יחסית, AC המאונך ל- AB , ונמדוד את AC בעזרת מד-מרחק פשוט. בנקודה C נמדוד את הזוית α בין קו הראיה BC וקו הבסיס שלנו - AC. בעזרת חישוב טריגונומטרי פשוט, או תוך שימוש בכללי דמיון המשולשים, נוכל לחשב את המרחק AB : $AB=AC\cdot\tan\alpha$



ציור 2 - 3

להרחיב

בשיטת הפאראלקסה אנו מנצלים את העובדה הבאה: כאשר אנו נעים ותוך כדי כך מתבוננים בשני עצמים הנמצאים במרחקים שונים מאתנו, נבחין בשינוי מצבם היחסי. העצם הרחוק יותר נראה כאילו איננו נע או שתנועתו אטית למדי, ואילו הגוף הקרוב - נע, לכאורה, במהירות רבה יותר. אם תנועתו של העצם המרוחק אינה מורגשת, נוכל לנצל תופעה זו לשם מדידת המרחק בינינו ובין העצם הקרוב יותר. מרחקי כוכבים שאינם רחוקים יתר על המדה ניתנים למדידה בשיטה זו. לגבי כוכבים רחוקים יותר ההיסט הנראה אינו מספיק גדול ואנו נאלצים להשתמש בשיטות פחות מדויקות, כגון הערכת מרחק הכוכב על-פי עצמת האור המגיעה ממנו וכדומה.

הדיוק במדידה

בכל מדידה של גודל פיסיקלי עלינו לשאול את עצמנו - מהי השגיאה העלולה להווצר בתהליך המדידה שלנו? במלים אחרות: כמה מהספרות המופיעות בתוצאות המדידה היכן מהימנות לחלוטין ובאיזו נקודה עלינו להתחיל לפקפק בטיב התוצאה? אם נמדוד את אורכו של קרש בעזרת סרגל רגיל, נוכל לדיק עד כדי מילימטר. נניח כי המדידה העלתה אורך של 42.7 ס"מ. מה פירוש הדבר? כל אשר אנו יודעים הוא כי ארכו של הקרש נמצא בין 42.65 ס"מ ו-42.75 ס"מ. אין בידינו כל אינפורמציה שתאפשר לנו לקבוע במדויק את הספרה השניה לאחר הפסיק. הספרה האחרונה בה אנו "מאמינים" היא הספרה 7.

מה יהיה ארכם של שני קרשים כאלה, המונחים אחד בהמשכו של השני? 95.4 ס"מ $= 2 \times 42.7$ ס"מ. כאן כבר עלול האורך האמיתי להמצא בין 95.3 ס"מ ובין 95.5 ס"מ, כלומר - השגיאה נכפלה גם היא. בכפלנו גודל נמדד במספר שאינו תוצאת מדידה, נכפלת גם השגיאה.

מה יתרחש כאשר נחבר או נכפיל תוצאות של מדידות? נבדוק תחילה את פעולת החבור. אורכו של קרש אחד 42.7 ס"מ. אורכו של קרש שני 62.593 ס"מ (מדדנוהו במכשיר מדויק הרבה יותר!). מהו סכום אורכיהם?
105.293 ס"מ $= 42.7 + 62.593$ האם נוכל לתת אמון בשתי הספרות האחרונות? מובן שלא. משום שלו רצינו לדעתן בדיוק, היה עלינו לברר לעצמנו תחילה מהן הספרות המתאימות באורכו של הקרש הראשון. אולם משנבצר מאתנו לקבוע באחת המדידות את הספרה השניה לאחר הנקודה, אין כל טעם לרשום כתוצאה סופית מספר ובו שלש ספרות לאחר הנקודה. אורכם של הקרשים הוא, איפוא, לפי מיטב ידיעתנו: 105.3 ס"מ. למה הדבר דומה? לאותו מדריך תיירים המצביע על איזה כד חרס עתיק וקובע: זהו כד בן 3006 שנה. וכשנשאל: מנין לך דיוק רב כזה? ענה: לפני 6 שנים כשהתחלתי לעבוד כאן, ספרו לי שהכד הוא בן 3000, ומאז הרי חלפו שש שנים נוספות. הוא עשה בדיוק מה שעשה מי שטען כי אורך שני הקרשים הוא 105.293 ס"מ: לקח מספר הנכון עד כדי מדת דיוק אחת (עד כדי מאות שנים, בודאי) והוסיף לו מספר הידוע לו בדיוק רב יותר - מבלי לעגל לבסוף את התוצאה!

מה יהיו שטחו של מלבן אשר שתי צלעותיו נמדדו כ-13.6 ס"מ ו-51.2 ס"מ? הכפל הישיר נותן: 696.32 סמ"ר = 51.2 × 13.6 אולם ודאי הוא כי הספרה השניה לאחר הנקודה אינה מהימנה. אם קבענו כי האורך הוא 51.2 ס"מ, יתכן כי לאמיתו של דבר הוא מגיע ל-51.24 ס"מ (או אולי רק ל- 51.15 ס"מ). הרוחב יהיה אולי 13.649 ס"מ ואולי 13.57 ס"מ. נבדוק מהם השטחים המתקבלים במקרים היפותטיים אלה:

51.24 × 13.649 = 699.37478 סמ"ר

51.15 × 13.57 = 694.1055 סמ"ר

מסתבר, איפוא, כי כל מה שכתוב מעבר לנקודה הינו חסר כל בסיס ואף ספרת היחידות עלולה להשתנות בין 4 ל-9. הדרך המדויקת ביותר היא, איפוא, לקבוע את תחום השגיאה האפשרית על-ידי בדיקה מהסוג שעשינו כאן, אך מכל מקום: אחוז השגיאה בתוצאה הסופית יהיה לעולם גדול מהשגיאה שבמדידת כל אחד מהגורמים בנפרד, ואם לגבי אורכו ורוחבו של המלבן האמנו בדיוקן של שלוש הספרות הראשונות, בודאי ובודאי שלא נקבל יותר משלוש ספרות בעלות משמעות בחישוב השטח (ולמעשה - גם הספרה השלישית מפוקפקת). נרשום, איפוא:

51.2 × 13.6 = 696 סמ"ר

דין חילוק כדין כפל. מדת דיוקה של המנה אינה עולה על מדת הדיוק של המונה והמכנה ואין כל טעם והגיון בהמשך החילוק אל מעבר לספרות בעלות המשמעות.

עלינו לנקוט משנה זהירות בכל הנוגע להערכת דיוקם של חישובים המבוססים על מדידות, ולשקול היטב את מהימנותן של התוצאות המתקבלות, שכן אנו עלולים להגיע, לעתים לאבסורדים גמורים - ומדריך התיירים שלנו יוכיח.

תרגילים

1. מה תראה אם תסתכל בראי מבעד לחריציו של סטרובוסקופ מסתובב?

2. אורכה של תבה 3.2 מ'.
רחבה 2.57 מ'.
גבהה 0.72 מ'.

חשב: א. מהו הנפח? ב. מהו שטח הבסיס? ג. מהו יחס האורך לרוחב? (מובן שהכוונה אינה לחישוב עצמו, אלא לשימת דגש על הערכת מדת הדיוק שבתוצאת החישוב).

3. נניח שברצוננו להסריט סרט המתאר את שינוי הנוף במקום מסוים במשך 2000 שנה. אנו מעונינים שהצגת הסרט תמשך כשעתיים, וידוע לנו כי מכונת ההקרנה מקרינה 24 תמונות בשניה. מהו רווח הזמן שעלינו להמתין בין צלום תמונה לתמונה?

תשובות

1. אם נתבונן בראי דרך חריציו של הסטרובוסקופ המסתובב נראה סטרובוסקופ עומד. הסיבה פשוטה - בכל פעם שאנו רואים את הראי, נמצא חריץ בדיוק מול עינינו כלומר: חריצי הסטרובוסקופ נמצאים באותן נקודות. גם אם נראה עשרות תמונות כאלה בשניה - הן יראו לנו זהות לחלוטין שכן בכולם ימצא חריץ כלשהו (אם כי בכל פעם חריץ אחר) בגובה עינינו וממילא - ימצאו כל שאר החריצים במקומות קבועים.

2. שטח הבסיס: 8.2 מ"ר. (ולמעשה יתכן גם 8.1 או 8.3).
הנפח: 5.9 מטרים מעוקבים (ובדיוק: בין 5.8 ל-6.0 מ"ק).
יחס האורך לרוחב: 1.2 (וגם כאן יתכן 1.3 או 1.1).

3. בשתי שעות: 7200 שנ' = 2×3600
ומספר תמונות הסרט יהיה, איפוא: $24.7200 = 172800$
2000 שנה הן: 720000 יום $= 2000.360$
ועל כן עלינו לצלם תמונה אחת בכל:
$\frac{720000}{172800} =$ 4.2 ימים

למעשה יהיה עלינו לצלם תמונה בכל 4 ימים בדיוק, משום שאחרת נצלם לעתים ביום ולעתים בלילה, במצבי צל שונים וכו', ובקצב המהיר של הקרנת הסרט יראה הכל מטושטש. (אם אמנם נצלם בכל 4 ימים, יימשך הסרט כשעתיים ו-5 דקות).

4. פונקציות ותיאורים גרפיים

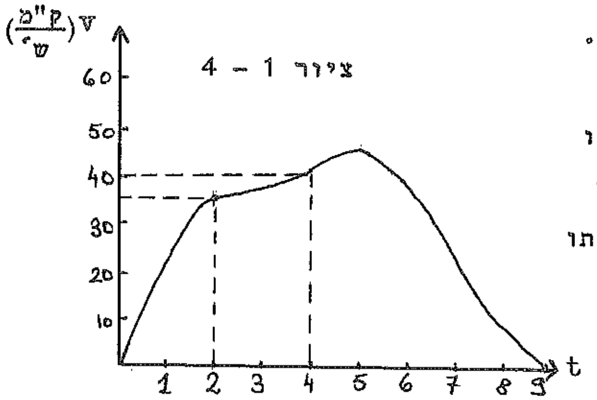
כבר הזכרנו כי המתימטיקה היא שפתו של הפיסיקאי. על מנת לדון בתופעות השונות ולחקרן, עלינו ללמוד לפחות את יסודותיה של שפה זו. אין בכוונתנו להביא כאן הגדרות מתימטיות על כל דקדוקיהן (כשם שאין אנו לומדים את כל כללי הדקדוק של שפה חדשה בטרם למדנו את המלים הראשונות). נלמד בשלב זה לבטא את מסקנותינו ולהבין דברי אחרים; ובראש ובראשונה - נלמד כיצד לבטא את תלותו של גודל פיסיקלי אחד במשנהו.

כיצד תלויה תאוצתו של גוף בכוחות הפועלים עליו?
איך משתנה הזרם החשמלי עם שינוי המתח?
בכמה קטנה משיכתו של מגנט בהתרחקנו ממנו?
האם תלויה תדירות תנודתה של מטוטלת באורך החוט, ואם כן-כיצד?

התשובות לשאלות אלה ודומותיהן ניתנות על-ידי הפונקציות המתימטיות. אלה הם ביטויים המקשרים בין גדלים נמדדים, והמתאימים לכל ערך מספרי של אחד הגדלים, ערך מסוים של הגודל האחר. לכל אורך אפשרי של חוט המטוטלת, למשל, יתאים זמן תנודה מסוים. זמן התנודה הוא, איפוא, פונקציה של אורך החוט. מה טיבה של פונקציה זאת? כיצד נבטא אותה? נוכל לעשות זאת בעזרת נוסחה מתימטית אך גם על-ידי תיאור גרפי. הנוסחה, אמנם, קצרה ותמציתית יותר, אך התיאור הגרפי ממחיש לעינינו תכונות של הפונקציה, שאינן מובנות מאליהן בנוסחה: תחומי העליה והירידה של הפונקציה, נקודות השיא שלה, תחומים בהם היא משתנה בפתאומיות או באטיות, וכדומה. יתר על כן: בבצענו ניסוי, נוכל לערוך את תוצאותיו בצורת גרף שיציג בפנינו כמה קוים כלליים של צורת התלות ההדדית בין הגדלים הנמדדים, וזאת - עוד בטרם עלה בידינו לקבוע נוסחה שתתאר במדויק תלות זו. גרף מעין זה משמש בידינו, לעתים קרובות, כנקודת המוצא של חיפושינו אחר הביטוי המתימטי המפורש המתאר את התהליך הנחקר. נדגים

בפרוטרוט תהליך מעין זה בהמשך למודנו.

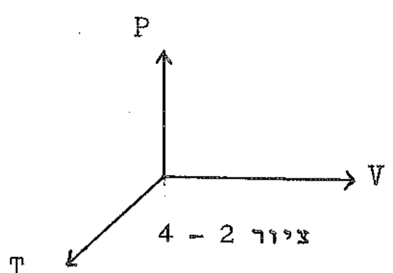
במקרה הפשוט ביותר של תיאור גרפי אנו מתארים את תלותו של גודל פיסיקלי אחד בגודל פיסיקלי אחר בעזרת שרטוט מישורי. השתנות מהירותו של גוף עם חלוף הזמן היא דוגמה אופיינית לתלות פונקציונית מטיפוס זה.



ציור 1 - 4

בציור 1 - 4 מוצג תיאור גרפי של מהירותו של גוף במשך תנועתו. מה אנו למדים מתוך הגרף? ברור לנו כי הגוף התחיל לנוע ממצב מנוחה ($v = 0$) ולאחר 9 שניות הוא חזר ונעצר; אנו רואים גם כי מהירותו גדלה במשך כ-5 שניות ולאחר מכן קטנה בהדרגה עד לאפס; אנו יכולים להבחין בכך שקצב גידולה של המהירות היה מהיר יותר בתחילת התנועה (תוך שתי שניות עלתה המהירות עד 35 $\frac{ק"מ}{ש'}$) ואטי יותר אחר כך (כי בשתי השניות הבאות גדלה המהירות רק ב-5 $\frac{ק"מ}{ש'}$: מ-35 $\frac{ק"מ}{ש'}$ עד 40 $\frac{ק"מ}{ש'}$); המהירות המקסימלית היתה כ-45 $\frac{ק"מ}{ש'}$; גם את הדרך הכללית שעבר הגוף במשך תנועתו נוכל למצוא מתוך התבוננות בגרף זה (כיצד לעשות זאת - נלמד בפרק הבא). בקיצור: כמות האינפורמציה המתקבלת מגרף מעין זה היא גדולה למדי. כמה ממסקנותינו מתקבלות על ידי מבט חטוף בגרף, וכמה מהן מתקבלות רק לאחר עיון יסודי יותר, הכרוך לעתים גם בחישובים. מכל מקום התיאור הגרפי הינו פשוט ומאפשר לנו הבנה מעמיקה למדי של המתרחש.

הדברים מסתבכים והולכים כאשר אנו מעונינים לחקור כיצד תלוי גודל פיסיקלי מסוים ביותר מגורם משתנה אחד. למשל: כיצד משתנה לחצו של גז כאשר אנו משנים את הטמפרטורה שלו ואת נפחו? במקום בשני צירים (v ו- t) המופיעים בציור 1 - 4, יהיה עלינו להשתמש הפעם בשלושה צירים: הלחץ (P), הנפח (V) והטמפרטורה (T).



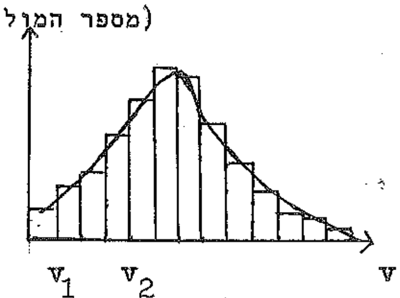
ציור 2 - 4

לשם כך נאלץ להעזר בגרף <u>תלת-ממדי</u> ובו שלשה צירים המאונכים זה לזה (ציור 2 - 4). מובן שיקשה עלינו לצייר גרפים מסוג זה ואף לא קל יהיה לנתחם. כתחליף - אנו נוהגים, בדרך כלל, להשתמש בתיאורים גרפיים נפרדים עבור תלות הלחץ בנפח (לגבי טמפרטורה מסוימת) ועבור תלות הלחץ בטמפרטורה (לגבי נפח נתון). עלינו לשרטט גרפים רבים מהסוג

הראשון (המתאימים לטמפרטורות קבועות שונות) וגרפים רבים מהסוג השני (לגבי נפחים נתונים שונים). כל גרף כזה מייצג, למעשה, חתך מישורי של הגרף התלת-ממדי שהיינו צריכים לצייר.

מובן שבמקרה של ארבעה גדלים משתנים או יותר, אנו נתקלים בקשיים טכניים ההולכים וגדלים, אולם בכל מקרה נוח להציג בנפרד את התלות ההדדית של כל שנים מהגדלים הפיסיקליים הנידונים עבור ערך קבוע מסוים של שאר הגדלים.

טפוס מיוחד של תיאורים גרפיים מתיחס לתיאור התחלקותם של מספר גופים בין מצבים פיסיקליים מסוימים. נתבונן, למשל, במולקולות האויר בחדר סגור. הן מתנועעות ללא הפסק, מתנגשות זו בזו, פוגעות בקירות ומחזרות מהם; חלקן מהירות למדי, חלקן אטיות יותר. תחום מהירויותיהן הנו, מן הסתם, רחב למדי. את "התחלקות" המולקולות בין המהירויות השונות נוכל להציג בעזרת גרף מישורי. (ציור 3 - 4). על הציר האפקי אנו קוצבים קטעים המתאימים לתחומי מהירויות שונים, ואילו על הציר האנכי אנו מציינים את מספר המולקולות בעלות מהירות בתחום המתאים.



ציור 3-4

הקו העקום בציור מציין את הגרף שיתקבל אם נקטין מאד את הרווחים על ציר המהירויות (תוך שינוי מתאים בקנה המדה על הציר השני). הגרף מצביע על כך כי קיימת מהירות מסוימת ובה מספר מקסימלי של מולקולות, ואילו לגבי מהירויות גבוהות יותר או נמוכות יותר - קטן בהדרגה מספר המולקולות המתאימות. אנו יכולים לקרוא מתוך הגרף כמה מולקולות הן בעלות מהירות הגדולה מ- v_1 וקטנה מ- v_2 וכדומה. בגרפים מסוג זה נשתמש ברצותנו לתאר את התחלקות המשקלים של תינוקות נולדים, אורך חייהם של בני אדם, הטמפרטורות שנרשמו במשך שנה במקום כלשהו, קצב ההתפרקות הרדיואקטיבית של חומר מסוים או ארכי הגל של האור הנפלט מחוט לוהט. בכל אחת מדוגמאות אלה יציין הציר האנכי את מספר ה"מקרים" (תינוקות, אנשים וכו') המתאימים לכל רווח על הציר האופקי (המציין את המשקל, הגיל וכו').

צורה שונה לחלוטין של יצירת תמונה מוחשית של אירוע פיסיקלי היא בנית דגם בעל קנה מדה שונה מזה של המערכת המקורית, אותה ברצוננו לחקור. בנקודה זו עלינו לנקוט זהירות רבה. עלינו לזכור כי לא כל הגדלים הפיסיקליים משתנים באותו יחס כאשר אנו מתקינים דגם של מערכת כלשהי. נדגים זאת בצורה הבאה: נניח כי יש בידינו חבל המסוגל לשאת במעמס של כ-5 ק"ג, ועליו תלוי כדור ברזל שמשקלו 4 ק"ג. מובן שהחבל לא יקרע. ניצור עתה דגם מוגדל פי 2 של החבל והכדור: נקח חבל ארוך כפליים, ובעל קוטר כפול (אך מאותו חומר), נתלה בקצהו כדור ברזל שרדיוסו כפול מזה של הכדור המקורי. מובן שקבלנו חבל חזק יותר וכדור ברזל כבד יותר. האם יקרע החבל החדש?

כדי לבדוק זאת עלינו לברר לעצמנו, תחילה, במה תלוי חזקו של החבל.
מסתבר שהוא תלוי למעשה במספר הסיבים, ובמלים אחרות - בשטח החתך של החבל.
(חזקו של חבל מסוים יהיה קטן פי 5 מחזקם של חמשה חבלים מאותו סוג השזורים יחד).
בדגם המוגדל שלנו, הגדלנו את קוטר החבל פי 2. שטח החתך ומספר הסיבוב גדלו פי 4. לעומת זאת - נפח כדור הברזל גדל פי 2 × 2 × 2, כלומר פי 8 וממילא גדל גם משקלו פי 8. החוט החדש יוכל לשאת במעמס של כ-20 ק"ג (4 × 5) אך משקלו של הכדור החדש הוא 32 ק"ג. החוט יקרע, איפוא! בדומה לכך - אם רואים אתם דגם קטן של בנין הנצב על עמודים ואינו מתמוטט, בל יעלה על דעתכם לבנות בנין של ממש לפי מתכונתו של הדגם. כל הסיכויים שהלה לא יחזיק מעמד אף דקה אחת. נזהר, איפוא, מחקירת תופעות פיסיקליות בקני מדה השונים מאלה הקיימים למעשה.

<u>תרגילים</u>

1. שרטט, בקירוב, גרף המראה את התחלקות הגבהים של:

   א. חיילים בגדוד חיל רגלים.

   ב. בוגרי מחזור כלשהו של בי"ס תיכון.

   ג. כלל האוכלוסיה במדינה.

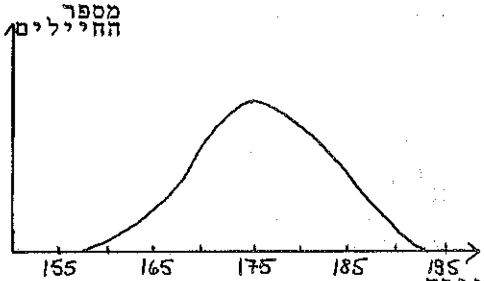
השתמש בהנחות סבירות לגבי הנתונים החסרים לך. הכוונה היא רק לצורתו הכללית של הגרף!

2. דגם מוקטן של אנית משא צף על פני המים באמבטיה. האם אניה ממשית הנבנית, על כל פרטיה, לפי דגם זה תצוף על פני הים?

3. משקלה של אניה 10000 טון. ארכה 100 מטר. בחלון הראווה של חברת נסיעות מוצג דגם מדויק של האניה, וארכו מטר אחד. מה משקלו של הדגם?

<u>תשובות</u>

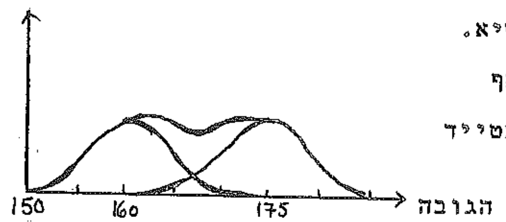
1. בחלק א' של השאלה (גדוד חי"ר) לא קיימים גורמי הגיל והמין המשפיעים על הגובה. במקרה זה מסתבר כי קיים גובה ממוצע כלשהו (נניח – 1.75 מ') המתאים למספר הגדול ביותר של החיילים, ואילו לגבי גבהים גדולים או קטנים יותר – קטן מספר החיילים בהדרגה. בציור 4 – 4 מופיע גרף המתאים, בקירוב, לתיאור זה.



ציור 4 – 4

לגבי בוגרי מחזור בבי"ס תיכון לא קיים גורם הגיל השונה, אך עלינו להתחשב בכך שהבוגרים גבוהים בדרך כלל מהבוגרות. לגבי הבוגרים והבוגרות, <u>בנפרד</u>, יתקבלו גרפים הדומים לגרף שתאר את מחלקת החי"ר, אולם נקודות השיא שונות – לגבי הבוגרים, נאמר, 1.75 מ' ולגבי הבנות – 1.60 מ'. אם נניח כי מספר הבנים שווה למספר הבנות יהיה עלינו

לסכם לגבי כל גובה את הערכים המופיעים בשני הגרפים. (ציור 5 - 4).

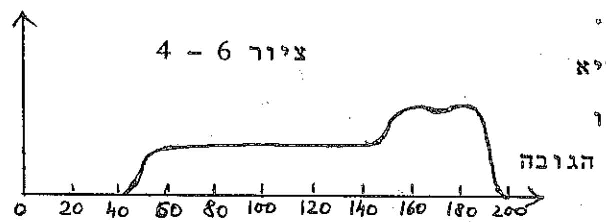


ציור 5 - 4

הגרף המתקבל עלול להיות בעל שתי נקודות שיא. (אולם יתכן שהן תהיינה קרובות ביותר או אף תתלכדנה. כדי לקבוע זאת בבירור עלינו להצטייד ביותר נתונים).

לגבי כלל האוכלוסיה - נצטרך להתחשב גם בגיל. החל בגובה (או ליתר דיוק, אורך...) של כ-50 ס"מ -ארכו הממוצע של תינוק בן יומו - ועד לגבהי המבוגרים, יהיה מספרם של בעלי כל גובה קבוע, פחות או יותר. (ואולי יגדל במעט, עקב גידול השנתונים). מעבר ל-1.50 מ' יקבל הגרף את הצורה של גרף 4-5 המתיחס לאנשים מבוגרים משני המינים. ציור 4-6 נותן לנו מושג על צורתו של גרף מסוג זה.

ציור 6 - 4



גם כאן - יתכן מאד ששתי נקודות השיא תתמזגנה. זאת נוכל לדעת רק אם יהיו בידינו נתונים מדויקים יותר.

2. האניה הממשית תצוף משום שמשקלה ונפחה גדלו באותו יחס. משקלה הסגולי (שהוא הגורם הקובע את יכולת הציפה) נשאר, איפוא, קבוע.

3. אורך הדגם קטן פי 100. נפחו קטן פי 100^3. משקל הדגם יהיה איפוא:

$$\frac{10000000}{100^3} \text{ ק"ג} = 10 \text{ ק"ג}$$

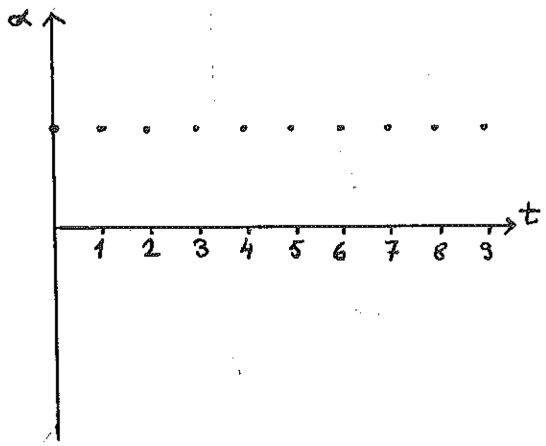
5. <u>אינטרפולציה ואקסטרפולציה</u>

דמו בנפשכם שאתם חוקרים תופעה פיסיקלית ומנסים לקבוע את חוקיה. ערכתם ניסוי ובו מדדתם כיצד משתנה גודל פלוני כפונקציה של שינוי גודל אחר, ואף הצגתם את תוצאות הניסוי על גבי גרף. ליתר דיוק - קבעתם על פני הגרף נקודות, נקודות, המציינות את תוצאות המדידה. יתכן כי קבעתם מספר רב למדי של נקודות כאלה, אך קו רציף אין בידכם. כדי לקבל קו כזה עליכם להניח הנחות שונות לגבי תוצאותיהם האפשריות של ניסויים, לגבי אותם ערכים בהם אתם עצמכם לא בצעתם דבר. הנחות מסוג זה עלולות להיות סבירות יותר או פחות אך לעולם לא תהיו בטוחים באמיתותן - כל עוד לא בדקתם אותן הלכה למעשה באמצעות ניסויים נוספים.

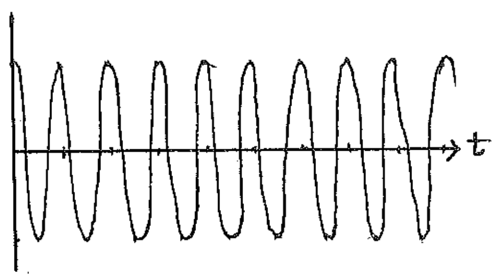
ברצותנו להגיע לניסוחו של חוק כללי או לקביעת נוסחה מתימטית המתארת תהליך שנחקר בניסוי, עלינו לבצע תחילה אינטרפולציות ואקסטרפולציות לגבי הנקודות בהן לא נבדקו הדברים. כבר הזכרנו בסעיף הראשון בפרק זה את הקשיים העומדים בפנינו בענין זה. נעמוד כאן ביתר פירוט על טיבם של קשיים אלה וננסה להצביע על מספר מקרים בהם עלינו להזהר במיוחד .

המעשה במצלמה החוזרת ומצלמת את המטוטלת תמיד באותו המצב ועל-ידי כך גורמת לאינטרפולציה מטעה, אופייני לסוג הראשון של התופעות שנזכיר: התופעות המחזוריות. הכרנו כבר דוגמה נוספת לאינטרפולציה "מטעה" הקשורה בתופעות מחזוריות: השימוש בסטרובוסקופ. כאן אנו מבצעים "אינטרפולציה בכוונה תחילה". אנו <u>משתדלים</u> לראות את התנודה המחזורית תמיד באותו המצב, כי מטרתנו שונה. אין אנו מעונינים בחקר תנועתו של הגוף בתוך התנודה עצמה; אנו מעונינים במציאת זמן המחזור, וכדי למצאו, מובן שעלינו למדוד את הזמן החולף בין שני מצבים <u>זהים</u>.

אך נשוב לתיאורים הגרפיים שלנו; כיצד יראה הגרף המתאר את תוצאות ניסוי המצלמה והמטוטלת? נצייר על ציר אחד את הזמן t שחלף מתחילת הניסוי ועל הציר השני את הזוית α בין מצב המטוטלת ברגע מסוים ובין האנך. בכל מדידה (עבור... $t = 1,2,3,4$) נקבל תמיד אותו α . (ציור 1 – 5).



ציור 1 – 5

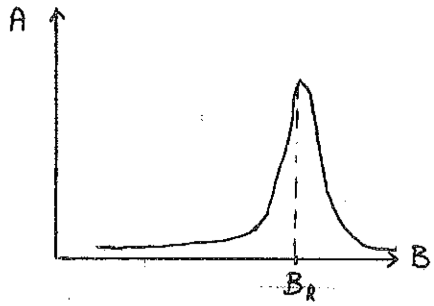


ציור 2 – 5

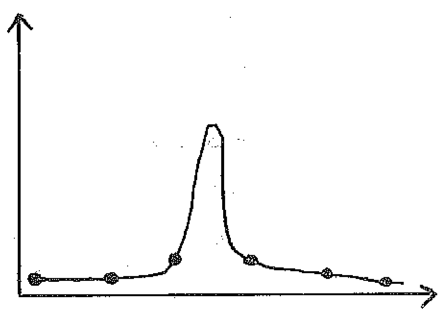
הדרך ה"טבעית" לבצוע האינטרפולציה היא, כמובן, להעביר קו אופקי דרך כל הנקודות. לא נחזור כאן על הדיון של הסעיף הראשון אך נזכיר כי צורתו האמיתית של הגרף תהיה זו המתוארת בציור 2 – 5. האינטרפולציה ה"טבעית" מתגלית כחסרת שחר! כל אשר עלינו לעשות על מנת להתגבר על הקושי שבחקר תופעות מחזוריות על ידי מדידות בהפרשי זמן קצובים, הוא לשנות מדי פעם את רווחי הזמן. אילו היינו מצלמים את המטוטלת (שמחזורה 0.5 שניה) מדי 1.2 שניות, למשל, היינו מגלים ללא קושי כי היא אינה עומדת במקומה. גם הקטנת הפרשי הזמן הקבועים היתה יכולה לתרום להבהרת המצב. לו בצענו צילום בכל 0.1 שניה היינו מקבלים תמונה ברורה יותר של המתרחש.
מובן שגם אלה אינן תרופות הפותרות לחלוטין את הבעיה, משום שבמקרה של תנודה בעלת זמן מחזור של 0.01 שניה לא היו עוזרים לנו שינויים מעין אלה. עלינו להשתדל לשקול, איפוא, כל מקרה ומקרה לגופו, ולערוך בדיקות שונות כדי לוודא שאין לפנינו תנועה מחזורית שהתחמקה מעינינו עקב ליקויים בתכנון הניסוי.

תופעה אחרת העלולה לחמוק מאתנו, בעקבות אינטרפולציה בלתי מוצדקת, מופיעה בענפים רבים של הפיסיקה. זוהי תופעת התהודה (רזוננס). דוגמאות בולטות של רזוננסים נוכל למצוא במעגלים חשמליים, בתנודת קולנים, בבליעת קרינה על ידי חמרים מסוימים,

במערכות מכניות של קפיצים ומטוטלות, בסכוי להתרחשותם של תהליכים גרעיניים ועוד ועוד. בכל המקרים ניתנת התופעה לתיאור גרפי על-ידי גרף מהטיפוס המופיע בציור 3 – 5. גודל פיסיקלי מסוים A משתנה רק במדה מעטה עם שינויו של גודל אחר B, אלא שיש ערך מסוים של B (ונסמנו – B_R ערך הרזוננס), שבסביבתו חל שינוי דרסטי בערכו של A. A גדל בצורה בולטת, מגיע לערך מקסימלי בנקודה B_R ויורד במהירות עד שהוא חוזר, בקירוב, לערכו המקורי. קליטתו של שידור רדיו במקלט, למשל, מבוססת על תופעת רזוננס. אם נשרטט גרף המתאר את "טיב הקליטה" של שידורי הגל הקל כפונקציה של מצב כפתור המקלט הבורר את התחנות, נקבל גרף המזכיר את ציור 3 – 5. כדי לשמוע את השידור נשאיר את הכפתור במצב הרזוננס (המצב B_R). אך תארו לכם שאנו עוסקים עתה בניסוי שמטרתו לקבוע את "טיב הקליטה" כפונקציה של מצב אותו כפתור במקלט שלנו. לשם כך אנו בודקים את טיב הקליטה בנקודות המודגשות בציור 4 – 5. האם יעלה על דעתכם לנחש כי בין שתים מהנקודות (C, D) קיים למעשה שינוי כה מפתיע? מובן שלא. אין ספק שהיינו מבצעים במקרה זה אינטרפולציה בלתי מוצלחת ומעבירים דרך הנקודות קו אפקי, פחות או יותר. לכאורה, גם כאן אין כל קושי לגלות את הרזוננס; עלינו רק לבחור נקודות קרובות יותר זו לזו ולחזור על הניסוי מספר רב יותר של פעמים. הצרה היא, כמובן, שקיימים רזוננסים "צרים" הרבה יותר מאלה שתארנו כאן, וכדי לגלותם יש לחזור על הניסוי במספר עצום של נקודות. רזוננסים רבים בתחום הפיסיקה האטומית והגרעינית "נמלטו" מגילוי בצורה זו.



ציור 3 – 5


ציור 4 – 5

האם האינטרפולציה עלולה להכשיל רק במקרים קיצוניים מעין אלה? מסתבר שלא. לאמיתו של דבר, חיבורן של נקודות המתקבלות מניסוי, לקו עקום, ומציאת הנוסחה המתארת קו זה ניתן להעשות בכל מקרה בדרכים רבות. דרך שתי נקודות אפשר להעביר, אמנם, רק קו ישר אחד ויחיד אך אפשר להעביר דרכן גם מספר אינסופי של קוים עקומים. באופן עקרוני

נוכל, כמובן, להעביר דרך כל מספר של נקודות, כמה קוים עקומים שרק נרצה; תהליך האינטרפולציה הנהוג בפיסיקה, בדרך פלל, הוא חבורן של נקודות קרובות למדי על ידי קו עקום, שאינו משנה את כוונו בפתאומיות בשום מקרה, ואף אינו מתרחק מהקטעים הישרים המקשרים נקודות סמוכות. ואמנם - תהליך מעין זה מהווה, ברוב המקרים, קירוב טוב למציאות.

גם את צדה השני של המטבע, את האקסטרפולציה, הכרנו כבר. אקסטרפולציה בלתי מוצלחת נפוצה הרבה יותר בטבע. בראש ובראשונה עלינו להזכיר את כל המקרים בהם קיימת נקודה קריטית לגבי תוצאות הניסוי מעבר לתחום המדידה. עלית טמפרטורת המים כפונקציה של הזמן "סובלת" אקסטרפולציה הגיונית כל עוד לא התקרבנו אל נקודת הרתיחה; התארכותה של גומיה כפונקציה של הכוח המותח אותה תמשיך להמצא פחות או יותר ביחס ישר לכוח המותח כל עוד היא לא נקרעה; עצם קיומו של האטום מהווה דוגמה בולטת לתהליך כזה. אנו יודעים, כביכול, כי רק קשיים טכניים מונעים מאתנו ליצור שכבות דקות יותר ויותר של חמרים שונים (ובריקוע עלי זהב מגיעים כיום להישגים מדהימים). אף על פי כן - בל יעלה על דעתנו כי שפור הטכניקה עשוי לאפשר לנו השגת שכבות דקות עד בלי גבול. גם כאן קיימת הנקודה הקריטית - האטום (או המולקולה). עלינו להזהר, איפוא, משנויים פתאומיים במצבם ובתכונותיהם של הגופים הנוטלים חלק בתופעה הנחקרת. אך קיימים מקרים נוספים בהם האקסטרפולציה עשויה להטעות. משקלו של תינוק בחדשי חייו הראשונים גדל בקצב קבוע של כ-200 גרם בשבוע. אקסטרפולציה פשוטה מצביעה על כך שאם ישאר קצב הגידול בעינו, יהיה משקלו של הזאטוט בגיל 8 כ-85 ק"ג ובגיל 40 יהיה משקלו כ-420 ק"ג. ואם רצונכם בתופעה פיסיקלית ולאו דוקא ביולוגית הרי לכם בעיה: האם מסתו של גוף משתנה כאשר הוא נע? האם היא תלויה במהירות? נדמה לנו שלא. אין אנו חשים עצמנו כבדים יותר כאשר אנו נמצאים במכונית הנוסעת במהירות של 80 $\frac{\text{ק"מ}}{\text{ש}}$ או אף במטוס סילון מהיר. אך תארו לעצמכם כי בא לפניכם אדם וטוען: מסתכם אינה קבועה! היא תלויה במהירות בה אתם נעים. יתר על כן: הוא גם מציג בפניכם נוסחה וטוען כי היא מתארת את השתנות מסתו של גוף כפונקציה של מהירותו. הנוסחה, הוא אומר, היא:

להסביר שפה אינו מולקולה

השינוי אינו רוחבי שלמסה

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

כאשר: m_0 – מסת הגוף בהיותו במצב מנוחה.

V – מהירותו. C – מהירות האור (300.000 ק"מ בשניה).

m – מסתו של הגוף כאשר הוא נע במהירות V .

תאמרו מיד: הרי היינו חשים בשנויי מסה מעין אלה. אולם המתינו רגע. נחשב מה תהיה מסתה של מכונית הנעה במהירות של 80 $\frac{\text{ק"מ}}{\text{שעה}}$ אם בעמדה, מסתה – 1000 ק"ג. הציבו בנוסחה:

$$m_0 = 1000 \text{ ק"ג} \; , \; V = 80 \frac{\text{ק"מ}}{\text{שעה}} = 0.022 \frac{\text{ק"מ}}{\text{שניה}} \; , \; C = 300000 \frac{\text{ק"מ}}{\text{שניה}}$$

וחשבו את m, תקבלו:

$$m = 1000.000000000002 \text{ ק"ג}$$

שינוי המסה, לפי הנוסחה, יהיה איפוא – שתי מיליוניות המיליגרם לגבי גוף שמסתו טון! האם תוכלו להבחין בהפרש עין זה? מובן שלא. נבדוק מה יקרה לאותו טון של מסה בהמצאו במהירות של כ-1500 $\frac{\text{ק"מ}}{\text{שעה}}$ – מהירותו של מטוס על קולי. מסתבר שההפרש יהיה הפעם אלפית המיליגרם. ובמהירותו של לווין הסובב את הארץ (כ-8 קילומטרים בשניה) יהיה ההפרש כשליש המיליגרם. שליש המיליגרם ביחס לטון! אנו הולכים ומשתכנעים שאין ביכולתנו לסתור את נוסחתו של אותו אדם אך גם אין באפשרותנו לאשרה. ההבדל בין "נבואותיה" של הנוסחה ובין ההנחה כי המסה קבועה אינו ניתן למדידה במהירויות שהזכרנו עד כה. אך מה יקרה במהירות הפנטסטית של 100.000 ק"מ בשניה? אז כבר יהיה, לפי הנוסחה, הפרש של כ-60 ק"ג או 6%. את זה כבר אפשר למדוד. ואם תאמרו – כיצד נאיץ גוף עד למהירות כזאת? נכון. אין ביכולתנו להאיץ מסה בת טון עד למהירות כזאת, אך במאיצי הענק הקיימים כיום ניתן להאיץ חלקיקים כמו האלקטרון או הפרוטון אף עד למהירויות גדולות מאלה – ואז ניתן לבדוק בדרך הניסוי את נכונותה של הנוסחה. ואמנם – מסתבר כי הנוסחה מתאשרת; בכך היא מוכיחה לנו פעם נוספת שאם קבענו על סמך ניסויים בתחום מסוים כי המסה אינה משתנה (כפי שהאמינו הכל עד ליום בו הציע איינשטיין את הנוסחה שהזכרנו) עלינו להזהר מלהגיע כי היא נשארת קבועה גם מחוץ לתחום ניסויינו. ואגב – אם יאמר לכם מישהו כי המסה אינה משתנה כפונקציה של המהירות – הוא יצדק, למעשה, כל עוד אין הוא מתיחס לתחום התופעות האטומיות והגרעיניות. שינוי המסה במהירויות שאינן מתקרבות למהירות האור הוא אפסי.

השינוי [illegible] [illegible] של אלקטרון מהיר.

כדי לא ליצור את הרושם המוטעה כי כל אינטרפולציה או אקסטרפולציה עשויה להוליכנו לטעויות גסות נזכיר שוב כי כנגד כל דוגמה לאקסטרפולציה בלתי מוצלחת נוכל למצוא עשרות דוגמות של אקסטרפולציות מוצדקות. בדוגמה שהבאנו בסעיף הראשון, החליפו את המים המתחממים במוט ברזל. האקסטרפולציה עד 170° תהיה אז מוצדקת. חשבו על השתנות המסה כפונקציה של המהירות; בהתקרבנו למהירות הקול, אין אנו מרגישים בשום שינוי. אין כל קושי למנות עוד ועוד דוגמות מסוג זה. הזהירות היא, איפוא, במקומה אך במקרים רבים ההיקשים אל מחוץ לתחום הניסוי מוצדקים בהחלט.

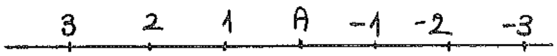
תרגילים

מרחקו של גוף נע מנקודה קבועה A נתון על-ידי הנוסחה:

$$S = t^3 - 6t^2 + 11t - 3$$

t – הזמן שחלף מתחילת התנועה (בשניות).

S – המרחק מהנקודה (במטרים).



ציור 5 - 5

באיזה מרחק מהנקודה נמצא הגוף לאחר שניה אחת?
לאחר שתי שניות? לאחר שלוש שניות?
מה אתה יכול לומר על תנועתו של הגוף?

תשובה

כדי למצוא את המרחק לאחר שניה, עלינו להציב בנוסחה $t = 1$ נקבל:

$$S = 1^3 - 6.1^2 + 11.1 - 3 = 3 \text{ מ׳}$$

לאחר 2 שניות:

$$S = 2^3 - 6.2^2 + 11.2 - 3 = 3 \text{ מ׳}$$

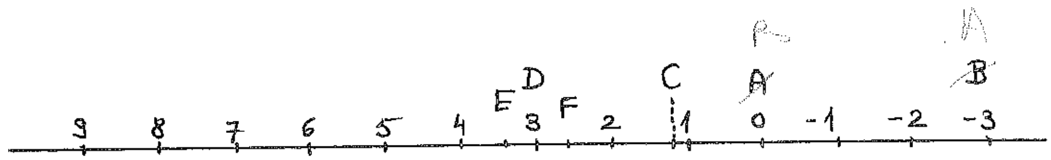
לאחר 3 שניות:

$$S = 3^3 - 6.3^2 + 11.3 - 3 = 3 \text{ מ׳}$$

הגוף נמצא לאחר שניה, שתי שניות, ושלוש שניות באותה נקודה, במרחק 3 מ׳ מהנקודה A. האם נובע מכך שהוא עומד? ודאי שלא. האינטרפולציה והאקסטרפולציה נחפזות מדי. לאחר 4 שניות למשל מתקבל: $S = 9$ מ׳ ולאחר 5 שניות - $S = 27$ מ׳ מסתבר כי מקץ 3 שניות מגדיל הגוף את מרחקו מהנקודה A. מה אירע, איפוא, בשלוש השניות הראשונות? נבדוק היכן נמצא הגוף לאחר 0.5 שניות, 1.5 שניות, ו-2.5 שניות:

$t =$ 0.5 שנ׳	$S =$ 1.125
$t =$ 1.5 שנ׳	$S =$ 3.375 מ׳
$t =$ 2.5 שנ׳	$S =$ 2.625 מ׳

מסעו של הגוף הוא, איפוא, כזה:



ציור 6 - 5

הגוף יצא לדרכו ($t = 0$) מהנקודה B ($S = -3$) לכוון A . לאחר מחצית השניה עבר את C , לאחר שניה הגיע ל- D והמשיך בדרכו. לאחר שניה וחצי נמצא הגוף ב-E. אי שם משמאל לנקודה E הוא נעצר, חזר על עקבותיו ועבר פעם שניה בנקודה D מקץ שתי שניות. הוא המשיך בדרכו עד מעבר לנקודה F (t = 2.5 שנ') , נעצר שוב, וחזר ל- D (t = 3 שנ'). מ- D המשיך הגוף לנוע שמאלה והפעם התמיד בכוונו, ואף הגדיל את מהירותו. העובדה שקבלנו אותו ערך של S עבור כל ערכי t שבדקנו בשלב הראשון היתה, איפוא, מקרית, ונטולת כל משמעות.

קורס למורי טבע

בבתיה"ס היסודיים,

תשכ"ה.

(מהדורה מתוקנת)

6. <u>ניתוח תוצאותיו של ניסוי</u>

חלק נכבד של המחקר הפיסיקלי מוקדש לניתוח תיאורטי של תוצאות ניסויים, תוך שאיפה להגיע להבנת התופעות שנחקרו במעבדה. בסעיף זה ננסה להדגים כיצד מתבצע ניתוח מעין זה. נחקור את תוצאותיהם של מספר ניסויים פשוטים, וננסה למצוא את החוקים הפיסיקליים העומדים מאחורי התופעות. נשתדל להביע חוקים אלה בעזרת נוסחות מתימטיות שתאפשרנה לנו לחזות מראש את תוצאותיהם של ניסויים דומים.

בניסוי הראשון* אנו חוקרים תופעה פשוטה למדי: זרימת מים דרך נקב בקרקעיתו של כלי. נתונות בידינו תוצאות מדידה של הזמן הדרוש להרקת הכלי במקרים שונים: עבור כמויות מים שונות בכלי ועבור ממדים שונים של הנקב בקרקעיתו, בטבלה 1 מוצגים זמני ההרקה עבור גבהים שונים (h) ונקבים בעלי קוטר שונה (d)

h ס"מ / d ס"מ	30	10	4	1
1.5	73.0	43.5	26.7	13.5
2	41.2	23.7	15.0	7.2
3	18.4	10.5	6.8	3.7
5	6.8	3.9	2.2	1.5

טבלה 1

זמני ההרקה (בשניות)

מטרתנו היא לקבוע כיצד תלוי הזמן t בגובה h ובקוטר d . נעמוד תחילה על השיקולים הפיסיקליים היכולים להנחות אותנו בנתוח הניסוי. שתי עובדות ברורות לחלוטין מלכתחילה: הזמן גדל כאשר גובה המים גדול יותר, והוא קטן כאשר קוטר הנקב גדול יותר. התוצאות הנסיוניות מאשרות, כמובן, עובדה זו. יחד עם זאת, ברור לנו מתוך הטבלה ששעור גידולו של הזמן איננו נקבע בצורה פשוטה על-ידי שינוי הגובה או

---

*

דוגמה זו לקוחה מתוך חוברת המעבדה לספר הפיסיקה של הועדה ללימוד מדע הפיסיקה בארה"ב (P.S.S.C) המהדורה העברית של הספר והחוברת יצאה לאור בהוצאת "יחדיו".

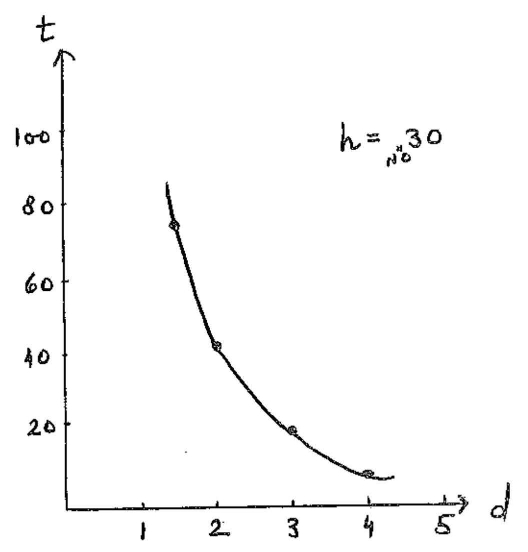
הקוטר. כאשר הקוטר גדל פי 2, הזמן אינו קטן פי 2. נתבונן למשל בזמני ההרקה המתקבלים עבור $d=1.5$, $d=3$. היחס ביניהם שונה משתים. בדומה לכך, כאשר h גדל פי 3 למשל, (מ-10 ס"מ ל-30 ס"מ) הזמן אינו גדל פי 3. ננסה להבין תופעות אלה באופן פיסיקלי.

אילו היה קצב זרימת המים קבוע במשך פעולת ההרקה של הכלי (כלומר: בכל שניה היתה יוצאת אותה כמות מים), היה חייב זמן ההרקה להמצא ביחס ישר לכמות המים הכללית, שהיתה בכלי בתחילת הניסוי, וממילא גם לגובה המים בכלי. במלים אחרות: הכפלת הגובה היתה גורמת להכפלת זמן ההרקה. אולם, מתקבל על הדעת שקצב הזרימה אינו אחיד. בתחילה המים זורמים ביתר מהירות, משום שהלחץ גדול יותר, ואילו לקראת סופו של התהליך - מואטת הזרימה. הכפלת כמות המים בכלי לא תגרום, איפוא, להכפלת זמן ההרקה; הכמות הנוספת תורק בזמן קצר יותר מאשר הכמות המקורית. כל הגדלה של הגובה ההתחלתי ביחס מסוים תגרום לגידול מתון יותר של הזמן.

ומה בנוגע לתלות הזמן בקוטר הנקב? קרוב לודאי שהזמן תלוי בשטח הנקב; אם אמנם זורמת אותה כמות מים, בקירוב, דרך כל סמ"ר של הנקב, יימצא זמן ההרקה ביחס הפוך לשטח. במקרה זה, עלולה הקטנת הקוטר פי 2 (הגורמת להקטנת השטח פי 4), להגדיל את הזמן פי 4. כפי שנראה, תוצאות הניסוי מאשרות השערה זו.

לאחר ששקלנו את המצב מנקודת הראות הפיסיקלית, מבלי לחשב דבר ומבלי לבדוק את <u>כל</u> הערכים המספריים שנתקבלו, נעבור לניתוח המתימטי המדויק יותר. בניתוח זה נעזר בהנחיות שנתקבלו מתוך השקולים הפיסיקליים.

נחקור תחילה את תלות הזמן בקוטר. נשרטט גרף המתאר את השתנות t כפונקציה של d עבור גובה נתון (למשל - 30 ס"מ = h). הגרף (ציור 1-6) מצביע על ירידת הזמן כאשר הקוטר גדל ומרמז על אפשרות של יחס מהצורה $t = \frac{K}{d}$ (K - גודל קבוע) או אולי $t = \frac{K}{d^2}$, $t = \frac{K}{d^3}$ וכדומה. השקולים שהבאנו למעלה מצביעים על האפשרות $t = \frac{K}{d^2}$ כסבירה ביותר. כדי לבדוק את נכונותה נערך גרף של השתנות t כפונקציה של $\frac{1}{d^2}$ (ושוב - עבור גובה מסוים,

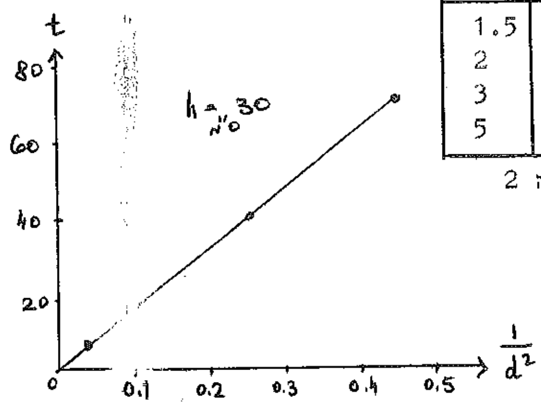


ציור 1-6

h = 30 ס"מ). לשם כך נחשב את ערכי $\frac{1}{d^2}$ המתאימים לקטרים הנתונים בטבלה מס' 1, ונערכם בטבלה 2. הגרף עצמו נראה בציור 6-2. מתברר שהנקודות נמצאות על קו ישר, העובר דרך ראשית הצירים. קו ישר מסוג זה מצביע על קיום יחס ישר בין הגדלים המתוארים של הצירים ואנו מקבלים:

d	$1/d^2$
1.5	0.44
2	0.25
3	0.11
5	0.04

טבלה 2



ציור 6-2

$$t = K \cdot \frac{1}{d^2} = \frac{K}{d^2}$$

K הוא גודל קבוע. כדי לחשבו נבחר באחד מערכי t (למשל 73.0) ובערך המתאים של $\frac{1}{d^2}$ (0.44) ונציבם בנוסחה שקבלנו. התוצאה היא:

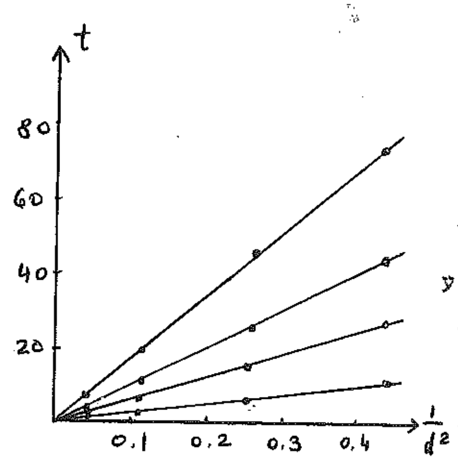
$$K = \frac{73.0}{0.44} = 164$$

הקו הישר בציור 6-2 מלמדנו שכל ערך אחר של d ו- t יעלה בקירוב טוב את אותה התוצאה בשביל K.

הקשר בין זמן ההרקה (בשניות) וקוטר הנקב (בס"מ) <u>במקרה ש-h = 30 ס"מ</u> נתון, איפוא, על ידי הנוסחה:

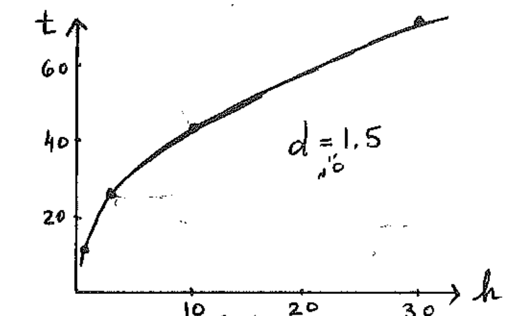
$$t = \frac{164}{d^2}$$

כיצד משתנה קשר זה כאשר אנו חוזרים על הנסיון בגבהי מים שונים? נשרטט את הגרף של t לעומת $\frac{1}{d^2}$ עבור כל ארבעת הגבהים השונים בהם בוצע הניסוי (ציור 6-3). אנו רואים כי בכל מקרה ומקרה מתקבל קו ישר העובר דרך ראשית הצירים ומתאשר היחס הישר בין t ו- $\frac{1}{d^2}$. השפוע השונה של הקו במקרים השונים מצביע על כך שהגורם K משתנה עם שינוי הגובה. עלינו לברר, איפוא, כיצד תלוי K ב- h. לשם כך נחקור כיצד משתנה זמן ההרקה t עם שינוי הגובה, עבור ערך קבוע של הקוטר d. בציור 6-4 מוצג הגרף t לעומת h עבור d = 1.5 ס"מ. הגרף ממחיש את העובדה עליה כבר עמדנו קודם: גידולו של הזמן מתון יותר מגידול הגובה. בגדול



ציור 6-3

הגובה h, אמנם גדל הזמן t, אולם לא קיים ביניהם יחס ישר מהצורה $t = c.h$ (c – גודל קבוע). t יימצא, אולי, ביחס ישר לפונקציה אחרת של h הגדלה בקצב אטי יותר מגידולו של h עצמו. הפונקציה הפשוטה ביותר מסוג זה היא $\sqrt{h}$. כדי לבדוק אם אמנם קיים יחס ישר בין t ו- $\sqrt{h}$ נשרטט גרף המתאר את הקשר בין שני גורמים אלה.



ציור 6-4

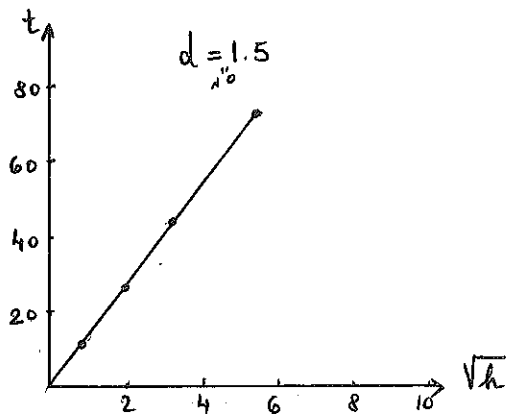
h	$\sqrt{h}$
30	5.48
10	3.16
4	2
1	1

טבלה 3

ערכי $\sqrt{h}$ מובאים בטבלה 3. בגרף (ציור 6-5) מתקבל ישר העובר דרך ראשית הצירים. מסתבר שקיים יחס ישר בין הזמן t ו- $\sqrt{h}$:

$$t = c\sqrt{h}$$

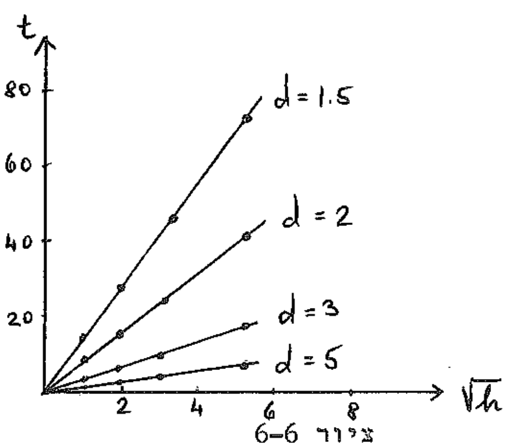
(c קבוע עבור d נתון מסוים). אם נבדוק זאת לקבי ערכים אחרים של d, נמצא (ציור 6-6) כי גם במקרים אלה קיים היחס הישר אולם המקדם c משתנה עם שינוי הקוטר d.



ציור 6-5

המסקנה הסופית אליה אנו מגיעים כתוצאה מניתוחנו היא, איפוא: זמן ההרקה t נמצא ביחס הפוך ל- d^2 וביחס ישר ל- $\sqrt{h}$. הנוסחה המתארת תלות מעין זו היא מהצורה:

$$t = a.\frac{\sqrt{h}}{d^2}$$



ציור 6-6

כאשר a- גודל קבוע <u>שאינו</u> תלוי ב- h או ב- d. את a נוכל למצוא על ידי הצבת ערך כלשהו של d,h. נבחר למשל $h = 30$ $d = 1.5$. הזמן המתאים לפי טבלה 1

הוא $t = 73.0$ ומתקבל:

$$73.0 = a.\frac{\sqrt{30}}{1.5^2}$$

$$a = \frac{73.0 \times 2.25}{5.48} = 30$$

הקשר בין t ל- h ו- d הוא, לבסוף:

$$t = 30\,\frac{\sqrt{h}}{d^2}$$

כאשר h ו- d נמדדים בס"מ ו- t בשניות. גם במקרה זה יכולנו לבחור למעשה כל אחד משישה-עשר זמני ההרקה המופיעים בטבלה 1. ערכו של a , עלול להיות שונה במדת מה, בהתאם למדת הדיוק של מדידת זמני ההרקה. קרוב לודאי שעבור זמני ההרקה הקטנים תהיה השגיאה, באופן יחסי, גדולה יותר.

עלינו לנסות להעריך עתה את מדת דיוקו ותחום נכונותו של הכלל שמצאנו. תוך כדי נתוח הניסוי קבענו מספר פעמים כי "הנקודות נמצאות על קו ישר", "הקו עובר דרך ראשית הצירים" וכיו"ב. קביעות מעין אלו אינן יכולות להיות מדויקות משום שתוצאות הניסוי אינן מדויקות לחלוטין. בדברנו על קו ישר כוונתנו לומר כי נוכל להעביר קו ישר שיעבור בסביבתן הקרובה של הנקודות המציינות את תוצאות הנסוי. אם המרחקים בין נקודות אלו והקו הישר אינם עולים על תחומי השגיאה האפשריים במדידה, הרי שקיים סיכוי טוב שאמנם קיים היחס הישר שהזכרנו. מובן מאליו שעל ידי כך אנו מבצעים גם אינטרפולציה. לכאורה, אין בידינו כל עדות נסיונית לכך שהנוסחה שמצאנו תתקים גם עבור $h = 20$ ס"מ או $d = 4$ ס"מ, שכן לא בצענו כל מדידות בגובה וקוטר הללו. אף על פי כן, ההשערה כי הכלל נכון בתחומי הבינים הנה סבירה בהחלט. זמן ההרקה של כמות מים בגובה של 20 ס"מ דרך נקב שקטרו 4 ס"מ יהיה, כנראה

$$t = 30 \times \frac{\sqrt{20}}{4^2} = \frac{30 \times 4.45}{16} = 8.3$$

תחולתה של הנוסחה לגבי גבהים וקטרים מחוץ לתחום הניסוי אינה כה ברורה. יש להניח שעבור d קטן ביותר, למשל, ישתנה היחס. במקרה זה נקבל טפטוף אטי במקום זרם רציף וקרוב לודאי שהזמן לא יימצא בדיוק ביחס הפוך לשטח הנקב. רק מדידות ממשיות בתנאים אלה יאפשרו לנו נתוח של התופעה מחוץ לתחום בו עסקנו.

ניתוח מתימטי מעין זה שעשינו כאן בוצע פעמים אין-ספור בהיסטוריה של המדע. הדוגמה המפורסמת ביותר לכך היא, אולי, תגליתו של קפלר בדבר הקשר בין זמני המחזור של כוכבי הלכת ובין מרחקם הממוצע מן השמש. בטבלה 4 מובאים זמני המחזור של סבובי כוכבי הלכת סביב השמש, והמרחקים הממוצעים שלהם ממנה, ביחידות אסטרונומיות. (יחידה אסטרונומית אחת מוגדרת במרחקה הממוצע של הארץ מהשמש).

	כוכב	נוגה	ארץ	מאדים	צדק	שבתאי
T שנים	0.24	0.615	1	1.88	11.68	29.46
D יחידות אסטרונומיות	0.387	0.723	1	1.524	5.203	9.539

טבלה 4

קפלר נסה למצוא קשר מתימטי בין T ו-D והבחין בכך שאמנם T גדל כאשר D גדל, אולם הם אינם נמצאים ביחס ישר זה לזה. הוא בדק אפשרויות שונות: האם T נמצא ביחס ישר ל- D^2? ואולי D מקיים יחס ישר עם T^2? לאחר מספר נסיונות מסוג זה הוא הגיע למסקנה ש-T^2 נמצא ביחס ישר דווקא ל- D^3. בטבלה 5 מוצגים ערכי הגדלים הללו, ומסתבר כי אם נשתמש ביחידות שהזכרנו, קיים לגבי כל כוכבי הלכת

$$T^2 = D^3$$

השמוש ביחידות אחרות יכניס גורם פרופורציה קבוע K והיחס יהיה

$$T^2 = KD^3$$

כאשר K קבוע לגבי כל כוכבי הלכת, הסובבים את השמש.

	כוכב	נוגה	ארץ	מאדים	צדק	שבתאי
T^2	0.058	0.38	1	3.54	140	868
D^3	0.058	0.38	1	3.54	140	868

טבלה 5

קפלר עצמו הגיע לתגליתו מבלי להבין את סיבת היחס שמצא! רק ניוטון הצליח להבין את המשמעות הפיסיקלית של יחס זה ולבססו מבחינה תיאורטית כתוצאה של חוק הגרביטציה.

<u>תרגיל</u>

נפחו של גז משתנה עם שנוי הלחץ והטמפרטורה. בטבלה מובאות תוצאותיו של ניסוי הבודק תופעה זו. חקור את תוצאות הניסוי ומצא כיצד משפיע שינוי הלחץ והטמפרטורה על שינוי הנפח.

הלחץ - באטמוספרות
הטמפרטורה - במעלות צלציוס
הנפח - בליטרים.

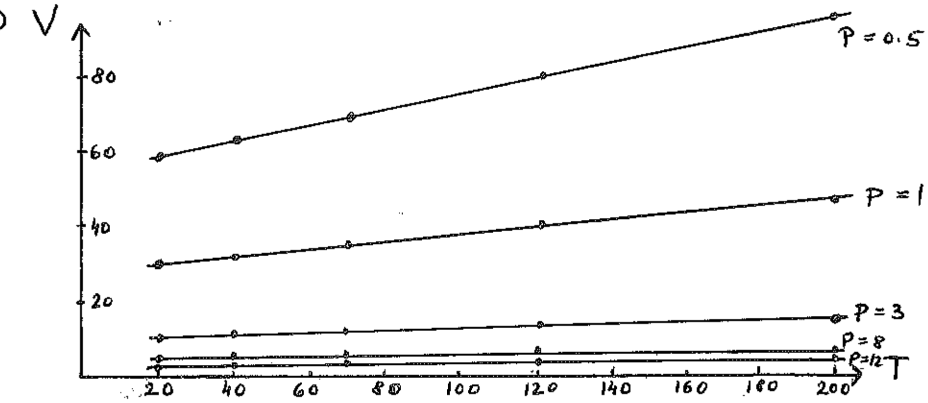
12	8	3	1	0.5	P / T
2.45	3.7	9.8	29.3	58.6	20^{o}
2.60	3.9	10.4	31.3	62.5	40^{o}
2.85	4.3	11.4	34.4	68.6	70^{o}
3.25	4.9	13.1	39.2	78.7	120^{o}
3.95	5.9	15.8	47.3	94.5	200^{o}

טבלה 6

<u>תשובה</u>

נחקור תחילה את השתנות הנפח עם שינוי הטמפרטורה. נשרטט 5 גרפים שונים של V לעומת T עבור חמשת הלחצים השונים (ציור 6-7). בכל המקרים מתקבל קו ישר <u>שאינו</u> עובר דרך הראשית. לא נוכל לומר, איפוא, כי הנפח נמצא ביחס ישר לטמפרטורה

ציור 6-7



אך נוכל לקבוע כי <u>שינוי הנפח</u> נמצא ביחס ישר <u>לשינוי הטמפרטורה</u>. נתבונן בטור המתאים ללחץ של אטמוספירה אחת, למשל. במקרה זה יגדל הנפח בליטר אחד, בקירוב, עבור כל עלית טמפרטורה של 10^{o}. הנפח בטמפרטורה של 20^{o}, הוא 29.3 ליטר. תוספת הנפח תהיה (V -29.3), והיא תמצא ביחס ישר לתוספת הטמפרטורה ($T-20^{o}$). בלשון הנוסחה:

$$V-29.3 = K(T-20)$$

כדי למצוא את הקבוע K נציב, למשל $T = 40$, $V = 31.3$ ונקבל: $K = 0.1$. הנוסחה היא, איפוא:

$$V-29.3 = 0.1(T-20)$$

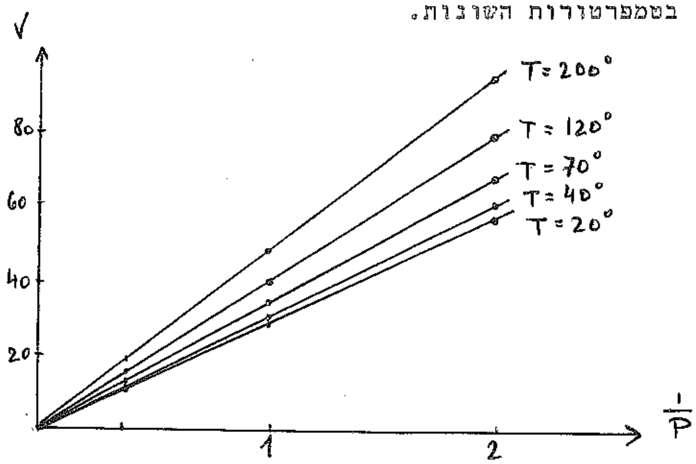
כלומר:

$$V = 27.3 + 0.1\ T$$

או

$$V = 0.1(T+273)$$

קשר זה קיים רק עבור $P = 1$. בלחצים אחרים נקבל במקום המקדם 0.1 ערכים אחרים של K אולם הצורה הכללית תהיה תמיד: $V = K(T + 273)$ כאשר K קבוע עבור לחץ נתון, ומשתנה כאשר נשנה את הלחץ. אנו יודעים, איפוא, כיצד תלוי הנפח בטמפרטורה וכל מה שנותר לנו הוא לקבוע כיצד תלוי הנפח בלחץ. גידול הלחץ גורר הקטנה של הנפח, כפי שברור מטבלה 6 וכפי שמובן לנו מבחינה פיסיקלית. נבדוק את הקשר בין V ו- $\frac{1}{P}$, בטמפרטורות השונות.



ציור 8-6

מציור 8-6 אנו רואים כי בכל טמפרטורה נתונה קיים יחס ישר בין הנפח ו- $\frac{1}{P}$ כלומר: $V = \frac{c}{P}$. הנוסחה המתארת את תלות הנפח בלחץ ובטמפרטורה כאחד נתונה, איפוא, על ידי:

$$V = a. \frac{T + 273}{P}$$

כאשר a – קבוע שאינו תלוי בלחץ או בטמפרטורה. ערכו של a הוא 0.1 כאשר T נמדד במעלות צלזיוס, P באטמוספירות ו- V בליטרים.

$$V = 0.1 \frac{T + 273}{P}$$

גם כאן האקסטרפולציה מסוכנת. עבור $T = -273$ מתקבל $V = 0$ (ועבור $T = -400^{\circ}$, V שלילי). מובן שכוחה של הנוסחה אינו יפה לגבי טמפרטורות אלה. לאמיתו של דבר – ברור כי ברגע שהגז מגיע לטמפרטורת הנוזול שלו, הקשר שמצאנו חדל מלהתקיים (ואולי עוד לפני הגיע הגז לטמפרטורה זו).

קורס למורי טבע
בבתיה"ס היסודיים
תשכ"ה.

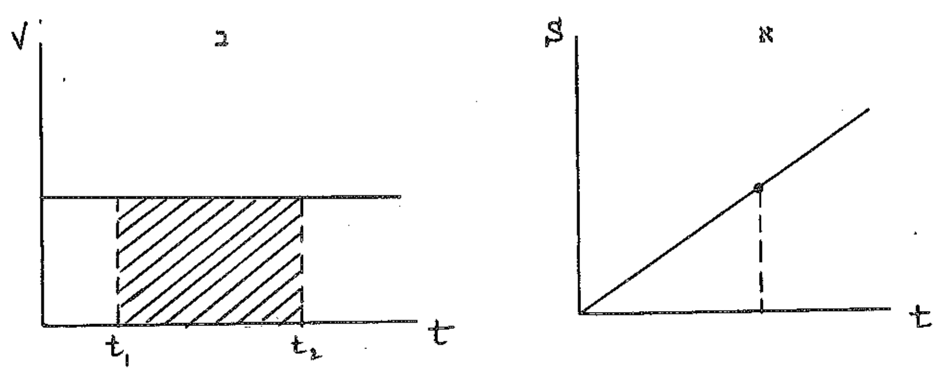
פרק ב' - התנועה וסיבותיה

7. תנועה בקו ישר

רוב תופעות הטבע קשורות בצורה זו או אחרת בתנועה. סוגי התנועות, תכונותיהן וסיבותיהן הן נושא דיוננו בפרק זה. בטרם נחקור את גורמי התנועה הבה נתבונן בתנועה עצמה מבלי להכנס, בשלב זה, לניתוח סיבותיה. נפתח - בתנועה על קו ישר.

הפשוטה ביותר בין התנועות האפשריות על קו ישר היא התנועה הקצובה: מהירותו של הגוף הנע קבועה במשך כל זמן התנועה. במלים אחרות - אם נבחר שני פרקי זמן שוים כלשהם במהלך תנועתו של הגוף, נמצא שהוא עבר בהן דרכים שוות. אין זה מספיק לומר שבכל יחידת זמן עובר הגוף אותה דרך. הדבר חייב להתקיים גם ביחס לפרקי זמן קטנים יותר.

כיצד נתאר תנועה מעין זאת באופן גרפי? בציור 7-1 מוצגים שני תיאורים גרפיים שונים של התנועה הקצובה.



ציור 7-1

הגרף הראשון (ציור 7-1 א') מתאר את השתנות הדרך כפונקציה של הזמן, והשני (ב') - את תלות המהירות בזמן. גרף הדרך הוא קו ישר. היחס בין הדרך שעובר הגוף בפרק זמן כלשהו, ובין פרק הזמן עצמו - קבוע; זהו שפועו הקבוע של הגרף. אנו יכולים לקרוא מתוך הגרף:

א. איזו דרך עבר הגוף עד לרגע מסוים, t ?

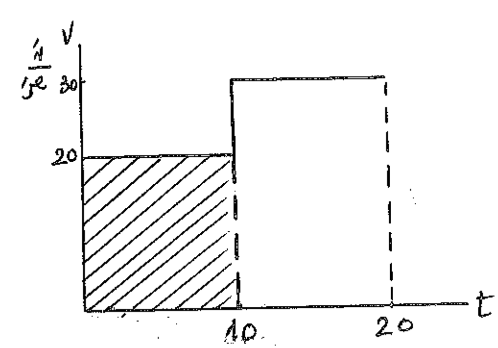
ב. מה היא המהירות הקבועה?

התשובה לשאלה הראשונה מיוצגת על-ידי נקודה על-פני הגרף, ואילו את התשובה לשאלה השניה נוכל לחשב מתוך השפוע הקבוע. <u>השפוע מייצג, איפוא, את המהירות.</u>

הגרף השני מתאר את שינוי המהירות כפונקציה של הזמן. ליתר דיוק - הוא מצביע על כך שהמהירות <u>אינה משתנה</u> במשך כל זמן התנועה. את המהירות הקבועה אנו קוראים על פני הציר האנכי, ציר V . האם נוכל לקבוע מתוך גרף המהירות את הדרך שעבר הגוף בפרק זמן כלשהו? מסתבר שכן. מהי, למשל, הדרך שעבר הגוף בין הזמנים t_1 ו- t_2? הזמן שחלף הוא: $t = t_2 - t_1$ והדרך: $S = v(t_2-t_1)$

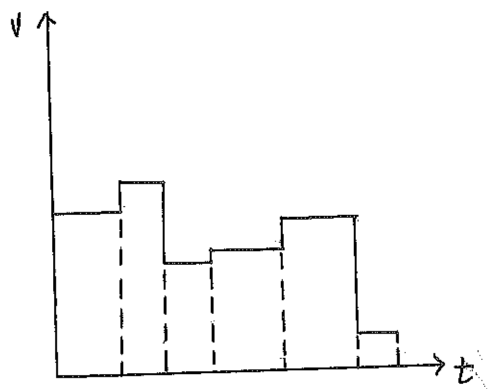
עד כאן - החישוב. אולם בגרף מיוצגת דרך זאת על-ידי השטח המקווקו שבציור. זהו שטח מלבן שאחת מצלעותיו מיצגת את V והשניה את $t_2 - t_1$.
במלים אחרות: ברצותנו למצא מתוך הגרף, במישרין, את הדרך שעבר הגוף בפרק זמן נתון, נמדוד את השטח הנמצא בין ציר הזמן וגרף המהירות, והכלוא משני צדדיו על ידי הקוים $t=t_1$, $t=t_2$. שטח זה מיצג את הדרך שעבר הגוף בין הזמנים t_1 ו-t_2 .
זכרו: הקטעים על אחד הצירים נמדדים בשניות ואילו קטעים על הציר השני נמדדים ביחידות מהירות (למשל - מטרים לשניה). השטח "ימדד", איפוא, ביחידות המתקבלות ממכפלת יחידות הזמן ביחידות המהירות. אלו הן, כמובן, יחידות האורך.

התנועה הקצובה נדירה למדי בטבע והעניין בה הוא, במדה רבה, תיאורטי. לא נוכל לחקור את התנועות הנפוצות בטבע מבלי לדעת לטפל גם באלו שאינן קצובות. נעבור עתה לטפל בתנועות מסובכות מעט יותר, תנועות בהן משתנה המהירות. בציור 7-2 אנו רואים תאור גרפי של תנועה מסוג זה. המהירות היתה קבועה במשך 10 שניות (ערכה היה 20 $\frac{\text{מ'}}{\text{שנ'}}$) ואז גדלה המהירות (עד ל-30 $\frac{\text{מ'}}{\text{שנ'}}$), ונשארה קבועה במשך 10 שניות

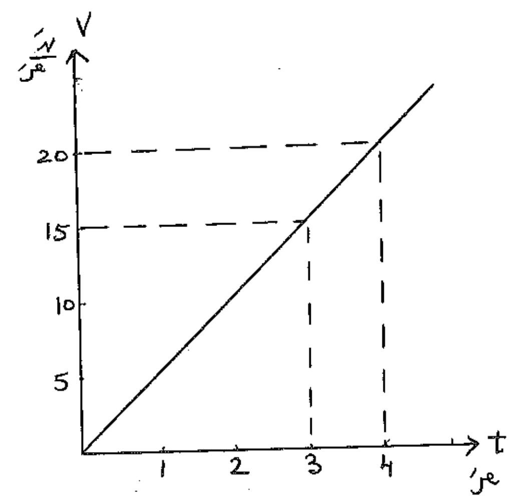


ציור 7-2

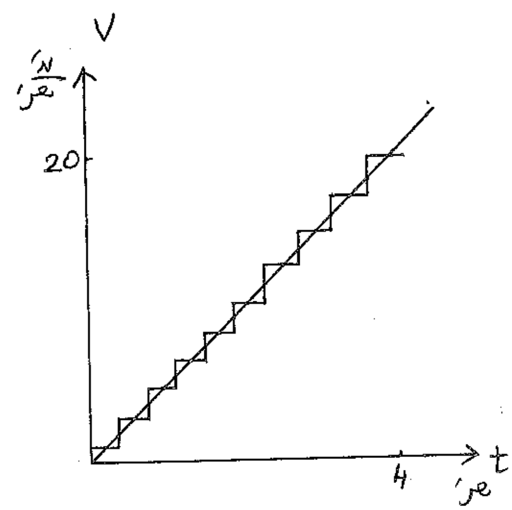
נוספות. (נניח כי שינוי המהירות עצמו נעשה בפתאומיות ונמשך פרק זמן קצרצר שאינו ניתן להבחנה על-פני הגרף שלנו). האם נוכל למצוא גם במקרה זה את הדרך, בעזרת גרף המהירות? ודאי שכן. נתבונן בנפרד בשני חלקי התנועה. במשך 10 השניות הראשונות היתה התנועה קצובה והדרך נתונה על-ידי השטח המקווקו: 200 מ'. גם ב-10 השניות הבאות היתה התנועה קצובה (אם כי במהירות אחרת) וגם כאן נתונה הדרך ע"י השטח: 300 מ'. הדרך הכללית היא איפוא, 500 מ' והיא שוה לשטח הכללי שמתחת לגרף המהירות בין $t = 0$ ו-20שנ' $= t$. ברור שכך יהיה הדבר גם בכל תנועה הניתנת לחלוקה לתנועות חלקיות, כאשר כל אחת מאלו - קצובה. בציור 7-3 מוצגת תנועת גוף ששינה את מהירותו, באופן פתאומי, מספר פעמים. התנועה ניתנת לחלוקה לתנועות קצובות (כפי שמצוין ע"י הקוים המרוסקים שבציור), והדרך הכללית נתונה על ידי השטח הכללי. נתבונן עתה בתנועה מסוג אחר: תנועה בה משתנה המהירות במשך כל הזמן. בציור 7-4 מודגמת תנועה כזאת. המהירות גדלה בהתמדה; בתחילה היא שוה לאפס, ובכל שניה היא גדלה ב-5 מ/שנ'.



ציור 7-3



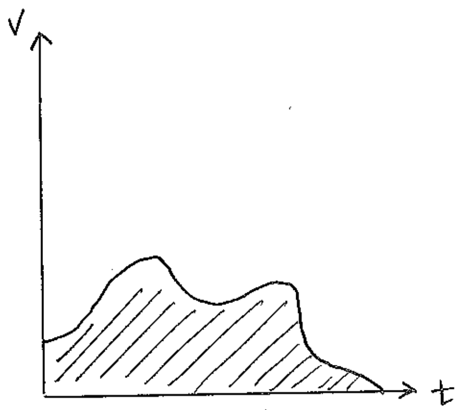
ציור 7-4



ציור 7-5

כדי לברר לעצמנו מה תהיה הדרך שעבר הגוף בתנועה זו, נתבונן בציור 7-5. ציור זה מציג בפנינו את תנועתו של גוף דמיוני הנע בתנועה קצובה במשך פרק זמן קצר, משנה את מהירותו בפתאומיות, שוב נע בתנועה קצובה לזמן מה, וחוזר חלילה. מהירותו של הגוף מתוארת על-ידי "גרף המדרגות" שבציור. כפי שכבר נוכחנו לדעת הדרך הכללית שעבר הגוף במשך 4 השניות הראשונות מיוצגת על-ידי השטח שמתחת ל"גרף המדרגות". אך שימו לבכם לכך שתנועתו של הגוף הדמיוני שלנו שונה אך במעט מתנועתו הבלתי-קצובה של הגוף האמיתי (שבציור 7-4). "גרף המדרגות" מהווה, למעשה, קירוב מצוין לגרף המהירות האמיתי. יתר על כן - נוכל להקטין את המדרגות הדמיוניות יותר ויותר ולשפר את הקירוב שלנו כרצוננו. השטח הכלוא מתחת לגרף המהירות יתאר, איפוא, את הדרך שעבר הגוף גם במקרה שמהירותו משתנה ללא הפסק. אין לראות בנמוקים שהבאנו כאן הוכחה <u>מדויקת</u> לעובדה זאת, אך שוכנענו לפחות כי הדברים נכונים בכל מדת קירוב הרצויה לנו (שכן נוכל להקטין את רוחב המדרגות <u>כרצוננו</u>). לאמיתו של דבר - מתאר השטח שמתחת לעקומת המהירות <u>בדיוק</u> את הדרך שעבר הגוף. הוכחה מלאה ומדויקת לכך - לא נכיר בשלב זה של למודינו.

העובדה שבציור 7-4 בחרנו בתנועה שגרף המהירות שלה הוא קו ישר, לא שחקה כל תפקיד של ממש בשיקולינו. לאותן מסקנות נגיע גם ביחס לגוף שתנועתו מתוארת בציור 7-6. גם לעקומה שבציור זה נוכל להתקרב כרצוננו על-ידי "גרף המדרגות" העולה ויורד, חליפות. גם כאן נוכל למצוא את הדרך על-פי השטח המקווקו, אלא שבמקרה זה יקשה עלינו לחשב את השטח עצמו ונאלץ לעשות זאת על-ידי ספירת משבצות, למשל. מובן, שמבחינה פיסיקלית אין עובדה זו משנה דבר. הקשיים הם מתימטיים.

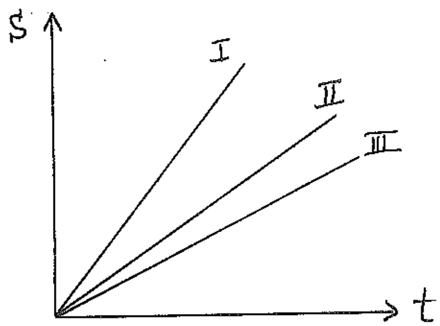


ציור 7-6

ננסה לסכם את מסקנותינו: אנו יודעים לחשב מתוך גרף המהירות הן את מהירותו של הגוף ברגע מסוים והן את המרחק שהוא עבר בכל פרק זמן שהוא. אך מה פירוש המשפט "מהירותו של הגוף ברגע מסוים"? הרי ב"רגע מסוים" זה הגוף נמצא במקום כלשהו. "משך הרגע" הזה הוא אפס ודרכו של הגוף ברגע הזה - גם היא שווה לאפס. כיצד נבין, איפוא, את המושג "מהירות ברגע מסוים"? כל עוד הגוף נע

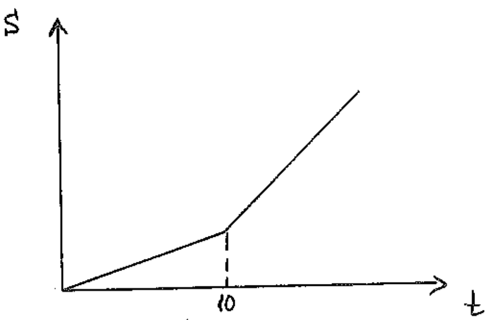
בתנועה קצובה היו הדברים ברורים, משום שיכולנו לבחור בכל פרק זמן הכולל את הרגע המבוקש ולחשב את המהירות לגביו; אולם משעברנו לטפל בגופים המשנים את מהירותם ללא הפסק לא נוכל לבחור פרק זמן שרירותי. יהיה עלינו להגדיר מחדש את מושגינו ולהבין את המושג <u>מהירות רגעית</u>. מהירותו הרגעית של גוף ברגע מסוים מוגדרת כמהירות שהיתה לגוף אילו, החל מרגע זה, נע בתנועה קצובה בקו ישר. במלים אחרות: אילו, מאותו רגע, חדלו גורמים שונים להחיש את תנועתו של הגוף או להאיט אותה, הוא היה ממשיך את דרכו בתנועה קצובה. מהירותה של תנועה קצובה <u>דמיונית</u> זו היא היא המהירות הרגעית <u>האמיתית</u> שהיתה לגוף ברגע הנדון.

נוכל להמחיש מושג זה על-ידי התבוננות בגרף הדרך. ראינו בציור 7-1 (א) כי שפועו של גרף הדרך מיצג את המהירות. בציור 7-7 מוצגות תנועותיהם של שלושה גופים הנעים בתנועה קצובה. שפוע גרף הדרך של הגוף ה- I הוא הגדול ביותר. מסתבר, איפוא, שמהירותו היא הגדולה מכולן. הגוף ה- II איטי יותר ואילו ה-III איטי מכולם (משום ששיפוע גרף הדרך שלו הוא הקטן ביותר).

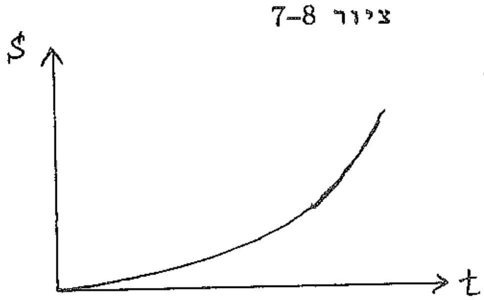


ציור 7-7

בציור 7-8 מוצגת תנועת גוף שנע 10 שניות בתנועה קצובה, שינה בבת אחת את מהירותו והמשיך בתנועה קצובה, אך במהירות אחרת. הגרף מורה לנו שהגוף הגדיל את מהירותו מקץ 10 שניות, משום ששפוע הגרף <u>גדל</u>. ומה ביחס לגוף המשנה את מהירותו ללא הפסק (ציור 7-9)? השפוע הולך וגדל, והגרף נעשה יותר ויותר תלול. מסתבר, איפוא, שמהירותו של הגוף גדלה במשך כל הזמן. אך

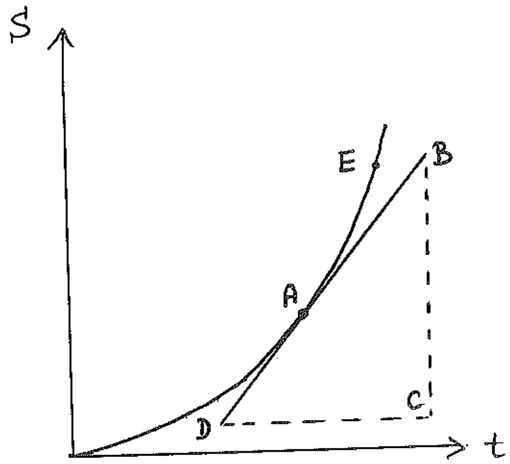


ציור 7-8



ציור 7-9

כיצד נמצא את המהירות ברגע מסוים, את המהירות הרגעית? במלים אחרות: כיצד נמצא את שפוע הגרף בנקודה מסוימת? כדי למצוא את שפוע הגרף בנקודה A (ציור 7-10), נעביר משיק לעקומה בנקודה זו. שיפועו של המשיק ניתן לחישוב בנקל, על-ידי חילוק אורך הקטע BC באורכו של CD. שפוע הגרף העקום בנקודה A שווה לשפוע הקו הישר המשיק לעקום בנקודה זו. בצורה זו אנו מוצאים מתוך גרף הדרך את המהירות הרגעית ברגע מסוים. ואמנם - אם החל מהנקודה A ינוע הגוף בתנועה קצובה מבלי לשנות את מהירותו, יהיה גרף הדרך שלו, החל מאותה נקודה, קו ישר; במקרה זה יתלכד הגרף עם המשיק ויעבור דרך הנקודה B, במקום להמשיך לכוון E.



ציור 7-10

אנו יכולים, איפוא, לקרוא מתוך גרף הדרך:

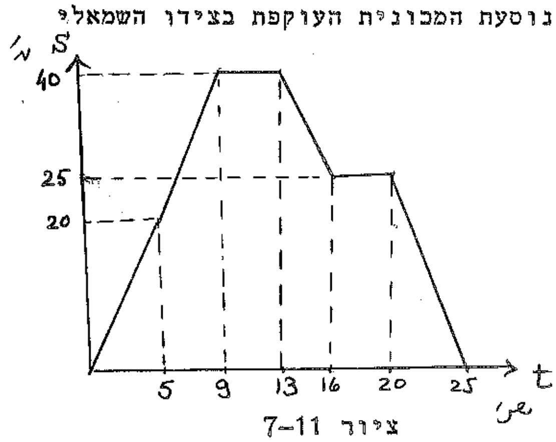
א. את הדרך שעבר הגוף בכל פרק זמן שהוא.

ב. את מהירותו הרגעית של הגוף בכל רגע ורגע.

תרגילים

1. מכונית A נוסעת במהירות של 90 ק"מ/שעה ועוקפת את המכונית B הנוסעת במהירות 72 ק"מ/שעה. המרחק בין המכוניות (מחרטום לחרטום) לפני העקיפה ואחריה הוא 24 מ'. איזה מרחק נוסעת המכונית העוקפת בצידו השמאלי של הכביש?

2. לפניך גרף דרך-זמן המתאר את תנועתו של גוף. נתח את הגרף ונסה למצוא מספר גדול ככל האפשר של עובדות אודות תנועת הגוף.



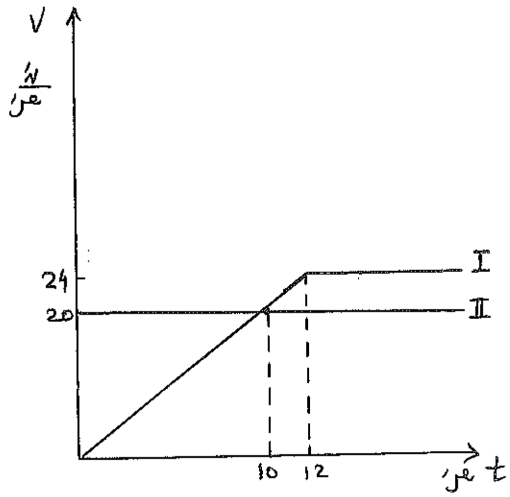
ציור 7-11

3. הגרפים שבציור 7-12 מתארים תנועת שתי מכוניות הנמצאות בזמן $t=0$ באותו המקום. (המכונית II חולפת על פני ה- I העומדת ברגע זה).

א. מהו המרחק בין המכוניות ברגע בו משתוות מהירותיהן?

ב. איזו מכונית מקדימה ובכמה, לאחר 12 שניות?

ג. לאחר כמה שניות מדביקה המכונית ה- I את ה- II, ואיזה מרחק הן עברו עד אז?



ציור 7-12

__תשובות__

1. נחשב תחילה את המהירות ב מ'/שנ': 25 מ'/שנ' = $\frac{90\cdot1000}{3600}$ מ'/שנ' = 90 ק"מ/שעה.

20 מ'/שנ' = $\frac{72\cdot1000}{3600}$ מ'/שנ' = 72 ק"מ/שעה.

בכל שניה עוברת המכונית המהירה 5 מטרים יותר מחברתה. כדי להדביק את B חייבת A לצמצם את המרחק ביניהן ב-24 מ'. היא נזקקת לשם כך לזמן של:

4.8 שניות = $\frac{24}{5}$.

כדי להתרחק עד למרחק של 24 מ' דרושה ל- A 4.8 שניות נוספות ובס"ה - 9.6 שניות. במשך 9.6 שניות A עברה:

240 מ' = 9.6×25

וזהו המרחק אותו היא נסעה בצידו השמאלי של הכביש.

2. במשך 5 שניות נע הגוף בתנועה קצובה ועבר מרחק של 20 מ'. מהירותו בפרק זמן זה היתה 4 מ'/שנ' = $\frac{20}{5}$. ב-4 השניות הבאות הגדיל הגוף את מהירותו (השפוע גדל) ועבר 20 מטרים נוספים. מהירותו היתה 5 מ'/שנ'. במשך 4 השניות הבאות עמד הגוף במקומו ואז החל לחזור. ב-3 שניות עבר 15 מ' במהירות של 5 מ'/שנ'. בין

$t = 16$ ו־$t = 20$ נח 4 שניות (במרחק 25 מ׳ מנקודת מוצאו) ולבסוף - נע 5 שנ׳ והגיע לנקודת המוצא. גם ב־5 השניות האחרונות היתה מהירותו של הגוף 5 מ׳/שנ׳.

3. א. המהירויות השתוו לאחר 10 שניות (והיו 20 מ׳/שנ׳). המכונית ה־I עברה עד אז 100 מ׳ = $\frac{10.20}{2}$ (שטח המשולש) ואילו המכונית השניה עברה 200 מ׳ = 20.10 (שטח המלבן). המרחק ביניהן היה 100 מ׳.

ב. במשך 12 שניות עברה המכונית ה־I : 144 מ׳ = $\frac{24.12}{2}$ וה־II 240 מ׳ = 20.12. המרחק - $240 - 144 = 96$.

ג. לאחר 12 השניות הראשונות נעות שתי המכוניות בתנועה קצובה, ועל ה־I לצמצם את המרחק ביניהן ב־96 מ׳ (כפי שמצאנו בחלק ב׳). בכל שניה עוברת ה־I 4 מ׳ יותר מה־II ולכן היא תדביק אותה מקץ 24 שניות ובס"ה 36 שניות לאחר התחלת התנועה. לשם בדיקה נחשב את הדרכים שעברו שתי המכוניות במשך 36 השניות:

ה־I $\frac{36 + 24}{2} \times 24 =$ 720 מ׳ (שטח טרפז)

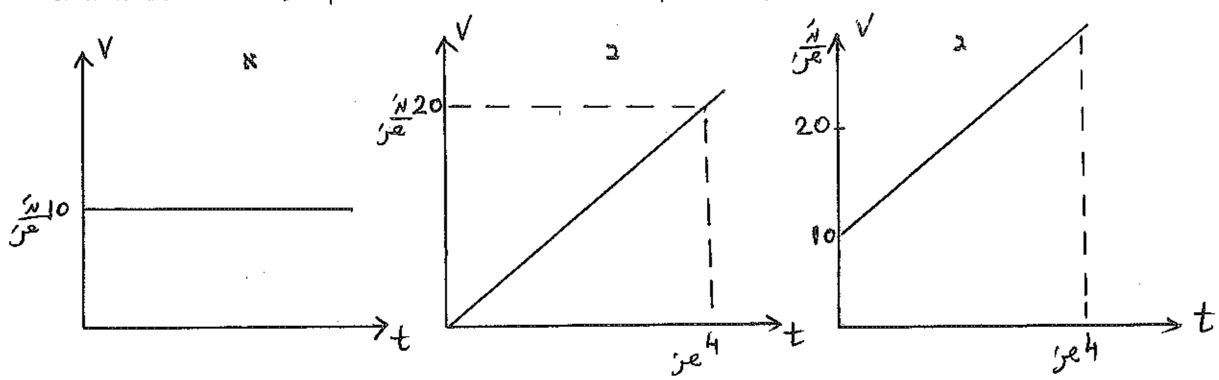
ה־II $20 \times 36 =$ 720 מ׳ (שטח מלבן)

המכונית ה־I הדביקה את ה־II לאחר 720 מ׳.

8. <u>התאוצה</u>

בסעיף הקודם עסקנו, בין השאר, בתנועות בהן משנים הגופים הנעים את מהירותם. <u>שינוי</u> המהירות היה לעתים פתאומי ולעתים אטי; בהיותו פתאומי, התבטא הדבר בקפיצה בגרף המהירות כפונקציה של הזמן, ובמקרה של שינוי מתון של המהירות - עלה הגרף (או ירד) בשפוע קטן יותר. כדי למדוד את קצב שינוי המהירות של גוף נע נשתמש במושג התאוצה. אם ידוע לנו כי מהירותה של מכונית גדלה מ-20 ק"מ/ש' עד 80 ק"מ/ש', אין אנו יודעים כיצד נעשה הדבר, בכמה זמן, ובאיזו צורה. ידיעת התאוצה תספק לנו את התשובות לשאלות אלו.

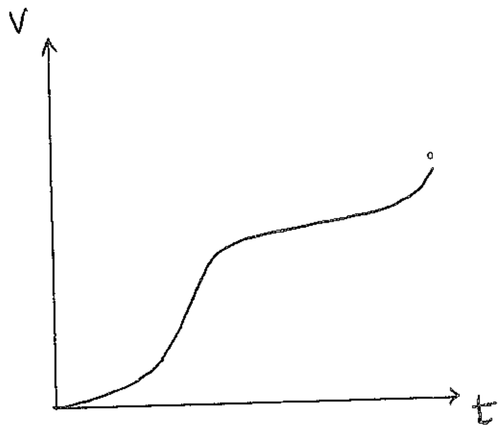
נתבונן בגרפים שבציור 8-1. לפנינו שלוש תנועות. הראשונה שבהן - קצובה (א). הגוף אינו משנה את מהירותו, וממילא אין טעם בדבורים על קצב שינוי המהירות. בציור ב' מתוארת תנועת גוף שמהירותו גדלה בהדרגה. הוא מתחיל ממנוחה ולאחר 4 שניות מגיע למהירות של 20 מ'/שנ'. קצב גידולה של המהירות קבוע: בכל שניה היא



ציור 8-1

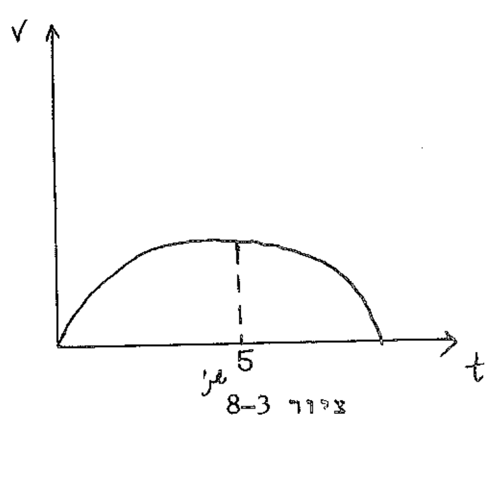
גדלה ב-5 מ'/שנ'. יתר על כן - אם נתבונן בשני פרקי זמן שוים <u>כלשהם</u> במשך תנועתו של הגוף נבחין כי שינויי המהירות היו זהים בשניהם. במקרה זה נאמר כי לפנינו תנועה בעלת תאוצה קבועה, או - <u>תנועה שות-תאוצה</u>. התאוצה מתארת, איפוא, את קצב שינוי המהירות והיא שוה, במקרה זה, לשינוי המהירות בכל שניה. אנו נאמר שהתאוצה היא 5 מ'/שנ' בשניה או בקצור 5 מ'/שנ'^{2}. גם בציור השלישי לפנינו גוף הנע בתנועה שות-תאוצה. אמנם - מהירותו ההתחלתית שונה מזו של הגוף השני, אולם גם הוא מגדיל את מהירותו בכל שניה ב-5 מ'/שנ'. גם תאוצתו תהיה, איפוא 5 מ'/שנ'^{2}. אנו למדים כי התאוצה תלויה אך ורק בקצב שינוי המהירות ונוכל לחשבה על-פי השפוע של גרף המהירות.

במקרה שהמהירות משתנה בצורה בלתי אחידה (ציור 8-2), נוכל לקבוע את התאוצה ברגע מסוים (התאוצה הרגעית) בדרך דומה לדרך בה קבענו את המהירות הרגעית על-פי גרף הדרך. כדי למצוא את התאוצה ברגע t עלינו לחשב את שפוע גרף המהירות בנקודה זאת. לשם כך נעביר גם הפעם משיק לעקומה בנקודה הנידונה ונחשב את שפועו. שפועו של המשיק יתן לנו את התאוצה הרגעית המבוקשת. התאוצה הרגעית של גוף ברגע מסוים היא, איפוא, התאוצה שהיתה לו אילו נע, החל מאותו רגע, בתנועה שות-תאוצה. בציור 8-2 התאוצה בתחילת התנועה הנה קטנה למדי (כי המהירות משתנה רק במעט), אחר כך גדולה(ואת זאת אנו למדים משפועו הגדול של גרף המהירות בהמשך התנועה), לאחר מכן - שוב תאוצה קטנה ביותר (וגרף המהירות כמעט אופקי), ולבסוף - שוב תאוצה גדולה יותר (והגרף מתחיל שוב לעלות).



ציור 8-2

מה מתרחש כאשר מהירותו של גוף קטֵנה? שינוי המהירות מתקבל ע"י חסור המהירות ההתחלתית V_0 מהמהירות הסופית V_t . אם V_0 גדולה יותר מ- V_t יהיה שינוי המהירות, V_t-V_0 , שלילי. במקרה זה תהיה גם התאוצה שלילית. תאוצה שלילית (או כפי שהיא נקראת לעתים: תאוטה) מאפיינת גוף המקטין את מהירותו. זכור: תאוצה שלילית אינה גוררת בהכרח מהירות שלילית. הגוף המאיט יכול להמשיך להתקדם! מכונית הנמצאת בתהליך של בלימה מתקדמת, ומהירותה חיובית על אף העובדה שתאוצתה שלילית. בציור 8-3 מתוארת תנועתו של גוף שהתחיל לנוע ממנוחה, הגיע למהירותו המקסימלית לאחר 5 שניות, ואז החל להאיט עד שנעצר מקץ 10 שניות. מה נוכל לומר על תאוצתו של הגוף? מראשית התנועה היתה לגוף תאוצה. התאוצה קטֵנה בהדרגה (שפוע הגרף קטֵן!) עד שבנקודת השיא, לאחר

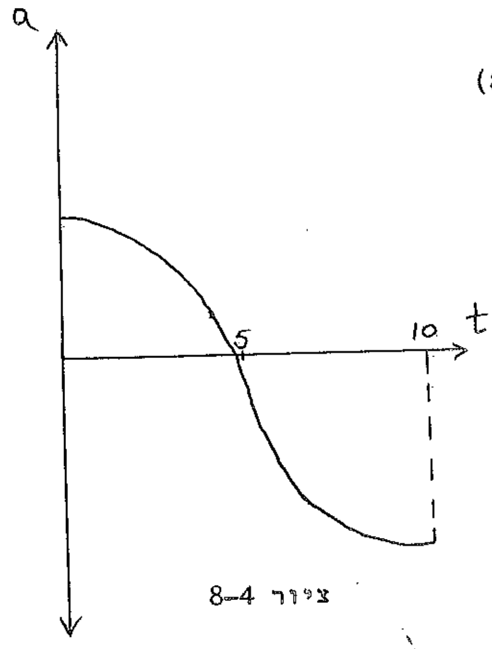


ציור 8-3

5 שניות, היתה התאוצה - אפס. מאותה נקודה והלאה היתה לגוף תאוטה, כלומר תאוצה שלילית. מניין אנו יודעים שבנקודת השיא היתה התאוצה הרגעית שווה לאפס? ראשית - אם נעביר משיק לעקומה בנקודה זו, יהיה המשיק אופקי ושיפועו - אפס. אך נוכל להווכח בכך גם בצורה אחרת. כל עוד המהירות גדלה - התאוצה חיובית. מרגע שהחלה המהירות לקטון - התאוצה שלילית. בנקודת המעבר, כאשר המהירות כבר אינה גדלה, אך עדיין איננה קטנה, התאוצה כבר אינה חיובית אך עדיין אינה שלילית. היא חייבת להתאפס. כיצד יראה גרף התאוצה כפונקציה של הזמן לגבי התנועה המתוארת בציור 8-3?

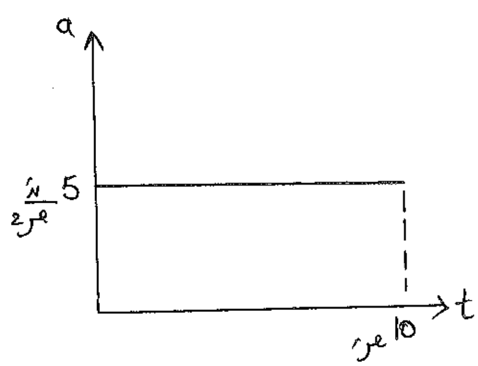
בנקודה $t = 0$ קיימת תאוצה התחלתית כלשהי. התאוצה יורדת, מגיעה לאפס מקץ 5 שניות, וממשיכה לרדת עד לסיום התנועה. (ציור 8-4)

שימו לב: מהירות השווה לאפס, אין פירושה תאוצה השווה לאפס (לדוגמה - תחילת התנועה); אך גם תאוצה השווה לאפס איננה גוררת מהירות שווה לאפס (לדוגמה - הרגע בו המהירות מקסימלית).



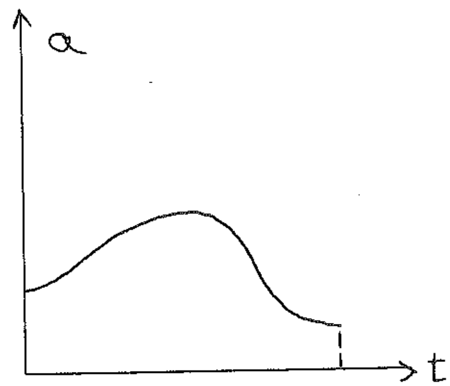
ציור 8-4

גרף התאוצה מאפשר לנו גם חישוב של שינוי המהירות בכל פרק זמן נתון. בציור 8-5 מובא גרף התאוצה של גוף הנע בתנועה שוות-תאוצה. התאוצה הקבועה היא 5 מ'/שנ'^{2}. בכל שניה משנה הגוף את מהירותו ב-5 מ'/שנ' וב-10 שניות גדלה מהירותו ב-50 מ'/שנ'. שינוי המהירות הכולל נקבע, איפוא, על-ידי מכפלת התאוצה בזמן, ובציור - על-ידי השטח שמתחת לגרף התאוצה. בסעיף הקודם ראינו כי הדרך מתוארת על-ידי השטח שמתחת לגרף המהירות גם במקרה של מהירות המשתנה ללא הפסק בצורה שרירותית. באופן דומה נוכל להראות כי שינוי המהירות נתון על ידי השטח שמתחת לגרף התאוצה גם במקרים בהם התאוצה משתנה. בציור 8-6 מתאר



ציור 8-5

השטח שמתחת לעקומה את שינוי מהירותו של הגוף הנע. שימו לב לכך שאין זה מאפשר לנו עדיין לדעת את המהירות הסופית! לשם כך עלינו לדעת, נוסף לשינוי המהירות, גם את המהירות ההתחלתית של הגוף.



ציור 6–8

לסכום הדיון הגרפי בתנועה בקו ישר, נרשום לפנינו את הגדלים אותם נוכל למצוא על-פי התיאורים הגרפיים השונים.

א. <u>מתוך גרף הדרך נוכל למצוא את</u> –
הדרך – על פי הגרף עצמו.
המהירות הרגעית על פי שפוע הגרף בנקודה נתונה.

ב. <u>מתוך גרף המהירות נוכל למצוא את</u> –
הדרך – על פי השטח שמתחת לגרף.
המהירות הרגעית – על פי הגרף עצמו.
התאוצה הרגעית – על פי שפוע הגרף בנקודה נתונה.

ג. <u>מתוך גרף התאוצה נוכל למצוא את</u> –
שינוי המהירות – על פי השטח שמתחת לגרף.
התאוצה הרגעית – על פי הגרף עצמו.

<u>תרגיל</u>

אל מד-זמן של P.S.S.C. חבר סרט ניר ומשוך אותו במהירות משתנה. על פי הנקודות שהתקבלו על פני הסרט שרטט את גרף הדרך, המהירות והתאוצה כפונקציה של הזמן.

קורס למורי טבע
בבתיה"ס היסודיים
תשכ"ה.

9. התנועה בקו ישר - סכום

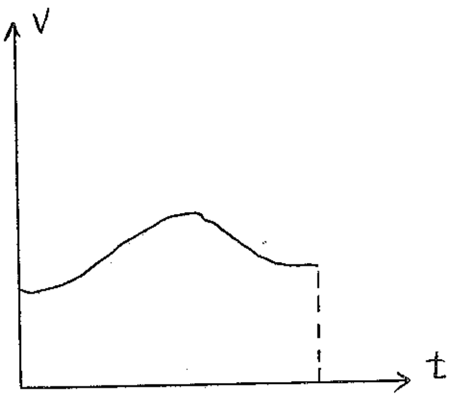
נסכם עתה את הידוע לנו אודות התנועה בקו ישר ונגסה לבטא את מסקנותינו באמצעות נוסחות. ושוב - נפתח בתנועה הקצובה. המהירות קבועה, גרף הדרך - ישר, גרף המהירות הוא ישר אפקי, התאוצה שוה לאפס, ונוסחת הדרך היא

? $S = V_0 t + S_0$

$$S = V.t$$

כאשר S-הדרך, V-המהירות הקבועה, t-הזמן.

גם את הדרך בתנועה שאינה קצובה אנו יודעים לחשב: זהו השטח שמתחת לגרף המהירות. האם נוכל לבטא זאת בנוסחה? נוסחה מפורשת שתאפשר לנו לחשב את הדרך, נקבל רק במקרים בהם ידועה לנו תלותה המפורשת של המהירות בזמן. במלים אחרות: אם יודעים אנו כי המהירות לאחר t שניות מובעת בעזרת נוסחה נתונה מסוימת, נוכל לחשב גם את הדרך (אם-כי לעתים יצריך הדבר שיטות מתימטיות מסובכות למדי). במקרה אחד נוכל לחשב את הדרך בנקל, גם עבור תנועה שאינה קצובה: כאשר ידועה לנו המהירות הממוצעת. אך מוטב שנברר לעצמנו תחילה מהי, בדיוק, מהירות ממוצעת. בתנועה הקצובה המהירות הממוצעת היא, כמובן, המהירות הקבועה. בתנועה מעין זו שבציור 7-2 המהירות הממוצעת שוה למחצית סכום המהירויות הקבועות שבשני חלקי התנועה. אך מה יתרחש, למשל, בתנועה שבציור 9-1? כדי למצוא את המהירות הממוצעת במקרה זה עלינו לשאול את עצמנו: באיזו מהירות קבועה היה על הגוף לנוע כדי לעבור, בתנועה קצובה, את אותה הדרך באותו זמן? ובלשון הגרפים: באיזה גובה מעל ציר t עלינו להעביר קו ישר אופקי, כך שהשטח שמתחתיו ישווה לשטח שמתחת לעקומה בציור 9-1.



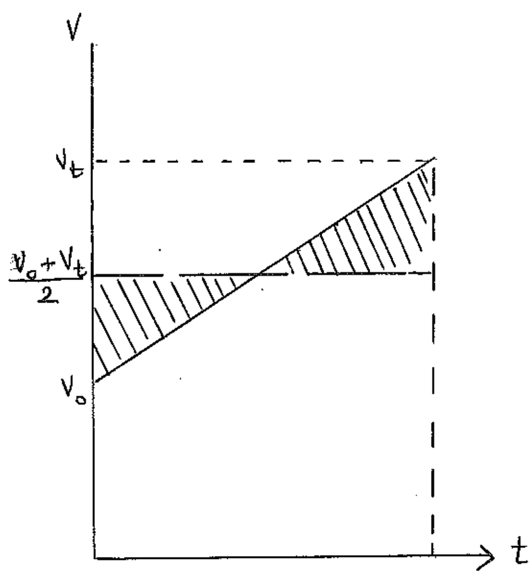
ציור 9-1

כדי לענות על שאלה זו עלינו, למעשה, לחשב שטח זה ולחלקו בזמן. במלים אחרות: כדי למצוא את המהירות הממוצעת, במקרה זה, עלינו לחלק את הדרך הכללית בזמן.

$$V_{\text{ממוצע}} = \frac{S}{t}$$

מובן, איפוא, שבמקרים בהם חישוב המהירות הממוצעת נעשה בעקיפין ודורש ידיעה מוקדמת של הדרך הכללית, אין טעם לדבר על חישוב הדרך בעזרת המהירות הממוצעת. אף על פי כן, קיימים מקרים (למשל - בציור 2-7) בהם נוכל לחשב את המהירות הממוצעת במישרין, מבלי לדעת את הדרך תחילה. במקרים אלה נוכל לחשב אחר-כך את הדרך על-פי המהירות הממוצעת:

$$S = V_{\text{ממוצע}} \cdot t$$



ציור 2-9

אחד המקרים הבולטים בהם נוכל לחשב את המהירות הממוצעת במישרין הוא התנועה שות-התאוצה (ציור 2-9). במקרה זה כל אשר עלינו לעשות הוא למצוא את מחצית הסכום של המהירות ההתחלתית V_o והמהירות הסופית V_t, ובידינו - המהירות הממוצעת. כדי להוכח בכך נעביר ישר מקביל לציר t בגובה $\frac{V_o+V_t}{2}$. המשולשים המקוקווים שבציור - חופפים, וממילא שוה השטח שמתחת לקו האפקי לשטח שמתחת לגרף התנועה המקורי (הישר המשופע). אנו מסיקים, איפוא, כי <u>בתנועה שות-תאוצה</u>:

$$V_{\text{ממוצע}} = \frac{V_0+V_t}{2}$$

כדי למצוא את הדרך עלינו לכפול את המהירות הממוצעת בזמן:

$$S = \frac{V_o+V_t}{2} \cdot t$$

נדגיש שוב: נוסחות אלה מתיחסות אך ורק לתנועה שות-תאוצה. ואם כבר עוסקים אנו בתנועה שות-תאוצה, נזכיר גם את הבטוי המתקבל עבור התאוצה a בתנועה זו:

$$a = \frac{V_t - V_o}{t} = \frac{\text{שינוי המהירות}}{\text{זמן}}$$

כאשר V_t גדול מ-V_o, a חיובי ומתקבלת תאוצה.

כאשר V_t קטן מ-V_o, a שלילי ומתקבלת תאוטה.

כאשר V_t שוה ל-V_o, a שוה לאפס ולפנינו תנועה קצובה.

שתי הנוסחות האחרונות שהבאנו הן נוסחות היסוד של התנועה שות-התאוצה. הן מאפשרות לנו לחשב את הגדלים המעניינים אותנו בכל מקרה ומקרה, מתוך ידיעת המהירות ההתחלתית והסופית והזמן או כל שלשה גדלים אחרים מבין הגדלים המופיעים בשתי הנוסחות. אם, למשל, ידוע לנו כי מכונית יצאה לדרכה ממנוחה ($V_o = 0$) ונעה במשך 20 שניות בתאוצה של 0.5 מ'/שנ^2, נוכל לחשב בנקל את מהירותה הסופית של המכונית ואת הדרך שעברה. יותר מעצם החישוב, חשובה כאן העובדה שהדרך והמהירות הסופית נקבעות <u>חד-ערכית</u> על-ידי שלושת נתוני היסוד הללו; כלומר – המהירות והתאוצה בתחילת התנועה קובעות את הדרך והמהירות של הגוף בכל רגע <u>נתון</u> של התנועה שות התאוצה.

בסעיף הבא נלמד להכליל כמה ממושגינו אודות התנועה לגבי תנועות החורגות מתחומו של הקו הישר. יתברר לנו שהעקרונות שהנחו אותנו בשלושת הסעיפים האחרונים שרירים וקיימים גם במקרה זה אלא שיהיה עלינו לפתח מושגים מתימטיים חדשים כדי לטפל בשינויים החלים בכוון התנועה.

<u>תרגילים</u>

1. מעלית עלתה מהקרקע לגובה של 40 מ' במשך 10 שניות. בשתי השניות הראשונות היתה תנועתה שות-תאוצה; במשך שש השניות הבאות – תנועה קצובה, ובשתי השניות האחרונות – תנועה שות-תאוטה. חשב את:

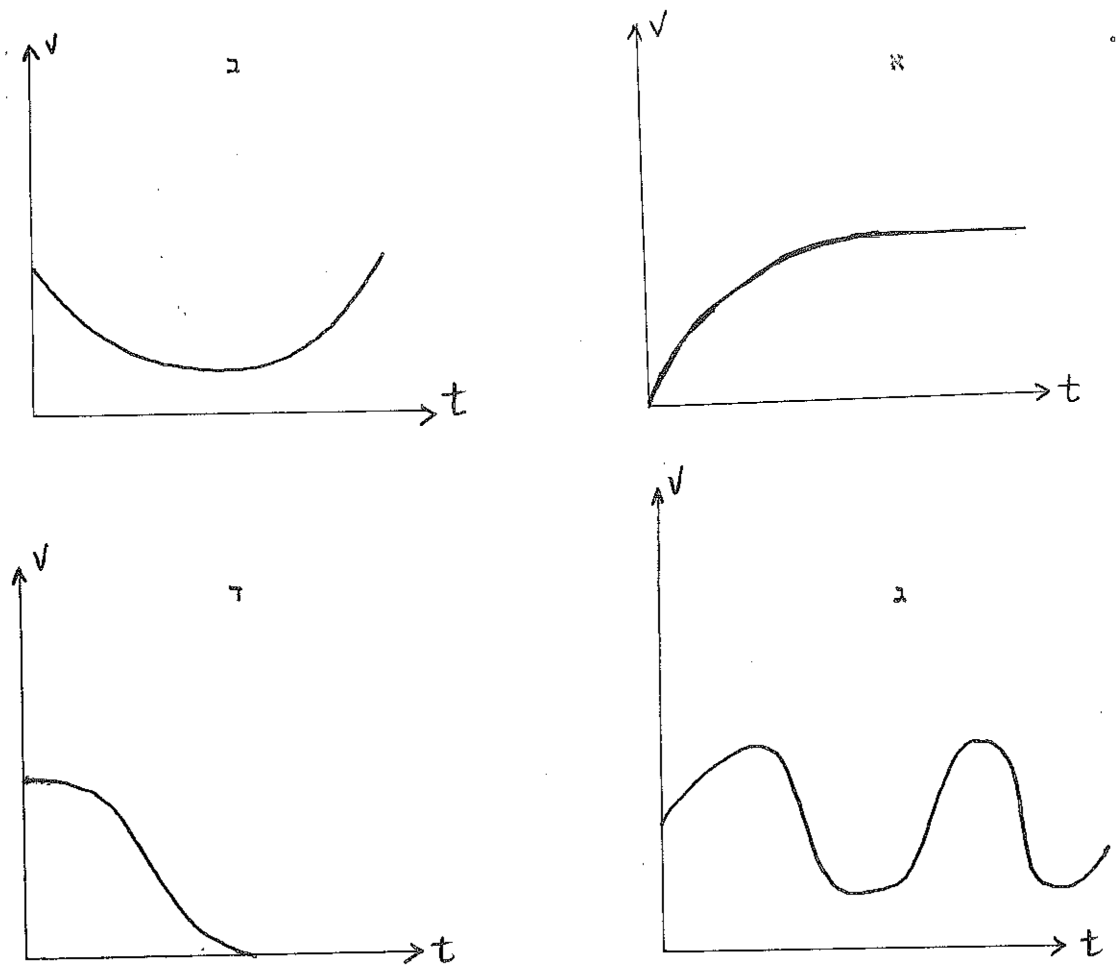
א. התאוצה בשתי השניות הראשונות.

ב. המהירות הקבועה בשש השניות הבאות.

ג. התאוטה בשתי השניות האחרונות.

ד. הדרך בכל אחד מחלקי התנועה.

2.



ציור 9-3

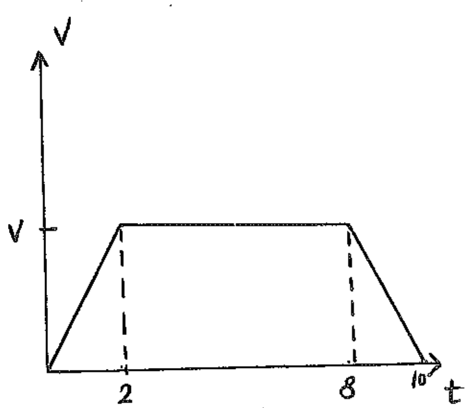
בכל אחד מארבעת הגרפים שבציור 9-3 מתוארת תנועתו של גוף הנע במהירות משתנית. שרטט, <u>בקירוב</u>, את גרף הדרך והתאוצה עבור כל אחת מתנועות אלה.

<u>תשובות</u>

1. נשרטט את גרף המהירות כפונקציה של הזמן עבור התנועה (ציור 9-4). הדרך הכללית (40 מ') מוצגת על-ידי שטח הטרפז:

$$40 = \frac{10 + 6}{2} \cdot V$$

5 מ'/שנ' = V (המהירות בשלב השני).



ציור 9-4

את התאוצה נחשב על-פי שפוע הגרף בשתי השניות הראשונות:

$$a = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ מ'/שנ}^2$$

התאוטה בשלב האחרון שוה, בערכה המוחלט, לתאוצה בשלב הראשון ומתקבל:

$$a = -2.5 \text{ מ'/שנ}^2$$

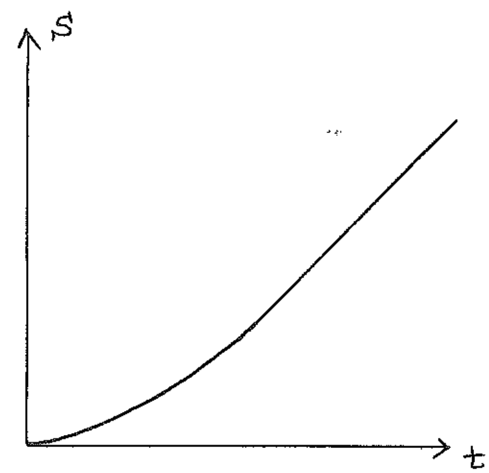
הדרכים החלקיות מתקבלות מתוך שטחי המשולשים והמלבן המרכיבים את הטרפז:

$$S_1 = \frac{2.5}{2} = 5 \text{ מ'}$$

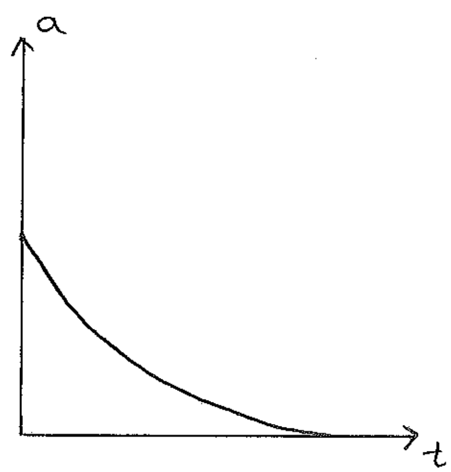
$$S_2 = 6.5 = 30 \text{ מ'}$$

$$S_3 = \frac{2.5}{2} = 5 \text{ מ'}$$

2. א. <u>הדרך</u>: המהירות גדלה בהדרגה עד שהיא מגיעה לגודל קבוע. כתוצאה מכך יהיה גרף הדרך בעל שפוע הולך וגדל עד הגיעו לגודל קבוע. שפוע קבוע פרושו – קו ישר. (ציור 5-9).



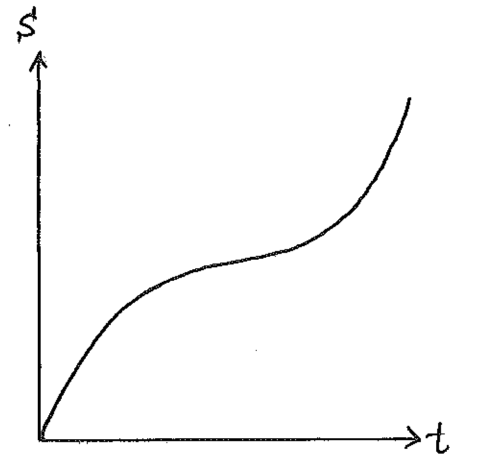
ציור 5-9



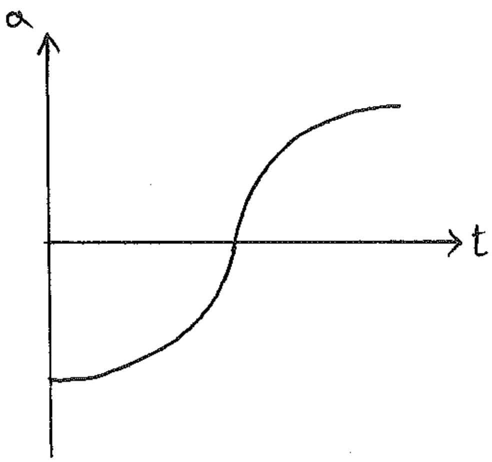
ציור 6-9

<u>התאוצה</u>: שפוע גרף המהירות קטן בהדרגה עד לאפס (כאשר המהירות קבועה). התאוצה מתחילה, איפוא, בערך מסוים; קטנה בהדרגה עד אפס, ונשארת שוה אפס בהמשך התנועה (ציור 6-9).

ב. הדרך: המהירות קטנה עד לערך מנימלי וגדלה שוב עד לערכה המקורי. גם שיפוע גרף הדרך קטן בתחילה עד לערך מסוים ואח"כ גדל וחוזר לערכו המקורי (ציור 9-7)



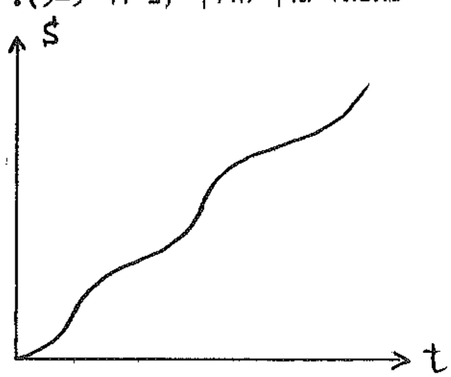
ציור 9-7



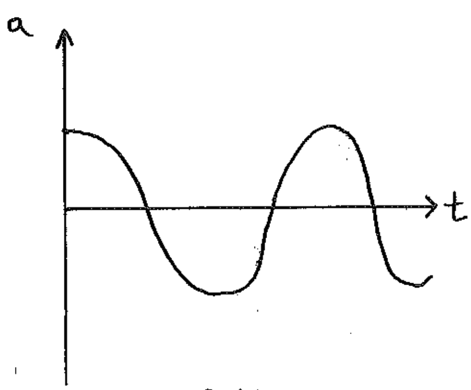
ציור 9-8

התאוצה: בתחילה קיימת תאוטה, ושפועו של גרף המהירות הולך וקטן (כלומר - התאוטה מתקרבת לאפס). בנקודה בה המהירות מינימלית התאוצה היא אפס, ולאחר מכן גדלה התאוצה בהדרגה. התאוצה בסיום התנועה שוה, בערכה המוחלט, לתאוטה ההתחלתית (ציור 9-8).

ג. הדרך: המהירות גדלה וקטנה לסרוגין. גם שפוע גרף הדרך גדל וקטן, בהתאמה. הנקודות בהן המהירות מקסימלית או מינימלית מתאימות לנקודות בהן מתפתל גרף הדרך (ציור 9-9).



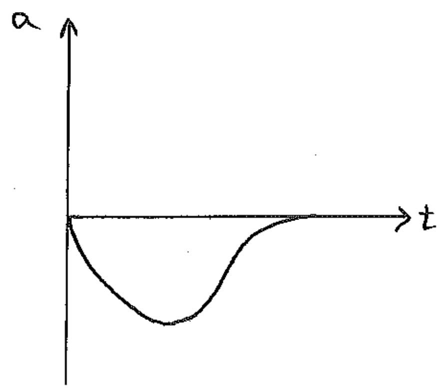
ציור 9-9



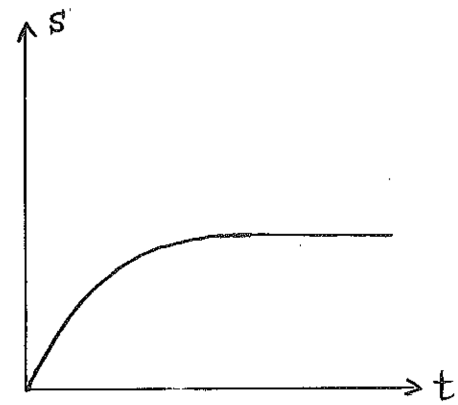
ציור 9-10

<u>התאוצה:</u> בתחילה – תאוצה ההולכת וקטנה עד לאפס (בנקודת המקסימום של המהירות). לאחר מכן – תאוטה הגדלה בתחילה ואח"כ חוזרת לאפס (בנקודת המינימום של המהירות). תמונה זו חוזרת על עצמה שוב ושוב בצורה מחזורית (ציור 9-10)

ד. <u>הדרך:</u> המהירות קטנה בהדרגה עד לאפס. ממילא – גם שפוע גרף הדרך קטן עד שהגוף נעצר, כלומר – עד שגרף הדרך מקביל לציר t (ציור 9-11).



ציור 9-12



ציור 9-11

<u>תאוצה:</u> המהירות קטנה במשך כל הזמן ומכאן שקיימת תאוטה. שפוע גרף המהירות בתחילה – אפס; הגרף נעשה תלול בהמשך; לבסוף השפוע חוזר ונעשה מתון עד שהגוף נעצר והתאוצה שוה לאפס (ציור 9-12).

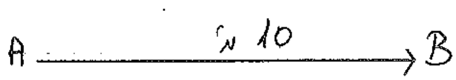
קורס למורי טבע
בבתיה"ס היסודיים
תשכ"ה.

10. וקטורים - מבוא

אדם מטייל על סיפונה של אנית נוסעים גדולה, השטה בלב ים. הוא נע על פני הסיפון במהירות של 1 מ'/שנ'. האניה עצמה שטה במהירות 10 מ'/שנ'. מהי מהירותו של הנוסע שלנו, ביחס למים? האם היא גדולה ממהירות האניה או קטנה ממנה? האם עלינו לחבר את שתי המהירויות הנתונות לנו, או שמא עלינו לבצע פעולה אחרת?

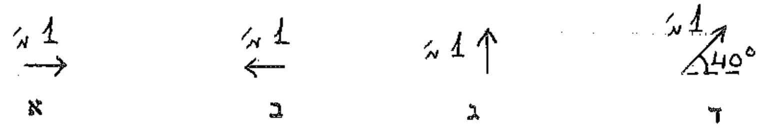
תנועתו של הנוסע, ביחס למים, מורכבת משתי תנועות: תנועתו שלו על הסיפון, ותנועת האניה ביחס למים. אם נרצה לברר מהי תנועתו האמיתית ביחס למים, יהיה עלינו להתחשב בשתי התנועות החלקיות ולמצוא את התנועה השקולה כנגד שתיהן. לשם כך עלינו להצטייד בנתון נוסף: כוון תנועתו של המטייל על הספון. האם הוא נע אל חרטום הספינה, או אולי הוא מהלך מצדה האחד אל צדה השני, במאונך לכוון תנועתה? יתכן גם שהוא מתקדם בכוון היוצר זוית בת 40^o, למשל, עם כוון התנועה וכיו"ב. בכל אחד ממקרים אלה תהיה תנועתו הכללית ביחס למים - שונה. צירוף של שתי התנועות החלקיות יוכל, איפוא, להעשות רק אם נדע את כוונה של האחת ביחס לשניה. אין זו פעולת חבור רגילה. עלינו להתחשב הן בגדלן של המהירויות (1 מ'/שנ' ו-10 מ'/שנ') והן בכוונן.

נבהיר זאת ביתר פירוט: אילו עמד הנוסע על-פני הסיפון, היה מתקדם במשך שניה ב-10 מ', בכוון תנועת הספינה. כל חלק מחלקי הספינה עבר במשך שניה זאת 10 מ', וממילא היה גם הנוסע שלנו נע מהנקודה A (ציור 10-1) לנקודה B, מהלך 10 מטרים. אולם אל לנו לשכוח כי הוא איננו עומד במקומו, אלא מטייל על הסיפון במהירות 1 מ'/שנ'. היכן הוא ימצא בתום אותה שניה? מובן שהוא ימצא במקום כלשהו הנמצא במרחק מטר אחד מהנקודה B (אליה היה מגיע, אילו עמד). אין אנו יודעים היכן בדיוק הוא ימצא. זאת נוכל לדעת רק אם נדע את כוון תנועתו על פני הסיפון.



$A \xrightarrow{10\text{ מ'}} B$

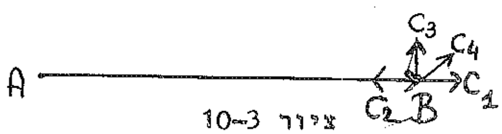
ציור 10-1



ציור 10-2

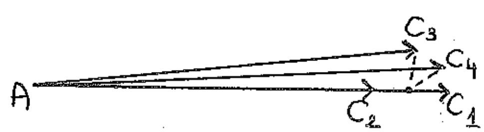
קיימות, כמובן, אפשרויות רבות. יתכן שהוא נע אל חרטום הספינה, בכוון תנועתה (ציור 10-2 א׳); יתכן שהוא מתקדם אל הירכתיים, בכוון מנוגד לכוון תנועת הספינה (ציור 10-2 ב׳); יתכן גם שהוא נע במאונך לכוון תנועתה (ציור 10-2 ג׳) או בזוית 40° לכוון התנועה (ציור 10-2 ד׳). בכל אחד ממקרים אלה ברור לנו היכן הוא ימצא מקץ שניה.

כדי למצוא זאת עלינו לשרטט קטע באורך מטר, החל בנקודה B שבציור 10-1, לכוון הנתון לנו. המטייל ימצא בנקודה C אשר בקצהו של הקטע (ציור 10-3). (מובן שבציורים שלנו הקטעים מצויירים על פי קנה-מידה, אך אין בכך כדי לשנות דבר מעצם החישוב).



ציור 10-3

הנקודות C_1, C_2, C_3, C_4 מצביעות על מקומו של הנוסע לאחר שניה אחת, לגבי כל אחת מתנועותיו המתוארות בציור 10-2. תנועתו הכללית בארבעת המקרים הללו מתוארות על-ידי הקטעים AC_1, AC_2, AC_3, AC_4 (ציור 10-4).



ציור 10-4

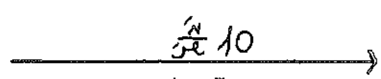
בניתוח הבעיה דנו תחילה בתנועת הספינה ולאחר מכן בתנועתו של הנוסע עליה. יכולנו גם לפעול בצורה הפוכה: לקבוע תחילה לאן היה מגיע הנוסע אילו עמדה האניה, בעוד שהוא נע ביחס אליה (והתשובה לכך נתנת למעשה בציור 10-2); אחר כך היה עלינו להתחשב בתנועת הספינה עצמה, דהיינו - להקצות קטע באורך 10 מטרים החל בנקודות הקצה של הקטעים שבציור 10-2. תוצאותיו של ניתוח מעין זה תהיינה זהות לחלוטין למסקנות אליהן הגענו בגישתנו הראשונה.

חקירת התנועה הכללית של גוף המשתתף בשתי תנועות שונות בעת ובעונה אחת, מציגה בפנינו לראשונה את הקשיים הכרוכים בטיפול בגדלים פיסיקליים בעלי <u>כוון</u>. כיצד לדון בתופעות התלויות בכוונם ההדדי של הגדלים הפיסיקליים? כיצד לחבר גדלים מעין אלה? כיצד לתאר את השתנותם? אלו הן מספר בעיות יסודיות, אותן נצטרך לפתור. אך בטרם ננסה לפתרן, נבדוק כמה מהגדלים הפיסיקליים המוכרים לנו, ונקבע מי מהם משתייך ל"משפחה" זו של גדלים בעלי כוון. בראש ובראשונה נזכיר את הגדלים הקשורים בתנועה. כל עוד דנו (בסעיפים 9,8,7) בתנועה בקו ישר לא התעוררה בעית הכוון (פרט לשני הכוונים האפשריים על הקו הישר); אולם ברגע שעוברים אנו לטפל בתנועה החורגת מתחומו של קו ישר, ומתקיימת במישור או במרחב יהא עלינו להתחשב <u>בכוון</u> הדרך, המהירות והתאוצה. לגדלים אלה כוון מוגדר בכל מקרה, וכפי שראינו בדוגמה שהבאנו בראשיתו של סעיף זה, עלינו להתחשב בכוון זה בכל שיקולינו. גודל נוסף מסוג זה הוא, כמובן, הכוח. כאשר שני אנשים דוחפים מכונית שנתקעה בדרך, עליהם להפעיל את כוחם בכוונים זהים. אם הם ידחפו אותה זה לעומת זה, לא תצמח מכך תועלת רבה. לכוון חשיבות רבה, במקרה זה. הכח והמהירות הם, איפוא, שתי דוגמאות בולטות לגדלים בעלי כוון - <u>גדלים וקטוריים</u>.

לעומת זאת - טמפרטורה של גוף, כמות החום המתקבלת מתנור חשמלי, הספקו של מנוע מכונית, עצמת צלילי הרדיו וגדלים רבים אחרים, הנם חסרי כוון. אלה הם <u>גדלים סקלריים</u>.

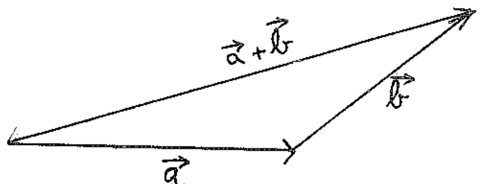
את כל הגדלים הוקטוריים נציין על-ידי חץ, שארכו נמצא ביחס ישר לגודל הפיסיקלי הנדון וכוונו מצביע על כוונו של הגודל המתואר. החץ AB בציור 10-1 מייצג את הדרך שעברה הספינה ביחס למים.

את מהירותה של הספינה ברגע מסוים נציין על ידי וקטור בכוון התנועה (ציור 10-5)



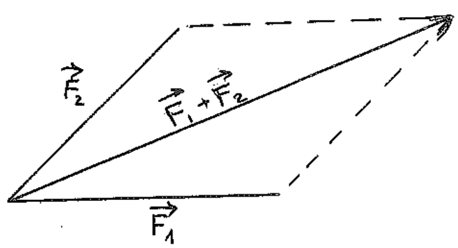
ציור 10-5

ארכו של הוקטור ייצג את גדלה של המהירות (במקרה שלנו – 1 ס"מ שקול כנגד 2 מ'/שנ').
ברצותנו לחבר שני גדלים וקטוריים, עלינו להציג את האחד בקצהו של השני. וקטור הסכום יתקבל על ידי חבור זנבו של הוקטור האחד אל ראשו של השני. ציור 10-6 מדגים תהליך זה. נציין וקטור באות קטנה וחץ מעליה: $\vec{a}$, $\vec{b}$. הסכום יצויין, איפוא, על-ידי: $\vec{a} + \vec{b}$. עלינו לזכור שוקטור הסכום של שני וקטורים יהיה בדרך כלל בעל כוון שונה מכווני שני המחוברים, וארכו יהיה לרוב שונה מסכום ארכיהם.



ציור 10-6

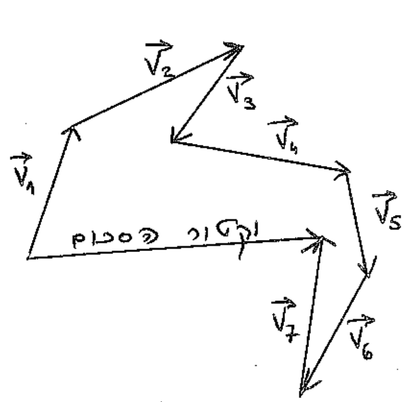
הדיון שלנו בנוסע המטייל על הספינה הדגים בפנינו חבור שני וקטורי דרך. גם מהירויות, כוחות או כל סוג אחר של גדלים וקטוריים נחבר בצורה דומה. אם $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ הם שני כוחות הפועלים על גוף (ציור 10-7) נוכל לחברם על-פי הכלל שהזכרנו קודם, אך גם על-ידי "כלל המקבילית", דהיינו – על ידי העברת אלכסון המקבילית הנוצרת על-ידי שני הוקטורים.



ציור 10-7

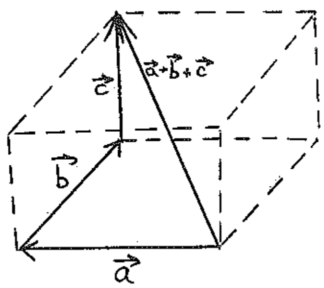
מובן ששתי "שיטות" החיבור הללו אקויולנטיות לחלוטין. בכל מקרה ולגבי כל סוג וקטורים נוכל להשתמש בדרך שתראה לנו נוחה יותר. אם נרצה לחבר שלושה וקטורים ננהג כפי שאנו נוהגים בחבור מספרים: נחבר תחילה שנים מהם, ואת הסכום נחבר לשלישי. כאן נוכל לעשות זאת בכל סדר שנחפוץ והתוצאה תהיה תמיד זהה.

בציור 10-8 מוצג תהליך החיבור של מספר רב של וקטורים. עלינו להציג את הוקטורים המתחברים, האחד בקצהו של השני; וקטור הסכום יינתן על-ידי הקטע המחבר את קצותיו החפשיים של הקו השבור שקבלנו. חבור מספר רב של וקטורים נעשה, איפוא, בצורה המהווה הכללה פשוטה של שיטת החיבור של שני וקטורים שהוצגה בציור 10-6. אם הוקטורים המתחברים אינם נמצאים במישור אחד, אין



ציור 10-8

הדבר משנה במאומה לגבי עצם פעולת החיבור.
בציור 10–9 אנו מחברים שלושה וקטורים בעלי
כוונים המתלכדים עם כווני המקצועות של קוביה.
וקטור הסכום יתקבל גם כאן על–ידי חיבור הקצוות
החפשיים של שלושת הוקטורים, ויתלכד במקרה זה
עם אלכסון הקוביה.



ציור 10–9

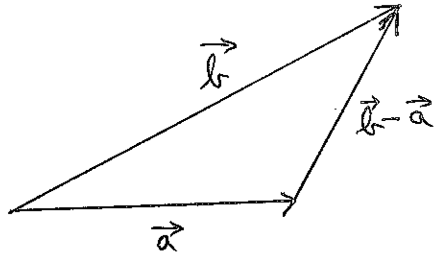
מסתבר שפעולת חיבור הוקטורים מקיימת
את כל התכונות של פעולת חבור מספרים: נוכל
לחבר את $\vec{a}$ ל–$\vec{b}$ או את $\vec{b}$ ל–$\vec{a}$ ללא שינוי
בתוצאה; נוכל לחבר תחילה את $\vec{a}$ ו–$\vec{b}$
ואת סכומם ל–$\vec{c}$, אך גם נוכל לחבר תחילה את
$\vec{b}$ ו–$\vec{c}$ ורק אחר כך את סכומם ל–$\vec{a}$; גם כאן נגיע לאותה תוצאה בשני המקרים.
הבה נמשיך את האנלוגיה גם לגבי פעולת החסור. כאשר נרצה לחשב את ההפרש בין 9 ו–5,
למשל, נשאל את עצמנו:

$$5 + ? = 9$$

בדיוק כך נעשה גם לגבי וקטורים. כדי לחשב את ההפרש $\vec{b} - \vec{a}$ נשאל:

$$\vec{a} + ? = \vec{b}$$

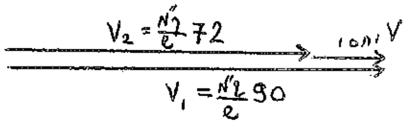
כלומר: איזה וקטור עלינו לחבר
ל–$\vec{a}$ כדי לקבל את התוצאה $\vec{b}$. מסתבר שאם
$\vec{a}$, $\vec{b}$ הם וקטורים היוצאים מאותה נקודה,
עלינו לחבר את ראשו של $\vec{a}$ אל ראשו של $\vec{b}$
ובכך מצאנו את וקטור ההפרש $\vec{b} - \vec{a}$
שכן אם נקח וקטור זה ונחברו ל–$\vec{a}$ נקבל
בדיוק את $\vec{b}$.



ציור 10–10

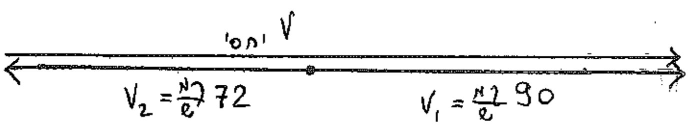
וקטור ההפרש נתון, איפוא, על–ידי
הקטע המחבר את קצה המחסר אל קצה המחוסר
(ציור 10–10).

בחיסור וקטורים נשתמש, בין השאר, במקרים בהם נרצה לחשב את מהירותם היחסית של שני גופים נעים. נתבונן, למשל, בשתי מכוניות הנעות במהירויות של 90 ק"מ/שעה ו-72 ק"מ/שעה (ראה תרגיל מס' 1 בסעיף 7). מהי המהירות היחסית של המהירה יותר ביחס לאטית? אם הן נעות באותו כוון, יגדל המרחק ביניהן ב-18 ק"מ בכל שעה. המהירות היחסית תהיה, איפוא, 18 ק"מ/שעה, והתאור הוקטורי שלה מובא בציור 10-11.



ציור 10-11

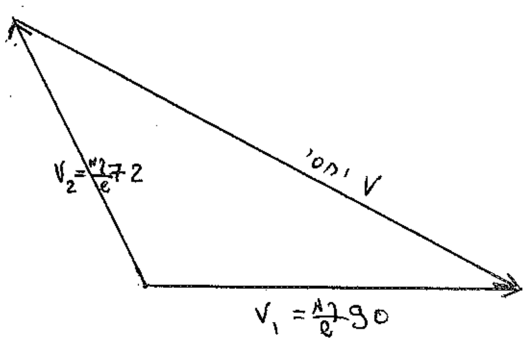
וקטור המהירות היחסית, בציור, מקשר את קצותיהם של שני וקטורי המהירות הנתונים. אם המכוניות נעות בכוונים מנוגדים (ציור 10-12) תהיה המהירות היחסית 162 ק"מ/שעה (משום שבכל שעה הן מתרחקות זו מזו ב-162 ק"מ) וגם הפעם, הוקטור המתאר אותה מקשר את קצותיהם של שני וקטורי המהירות הנתונים. מסתבר שכדי לחשב את המהירות היחסית של גוף A ביחס לגוף B, עלינו לחסר את מהירותו של B ביחס לגוף שלישי כלשהו (במקרה שלנו - הארץ) ממהירותו של A ביחס לאותו גוף שלישי. המהירות היחסית נתונה על ידי:



ציור 10-12

$$\vec{v} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$ (מהירות A ביחס ל- B)

גם אם שתי המכוניות נעות בכבישים שונים (ציור 10-13) נחשב את המהירות היחסית לפי אותו הכלל. ברור שערכה יהיה תלוי אז בזוית בין כווני התנועה של שתי המכוניות.

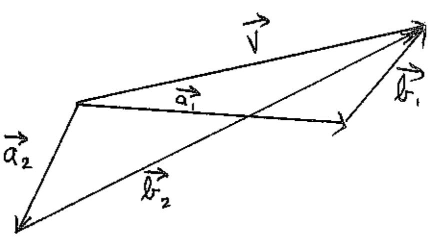


ציור 10-13

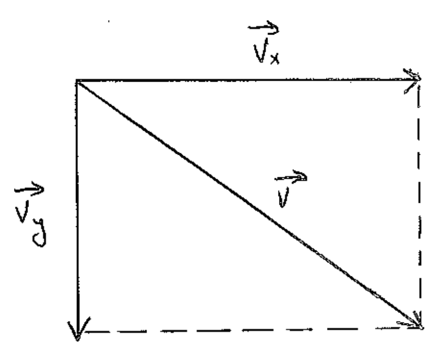
כדוגמה נוספת לחישוב מעין זה הבה נחזור אל הנוסע המטייל על הסיפון ונניח כי הפעם נתונה לנו מהירותו ביחס למים ומהירות האניה ביחס למים; אנו מחפשים את מהירותו ביחס לאניה. ברור שיהיה עלינו לחסר (חיסור וקטורים!) את מהירות האניה ממהירותו של הנוסע ביחס למים כדי לקבל את

מהירותו ביחס לאניה. זוהי הפעולה ההפוכה לפעולת החיבור שבצענו בתחילתו של סעיף זה. שם קבענו כי תנועתו של האיש ביחס למים מורכבת מתנועתו על הסיפון ומתנועת האניה במים וחיברנו שני גורמים אלה כדי לקבוע את אופי התנועה הכללית; ואילו כאן - אנו מפרקים את התנועה הכללית הנתונה, למרכיביה: תנועת האניה במים, ותנועת המטייל ביחס לאניה.

פירוק וקטור למרכיביו יכול להעשות בכל מקרה בדרכים רבות, (ממש כשם שנוכל להציג בדרכים רבות כל מספר, כסכום שני מספרים). בציור 10-14 מוצג וקטור נתון $\vec{v}$ פעם כסכומם של הוקטורים $\vec{a}_1$, $\vec{b}_1$ ופעם כסכומם של $\vec{a}_2$, $\vec{b}_2$. ברור שהפירוק יוכל להתבצע גם במספר אין-סופי של צורות אחרות. במקרים רבים קיים פירוק "טבעי" לרכיבים. כך הוא הדבר לגבי תנועת הנוסע ביחס למים (הוקטורים AC בציור 10-4), המתפרקת באופן "טבעי" לתנועות AB ו- BC (ציור 10-3). תנועתה של סירת מנוע החוצה נהר מתפרקת באופן "טבעי" לתנועה הנגרמת על-ידי מנוע הסירה ולתנועה הנובעת מזרם המים בנהר. תנועת מטוס "מורכבת" מתנועתו ביחס לאויר וממהירות האויר עצמו (כלומר - מהירות הרוח). בכל המקרים הללו אפשר, באופן עקרוני, להציג את התנועה גם כסכום של תנועות אחרות, שונות ומשונות, אך מבחינה פיסיקלית נוח לנו בכל מקרה לנסות למצוא את הגורמים השונים היוצרים את התנועה ולפרק אותה בהתאם לכך. מבחינה טכנית, נוח לנו לעתים לקבוע צירי x ו- y במישור התנועה (או צירי x,y,z אם התנועה חורגת ממישור) ולפרק כל מהירות, תאוצה או גם כוח לרכיבים בכווני x ו -y. בציור 10-15 מוצג וקטור המהירות $\vec{v}$ כסכום רכיביו בכווני הצירים: $\vec{v}_x$;$\vec{v}_y$. כדי למצוא רכיבים אלה עלינו להוריד אנכים מקצותיו של $\vec{v}$ על צירי x ו- y. היטליו של הוקטור $\vec{v}$ על הצירים יהיו הרכיבים $\vec{v}_x$,$\vec{v}_y$. בחירה מוצלחת של כוון הצירים, מקלה במקרים רבים את החישובים הכרוכים בחיבורם או חיסורם של הוקטורים.



ציור 10-14



ציור 10-15

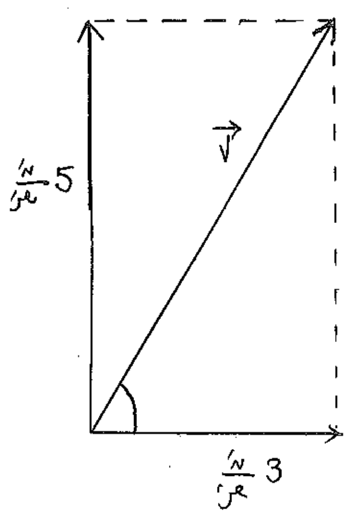
תרגיל

1. סירת מנוע חוצה נהר שרחבו 1,000 מ'. מהירותה של הסירה במים עומדים היא 5 מ'/שנ'. מהירות הזרם בנהר - 3 מ'/שנ'.

א. לאן תגיע הסירה אם הנוהג בה מכוון אותה במאונך לשפת הנהר? מהי מהירותה ביחס לגדה, במקרה זה?

ב. באיזה כוון יש לכוון את הסירה כדי שתחצה את הנהר, ותגיע לנקודה הנמצאת בדיוק ממול לנקודת מוצאה?

ג. באיזה כוון יש לכוון את הסירה כדי שתחצה את הנהר בזמן מינימלי (ותגיע לאיזו שהיא נקודה בגדה הנגדית)?



ציור 10-16

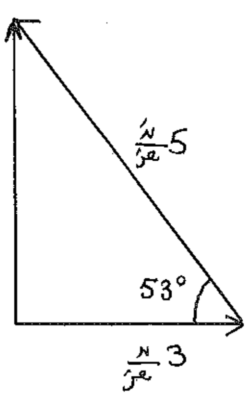
תשובה

1. א. מהירותה של הסירה (ציור 10-16):

$v = \sqrt{25+9} =$ 5.9 מ'/שנ'

כוונה של המהירות יוצר זוית בת 59^{o} עם גדות הנהר. חצית הנהר תמשך במקרה זה $\frac{1000}{5} =$ 200 שנ'. במשך זמן זה תסחף הסירה עם הזרם למרחק: 600 מ' $= 3 \times 200$. היא תגיע לגדה הנגדית בנקודה המרוחקת כדי 600 מ' מהנקודה הנגדית לנקודת מוצאה.

ב. כדי שתגיע בדיוק לנקודה שממול נקודת המוצא, על הסירה לנוע במהירות שקולה v', המאונכת לגדות הנהר. כדי למצוא את המהירות המוקנית לה ע"י המנוע עלינו לחסר את מהירות הזרם מהמהירות השקולה (ציור 10-17).



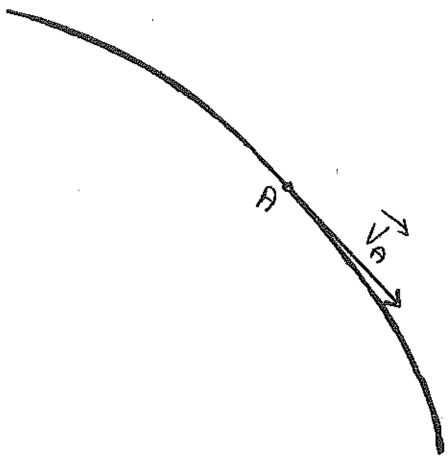
ציור 10-17

יש להפנות את הסירה בכוון היוצר זוית של 53° בקירוב עם גדת הנהר, אל מול הזרם.

ג. הגורם הקובע את זמן החציה הוא רכיב המהירות בכוון המאונך לגדות הנהר. זמן החציה מתקבל על-ידי חלוקת רוחב הנהר (1000 מ׳) ברכיב זה. ברור שכדי לחצות את הנהר בזמן מינימלי, חייב רכיב המהירות בכוון זה להיות מקסימלי. מהירות הזרם אינה מעלה או מורידה דבר ביחס לרכיב המאונך לגדה משום שכל השפעתה על תנועת הסירה מצטמצמת בסחיפתה במקביל לגדות הנהר. כדי להשיג רכיב מהירות מקסימלי המאונך לגדה, יש לכוון את הסירה במאונך לגדה. בכל כוון אחר תנוצל רק חלק מהמהירות המוקנית לסירה על-ידי המנוע, להתקדמות במאונך לגדה; לעומת זאת – אם הסירה מכוונת מלכתחילה בניצב לגדה – תנוצל כל מהירות המנוע בכוון הרצוי. זמן החציה המינימלי יהיה, איפוא, כפי שמצאנו בחלק א׳ של השאלה – 200 שניות.

11. וקטורים - קינמטיקה

נעקוב אחרי תנועתו של חפץ הנזרק בכוון אפקי מבעד לחלונו של בית: הוא נופל במהירות כלפי מטה ותוך כדי כך - מתרחק מהבנין. לבסוף הוא יפגע באדמה במרחק מה מן הבנין, ויעצר. מסלול התנועה עלול לקבל, בקירוב, את הצורה המתוארת בציור 11-1. זוהי תנועה החורגת מתחומו של הקו הישר. הגוף משנה מדי רגע את גדלה וכוונה של מהירותו. מה תהיה מהירותו הרגעית בנקודה מסוימת? בסעיף 7 הגדרנו את המהירות הרגעית בנקודה נתונה כמהירות הקבועה שהיתה לגוף אילו נע, החל מאותה נקודה, בתנועה קצובה ישרת-קו. הגדרה זו יפה גם לגבי תנועה מהטיפוס המתואר בציור 11-1. בנקודה A נע הגוף בכוון מסוים; אילו החל מאותה נקודה היה נע בתנועה קצובה ישרת-קו, הוא היה מתקדם בכוון הוקטור $\vec{v}_A$.

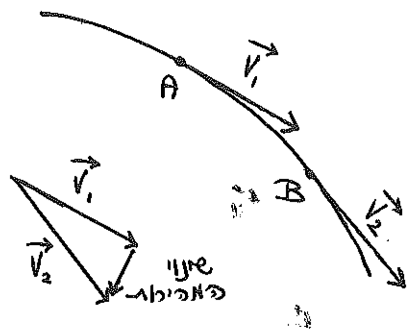


ציור 11-1

כוונה של מהירותו וגודלה ניתנים לתיאור על-ידי וקטור שקצהו בנקודה הנדונה, כוונו ככוון המשיק למסלול וארכו מייצג את גדלה של המהירות, לפי קנה-מידה כלשהו שנבחר. עלינו לזכור כי הגוף עצמו נע בקו עקום אולם מהירותו הרגעית בכל נקודה תיוצג על-ידי הוקטור המשיק לקו העקום באותה נקודה. כאשר אנו מדברים על תנועה שאינה קצובה, דהיינו - תנועה בעלת מהירות משתנה, אנו מתכוונים לתנועה בה משתנה גדלה של המהירות או כוונה (או שניהם). עלינו לזכור כי שינוי הכוון, אף אם אינו מלווה בשינוי הגודל, מהווה שינוי של המהירות.

שינוי המהירות הינו גודל וקטורי, ממש כמו המהירות עצמה. אם אנו יודעים את מהירותו של גוף ברגע מסוים, ואת מהירותו לאחר זמן-מה, נוכל לחשב את שינוי המהירות על-ידי חיסור שתי המהירויות הנתונות. כך עשינו בסעיף 8 כאשר דנו בשינוי

מהירותו של גוף הנע בקו ישר. כך נעשה גם עתה, אלא שהפעם - "חיסור שתי המהירויות" פירושו - חיסור וקטורים. בציור 11-2 אנו מחשבים את השינוי שחל במהירותו של החפץ שזרקנו בין הנקודות A ו- B



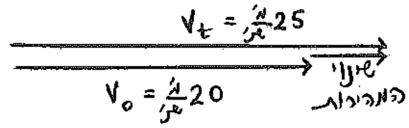
ציור 11-2

אנו מחסרים את הוקטור $\vec{v}_1$ מהוקטור $\vec{v}_2$ ומקבלים את <u>וקטור שינוי-המהירות</u>. שימו לב: לצורך החיסור העתקנו את שני הוקטורים כך שייצאו מאותה נקודה; תוך כדי כך הקפדנו לשמור על גדלם וכוונם של הוקטורים, שכן <u>במקרה זה</u> רק הם מעניינים אותנו ולא הנקודות A, B עצמן. וקטור שינוי המהירות שהתקבל, מכוון אל צידו הקעור של המסלול העקום, ובכך הוא מצביע על אופיו של השינוי שחל במהירות: כקוונה הוסט, במדת מה, בכוון וקטור השינוי.

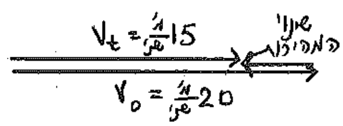
מחקירת שינוי המהירות ועד מציאת התאוצה - רק צעד אחד. התאוצה היא, כזכור, שינוי המהירות המחולק בזמן. ברצותנו לחשב את תאוצתו <u>הממוצעת</u> של החפץ הנזרק בין הנקודות A ו-B, יהיה עלינו לחלק את וקטור שינוי המהירות שמצאנו (ציור 11-2) בזמן שחלף. אם שינוי המהירות היה 6 מ'/שנ' וחלפו 2 שניות, תהיה התאוצה <u>הממוצעת</u> 3 מ'/שנ^2 <u>וכיוונה בכיוון וקטור שינוי המהירות</u>. פעולת החילוק בזמן אינה משנה, כמובן, את כוונו של הוקטור. ברוב המקרים אנו מתעניינים דווקא בתאוצה הרגעית של הגוף. במקרה של תנועה בקו ישר למדנו לחשבה על פי <u>שפוע</u> המשיק לגרף המהירות; הגדרנו אותה כתאוצה שהיתה לגוף אילו נע, החל מהנקודה הנדונה, בתנועה שוות-תאוצה. גם הגדרה זו תשאר בתקפה לגבי תנועות שאינן ישרות-קו. אף על פי כן, ננסה עתה לעמוד ביתר פירוט על משמעותה של התאוצה כגודל וקטורי, ונברר לעצמנו את מובנו המדויק של מושג זה.

בסעיף 8 הבחנו בין תאוצה ותאוטה. בכך נתקלנו לראשונה בבעיות הכרוכות בכוונה של התאוצה. נעזר בדוגמה הבאה כדי להבין את המשמעות הוקטורית של מושג התאוטה:

מכונית נעה בתנועה ישרת-קו בתאוצה קבועה. ברגע מסוים - מהירותה 20 מ'/שנ' וחמש שניות מאוחר יותר - מהירותה 25 מ'/שנ', <u>באותו כוון</u>. מהי התאוצה? וקטורי המהירות ההתחלתית והסופית מוצגים בציור 11-3. וקטור שינוי המהירות מתקבל על-ידי החיסור הוקטורי $\vec{v}_t - \vec{v}_o$, ואילו את וקטורי התאוצה נקבל אם נחלק את שינוי המהירות לזמן נקבל: $a =$ 1 מ'/שנ'^{2} ;
כוון התאוצה ככוון התנועה.



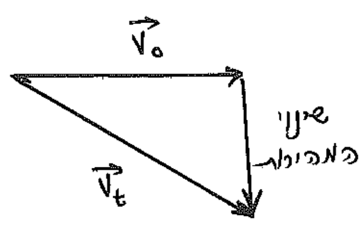
ציור 11-3



ציור 11-4

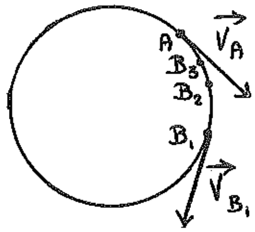
אך מה יקרה אם לאחר 5 שניות תהיה מהירותה של המכונית רק 15 מ'/שנ'? גם במקרה זה נחזור על התהליך ונחסר את וקטור המהירות ההתחלתית $\vec{v}_o$ מוקטור המהירות הסופית $\vec{v}_t$. שינוי המהירות יהיה גם הפעם 5 מ'/שנ' אולם כוונו - <u>מנוגד</u> לכוון התנועה. ממילא יהיה גם כוונו של וקטור התאוצה מנוגד לכוון התנועה. לתאוצה המנוגדת לכוון התנועה קראנו בסעיף 8 - תאוטה. במקום לדבר על תאוטה או על "תאוצה שלילית" נדבר מעתה על "וקטור תאוצה בעל כוון מנוגד לכוון התנועה".

וקטור התאוצה אינו חייב להיות דווקא בכוון התנועה או בכוון מנוגד לה. בציור 11-5 אנו חוזרים ומתארים את מהירותה של אותה מכונית והפעם בהנחה שהתנועה אינה ישרת-קו. כוון המהירות ההתחלתית שונה מכיוון המהירות הסופית, ואילו התאוצה המתקבלת (וממילא גם וקטור שינוי-המהירות) מאונכת לכוון המהירות ההתחלתית. אם התאוצה קבועה <u>בגדלה ובכוונה</u> במשך כל זמן התנועה, לפנינו תנועה שות-תאוצה מסוג חדש: תנועה בה התאוצה <u>הקבועה</u> אינה בכוון התנועה, וממילא התנועה עצמה אינה בקו ישר.

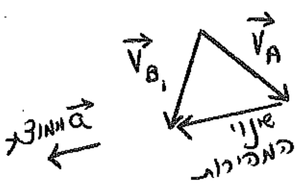


ציור 11-5

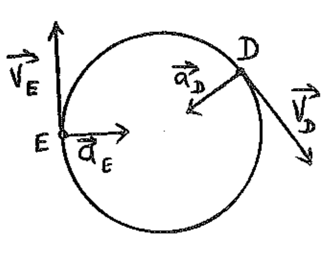
מה יתרחש כאשר התאוצה משתנה ללא הפסק? נתבונן למשל בתנועתו של גוף הנע במעגל. נניח לשם פשטות שמהירותו קבועה בגדלה. כוון המהירות משתנה, כמובן, מרגע לרגע. ננסה למצוא את תאוצתו הרגעית של הגוף בנקודה A. מהירותו הרגעית באותה נקודה היא $\vec{v}_A$. נחשב תחילה את התאוצה הממוצעת של הגוף בדרכו מהנקודה A אל B_1. לשם כך נעתיק את וקטורי המהירות $\vec{v}_A$, $\vec{v}_{B_1}$ לנקודה אחת, נחסרם, ונחלק את ההפרש בזמן שחלף. (ציור 11-7). נחזור על התהליך לגבי הנקודות B_3, B_2 וכו'. על-ידי כך אנו מחשבים בכל מקרה את וקטור התאוצה הממוצעת של הגוף לגבי קשתות קטנות יותר ויותר המתחילות כולן בנקודה A. ככל שנקטין את הקשת AB כן תתקרב התאוצה הממוצעת שאנו מחשבים לתאוצתו הרגעית של הגוף בנקודה A; התאוצה הממוצעת מיצגת בכל מקרה מעין ממוצע של התאוצות הרגעיות על פני נקודות הקשת AB. ככל שקשת זו קטנה יותר, תהיינה התאוצות הרגעיות בנקודותיה השונות קרובות יותר לתאוצה הרגעית ב- A. ממילא, גם התאוצה הממוצעת שאנו מחשבים תהיה קרובה יותר לתאוצה הרגעית המבוקשת. חישוב מדויק של התאוצה הממוצעת על פני קשתות ההולכות וקטנות בהדרגה מצביע על כך שוקטורי התאוצה המתקבלים הולכים ומתקרבים לכוון מסוים. כאשר אורך הקשת קרוב ביותר לאפס, שואף וקטור התאוצה הממוצעת להתלכד עם כוון התאוצה הרגעית המבוקשת. מסתבר שכוונה של תאוצה זו הוא אל מרכז המעגל. היא מאונכת, איפוא, למהירות הרגעית בכל רגע ורגע (ציור 11-8). החישוב מראה גם שגדלה של התאוצה, (כמו גדלה של המהירות), קבוע במשך כל זמן התנועה. לפנינו מקרה של תאוצה המשנה ללא הרף את כוונה אך אינה משנה את גדלה.



ציור 11-6



ציור 11-7



ציור 11-8

נסכם את אשר מצאנו:

כאשר גוף נע בתנועה מעגלית, כך שגדלה של מהירותו קבוע, מתקיימים הכללים הבאים: בכל נקודה ונקודה יימצא וקטור המהירות הרגעית בכיוון המשיק, ואילו וקטור התאוצה הרגעית - בכוון הרדיוס, אל מרכז המעגל. ארכם של וקטורי המהירות והתאוצה אינו משתנה. אף על פי כן - התנועה איננה קצובה ואיננה שוות-תאוצה. הן המהירות והן התאוצה משתנות בכיוונן.

דרך שונה לטיפול בתנועתו של גוף הנע בקו עקום מתבססת על האפשרות לפרוק כל וקטור לרכיבים בכווני הצירים x ו- y, שנבחרו באופן שרירותי. את תנועתו של הגוף הנזרק בכוון אפקי (ציור 1-11) נוכל להפריד לשתי תנועות: האחת אפקית והשניה אנכית. בכל אחת מתנועות אלה נוכל לטפל, בנפרד, כתנועה על קו ישר. נוכל לחשב, למשל, את המהירות הרגעית האפקית, או את התאוצה הרגעית האפקית. נוכל לנתח באופן גרפי את התנועה האפקית או האנכית. יחד עם זאת - עלינו לזכור כי תנועתו האמיתית של הגוף מורכבת משתי התנועות הללו גם יחד, כשהן מתבצעות בעת ובעונה אחת. אם נרצה לדעת את התאוצה הרגעית האמיתית של הגוף לאחר t שניות נוכל לחשב בנפרד את התאוצה הרגעית האפקית ואת התאוצה הרגעית האנכית ברגע המתאים, ונחברן חיבור וקטורי. וקטור הסכום המתקבל הוא וקטור התאוצה הרגעית המבוקש. כדאי לציין, ששינויי המהירות האפקית והאנכית גורמים לא רק לשינויים בגדלה של המהירות הכללית, אלא גם לשינויים בכיוונה. בדומה לכך - שינויים בתאוצות הנפרדות עשויים לגרור שינויים בגדלה ובכיוונה של התאוצה השקולה.

תרגיל

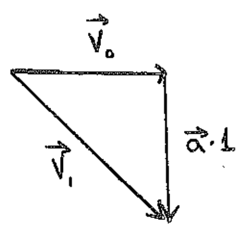
גוף מתחיל לנוע בכוון אפקי במהירות התחלתית של 10 מ'/שנ'. במשך כל זמן התנועה קיימת תאוצה קבועה של 10 מ'/שנ^2 בכוון אנכי (בניצב לכוון המהירות ההתחלתית). חשב את מהירותו של הגוף מקץ שניה אחת, 2 שניות, 3 שניות,...., 10 שניות, ותאר בקירוב את מסלולו.

<u>תשובה</u>

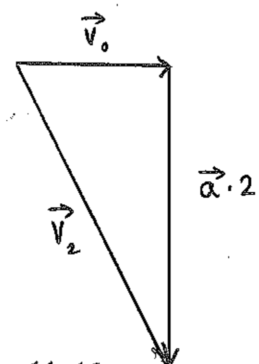
שינוי מהירותו של הגוף בכל שניה נתון על-ידי וקטור התאוצה $\vec{a}$. מהירותו לאחר שניה, $\vec{v}_1$, תהיה:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_o + \vec{a}.1$$

(ציור 11-9). על פי משפט פיתגורס מתקבל: $v_1 = \sqrt{200} =$ 14.1 מ'/שנ' וכיוונה יוצר זוית בת $45°$ עם הכיוון האפקי. את $\vec{v}_2$ נוכל למצוא על ידי הוספת $\vec{a}.1$ לוקטור $\vec{v}_1$: $\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{a}.1$, או גם על-פי $\vec{v}_2 = \vec{v}_o + \vec{a}.2$ (ציור 11-10). מובן שהתוצאה זהה בשתי הדרכים. $v_2 = \sqrt{500} =$ 22.4 מ'/שנ' וכוונה יוצר זוית בת $63°$ עם הכוון האפקי. בצורה דומה נוכל להמשיך ולחשב את המהירות לאחר 3, 4,...,10 שניות.



ציור 11-9

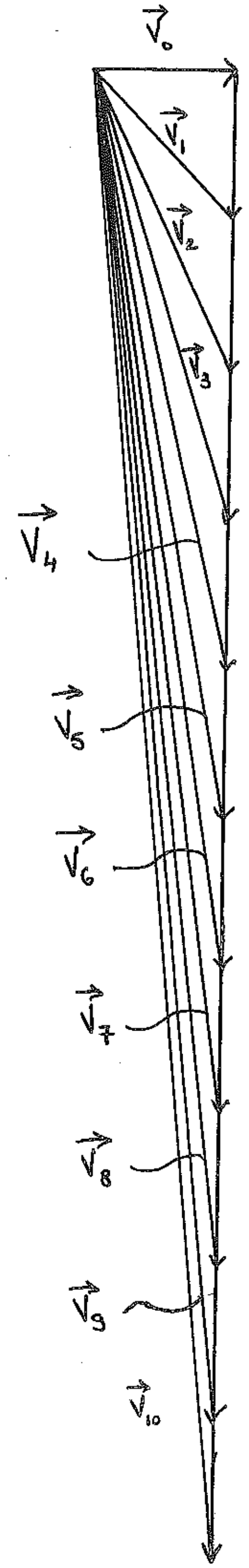


ציור 11-10

התוצאות ערוכות בטבלה מס' 1 ומוצגות בציור 11-11.

הזוית בין וקטור המהירות ובין הכוון האפקי	ערכה של המהירות	מספר השניות
$45°$	14.1	1
$63°$	22.4	2
$72°$	31.6	3
$76°$	41.2	4
$78.7°$	51.0	5
$80.5°$	60.8	6
$81.9°$	70.7	7
$82.9°$	80.6	8
$83.6°$	90.6	9
$84.3°$	100.5	10

טבלה מס' 1



ציור 11-11

מתוך הטבלה והציור אנו מסיקים כי כוונה של המהירות הולך ומתקרב לכוון האנכי, ואילו ערכה גדל בהדרגה. הרכיב האפקי של המהירות נשאר קבוע במשך כל הזמן (וערכו 10 מ'/שנ') משום שאין תאוצה בכוון האפקי. הרכיב האנכי גדל מדי שניה ב-10 מ'/שנ', ולאחר t שניות ערכו $10t$. ערכה של המהירות הכללית לאחר t שניות יהיה:

$$v = \sqrt{10^2 + (10t)^2} = 10\sqrt{t^2 + 1}$$

עבור t גדול למדי נוכל להזניח את 1 ביחס ל-t^2 מתחת לסימן השורש ונקבל: $v = 10t$ (בקירוב). ואמנם אנו רואים בטבלה כי לאחר 8 שניות, למשל, המהירות הכללית שונה רק במעט מ-80 מ'/שנ' $= 10\,t$.

כדי לקבל מושג כלשהו על צורת המסלול נתבונן בנפרד ברכיב האפקי וברכיב האנכי של התנועה. בכוון האפקי מתקדם הגוף בכל שניה ב-10 מ' ולאחר t שניות יעבור $10\,t$ מטרים. בכוון האנכי הוא מתקדם בתנועה שות-תאוצה בעלת תאוצה השוה ל-10 מ'/שנ^2. מהירותו ההתחלתית בכוון זה היא <u>אפס</u>. מהירותו לאחר t שניות - $10\,t$. מהירותו הממוצעת במשך t השניות הללו:

$$\frac{v_o + v_t}{2} = \frac{0 + 10t}{2} = 5t$$

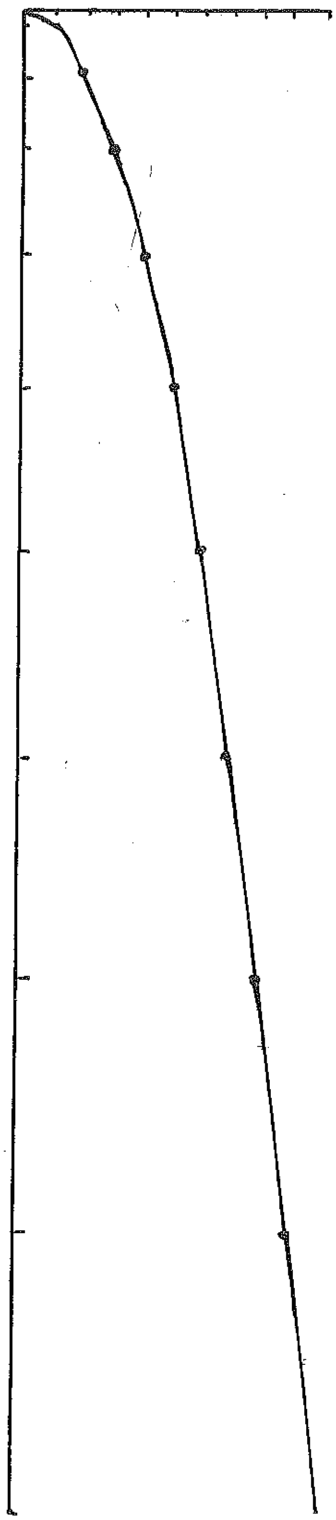
זכור כי נוסחה זו נכונה רק עבור תנועה שות תאוצה בקו ישר! הדרך שעבר הגוף בכוון האנכי במשך t שניות:

$$S_{\text{אנכי}} = v_{\text{ממוצע}} \cdot t = 5t \cdot t = 5t^2$$

כדי למצוא את מקומו של הגוף לאחר t שניות עלינו לחשב, איפוא, <u>בנפרד</u> את מדת התקדמותו בכוון האפקי ($10t$) ואת הדרך שעבר בכוון האנכי ($5t^2$). בטבלה מס' 2 ובציור 11-12 מובאות תוצאות החשוב.

הזמן	הדרך האפקית	הדרך האנכית
1	10 מ'	5 מ'
2	20 מ'	20 מ'
3	30 מ'	45 מ'
4	40 מ'	80 מ'
5	50 מ'	125 מ'
6	60 מ'	180 מ'
7	70 מ'	245 מ'
8	80 מ'	320 מ'
9	90 מ'	405 מ'
10	100 מ'	500 מ'

טבלה מס' 2



ציור 12-11

12. <u>מושג הכוח, עקרון ההתמדה</u>

למדנו לנתח מספר רב של תנועות: תנועה קצובה או מואצת, שות תאוצה או שונת תאוצה, ישרת-קו או עקומת מסלול. הכרנו את התנועה המעגלית; את תנועתו של גוף הנזרק אפקית ואגב כך נופל אנכית; עסקנו בתנועות מואטות ובתנועות בהן התאוצה אינה בכוון הדרך. בכל מקרה ומקרה דנו בתנועה עצמה ולא התענינו במיוחד בגורמיה. לא שאלנו את עצמנו עד כה: מה גרם לה לתנועה פלונית שתהיה דוקא שוות תאוצה? ומדוע במקרה אחר נע הגוף דוקא במעגל? מדוע בכלל קיימת תנועה במקרים מסוימים ובמקרים אחרים, חדל גוף מלנוע? בסעיף זה נתחיל בנתוחם של גורמי התנועה ונכיר חלק מהתשובות לשאלות אלה.

כאשר סיכה נמשכת אל מגנט, אבן נופלת ארצה או מכונית נעצרת, ברור לנו שפעל כח. המגנט משך בכוחו המגנטי את הסיכה; כדור הארץ הפעיל את כח המשיכה הגרביטציוני שלו על האבן ואילו בלמי המכונית מנעו מגלגליה להמשיך להסתובב, וכתוצאה מכוחות החיכוך היא נעצרה. הכוחות היו בכל מקרה שונים באופים, אך הם גרמו תמיד לשינוי במצבם של הגופים עליהם פעלו. בשלוש הדוגמאות שלנו היה זה שינוי במהירותם של הגופים. אך לא תמיד יגרמו הכוחות לשנויים מעין אלה. משקולת התלויה על קפיץ מפעילה עליו כוח וגורמת למתיחתו ולהתארכותו, אך לא לשינוי במהירותו. אדם היושב על כסא מפעיל כח על הכסא אך אינו מזיזו ממקומו, וודאי שאינו משנה את מהירותו של הכסא. לא נוכל לטעון, איפוא, <u>שכל</u> פעולת כח גורמת לתנועה או לשינוי מהירות. מאידך - אם אמנם התארך הגוף או שינה את נפחו אין בכך עדיין משום הוכחה לפעולתו של כוח. גם חימומו של הגוף עלול לשנות את נפחו ולהאריכו. אנו עומדים, איפוא, בפני בעיה שאינה פשוטה כלל וכלל: כיצד נגדיר כוח? כיצד נבחין בין מה שאינו כוח ומה שהינו כוח?

דומה שאין שום הגדרה פשוטה של מושג הכוח, היכולה לעמוד במבחן הבקורת הקפדנית ואף על פי כן אם נטען שדרוש כוח כדי לעצור מכונית או שהמגנט הפעיל כוח על הסיכה, לא יחלוק איש על דברינו ולא יאמר שאינו מבין למה התכוונו בדברנו על כוח.

מושג הכוח, (בדומה למושג האנרגיה, בו נעסוק בהמשך לימודנו) דורש הסבר והבהרה, אך לא נוכל להגדירו בצורה פשוטה וקלה. את הסעיפים הבאים נקדיש להכרת תכונותיו של הכוח וללמוד כמה מהחוקים הנוגעים לפעולת הכוחות. אגב כך, נגבש לעצמנו מושג ברור יותר אודות עצם טיבו של המונח "כוח".

עוד בטרם נאמר דבר על הקשר בין הכוח והתנועה, עלינו להזכיר תכונת יסוד חשובה של הכוח: כוחות אינם נוצרים מעצמם. הם נובעים בכל מקרה ומקרה מגוף המפעיל אותם. אם פועל כוח משיכה על הסיכה, יצר אותו המגנט; אם פעל כוח על האבן הנופלת - מקורו בכדור הארץ; אם כוח מסוים מתח את הקפיץ, מישהו (או משהו) הפעיל את הכוח הזה. כל כוח קשור בפעולתו של גוף אחד על משנהו, בין אם פעולה זו נעשית ממרחק או תוך מגע קרוב בין הגופים; בין אם ברור לנו מי הוא הגוף המפעיל את הכוח ובין אם קשה לנו לזהותו. המפתח להבנת תופעות רבות הקשורות בתנועתם של גופים בהשפעת כוחות נעוץ בידיעה הברורה שכוחות פועלים על גוף רק כאשר קיים גוף אחר המפעיל אותם.

נקודה נוספת שעלינו להדגיש כבר בשלב זה של למודנו: כאשר פועלים על גוף מספר כוחות, תקבע תנועתו אך ורק על-ידי סכומם של כוחות אלה. במלים אחרות: קיימת תלות הדדית בין אופי תנועתו של כל גוף ובין הכוחות הפועלים עליו. יחד עם זאת, הגורם הקובע בסופו של דבר את טיבה של התנועה הוא <u>סכום</u> כל הכוחות הללו, או הכוח השקול כנגד כל הכוחות הללו. זכרו: כוח הוא וקטור. סכום כוחות הוא, איפוא, סכום וקטורי.

המסקנה העולה מכך היא: אם ברצונכם לנתח את סיבות תנועתו של גוף, מנו תחילה את הכוחות השונים הפועלים עליו; חשבו את גדלם וכוונם; זהו את מקורם, קבעו את הכוח השקול הפועל על הגוף (בדרך של חיבור כל וקטורי הכוח) ורק אז עברו לנתוח התנועה וקשריה עם הכוח <u>השקול</u>.

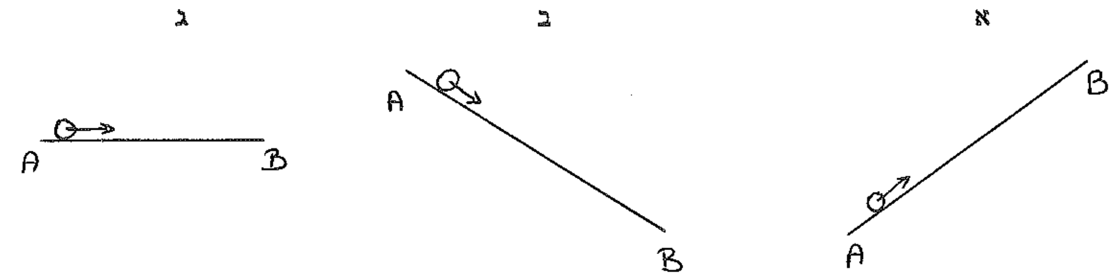
ומהו הקשר בין הכוח והתנועה?

נתבונן בגוף נח. באיזה מקרה הוא ימשיך לנוח במקומו ומתי יתחיל לנוע? ברור לנו שכדי להביאו לכלל תנועה יש להפעיל עליו כח. האם גם ההפך נכון? כלומר: האם בהעדר כוח ישאר הגוף במנוחה? ניוטון קבע, כי בהעדר כוח אמנם ישאר <u>הגוף הנח</u>

במצב של מנוחה. זכרו: העדר כוח פרושו - כוח כללי השווה לאפס. יתכן שפועלים על הגוף הנח שני כוחות השוים בגדלם ומנוגדים בכוונם. סכומם יהיה אפס, והם לא יוציאו את הגוף ממצב המנוחה. אך ניוטון קבע יותר מכך: הוא טען גם שגוף נע לא ישנה את מהירותו בהעדר כוחות. במלים אחרות: כל עוד הכוח השקול הפועל על הגוף שווה לאפס, תשאר מהירותו של הגוף קבועה (בגדלה ובכוונה, כמובן). המקרה של גוף נח הוא, איפוא, רק מקרה פרטי של כלל החל על כל הגופים: מהירותו של גוף אינה משתנה בהעדר כוח. אם היתה המהירות שווה לאפס (דהיינו - מצב מנוחה) היא תשאר שווה לאפס. אם היתה לגוף כל מהירות אחרת שהיא - הוא ימשיך לנוע באותו כוון ובאותה מהירות כל עוד הכוח השקול הפועל עליו שוה לאפס. כשהגדרנו בסעיף 7 את מהירותו הרגעית של גוף בנקודה מסוימת קבענו שזוהי המהירות הקבועה שהיתה לגוף אילו, החל מאותה נקודה, חדלו גורמים שונים להחיש את תנועתו או להאיט אותה. עתה יודעים אנו כי גורמים אלה עלולים להיות כוחות הפועלים על הגוף, ורק כאשר סכומם ישווה לאפס אמנם ינוע הגוף, החל מאותה נקודה, בתנועה קצובה ישרת-קו.

עקרון זה, הקרוי לעתים "החוק הראשון של ניוטון" ולעתים "עקרון ההתמדה", מתאר את תנועתו של גוף כאשר הכוח השקול הפועל עליו שוה לאפס. בניגוד למה שהיה מקובל לחשוב לפני גלילאי וניוטון, מסתבר שתנועה יכולה להתקיים גם בהעדר כוחות. יתר על כן - זוהי תנועה היכולה, עקרונית, להמשך עד אין-סוף, כל עוד לא יופעלו כוחות כדי לבטלה או לשנותה. הגופים נוטים, איפוא, להתמיד בתנועתם תוך כדי שמירה על מהירות קבועה ודרוש כוח כדי לאלצם לשנותה. זוהי התופעה הידועה של ה"התמדה". אם אמנם לא ראה איש מאתנו תנועה אין-סופית ונצחית מעין זו הרי זה משום שבמציאות כמעט ואינה קימת תנועה ללא השפעת כוחות. כוחות מעכבים, כהתנגדות האויר או כוחות החיכוך, מונעים מאתנו להווכח יום-יום בדוגמות מעשיות לנכונותו של עקרון ההתמדה (או ליתר דיוק - לנכונות אותו חלק המתיחס לתנועה, שכן אין חסרים אנו גופים הנחים בהעדר כוח). אחת הדוגמות היפות לעקרון זה הובאה כבר על-ידי גלילאי שערך את ה"ניסוי המחשבתי" הבא:

נטיל כדור במעלה מישור משופע נטול חיכוך (ציור 1-12, א׳). תנועת הכדור תואט עד שלבסוף הוא יעצר. הדבר יקרה בין אם יהיה שפועו של המישור גדול ובין אם הוא יהיה קטן, ובלבד שתהיה עליה כלשהי. מאידך, אם נניח לכדור להדרדר במורד מישור דומה, גם הוא נטול חיכוך, (ציור 1-12, ב׳) יואץ הכדור ומהירותו תגדל בהדרגה. גם תופעה זו תתרחש בכל



ציור 12-1

שיפוע שהוא, ובלבד שיהיה שיפוע. ומה יקרה, שאל גלילאי, אם נטיל את אותו כדור לאורך מישור אופקי נטול חיכוך? (ציור 12-1, ג') זהו, כמובן, מצב הגבול בין שני המקרים הקודמים. הכדור לא יואץ אך גם לא יואט. מהירותו תשאר, איפוא, קבועה ותנועתו תמשך לעד. אין בידינו כל אפשרות מעשית לבצע ניסוי מעין זה, אך נוכל להתקרב אליו על-ידי שמוש במתקנים מעוטי חיכוך. במקרים אלה מתברר כי קיימת, אמנם, האטה, אך ככל שכוחות החיכוך קטנים יותר השפעתם מעטה יותר, תנועתו של הגוף מתקרבת יותר ויותר לתנועה קצובה, ושינויי המהירות הינם קטנים ביותר. אנו מסיקים, איפוא, כי הנסיון מאשר לפחות בקירוב טוב ביותר, את החוק הראשון של ניוטון, חוק ההתמדה.

שמא תאמרו: אם כך, הרי ברור לנו מהו כוח ונוכל עתה להגדירו. כוח הוא אותו הדבר הגורם לגוף לשנות את מהירותו (שכן קבענו: בהעדר כוח - המהירות קבועה. כדי לשנותה יש להפעיל כוח). אך האמנם זוהי הגדרה? מובן שלא. זהו רק ניסוח אחר של עקרון ההתמדה. יתר על כן - ניסוח מעין זה עדיין אינו אומר לנו דבר וחצי דבר על גדלו וכוונו של הכוח. שכן אם נשתמש בו נדע מתי קיים כוח (כאשר המהירות משתנה) ומתי אינו קיים (כאשר הגוף מתמיד בתנועתו ושומר על מהירותו). לא נדע מהו הכוח ומה עצמתו. עלינו לזכור, איפוא: נסתפק, לגבי מושג הכוח, בידיעת כמה מתכונותיו ונוותר על ההגדרה המדויקת שכה קשה למצאה.

נחזור עתה אל ההתמדה וננסה לברר כמה מצדדיה של תופעה זו. קבענו כי כל גוף יתמיד בתנועתו (או במנוחתו) בהעדר כוחות הפועלים עליו. היכן אנו נתקלים בכך בחיי יום-יום? הדוגמה הפופולארית ביותר היא, כמובן, המעשה באדם הנוסע במכונית. כאשר זו נעצרת הוא "עף" קדימה; כאשר היא מואצת בפתאומיות "נלחץ" הנוסע אל כסאו או "עף" אחורה, וכאשר היא מסתובבת הוא "נהדף החוצה". מהו ההסבר לכל הצרות הללו המתרגשות ובאות עליו? נברר את התופעות, אחת אחת. המכונית נעה במהירות מסוימת, נאמר 60 קמ"ש; הנוסע אשר בתוכה נע גם הוא, כמובן, באותה מהירות. משהפעיל הנהג את הבלמים נעצרה המכונית. עליה פעל הכח הבולם, ומהירותה קטנה. על הנוסע שלנו לא פעל שום כוח ולכן הוא <u>לא</u> נעצר. להיפך, הוא שואף להתמיד בתנועתו ולהמשיך לנוע במהירות של 60 ק"מ/שעה. מסתבר שהנוסע כלל לא "עף" קדימה. להיפך, הוא המשיך בתנועתו ללא כל שינוי שהוא, ודווקא המכונית היא זו שלפתע שנתה את תנועתה ונעצרה. הנוסע "עף" קדימה <u>ביחס למכונית</u> משום שהחל מרגע העצירה הוא התחיל לנוע יותר מהר ממנה. (ברור, כמובן, שכל זה מתרחש במשך זמן קצר ביותר. לאמיתו של דבר גם הנוסע נעצר לבסוף משום שהוא נאחז בדבר מה, קשור בחגורה, או נחבט בספסל שלפניו).

ומדוע "נלחץ" הנוסע אל גב מושבו כאשר המכונית מואצת בפתאומיות? גם הפעם הוא שואף להתמיד בתנועתו ולהמשיך במהירותו המקורית; אך המכונית מגדילה את מהירותה ו"דוחפת" גם את הנוסע קדימה. הנוסע נצמד, איפוא, אל מושבו לא משום שהוא שינה את תנועתו אלא, להיפך, משום שהמכונית שנתה את מהירותה בעוד שהוא, מצידו, היה מתמיד במהירותו המקורית אילו רק איפשרו לו את הדבר.

כאשר המכונית מסתובבת מתרחשת בדיוק אותה התופעה: הנוסע שלנו היה מתמיד בתנועתו ובמהירותו לולא שנתה המכונית את מהירותה שלה; ובאמרנו "מתמיד בתנועתו ובמהירותו" רצוננו להדגיש כי מהירותו קבועה גם בכוונה. במלים אחרות: הוא היה ממשיך <u>בכיוון</u> התנועה המקורי אילו רק ניתן לו הדבר. המכונית, מצידה, שנתה את מסלול תנועתה וממילא את כוון מהירותה, ועל-ידי כך היא מונעת מהנוסע להמשיך בכוון המקורי. תוך כדי התמדתו במהירות שהיתה לו לפני הסיבוב הוא נתקל, למשל, בדלת המכונית וזו מונעת ממנו להזרק החוצה בכוון התנועה המקורית.

בשלושת המקרים המצב זהה: הנוסע שואף להתמיד במהירותו המקורית. המכונית משנה את מהירותה (מאיטה, מאיצה או משנה כיוון) ועל-ידי כך היא מונעת מהנוסע להתמיד בתנועתו ומאלצת אותו לשנותה. המכונית מפעילה <u>כוח</u> על הנוסע ~~כדי למנוע~~ ממנו להתמיד

במהירותו. נזכור זאת: דרוש כוח כדי למנוע גוף מלהתמיד בתנועתו. אין צורך בכוח כדי לשמור על מהירותו של גוף. להיפך – המהירות תשאר קבועה דווקא בהעדר כוח שקול.

עקרון ההתמדה מפלה, איפוא, בין גופים הנעים בתנועה קצובה ובין גופים הנעים בכל תנועה אחרת שהיא. הכוח השקול הפועל על הראשונים – מתאפס, בעוד שלכל תנועה שאינה קצובה אחראי כוח מסוים הפועל על הגוף הנע. בסעיף הבא נעסוק בתנועות שאינן קצובות ונברר לעצמנו מהו בדיוק הקשר בין גדלו של הכוח ובין שינוי המהירות. אך בטרם נעבור לענין זה חייבים אנו לשאול את עצמנו את השאלה הבאה: הפרדנו כאן בין הגופים הנעים בתנועה קצובה ובין אלה שאינם נעים במהירות קבועה. האמנם מותר לנו לבצע הפרדה מעין זו? האם בראותנו גוף כלשהו יודעים אנו מה טיב תנועתו? הלא הדגשנו כבר כי כל תנועה וכל מהירות נקבעת ביחס לגוף כלשהו. מזוודה המונחת ברכבת מואצת אינה נעה ביחס לרכבת עצמה, אולם ביחס לארץ היא נעה, ולאו דווקא בתנועה קצובה! הרי לכם גוף הנמצא במנוחה מנקודת מבט אחת ובתנועה שאינה קצובה מנקודת מבט אחרת. מה נוכל לומר על הכוח השקול הפועל עליו? האם הוא שוה לאפס? התשובה לכך נותן הניסוי. אם הנסיון מאשר את חוק ההתמדה לגבי גופים הנעים בתנועה קצובה (או נחים) ביחס לכדור הארץ הרי שעלינו לבחור בנקודת ההשקפה השניה (ולטעון שהמזוודה אינה נעה בתנועה קצובה). מאידך, אם יאשרו הניסויים כי עקרון ההתמדה חל לגבי גופים הנעים בתנועה קצובה ביחס לרכבת המואצת הרי שנאלץ לדון בכל התנועות מנקודת מבטה של הרכבת (ואז נאמר שהמזוודה נחה). כפי שכבר רמזנו כשהזכרנו את הניסוי המחשבתי של גלילאי (ואת האפשרות לבצעו בקירוב במעבדה), חוק ההתמדה מתאשר עבור גופים הנעים בתנועה קצובה ביחס לכדור הארץ, ולפיכך נוכל להשתמש בו רק עבור מערכות הנמצאות במנוחה או נעות בתנועה קצובה ביחס לארץ. אל יעלה על דעתנו לטעון כי הכוח השקול הפועל על גוף הנמצא במנוחה ביחס לרכת מואצת שוה לאפס. על גוף כזה פועל כוח, וכוח זה הוא המשנה את מהירותו של הגוף ביחס לאדמה, ועל ידי כך שומר על מנוחתו ביחס לרכבו (שכן זו משנה את מהירותה ביחס לאדמה!).

כדי להבהיר נקודה זו נחזור לרגע אל הנוסע במכונית הנבלמת ונתבונן במתרחש מנקודת מבטה של המכונית. יושב בתוכה אדם. הכוח השקול הפועל עליו הוא אפס, ולפתע הוא עף קדימה ביחס למכונית. מנקודת מבטה של המכונית מתרחש כאן דבר-מה מוזר: גוף משנה את מהירותו מבלי שפעלו עליו כוחות. פתרון "התעלומה" נעוץ, כמובן, בכך

שהמכונית נמצאת בתאוצה ביחס לארץ. עקרון ההתמדה וכל הכרוך בו אינו מתקיים עבור תנועתם של גופים <u>ביחס</u> למכונית המואצת. מאידך, בניתוח אותה תופעה ביחס לארץ נוכל להשתמש בעקרון ההתמדה ואז יהיה הכל פשוט וברור, כפי שכבר ראינו.

<u>נסכם:</u> עקרון ההתמדה קובע כי מהירותו של גוף ביחס לכדור הארץ קבועה כל עוד הכוח השקול הפועל עליו שוה לאפס. עקרון זה נבדק בדרך הניסוי ואושר בקירוב טוב למדי. לגבי התופעות היומיומיות, קירוב זה מספק אותנו בהחלט.

13. <u>החוק השני של ניוטון</u>

עקרון ההתמדה קובע: דרוש כוח כדי לשנות את מהירותו של גוף. בהעדר כוח, תשאר המהירות קבועה. נוכל לנסח זאת גם אחרת: כאשר הכוח השקול הפועל על הגוף שוה לאפס, גם התאוצה שוה לאפס; כאשר כוח זה שונה מאפס תהיה גם תאוצתו של הגוף שונה מאפס. תאוצתו של הגוף קשורה, איפוא, בצורה זו או אחרת, לכוח השקול הפועל עליו.

עוד בטרם נעמוד על הקשר בין <u>גודלה</u> של התאוצה ובין <u>גודלו</u> של הכוח, מוטב שנחקור כיצד תלויים זה בזה <u>כיווניהם</u> של שני גורמים אלה. עלינו לזכור כי הכוח והתאוצה הינם גדלים וקטוריים, והיחס ביניהם הוא יחס בין גדלים וקטוריים, דהינו: יחס התלוי בגדלם ובכיוונם של הוקטורים.

נתבונן תחילה במספר דוגמות, וננסה לקבוע בכל מקרה מהו כיוונו של הכוח וכיצד הוא מתקשר אל כיוון התאוצה. כאשר גוף הנמצא במנוחה מקבל לפתע דחיפה בכוון כלשהו הוא מתחיל לנוע במהירות מסוימת. הגורם לתנועה הוא, כמובן, כוח שפעל על הגוף. כיוונו של הכוח מתלכד, במקרה זה, עם כיוון התנועה. בראשית התנועה, תהיה גם תאוצתו של הגוף בכיוון ההתקדמות. במקרה זה כיווניהם של המהירות, התאוצה והכוח מתלכדים. האם כך הוא הדבר גם במקרים אחרים? לא בהכרח. הכרנו כבר תנועות רבות בהן התאוצה אינה בכיוון התנועה. בתנועה מואטת, למשל, כיוון התאוצה <u>מנוגד</u> לכיוון המהירות. מהו כיוון הכוח במקרה זה? נתבונן באבן הנזרקת כלפי מעלה. היא נעה בתנועה מואטת. מהירותה מכוונת כלפי מעלה, אך תאוצתה - כלפי מטה. מהו הכוח האחראי להאטת האבן, ומה כיוונו? הכוח המאיט הוא, במקרה זה, כוח משיכת כדור הארץ, וכיוונו - כלפי מטה. גם כאן מתלכדים, איפוא, כיווני התאוצה והכוח אך הפעם הם מנוגדים לכיוון המהירות! כאשר גוף נזרק בכיוון אפקי ומתחיל ליפול, אגב התקדמותו, נוצר מצב דומה (ראה ציור 12-11, והתרגיל לסעיף 11). תאוצתו של הגוף מכוונת, בכל רגע ורגע, כלפי מטה. הכוח הפועל על הגוף הוא, גם הפעם, כוח משיכת האדמה, וכיוונו - ככיוון התאוצה. אף על פי כן - כיוון מהירותו של הגוף - שונה. מסתבר, איפוא, שכיוון התאוצה מתלכד בכל המקרים הללו עם כיוון הכוח ושני אלה <u>אינם</u> מתלכדים בהכרח עם כיוון התנועה.

כיצד תלוי <u>גדלה</u> של התאוצה <u>בעצמתו</u> של הכוח? כל אשר נוכל לומר, מבלי לבצע מדידות מדויקות, הוא שכוח גדול יותר יקנה <u>לאותו</u> גוף תאוצה גדולה יותר, ולהפך: הקטנת הכוח תגרום להקטנת התאוצה. ואמנם החוק ה- II של ניוטון קובע:

קיים יחס ישר בין הכוח השקול הפועל על גוף ובין תאוצתו של הגוף.

ובנוסחה:

$$\vec{F} = m.\vec{a}$$

הכוח השקול $\vec{F}$ שוה לגודל קבוע m כפול בתאוצתו של הגוף - $\vec{a}$. המשוואה קובעת בין השאר גם את הכלל עליו עמדנו כבר קודם לכן: כוון וקטור הכוח השקול מתלכד <u>תמיד</u> עם כוון וקטור התאוצה. יתר על כן החוק ה- II של ניוטון מלמד אותנו כי כל שינוי בכוח יגרור אחריו שינוי מתאים בתאוצה. כוח קבוע פירושו תאוצה קבועה; כוח משתנה ללא הרף יגרום לתאוצה משתנה; אם הכוח נפסק לרגע, תפסק גם התאוצה במשך אותו פרק זמן; אם משתנה כיוון הכוח, ישתנה גם כיוון התאוצה. הכוח נמצא בכל רגע ורגע ביחס ישר לתאוצה הרגעית של הגוף, כאשר הגורם m קבוע לגבי כל גוף.

מהי משמעותו הפיסיקלית של המקדם m? מתי ערכו המספרי גדול ומתי הוא קטן? במה הוא תלוי?

אם נרצה להקנות לשני גופים שונים את אותה התאוצה $\vec{a}$ נצטרך, מן הסתם, לפעול על שניהם בכוחות שונים. <u>הנסיון</u> מלמד אותנו שקל יותר להקנות תאוצה לאבן קטנה מאשר לאבן גדולה; אנו יודעים גם שדרוש כוח רב יותר כדי להאיט משאית גדולה מאשר כדי לעצור כדור. <u>הנוסחה</u> מלמדת אותנו שכדי להקנות תאוצה מסוימת לגוף בעל m גדול יש להפעיל כוח גדול יותר מהכוח הדרוש להקניית <u>אותה תאוצה</u> לגוף בעל m קטן יותר. בקצור: ככל שלגוף m גדול יותר, קשה יותר להאיצו. הגודל m מיצג, איפוא, את הקושי בו אנו נתקלים ברצותנו לשנות מהירותו של גוף; הנסיון מלמד אותנו, בין השאר, שלמשאית יש m גדול יותר מלכדור; לשתי קוביות מתכת זהות יש m כללי גדול פי שנים מה-m של קוביה אחת; כנראה שגם לשני אטומים של יסוד כלשהו יש m כפול מזה של אטום יחיד מאותו סוג. לעומת זאת: לקוביות העשויות מחמרים שונים יהיו, בדרך כלל, ערכים שונים של m. גם לכל שני אטומים השונים זה מזה יהיו ערכים שונים של m. כאשר עוסקים אנו בגופים שונים העשויים מאותו חומר, נמצא כי m עומד ביחס ישר למספר האטומים שבגוף.

הגודל m מוגדר כמקדם הפרופורציה בין הכוח והתאוצה בחוק ה-II של ניוטון. אנו מכנים אותו – מסת הגוף; וכדי להדגיש שעוסקים אנו בגודל המספק לנו ידע כלשהו על מדת התמדתו של הגוף ועל הקושי שבשינוי מהירותו, אנו מוסיפים לעתים את התואר "התמדתית" למסה ומדגישים: על פי החוק ה-II של ניוטון שוה הכוח השקול הפועל על גוף למכפלת מסתו ההתמדתית בתאוצתו.

החוק ה-II של ניוטון מלמד אותנו עובדה פיסיקלית נוספת שטרם הודגשה כראוי בדיוננו: תאוצתו של גוף ברגע מסוים תלויה אך ורק במסתו ובכוח השקול הפועל עליו באותו רגע. היא אינה תלויה במקום המצאו של הגוף וגם לא במהירותו. אם נזרוק אבן כלפי מעלה או כלפי מטה, בכיוון אופקי או אלכסוני, יפעל עליה לאחר עזבה את ידנו רק כוח משיכת כדור הארץ*. מהירות האבן תהיה שונה בכל אחד ממקרים אלה הן בגודלה והן בכיוונה. מסלול התנועה יהיה שונה. אף על פי כן – הכוח השקול זהה בכל המקרים, ועל-כן תהיה גם התאוצה זהה. כיוונה של התאוצה יהיה תמיד כלפי מטה, וגודלה איננו תלוי במהירותה של האבן.

יחידת המסה היא הקילוגרם-מסה (או בקיצור – קג"מ). היא נבחרה, באופן שרירותי, כמסתו של דצימטר מעוקב מים בטמפרטורה של $4^\circ C$ ובלחץ אטמוספירי. גוש מתכת בעל מסה כזאת מונח בסוור שליד פריז ומשמש כיחידת מסה סטנדרטית. מסתו של סמ"ק מים באותם תנאים תהיה, כמובן, אלפית הקג"מ, דהיינו – גרם מסה (ג"מ).

לאחר שהגדרנו בצורה זו את יחידת המסה, נעזר בחוק השני של ניוטון כדי לקבוע יחידת כוח נוחה ושימושית. את הכוח הדרוש כדי להעניק לגוף שמסתו 1 קג"מ תאוצה של 1 מ'/שנ^2 נבחר כיחידה. זהו ה"ניוטון".

1 קג"מ × 1 מ'/שנ^2 = 1 ניוטון.

כאשר אנו עוסקים במסות קטנות ובתאוצות קטנות, נוח יותר להשתמש בג"מ ובס"מ/שנ^2. נגדיר יחידת כוח נוספת, ה"דין":

1 ג"מ × 1 ס"מ/שנ^2 = 1 דין.

1 דין הוא הכוח הדרוש כדי להקנות לגוף שמסתו 1 ג"מ תאוצה בת 1 ס"מ/שנ^2.

---

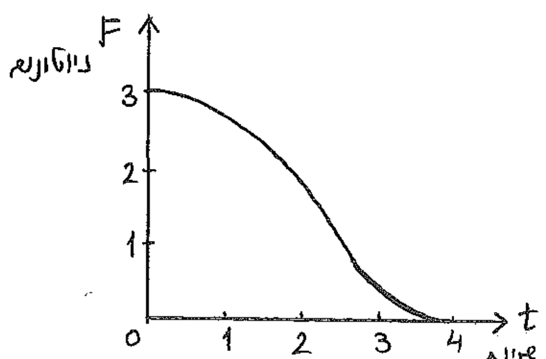
* במקרה זה אנו מזניחים את התנגדות האויר לתנועתה של האבן. לאמיתו של דבר, הכוח השקול הוא סכום של מספר כוחות: החשוב שבהם הוא אמנם כוח המשיכה של כדור הארץ, אך יש להתחשב גם בכוחות שונים הנובעים מהעובדה שהאבן נעה דרך האויר (התנגדות האויר וכיו"ב). כוחות אלה יהיו בדרך כלל קטנים, יחסית, אם האבן גדולה למדי.

בסעיף הקודם הדגשנו שהחוק ה- I של ניוטון הוכח בדרך הניסוי עבור מערכות הנמצאות במנוחה או בתנועה קצובה לגבי כדור הארץ. כך הוא הדבר גם ביחס לחוק ה- II. כאשר אנו מדברים על תאוצתו של הגוף אנו מתכוונים לתאוצתו ביחס לכדור הארץ או ביחס לגוף הנע בתנועה קצובה ביחס לארץ. במלים אחרות: אם רוצים אנו לנתח בעיה כלשהי בעזרת חוקי ניוטון עלינו להקפיד על כך שנתבונן בדברים מנקודת מבטו של גוף שמהירותו ביחס לארץ - קבועה, ולא מנקודת המבט של מערכת מואצת ביחס לארץ. <u>החוק ה- I וה- II אינם מתקיימים במערכות מואצות</u> (יחסית לכדור הארץ).

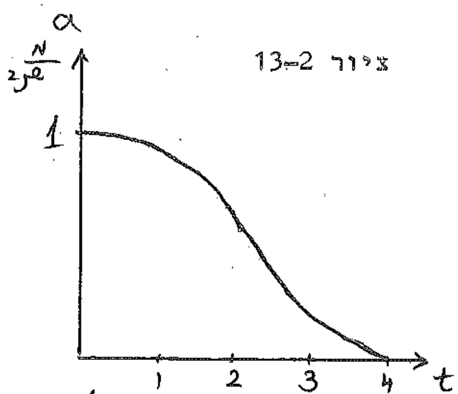
לאמיתו של דבר מלמד אותנו הנסיון שנוכל להשתמש בחוקי ניוטון אך ורק במערכות הנעות <u>בתנועה קצובה</u> ביחס לכוכבי השבת הרחוקים, ולא נוכל להשתמש בהם במערכות הנעות <u>בתאוצה</u> ביחס לאותם כוכבי שבת. על כדור הארץ נוכל להסתכל בקירוב, כעל מערכת הנעה בתנועה קצובה ביחס לכוכבי השבת, שכן תאוצתו ביחס אליהם הינה קטנה למדי והשפעתה על התופעות היומיומיות ניתנת, ברוב המקרים, להזנחה. כתוצאה מכך, חוקי ניוטון עומדים בתוקפם במערכות הנעות <u>במהירות קבועה</u> ביחס לכדור הארץ. כאשר נדון בבעיות יומיומיות שונות ונעזר בחוקי ניוטון נבדוק תמיד אם המערכת בה אנו עוסקים אמנם מקיימת דרישה זו. אנו מבחינים, איפוא, בין שני סוגים של מערכות: מערכות בהם עומדים חוקי ניוטון בתוקפם (והן נעות בתנועה קצובה ביחס לכוכבי השבת) ומערכות בהן חוקי ניוטון אינם נכונים (ואלו נעות בתנועה מואצת ביחס לכוכבי השבת). כדור הארץ עצמו הוא מערכת מהסוג הראשון. מכונית הנמצאת בתהליך בלימה, קרוסלה מסתובבת או מעלית הנופלת נפילה חפשית הן מערכות מן הסוג השני. עלינו להזהר מלהעזר בחוקי ניוטון לגבי מערכות מעין אלה. לעומת זאת - נוכל להשתמש בחוקי ניוטון לגבי המתרחש על פני ספינה הנעה בתנועה קצובה או בתוך מעלית העולה במהירות קבועה.

<u>תרגיל:</u>

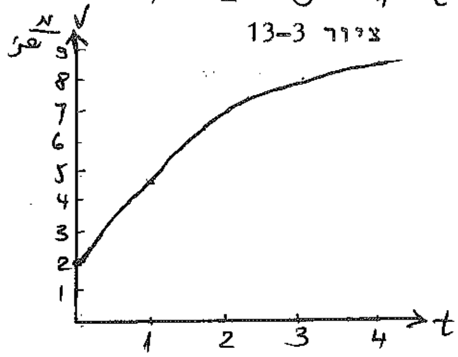
הגרף בציור 13-1 מתאר את השתנות הכוח השקול הפועל על גוף כפונקציה של הזמן. מהירותו של הגוף בתחילת התנועה ($t=0$) היא 2 מ'/שנ'. מסת הגוף - 3 קג"מ. שרטט את גרף התאוצה וגרף המהירות של הגוף. נתח את תנועתו.



ציור 13-1



ציור 13-2



ציור 13-3

<u>תשובה:</u>

כדי למצוא את תאוצתו של הגוף בכל רגע ורגע עלינו לחלק את הכוח השקול הפועל עליו באותו רגע למסתו (3 קג"מ). גרף התאוצה המתקבל (ציור 13-2) יהיה, איפוא, דומה לגרף הכוח הנתון בשאלה. כל שינוי של הכוח יגרור שינוי דומה בתאוצה.

כדי לקבל את גרף המהירות נחשב מתוך גרף התאוצה את שינוי המהירות בכל שניה ושניה (ע"י מדידת השטח שמתחת לגרף. ראה סעיף 8). על-פי שינוי המהירות נוכל לקבוע את מהירותו של הגרף לאחר כל שניה (ציור 13-3)

הגוף נע, איפוא בתנועה מואצת. התאוצה קטנה בהדרגה במשך כל זמן התנועה עד הגיעה לאפס ואז נשארת המהירות קבועה. זכרו: התאוצה היא שפוע גרף המהירות. כל שינויי התאוצה באים לידי ביטוי בשינויי השיפוע של גרף המהירות.

קורס למורי טבע
בבתיה"ס היסודיים
תשכ"ה.

14. **החוק השלישי של ניוטון - פעולה הדדית בין גופים**

כדור מתגלגל על פני הרצפה ופוגע בכדור אחר המונח עליה. הכדור הפוגע משנה את כיוון תנועתו וממשיך לנוע בכיוון אחר ובמהירות שונה. הכדור הנח מתחיל לנוע, כתוצאה מהפגיעה. שני הכדורים שינו, איפוא, את מהירותם. מסתבר שפעלו עליהם כוחות. אנו יודעים היטב אלו כוחות פעלו כאן: ברור לנו שהכדור הראשון שינה את כיוון תנועתו משום שהכדור השני, הנח, עמד בדרכו ומנע ממנו להמשיך בתנועתו המקורית. הכדור השני הוא הגוף שהפעיל את הכוח אשר שינה את מהירות הכדור הראשון. מאידך - הכדור הנח התחיל לנוע, כתוצאה מה"דחיפה" שנתן לו הראשון. הכח שהניע אותו נבע, איפוא, מהכדור הפוגע. לפנינו מקרה פשוט של פעולת כוחות הדדיים בין שני גופים: כל אחד מהכדורים פעל על רעהו, בזמן ההתנגשות, בכוח מסוים. כתוצאה מפעולתם של כוחות אלה, השתנו מהירויותיהם של הגופים.

אין אנו חסרים דוגמות רבות אחרות לפעולה הדדית של כוחות בין שני גופים. כאשר סוס מושך עגלה הוא מפעיל עליה כוח ומקנה לה מהירות. העגלה, מצידה, פועלת על הסוס בכוח נגדי ומונעת ממנו להתקדם במהירות בה היה נע אילו היה חופשי. סבל הנושא חבילה כבדה על גבו מפעיל עליה כוח ומונע ממנה ליפול. החבילה עצמה מחזירה לו מידה כנגד מידה, ומעיקה על גבו. אם נניח, זה בצד זה, שני מגנטים, נווכח כי כל אחד מהם מפעיל כוח על משנהו.

נשאלת השאלה: האם רק במקרים מעין אלה קיימים שני כוחות הפועלים בין שני גופים? ואולי אנו נתקלים כאן בתופעה כללית יותר, דהיינו - כנגד כל כוח המופעל על-ידי גוף אחד ופועל על משנהו קיים כוח המופעל על-ידי הגוף השני ופועל על הראשון? ואמנם, מסתבר כי הכוחות ירדו לעולם זוגות-זוגות: כוח וכוח שכנגדו. יתר על כן - כל שני כוחות כאלה שוים בגודלם ומנוגדים בכיוונם. זהו, בעקרו של דבר, החוק השלישי של ניוטון.

אם גוף א' פועל בכוח $\vec{F}_1$ על גוף ב', יפעל גוף ב' על גוף א' בכוח $\vec{F}_2$ השווה בגדלו ומנוגד בכיוונו לכוח $\vec{F}_1$. ובנוסחה:

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

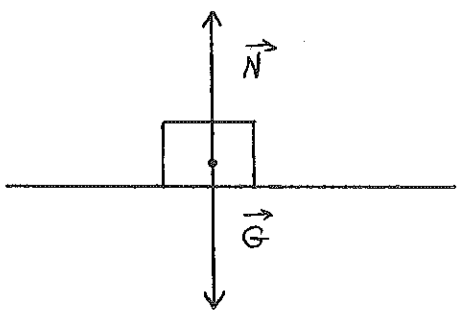
עלינו לזכור ששני הכוחות הללו פועלים על גופים שונים ולכן אין הם "מבטלים" זה את זה. הכוח $\vec{F}_1$ יכלל במאזן הכוחות הפועלים על גוף ב' ואילו $\vec{F}_2$ יופיע במאזן הכוחות הפועלים על גוף א'. כל אחד משני הכוחות עשוי להעניק תאוצה לגוף עליו הוא פועל. כפי שראינו, במקרה ההתנגשות בין שני הכדורים - עשויים שני הגופים לשנות את מהירותם כתוצאה מפעולתם של הכוחות ההדדיים. אך עלינו לזכור כי תאוצתו של כל גוף נקבעת על-ידי הכוח השקול הפועל עליו, ועל ידי מסת הגוף. כאשר שני הכדורים הינם שווי-מסה, ואינם נתונים להשפעתם של כוחות אחרים, יהיו שינויי המהירות שלהם שוים בגודלם. לעומת זאת - אם לאחד הכדורים מסה גדולה יותר, תהיה תאוצתו קטנה יותר.

כאשר כדור הארץ מושך אליו אבן קטנה הוא מעניק לה תאוצת נפילה מסוימת. אותה אבן קטנה מושכת את כדור-הארץ בדיוק באותו כוח בו הוא מושך אותה (ובכיוון הפוך, כמובן). אף על פי כן, כוח זה אינו משפיע במדה רבה על הארץ. הסיבה פשוטה - מסתה העצומה של הארץ גדולה במדה כה רבה ממסת האבן עד כדי כך שאותו כח המקנה לאבן תאוצה גדולה למדי, יעניק לכדור הארץ תאוצה אפסית (הקטנה בהרבה מכל תאוצה הניתנת להבחנה או למדידה). יתר על כן - גם אילו היתה משיכת האבן מסוגלת להקנות לכדור הארץ תאוצה גדולה יותר עדיין לא היינו בטוחים כי הוא ינוע אמנם בתאוצה מעין זו, שכן תנועתו נקבעת על ידי כלל הכוחות הפועלים עליו ואלה כוללים, בין השאר, את כוחות המשיכה של אבנים רבות ושונות הנופלות על פני הארץ באותו זמן (שלא להזכיר את כוחות המשיכה של השמש...).

נתבונן בדוגמה נוספת: אדם זורק אבן. ידו פועלת בכוח מסוים על האבן. האבן פועלת על היד בכוח שוה בגדלו ומנוגד בכיוונו. מדוע האבן עפה ואילו היד נשארת במקומה?

האבן משיגה מהירות מסוימת הודות לכח שהפעילה עליה ידו של האדם הזורק. זהו הכח היחיד הפועל עליה (פרט למשיכת הארץ). מרגע שעזבה האבן את יד הזורק חדל כוח זה לפעול עליה. כתוצאה ממשיכת הארץ היא תקבל תאוצה כלפי מטה ותפול. מצד שני, האבן מפעילה על כף היד כוח, השווה בגודלו ומנוגד בכיוונו לכוח שזו מפעילה על האבן. כף היד אינה מקבלת תאוצה בהשפעת כוח זה משום שהוא איננו הכוח היחיד הפועל עליה. קיים גם כח שרירינו של של האדם הזורק. זהו הכח המניע את היד, ומתגבר על הכח שמפעילה עליה האבן.

נעבור עתה לדיון בבעיה מסובכת יותר: תיבה מונחת ללא תנועה על שולחן. מדוע היא נמצאת במנוחה? מהם הכוחות הפועלים עליה? מהם הכוחות שהיא מפעילה, בתגובה לכך?



ציור 14–1

כדור הארץ מושך את התיבה בכוח $\vec{G}$. זהו משקלה של התיבה. כיוונו של כוח זה – כלפי מטה. (ציור 14–1). בתגובה – מושכת התיבה את כדור הארץ בכוח $\vec{R}$. כיוונו של כוח זה – כלפי מעלה. הוא איננו מוראה בציור משום שאין אנו מעוניינים כאן בניתוח הכוחות הפועלים על כדור הארץ. ברצוננו למצוא רק את הכוח השקול הפועל על <u>התיבה</u>. התיבה הנמשכת אל הארץ מעיקה על השולחן בכוח $\vec{K}$ השווה למשקלה $\vec{G}$. זהו אחד הכוחות הפועלים על השולחן. כיוונו של הכוח – כלפי מטה כי הוא <u>מעיק</u> על השולחן. השולחן, מצידו, מונע מהתיבה ליפול, תוך כדי הפעלת כוח נגדי לכוח בו היא מעיקה עליו. כוח זה הוא הכוח $\vec{N}$ המוצג בציור. כיוונו – כלפי מעלה. גדלו שווה לגודל הכוח $\vec{K}$ בו מעיקה התיבה על השולחן. כיוון ש-$\vec{K}$ היה שווה ל- $\vec{G}$ יהיה גם $\vec{N}$ שווה <u>בגדלו</u> ל- $\vec{G}$. כתוצאה מכך יהיה הכח השקול הפועל על התיבה מורכב מהכוחות $\vec{N},\vec{G}$ השוים בגדלם ומנוגדים בכיוונם. השקול שוה איפוא, לאפס, ועל פי החוק הראשון של ניוטון – התיבה תשאר במנוחה. שימו לב <u>לכך שהכוח $\vec{N}$ איננו כוח–תגובה ל- $\vec{G}$!</u> $\vec{N}$ הינו כוח התגובה לעקת התיבה $\vec{K}$. כוח התגובה ל- $\vec{G}$ הוא הכוח בו מושכת התיבה את כדור הארץ. נסכם זאת:

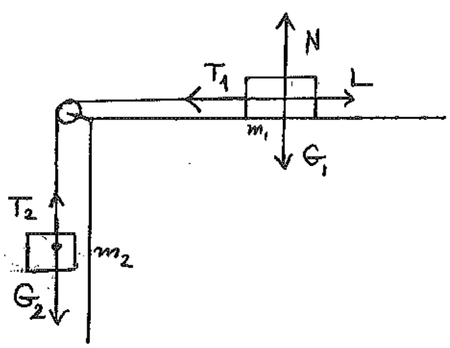
<u>הכוח</u>	<u>המופעל על ידי:</u>	<u>פועל על:</u>	<u>כיוונו:</u>
$\vec{G}$	כדור הארץ	התיבה	כלפי מטה
$\vec{R}$	התיבה	כדור הארץ	כלפי מעלה
$\vec{K}$	התיבה	השולחן	כלפי מטה
$\vec{N}$	השולחן	התיבה	כלפי מעלה

על פי החוק השלישי של ניוטון: $\vec{K} = -\vec{N}$, $\vec{G} = -\vec{R}$.

הכוחות הפועלים על התיבה הם: $\vec{G}, \vec{N}$. סכומם: $\vec{F} = 0$

לא תמיד שוה משקלה של התיבה, $\vec{G}$, לכוח $\vec{K}$ בו היא מעיקה על השולחן. אם למשל ישען מישהו על התיבה, לא ישנה הדבר את משקלה, כמובן, אך הכוח $\vec{K}$ בו היא מעיקה על השולחן יגדל. לעומת זאת הקשר $\vec{K} = -\vec{N}$, הנובע מהחוק השלישי קיים תמיד.

הדגשנו שוב ושוב את העובדה ששני הכוחות ההדדיים הפועלים בין שני גופים אינם מבטלים זה את זה משום שכל אחד מהם פועל על גוף אחר. אך מה יתרחש כאשר נסקור את הכוחות הפועלים על מערכת גופים? נתבונן בדוגמא הבאה: תיבה בעלת מסה m_1 מונחת על גבי שולחן אפקי. התיבה קשורה לחוט הכרוך סביב גלגילה. בקצהו השני של החוט תלויה משקולת שמסתה m_2 . נבחן תחילה את הכוחות הפועלים על התיבה. היא נמשכת על ידי כדור הארץ בכוח $\vec{G}_1$ (זהו, כמובן, משקלה). השולחן מפעיל עליה כוח $\vec{N}$ המונע את נפילתה. $\vec{G}_1$ ו- $\vec{N}$ מבטלים זה את זה. נוסף לכך נמשכת התיבה על-ידי החוט הקשור אליה. נסמן את הכוח בו מושך החוט את התיבה ב- $\vec{T}_1$. בהעדר חיכוך בין התיבה והשולחן יהיה $\vec{T}_1$ שוה לכוח השקול הפועל על התיבה, משום ששאר הכוחות, $\vec{G}_1$ ו- $\vec{N}$, מבטלים זה את זה. אם קיים גם כוח חיכוך $\vec{L}$ המפריע לתנועה, יהיה עלינו להתחשב גם בו; את הכוח השקול $\vec{F}$ נמצא אם נחסר את גודלו של כוח החכוך L מגודלו של הכוח T_1 המופעל על-ידי החוט:



ציור 14-2

$$F_1 = T_1 - L$$

מהי תאוצת התיבה? על פי החוק השני של ניוטון:

$$F_1 = m_1 a$$

ולכן:

$$a = \frac{F_1}{m_1} = \frac{T_1 - L}{m_1}$$

נעבור עתה לניתוח הכוחות הפועלים על המשקולת התלויה. כדור הארץ מושך אותה בכוח G_2 . החבל מושך אותה כלפי מעלה בכוח T_2 . הכוח השקול הוא, איפוא:

$$F_2 = G_2 - T_2$$

והתאוצה:

$$a = \frac{G_2 - T_2}{m_2}$$

התאוצה המתקבלת מתוך חישוב זה חייבת לשוות לתאוצתה של התיבה משום שהמשקולת והתיבה קשורות זו לזו, וממילא נעות באותה תאוצה.

מהם הכוחות הפועלים על החוט? התיבה פועלת עליו בכוח השוה בגדלו ומנוגד בכיוונו לכוח T_1 . המשקולת פועלת עליו בכוח T_2. הכוחות המותחים אותו בשני קצותיו הם, איפוא, T_1 ו- T_2 והשקול: $F_3 = T_2-T_1$. אם מסתו של החוט היא m_3 נקבל:

$$T_2 - T_1 = m_3 a$$

כאשר a היא, שוב, אותה תאוצה שנתקבלה בשני המקרים הקודמים. אם החוט הינו דק ביותר נוכל להזניח את מסתו ואז נקבל, בקירוב: $T_2-T_1=0$, דהיינו - הכוחות שמפעיל החוט על התיבה והמשקולת שוים בקירוב, <u>בגדלם</u>.

אם אנו יודעים את מסות הגופים, משקלם וכוח החכוך בין השולחן והתיבה נוכל לחשב מתוך המשוואות שקבלנו את הכוחות T_1, T_2 ואת התאוצה a .

נוכל לגשת לבעיה זו גם מנקודת מבט אחרת: נתבונן במערכת הגופים הכוללת את התיבה, החוט והמשקולת גם יחד. כזכור לנו מסעיף 13, נוכל להשתמש בחוק השני של ניוטון גם לגבי המערכת כולה, ולחשב את תאוצתה על פי הכח השקול הפועל עליה ומסתה הכללית. כאן אנו נתקלים בתופעה מעניינת: הכח השקול הפועל על המערכת תיבה + חוט + משקולת מורכב ממשקל התיבה, מהכוח שמפעיל עליה השולחן (כלפי מעלה), מכוח החיכוך וממשקל המשקולת התלויה. הכוחות הפועלים על החוט ואלה המופעלים על-ידי החוט מתבטלים ואינם נכנסים לחישוב הכח השקול! מדוע מצטמצמים הכוחות הללו בעוד שהכוחות האחרים אינם מתבטלים? התשובה פשוטה ביותר: הכוחות ההדדיים הפועלים בין החוט לבין התיבה או בין החוט והמשקולת הינם כוחות <u>פנימיים</u> של המערכת. אלה כוחות המופעלים על ידי חלק אחד של המערכת ופועלים על חלק אחר שלה. בחישוב הכוח השקול עלינו לכלול את <u>כל</u> הכוחות הפועלים על <u>כל</u> חלקי המערכת. על פי החוק השלישי של

ניוטון, כנגד כל כח המופעל על ידי חלק אחד של המערכת ופועל על משנהו קיים כוח נגדי המופעל על-ידי החלק השני ופועל על הראשון. בחישוב הכוח השקול עלינו להתחשב גם בזה וגם בזה, וסכומם - אפס. כל הכוחות הפנימיים "מסודרים", איפוא, זוגות-זוגות. על-פי החוק השלישי שווה הסכום של כל זוג כוחות כאלה לאפס, וממילא - ישווה גם סכום כל הכוחות הפנימיים לאפס. רק במקרה זה "יבטלו" הכוחות ההדדיים זה את זה.

חשיבותו של כלל זה רבה מאד. הוא המאפשר לנו להתעלם מהשפעות הגומלין שבין חלקי מערכת פיסיקלית כאשר ברצוננו לחקור את תנועתה של המערכת כולה. אם בדוגמת התיבה והמשקולת לא סייע הדבר בידינו במידה כה רבה (משום שיכולנו לדון בבעיה גם תוך התבוננות בכל גוף בנפרד) הרי שבמקרים אחרים לא היינו יכולים להגיע לשום מסקנות שהן, אילו היה עלינו להתחשב בכוחות הפנימיים. שערו בנפשכם עד כמה היה קשה לנתח את תנועתה של אבן נופלת אילו היינו צריכים להתחשב בכל הכוחות הפועלים בין המולקולות והאטומים המרכיבים את האבן. כיצד היינו מסוגלים להבין מדוע כוס מים המונחת על שולחן נמצאת במנוחה אילו היינו צריכים לבחון את כל הכוחות הפועלים בין טיפת מים אחת לרעותה? הבעיות הפשוטות ביותר היו מערימות עלינו קשיים שאין להתגבר עליהם. כתוצאה מחוק הפעולה ההדדית בין הגופים, החוק השלישי של ניוטון, אנו רשאים להתעלם מכוחות פנימיים אלה. נזכור, איפוא: בניתוח הכוחות הפועלים על גוף או על מערכת גופים עלינו להתחשב רק בכוחות החיצוניים הפועלים על הגוף או על המערכת, דהיינו: כוחות המופעלים על-ידי גופים שאינם מהווים חלק של המערכת.

את דיוננו בחוק השלישי נסיים בדיון באחת התופעות היומיומיות הפשוטות ביותר: מהם הכוחות הפועלים על אדם העומד במנוחה? כיצד הוא מסוגל להתקדם? כיצד מסוגל אדם לנתר מעל פני הרצפה ומדוע אינו יכול להרים את עצמו?

אדם העומד, הולך או קופץ מפעיל על הרצפה כוח כלשהו, $\vec{K}$. מתוך החוק השלישי אנו למדים שהרצפה תפעל על האיש בכוח $\vec{N}$, השווה בגודלו ומנוגד בכיוונו ל- $\vec{K}$. הכוחות הפועלים על האדם בכל המקרים הללו הם משקלו $\vec{G}$ והכוח $\vec{N}$ הנובע מהרצפה ובא בתגובה לכח בו מעיק עליה האיש. בכל המקרים קיימים, איפוא, הכללים:

$$\vec{N} = -\vec{K}$$
$$\vec{F} = \vec{G} + \vec{N}$$

זכרו: את הכוחות $\vec{N}, \vec{G}$ יש לחבר חיבור וקטורי.

כאשר האדם עומד במנוחה, הוא מעיק על הרצפה בכוח השווה בדיוק למשקלו: $\vec{K} = \vec{G}$

במקרה זה תגיב גם הרצפה בכוח בעל אותו גודל ונקבל (ציור 14-3):

$$\vec{N} = -\vec{G}$$

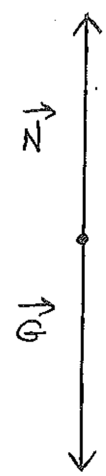
או:

$$\vec{N} + \vec{G} = 0$$

הכוח השקול הפועל על האיש יהיה, במקרה זה:

$$\vec{F} = \vec{N} + \vec{G} = 0$$

במלים אחרות: אם משקלו של האיש הוא, למשל, 70 ק"ג, הוא יעיק על הרצפה בכוח של 70 ק"ג. הרצפה תפעל עליו בכוח נגדי בן 70 ק"ג. כדי למצוא את שקול הכוחות הפועלים עליו יהיה עלינו לחבר שני כוחות בני 70 ק"ג: כיוונו של האחד – כלפי מטה (המשקל) ואילו השני מכוון כלפי מעלה (פעולת הרצפה). סכומם יהיה, כמובן, אפס.

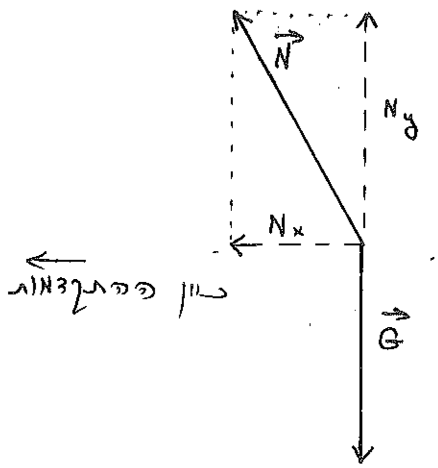


ציור 14-3

ברצותו לנתר, ילחץ האדם בכוח שריריו על הקרקע, ועל ידי כך יעיק עליה בכוח הגדול ממשקלו! הכוח $\vec{K}$ יהיה, במקרה זה, גדול מהמשקל $\vec{G}$. תגובת הרצפה $\vec{N}$ נקבעת, כמובן, על ידי $\vec{K}$ ולכן גם היא תהיה גדולה מהמשקל $\vec{G}$. על האדם יפעלו גם הפעם שני כוחות: $\vec{N}$ ו- $\vec{G}$, אלא שהפעם יהיה $\vec{N}$ גדול יותר והכוח השקול יהיה מכוון כלפי מעלה (ציור 14-4). כוח זה יקנה לאדם תאוצה המכוונת, גם היא, כלפי מעלה והוא יתרומם. מרגע שניתק האדם מהארץ חדל הכוח $\vec{N}$ מלפעול עליו. כח משיכת הארץ $\vec{G}$ ממשיך, כמובן, לפעול ומאיט את התרוממות הקופץ, עוצר אותו, ולבסוף מושכו חזרה לקרקע. בהיותו באויר לא יוכל האדם להעזר ברצפה. וכתוצאה מכך אין ביכולתו להמשיך ולהרים את עצמו. זכרו כי תנועתו של האדם נקבעת רק על-ידי הכוחות החיצוניים הפועלים עליו ולכן עליו

ציור 14-4

להעזר בדבר–מה (רצפה, חבל וכיו"ב) כדי להתרומם או אף כדי להקנות לעצמו תאוצה כלשהי בכיוון אחר.



ציור 14-5

בצורה דומה נוכל לתאר את תהליך התקדמותו של אדם מהלך או רץ. הוא מפעיל על הרצפה כוח $\vec{K}$ שאינו מאונך לה. כתוצאה מכך פועל עליו כוח נגדי $\vec{N}$ וגם זה אינו מאונך לרצפה (ציור 14-5). את הכוח $\vec{N}$ נפרק לשני רכיבים: האחד מקביל לרצפה (N_x) והשני מאונך לה (N_y). הרכיב המאונך לרצפה יבטל את המשקל $\vec{G}$, בעוד שהרכיב המקביל לה, N_x, הוא הכוח השקול הפועל על האיש וגורם להתקדמותו. הרכיב N_x נובע מהחיכוך בין האדם והרצפה ואמנם בהעדר חיכוך לא נוכל להתקדם בכוחות עצמנו (אם כי אז תספיק דחיפה חיצונית קלה כדי שנתקדם לעד). אדם המפעיל על משטח קרח חלק, כוח שאינו מאונך למשטח, יתחלק ויפול מיד.

נסכם את מסקנותינו: תאוצתו של גוף נקבעת על–פי הכוח השקול הפועל עליו הכוח השקול הוא סכום כל הכוחות החיצוניים הפועלים על הגוף. סכום הכוחות הפנימיים שוה, בכל מקרה, לאפס. כתוצאה מכך – גוף אינו יכול להניע את עצמו ללא עזרתם של גופים אחרים (תתכן, אמנם תנועה יחסית של חלקי הגוף, זה ביחס לזה, אך הגוף כולו, או מרכז הכובד שלו, לא יתקדמו).

לפני שנעבור לדון בבעיות שונות, תוך שימוש בשלושת חוקי ניוטון, נזכיר שוב: חוקי ניוטון נתגלו כבלתי מתאימים לתאור תופעות שונות בתחום עולם החלקיקים והאטום. אף על פי כן, הם משמשים קירוב מצוין בכל הנוגע להופעות החורגות מתחומי הפיסיקה האטומית. השימוש בחוקים אלה בכל הנוגע לתופעות יומיומיות הינו מוצדק בהחלט והנסיון מאשר מסקנה זו בדיוק רב ביותר.

תרגיל

סוס מושך עגלה. הוא מפעיל על העגלה כוח מסוים, אך העגלה מפעילה עליו כוח השוה בגדלו ומנוגד בכיוונו לכוח זה. מדוע הם מתקדמים?

<u>תשובה</u>

נתבונן תחילה בסוס ובעגלה כמערכת אחת. הם קשורים זה לזה על-ידי היצול ואינם יכולים להתרחק זה מזה או להתקרב זה לזה. מהירותם תהיה, על כן, זהה. בניתוח הכוחות הפועלים על מערכת זו אין עלינו להתחשב בכוחות הפועלים בין הסוס לבין העגלה.

הכוחות הקובעים את אופי תנועתם הם הכוחות החיצוניים. הסוס מפעיל על הרצפה כוח $\vec{K}$ <u>שאינו</u> מאונך לה. כתגובה – מפעילה עליו הרצפה כוח $\vec{N}$. גם כוח זה אינו מאונך לרצפה ורכיבו האופקי N_x הוא הגורם להתקדמות הסוס והעגלה. הבעיה זהה, למעשה, לבעית האדם המתקדם בה דנו בסוף הסעיף. העגלה אינה משנה דבר.

אם נרצה לחקור, בנפרד את תנועת הסוס והעגלה נגיע למסקנות הבאות:

הכוחות הפועלים על העגלה הם: הכוח בו מושך אותה היצול ($\vec{T}_1$), המשקל ($\vec{G}_1$), תגובת הרצפה להעקה ($\vec{N}_1$) וכוח החיכוך ($\vec{L}$). הכוח השקול יהיה: $F = T_1 - L$, משום שהכוחות $\vec{N}_1$ ו- $\vec{G}_1$ מבטלים זה את זה.

על הסוס יפעלו הכוחות הבאים: היצול מושך אותו אחורה בכוח $\vec{T}_2$, המשקל $\vec{G}_2$, ותגובת הרצפה $\vec{N}_2$ <u>שאינה</u> מאונכת לרצפה. הוא יתקדם כפי שכבר הזכרנו, כתוצאה מפעולתו של הרכיב האפקי של הכוח N_2 . כדי שאמנם יוכל הסוס למשוך את העגלה חייב כוח זה להתגבר על כוח היצול T_2 .

קורס למורי טבע
בבתיה"ס היסודיים
תשכ"ה.

15. <u>משיכת כדור הארץ - מסה ומשקל.</u>

בכל הבעיות בהן טפלנו בסעיפים הקודמים, חזר והופיע כח משיכת-האדמה, או כפי שאנו קוראים לו בדרך כלל: המשקל. כאשר דברנו על אבן נופלת או על כדור שנזרק, היה כח זה הכח היחיד שפעל על הגוף (פרט להתנגדות האויר); במקרים אחרים פעלו על הגופים, בהם טפלנו, גם כוחות נוספים. <u>בכל המקרים</u> היה עלינו להתחשב במשקל.

משיכתם של הגופים אל כדור-הארץ היא רק אחת התופעות הנתנות לתאור בעזרת <u>חוק הגרביטציה של ניוטון.</u> ניוטון גלה, כי כל שני גופים מושכים זה את זה בכח מסוים התלוי במסותיהם ובמרחק ביניהם. כח זה, הוא כח הגרביטציה. קיומו של הכוח בולט במיוחד, כאשר אחד הגופים הוא בעל מסה עצומה כזו של כדור הארץ. בחיי יום-יום אין אנו מרגישים בכוחות המשיכה הגרביטציונים, הפועלים בין גופים קטנים בסביבותינו. הסבה פשוטה: כוחות אלה הנם קטנים ביותר. אנו חשים היטב בכוח המשיכה של כדור הארץ משום גדלו. באחד הפרקים הבאים נעסוק במכלול הבעיות הקשורות בקיומם של כוחות הגרביטציה. בסעיף זה נסתפק בתאור תופעות מספר, הקשורות במשיכת הגופים על-ידי כדור הארץ.

נקודה אחת עלינו להדגיש מלכתחילה: המשקל הוא כוח ככל הכוחות. הוא נמדד ביחידות כוח; נשמע לכל החוקים הנוגעים לכוחות, ומהווה בדרך כלל רק חלק מן הכוח השקול הפועל על הגוף.

הנסיון מלמד אותנו, שתאוצתו של חפץ הנופל נפילה חפשית על פני כדור הארץ, היא בקירוב 9.8 מ'/שנ^2. אם מסתו של גוף זה היא, למשל, 5 קג"מ, נוכל להסיק, שהכוח השקול הפועל עליו הוא:

$$F = m.a = 5 \times 9.8 = 49 \text{ ניוטון}$$

זכרו: אם המסה נתונה בקג"ג והתאוצה ב-מ'/שנ^2, תתן לנו הנוסחה $F = m.a$ את הכח כשהוא נמדד <u>בניוטונים.</u> במקרה שלנו, הכוח היחיד הפועל על החפץ הנופל הוא כח המשיכה של כדור-הארץ (המשקל). נאמר, איפוא, שמשקלו של הגוף 49 ניוטון. הנסיון מלמד אותנו דבר נוסף: אם נניח לאותו גוף ליפול בנפילה חפשית במקומות שונים על פני כדור הארץ,

נקבל תאוצות השונות במעט זו מזו. כך מסתבר, למשל, כי תאוצת הנפילה החפשית בירושלים קטנה יותר מזו שבתל-אביב. החישוב שבצענו זה עתה מצביע על כך, שמשקלו של הגוף תלוי בתאוצת הנפילה החפשית שלו. אנו מסיקים: משקלו של גוף בירושלים קטן במדת-מה ממשקלו של אותו גוף בתל-אביב. אין בכך כדי להפתיענו. ירושלים גבוהה יותר ועל כן רחוקה יותר ממרכז כדור-הארץ. אין תימה שבירושלים אותו גוף יימשך על ידי כדור הארץ בכוח קטן יותר. (אף על פי כן ההבדל הוא קטן למדי. משקלו של הגוף בירושלים יהיה 48.9 ניוטון).

משקלו של גוף הוא, איפוא, גודל פיסיקלי, התלוי במקום בו נמצא הגוף. משקלו של אותו גוף בירושלים קטן, כאמור, ממשקלו בתל-אביב; משקלו בקו המשוה קטן מהמשקל בקוטב; עד כמה שיכולים אנו לנבא, משקלו של אותו גוף על פני הירח יהיה קטן פי ששה ממשקלו על פני הארץ. לעומת זאת - מסתו של הגוף היא גודל קבוע ואפיני, שאינו משתנה. זהו למעשה עקרו של החוק השני של ניוטון: היחס בין הכח השקול הפועל על הגוף ובין תאוצתו (זוהי המסה, כמובן) הינו גודל קבוע. אם נחזור לרגע אל אותו חפץ המופל לסירוגין בתל-אביב ובירושלים, נקבע כי למרות השוני במשקלו, תשאר מסתו 5 קג"מ.

כשהגדרנו את יחידת הכוח, הזכרנו רק את הניוטון והדין. המשקל הינו כוח ולכן אנו נמדוד משקל בניוטונים או בדינים. זה עלול להיראות מוזר לכל מי ששקל אי-פעם עגבניות (או את עצמו) וקבע את המשקל בקילוגרמים. מה טיבו של אותו "קילוגרם" בו אנו משתמשים בחיי יום-יום? קודם כל זוהי יחידת <u>כוח</u>. כדי להבדיל בינה ובין יחידת <u>המסה</u> שכונתה קילוגרם-מסה, נכנה יחידה זו בשם "קילוגרם-כח", ובקיצור: קג"כ. קג"מ וקג"כ הן יחידות המודדות שני גדלים פיסיקלים שונים: מסה וכוח. אין כל טעם, איפוא לדבר על יחס ביניהם. הקג"מ הוגדר <u>כמסת</u> דצמ"ק מים בלחץ אטמוספירי ובטמפרטורה של $4°C$ (ראה סעיף 13). הקג"כ מוגדר <u>ככח</u> בו מושך כדור הארץ דצמ"ק מים בלחץ אטמוספירי ובטמפרטורה של $4°C$, <u>בגבה פני הים וברוחב גיאוגרפי צפוני של $45°$</u>. שימו לב: בהגדרת הקג"כ היה עלינו להדגיש כי המדובר הוא במקום <u>מסוים</u> על פני הארץ. אנו יודעים כי <u>אותו</u> דצמ"ק מים <u>באותם</u> תנאי טמפרטורה ולחץ, אך <u>במקום אחר</u> על פני כדור הארץ, יימשך בכוח <u>שונה</u>. העובדה שהמסה הינה קבועה ואינה תלויה במקום, ואילו המשקל משתנה ממקום למקום, בולטת בהגדרותיהן של יחידת המסה והמשקל. כשהגדרנו את יחידת המסה לא היה עלינו לבחור במקום כלשהו משום שמסת אותו דצמ"ק מים לא תשתנה אם נעבירו ממקום למקום על פני כדור הארץ. (אגב - מובן שכל הגדלים המופיעים בהגדרות כגון: $4°C$, רחב $45°$ וכו' נבחרו באופן שרירותי. יכולנו לבחור גדלים אחרים במקומם. הנקודה העקרונית החשובה היא: שבהגדרת יחידת המשקל היה עלינו לבחור <u>מקום כלשהו</u> כבסיס להגדרה).

נתבונן עתה באותו דצמ"ק מים ונשאל עצמנו: מהו <u>משקלו</u> בנקודות שונות על פני הארץ? ברור לנו כי ברוחב גיאוגרפי צפוני של 45° ובגובה פני הים יהיה משקלו <u>בדיוק</u> 1 קג"כ. ברור לנו גם כי בקו המשוה יהיה משקלו שונה (ואמנם נקבל בקרוב 0.998 קג"כ).

בקוטב הצפוני יהיה המשקל כ-1.002 קג"כ. נכון הוא ששינויי המשקל על פני כדור הארץ אינם גדולים, ואם נאמר כי משקלה של אותה כמות מים היא 1 קג"כ, לא נטעה ביותר מאשר שבר של אחוז. יחד עם זאת משקלו של דצמ"ק המים על פני הירח יהיה בסך הכל 0.16 קג"כ (כ-160 גרם כח). במקרה זה, ההבדל נכר ביותר.

הכרנו שתי מערכות שונות של יחידות-כוח. בסעיף 13 הגדרנו את הניוטון והדין בעזרת יחידות המסה והתאוצה ועל פי החוק השני של ניוטון, ואילו כאן הגדרנו את הקג"כ (והג"כ) ככוח בו מושך כדור הארץ גוף מסוים בתנאים מסוימים. נשאלת השאלה: מהו היחס בין שתי מערכות היחידות הללו, ומדוע משתמשים אנו בשתי מערכות ואיננו מסתפקים באחת מהן? כל אשר עלינו לעשות כדי למצוא כמה ניוטונים בקג"כ אחד הוא לחשב <u>בניוטונים</u> את משקלו של אותו דצמ"ק מים בקו הרוחב 45° וכו'. החישוב פשוט ביותר; עלינו רק לדעת מהי תאוצת הנפילה החפשית של אותו גוף באותו <u>מקום</u>, ולכפול אותה במסת-הגוף. המסה היא, כמובן, 1 קג"מ, (על פי הגדרת הקג"מ) ואילו תאוצת הנפילה החפשית באותו מקום היא 9.8 מ'/שנ^2. משקלו של דצמ"ק המים היה, איפוא, 9.8 ניוטון = $F = m.a = 1x9.8$, אבל זהו בדיוק קג"כ אחד! משמע:

9.8 ניוטון = 1 קג"כ.

בצורה דומה נוכל למצוא גם את היחס בין הג"כ והדין.

980 דין = 1 ג"כ

זכרו כי הגדלים 9.8 ו-980, המופיעים בשני היחסים האחרונים שכתבתנו, מצביעים על היחס <u>הקבוע</u> בין שתי יחידות שונות המשמשות למדידת אותו גודל פיסיקלי. 1 קג"כ שוה ל-9.8 ניוטון בכל מקום שהוא על פני הארץ ומחוצה לה. אם מגנט מושך גוש ברזל בכוח של 3 קג"כ, נוכל לומר כי הוא מושך אותו בכוח של 29.4 ניוטון = 3×9.8.

יחידות הניוטון והדין נוחות יותר כאשר עוסקים אנו בחוק השני של ניוטון משום שאז מתקבלים הכוחות ביחידות אלו. אם נרצה להשתמש בחוק של ניוטון, למדוד את המסה בקג"מ ואת התאוצה ב-מ'/שנ^2, ובכל זאת לקבל את הכוח דוקא בקג"כ, יהיה עלינו

לשנות את צורתה של הנוסחה $F = m.a$ ולכלול בה את הקבוע 9.8. הנוסחה תקבל אז את הצורה: $F = \frac{1}{9.8} .m.a$. ברור, איפוא, כי נוח יותר במקרה זה למדוד את הכוח בניוטונים (או בדינים). כך גם ננהג בהמשך למודנו. יחד עם זאת עלינו לזכור כי בחיי יום-יום אנו נוהגים להשתמש ביחידת כוח אחרת, בקג"כ, ועלינו להיות מוכנים, בשעת הצורך, להפוך כוחות ממערכת יחידות אחת לשניה.